

Critérios de divisibilidade à luz do ensino por atividades

Divisibility criteria in the light of teaching by activities

Sandro Benício Goulart Castro

Universidade do Estado do Pará
SEDUC-PA

São João de Pirabas

SEMED- Belém

Ana Kely Martins da Silva

Universidade do Estado do Pará
SEMED- Belém

RESUMO

Este artigo apresenta os resultados de um estudo baseado no ensino de matemática por atividades desenvolvido com estudantes do 6º ano do ensino fundamental em uma escola da rede pública do município de São João de Pirabas, cidade localizada no nordeste paraense, que objetivou analisar a validade de conclusões produzidas por estudantes sobre critérios de divisibilidade a partir de atividades de redescoberta. O experimento obedeceu às seguintes etapas: diagnóstico, aplicação das atividades e análise dos resultados. A análise dos resultados se deu através da comparação dos registros das observações e conclusões feitas pelos discentes ao final de cada atividade com o enunciado de alguns livros didáticos sobre tais critérios de divisibilidade. Entre os principais resultados obtidos podemos destacar o bom desempenho dos estudantes no que diz respeito às observações e conclusões que foram apresentadas no final de cada atividade, além de mostrarem-se capazes de resolver questões relativas ao assunto, que lhes foram propostas ao término da experiência. Por isso pudemos concluir que as atividades causaram impactos positivos na aprendizagem dos estudantes, ajudando-os na descoberta de regras referentes às divisibilidades por dois, dez, cinco, quatro e oito.

Palavras-chaves: Ensino de Matemática por Atividades; Divisibilidade; Critérios de divisibilidade.

ABSTRACT

This article presents the results of an experiment based on activity-based teaching developed with students from the 6th year of elementary school in a public school in the city of São João de Pirabas, a city located in northeastern Pará, which aimed to investigate whether students could find out and enunciate criteria for divisibility by two, ten, five and eight without the teacher having previously formalized them, in addition to verifying their performance in resolving issues that require knowledge about such criteria. The experiment followed the following steps: diagnosis, preparation of activities, application of activities and analysis of results. The analysis of the results was made by comparing the records of observations and conclusions made by the students at the end of each activity with the statement of some textbooks on such divisibility criteria. Among the main results obtained, we can highlight the good performance of the students with regard to the observations and conclusions that were presented at the end of each activity, in addition to proving themselves capable of resolving issues, related to the subject, that were proposed to them at the end of the course. experience. Therefore, we were able to conclude that the activities had a positive

impact on students' learning, helping them to discover rules regarding divisibility by two, ten, five and eight.

Keywords: Teaching by activities; Divisibility; Divisibility criteria.

Introdução

A matemática escolar é uma disciplina, considerada por muitos, abstrata e historicamente de difícil assimilação. Na educação básica este fato é uma realidade, pois relatos de professores, com os quais convivemos, destacam que boa parte dos discentes não demonstra interesse em estudar matemática, alegando que as aulas são monótonas e que eles não conseguem entender muita coisa dos conteúdos ministrados. Tais afirmações podemos testificar como verdadeiras, devido nossa atuação como docentes da Educação Básica, em especial o ensino público, há mais duas décadas.

O ensino de matemática tem recebido muitas sugestões de alteração de realização. As alterações que foram sistematizadas e analisadas têm recebido a denominação de Tendências em Educação Matemática. Entre essas Tendências temos, segundo Sá (2019), o ensino de matemática por atividades.

O uso de atividades, na direção apresentada por Sá (2019), foi registrado em muitos trabalhos, dentre eles podemos citar: Jucá (2008), Moreira (2010), Graça (2011), Paula (2011), Gomes (2013), Silva (2014), Lopes (2015), Pires (2017), Santos (2017), Silva (2018), Alves (2018), Batista (2018), Rosas (2018) e Soares (2018).

Em Sá e Salgado (2011) temos os resultados de um estudo que mostrou os estudantes em aulas de matemática desenvolvidas por meio de atividades com calculadora produziam conclusões sobre o modo de operar com os números inteiros que eram válidas quando comparadas com as respectivas regras, enunciadas em livros didáticos.

Neste artigo apresentamos os resultados de uma pesquisa que teve como objetivo analisar a validade de conclusões produzidas por estudantes sobre critérios de divisibilidade a partir de atividades de redescoberta.

O ensino de matemática por atividades

O ensino de Matemática por atividades é uma tendência de ensino que aponta uma proposta que permite que o estudante seja o elaborador do seu próprio conhecimento, o ajudando assim a entender alterações que lhes auxiliarão a construir sua própria ação de pensamento. De acordo com Sá (2019), o ensino de matemática por atividades tem características dentre as quais podemos enumerar:

- 1) é diretivo, ou seja, segue um conjunto de orientações;
- 2) tem compromisso com o conteúdo trabalhado;
- 3) tem compromisso com o desenvolvimento de habilidades que vão além do conteúdo trabalhado;
- 4) é organizado;
- 5) é sequencial;
- 6) não está necessariamente associado à resolução de problemas;
- 7) leva em conta os conhecimentos prévios dos estudantes;
- 8) os resultados são institucionalizados ao final das atividades realizadas;
- 9) é imprescindível a participação do professor;

10) é conveniente para formação de conceitos e acesso a resultados operacionais ou algorítmicos;

11) é participativo entre estudantes e professor.

Quanto ao objetivo, o ensino de Matemática por atividades pode ser realizado por dois tipos básicos de atividade: conceituação ou redescoberta.

Nesse sentido, uma atividade de conceituação tem por objetivo levar o estudante a perceber a ocorrência de determinado tipo de situação/tipo de objeto matemático. A definição deste objeto percebido é o objetivo da atividade de conceituação. Uma atividade de redescoberta tem por objetivo levar o estudante a descobrir uma relação ou propriedade relativa a um dado objeto ou operação matemática. Uma atividade de redescoberta não representa uma demonstração de um resultado matemático, mas sim a ocasião da investigação do objeto que precede a demonstração do resultado.

As atividades que utilizamos são de redescoberta, daremos ênfase aos momentos de elaboração dos tipos de atividades de redescoberta, que segundo Sá (2019), são os seguintes:

1º) **organização:** Neste momento a turma deve ser, preferencialmente, organizada em grupos com no máximo 4 estudantes e no mínimo 2 estudantes. Porém podendo também ocorrer de forma individual o que não é muito recomendável devido ao fato de não estimular a troca de ideias que é fundamental para o processo de aprendizagem. Esta organização deve ser feita, preferencialmente, de forma espontânea onde o professor deve conduzir as ações, orientando na formação das equipes sem determinações, além de demonstrar segurança e que planejou com cuidado a atividade, e evitar que os estudantes desperdicem tempo com ações alheias a organização da turma.

2º) **Apresentação:** Neste momento, cabe ao professor distribuir o material necessário para a realização da atividade incluindo o roteiro da mesma. O roteiro pode ser impresso ou disponibilizado no quadro o que vai depender das condições estruturais da escola. Para atividades com procedimento mais longo é recomendável que o roteiro seja viabilizado de forma escrita com intuito de economizar tempo. Esse material deve estar organizado em kits para facilitar a distribuição do material. Este procedimento evita o desperdício de tempo. O esperado por parte dos estudantes é a atenção às orientações apresentadas.

3º) **Execução:** Este momento corresponde à fase da experimentação quando o estudante manipula os materiais, realiza medidas e/ou cálculo, compara e/ou examina. Neste momento, numa aula em que é utilizado o ensino por atividades, deseja-se que cada grupo realize os procedimentos determinados para a atividade. O professor neste momento deve deixar os grupos trabalharem com liberdade, supervisiona o desenvolvimento das ações e auxilia nas dúvidas quando solicitado, e/ou percebe possíveis dificuldades de execução, que possam surgir em cada grupo no ocorrer da realização do processo. Os estudantes neste momento devem procurar seguir as instruções determinadas no roteiro da atividade, sem conversas paralelas ou atenção para assuntos alheios a atividade. Também devem evitar abandonar o grupo e/ ou ficar visitando outros grupos.

Os estudantes devem ter a oportunidade de atuar no sentido de alcançar os resultados desejados, porém também devem receber orientações cuidadosas quando

tiverem dificuldades ou dúvidas para realizar alguma ação prevista na atividade. As orientações devem ser claras e precisas para permitir o prosseguimento da atividade sem constrangimento dos estudantes. Quando uma pergunta ou dúvida salientar que sua origem é fruto de uma falha das orientações contidas no procedimento ou da confecção do material a ser utilizado o professor deve imediatamente socializar com a turma o fato e apresentar uma orientação que contorne o ocorrido e permita o prosseguimento da atividade, se possível. Esse tipo de situação pode ser evitado, com um planejamento cuidadoso da atividade.

4º) Registro: Este momento corresponde à sistematização das informações. Neste instante deseja-se que cada grupo registre as informações obtidas durante a execução das determinações no respectivo espaço destinado no roteiro. O professor durante a realização do registro deve monitorar o desenvolvimento das ações e auxiliar eliminando as possíveis dúvidas que possam ocorrer durante o processo. O ideal é que o roteiro da atividade contenha espaço adequado para o registro das informações produzidas durante o momento da execução. Isto facilita o registro e evita o gasto de tempo neste momento.

5º) Análise: É o momento em que se deseja que cada grupo analise as informações que foram registradas e descubra uma relação válida entre tais informações. Este instante é fundamental para o bom desenvolvimento da atividade devido, ser o momento em que os estudantes deverão ter o primeiro acesso a informação desejada pelo professor. Quando durante a verificação alguma equipe apresentar dificuldade para perceber uma relação válida a partir das informações registradas o professor deverá auxiliar o grupo por meio da formulação de questões que orientem os membros de tal equipe a perceberem uma relação válida. Esta ocasião corresponde a análise dos resultados do experimento. Este é o instante que deve ser concluído com a elaboração de uma conclusão formulada pelo grupo ou participante da atividade.

6º) Institucionalização: é o momento em que será produzida a conclusão oficial da turma a partir das constatações que cada grupo elaborou no momento da análise. O momento da institucionalização corresponde a grosso modo ao instante da elaboração das considerações finais de um trabalho científico. O exposto elaborado na primeira atividade realizada por uma turma sem experiência com o ensino por atividades costuma não atender as condições de um texto convincente. É muito normal que os estudantes reproduzam na conclusão a relação obtida no momento da observação. Isto não é motivo de grandes preocupações devido ser uma consequência da pouca experiência dos aprendizes em realizarem atividades que solicitem a elaboração de textos conclusivos.

Para Sá (2019), o professor, independente de como sejam as conclusões elaboradas pelos grupos, deve solicitar que um representante de cada um se dirija ao quadro e registre a conclusão elaborada pela sua equipe. Após analisar as conclusões registradas, o professor deve perguntar as equipes quais das conclusões apresentadas permitem a alguém que não participou de tal atividade entender a relação estabelecida. Este momento é oportuno para que o professor faça considerações sobre as características de uma conclusão. Finalmente o professor pode elaborar junto com a turma uma conclusão que permita a alguém que não participou de tal atividade entender a relação estabelecida.

Metodologia

O experimento foi desenvolvido em uma escola pública municipal localizada no Município de São João de Pirabas no nordeste paraense, contando com a participação de 12 estudantes de uma turma do 6º ano do ensino fundamental. Para o desenvolvimento do experimento seguimos as seguintes etapas: **diagnóstico, aplicação das atividades e análise dos resultados.**

Diagnóstico

O diagnóstico da turma foi realizado por meio de um questionário sócio econômico que teve por objetivo colher informações pessoais dos estudantes, bem como informações relacionadas aos conhecimentos matemáticos dos mesmos, incluindo a temática proposta por este artigo, no caso alguns critérios de divisibilidade como: os critérios de divisibilidade por dois, cinco, dez, quatro e oito.

A análise dos resultados da sistematização das informações obtidos pela aplicação do questionário, mostrou que a maioria dos estudantes consultados gostavam de Matemática, embora terem informado que só às vezes entendiam as explicações e sentiam-se interessados pelas aulas; só estudavam no período de avaliações, mesmo não trabalhando para ajudar em casa; recebiam a ajuda familiar nas tarefas de Matemática; só às vezes conseguiam relacionar os conteúdos matemáticos com o cotidiano; diziam que as aulas de Matemática desenvolviam-se através de definição de conceitos, exemplos e exercícios ; que o professor os avaliava através de provas e testes semanais; gostavam da explicação do professor e se sentiam-se tranquilos diante de uma avaliação em Matemática. Os dados supramencionados foram imprescindíveis para aplicação do experimento, pois proporcionaram um diagnóstico dos estudantes que tomamos por base para subsidiar a condução das atividades.

Aplicação das atividades

As atividades foram desenvolvidas em três encontros, onde o primeiro teve início às 07:30h e término às 08:10, no qual foram trabalhados os critérios de divisibilidade por dois e o por dez. Nesse dia notamos a surpresa por parte dos estudantes ante a proposta da atividade, algo que consideramos natural, pelo fato de os mesmos nunca terem trabalhado com uma metodologia dessa natureza.

Antes da aplicação das atividades, solicitamos que os estudantes se organizassem em seis grupos de duas pessoas cada. Os grupos foram formados pelos próprios estudantes sem maiores problemas. Na realização do experimento foi entregue a cada grupo uma folha contendo a atividade, e uma calculadora que seria usada como recurso didático, a partir daí orientamos os grupos no sentido de como deveriam preencher as fichas e para fazerem as devidas observações. Os grupos responderam aos questionamentos da ficha, e, logo em seguida, foram orientados a conversar entre si no sentido de fazerem observações sobre o que tinham acabado de realizar.

Após concluído esse momento, solicitamos que um representante de cada grupo fizesse a socialização no quadro branco do que haviam observado e concluído sobre a atividade, provocando desta forma uma discussão geral. Em seguida realizamos a

institucionalização dos critérios trabalhados, os quais foram escritos no quadro branco, a fim de que todos pudessem copiar em seus cadernos.

No segundo encontro, que teve início às 07:30h e término às 9:00h, trabalhamos a atividade relacionada ao critério de divisibilidade por cinco. Neste dia, notamos os estudantes mais familiarizados com a atividade e bem mais confiantes no que deveriam fazer, o que nos exigiu poucas orientações para a execução, registro e análise da mesma. Após esses momentos, solicitamos novamente que um estudante do grupo socializasse no quadro branco o que haviam observado e concluído, gerando assim uma discussão geral entre os grupos, por fim realizamos a institucionalização do critério.

No terceiro encontro, que teve início às 07:30h e término às 09:00h, trabalhamos as atividades relacionadas aos critérios de divisibilidade por quatro e por oito, onde os estudantes não mostraram nenhuma dificuldade em relação aos procedimentos a serem seguidos para o preenchimento da atividade, onde no término um estudante de cada grupo, como de costume, fez a socialização no quadro branco para logo em seguida fazermos a institucionalização dos critérios. Vale ressaltar que após cada atividade, foram propostas questões no sentido de fazer a fixação do conteúdo trabalhado, onde os estudantes apresentaram desempenho bastante satisfatório.

Análise dos resultados

Para realizarmos a análise dos resultados usamos as observações e conclusões que foram socializadas pelos estudantes no momento da análise, fazendo a comparação com o resultado constante dos livros didáticos a seguir:

- 1) **Matemática na medida certa** de Marília Centurión e José Jakubovic (Jakubo).
- 2) **Matemática: ideias e desafios** de Iracema Mori.
- 3) **Praticando Matemática** de Álvaro Andrini e Maria José Vasconcelos.
- 4) **Matemática: Fazendo a diferença** de José Roberto Bonjorno, Ayrton Olivares, Regina Azenha Bonjorno e Tânia Gusmão.

A primeira atividade desenvolvida foi a relacionada ao critério de divisibilidade por dois e que teve a participação de todos os estudantes.

A atividade 1 que é uma atividade de redescoberta, é uma adaptação de atividade proposta em Mendes e Sá (2006, p.45). O Quadro 1 apresenta o roteiro da Atividade 1

Quadro 1– Roteiro da Atividade Experimental 1**Atividade 1**

Título: Divisibilidade por dois

Objetivo: Descobrir uma maneira de identificar quando um número é divisível por dois, sem realizar a divisão.

Material: Roteiro da atividade, lápis ou caneta e máquina de calcular.

Procedimento:

- Verifique, com o auxílio da calculadora, se os números dados são divisíveis por 2;
- Com as informações obtidas preencha o quadro a seguir

| Número | O número é par? | | O número é divisível por 2? | |
|--------|-----------------|-----|-----------------------------|-----|
| | Sim | Não | Sim | Não |
| 72 | | | | |
| 83 | | | | |
| 96 | | | | |
| 114 | | | | |
| 125 | | | | |
| 230 | | | | |
| 425 | | | | |
| 508 | | | | |
| 5579 | | | | |
| 1274 | | | | |

Observação:

Conclusão:

Fonte: Castro, Silva e Sá (2019)

Os autores dos livros didáticos, usados como referência, apresentam os seguintes enunciados em relação ao critério de divisibilidade por dois:

- 1) Centurión e Jakubovic (2010, p.97): “Um número natural é divisível por dois quando é par”.
- 2) Mori (2015, p.113): “Um número natural é divisível por 2 quando ele é um número par”.
- 3) Andrini e Vasconcelos (2012, p. 89): “Todo número par é divisível por 2”.
- 4) Bonjorno et al (2009, p.119): “um número é divisível por 2 quando o algarismo das unidades for 0, 2, 4, 6 ou 8”.

As conclusões dos estudantes para a Atividade 1 estão no Quadro 2.

Quadro 2 – Comparação das Conclusões elaboradas para Atividade 1 com livro didático

| Grupo | Conclusão | Autor comparado | Validade |
|--------------|---|---|-----------------|
| 1 | “Nós concluímos que todo número que dava par era sempre divisível por dois” | Andrini e Vasconcelos (2012); Centurión e Jakubovic (2010); e Mori (2015). | Válida |
| 2 | “Nossa conclusão foi que a mesma resposta da primeira pergunta foi igual a segunda” | Andrini e Vasconcelos (2012); Centurión e Jakubovic (2010); Mori (2015) e Bonjorno et al (2009) | Inválida |
| 3 | “Nós concluímos que podemos saber se o número é divisível por 2 se ele for par”. | Andrini e Vasconcelos (2012); Centurión e Jakubovic (2010); e Mori (2015) | Válida |
| 4 | “Todo número que é par é divisível por dois” | Andrini e Vasconcelos (2012); Centurión e Jakubovic (2010); e Mori (2015) | Válida |
| 5 | “Nós concluímos que os números pares sempre são divisíveis por 2”. | Andrini e Vasconcelos (2012); Centurión e Jakubovic (2010); e Mori (2015) | Válida |
| 6 | “Nós concluímos que todos os números pares sempre serão divisíveis por 2”. | Andrini e Vasconcelos (2012); Centurión e Jakubovic (2010); e Mori (2015) | Válida |

Fonte: Castro, Silva e Sá (2019)

Da análise dos resultados do Quadro 2 permite concluir que a maioria dos grupos conseguiu produzir conclusões válidas a respeito da divisibilidade de um número natural por 2 após a realização da Atividade 1.

A Atividade 2 foi relacionada ao critério de divisibilidade por 10 tem seu roteiro no Quadro 3.

Quadro 3– Roteiro da Atividade Experimental 2

| Atividade 2 | | | | |
|--|------------------------------|-----|------------------------|-----|
| Título: Divisibilidade por dez | | | | |
| Objetivo: Descobrir um critério de divisibilidade por dez. | | | | |
| Material: Papel, lápis ou caneta e máquina de calcular. | | | | |
| Procedimento | | | | |
| •Verifique, com o auxílio da calculadora, se os números dados são divisíveis por 10; | | | | |
| •Com as informações obtidas preencha o quadro a seguir | | | | |
| Número | O número é divisível por 10? | | O número termina em 0? | |
| | Sim | Não | Sim | Não |
| 20 | | | | |
| 26 | | | | |
| 40 | | | | |
| 100 | | | | |
| 325 | | | | |
| 13140 | | | | |
| 20425 | | | | |
| 32420 | | | | |
| 40628 | | | | |
| 45680 | | | | |
| Observação: | | | | |
| Conclusão: | | | | |

Fonte: Castro, Silva e Sá (2019)

Os autores dos livros didáticos, usados como referência, apresentam os seguintes enunciados em relação ao critério de divisibilidade por dez:

- 1) Centurión e Jakubovic (2010, p.97): “Um número natural é divisível por 10 quando termina em 0”.
- 2) Mori (2015): “Um número natural é divisível por 10 quando ele terminar em zero” (p.114).
- 3) Andrini e Vasconcelos (2012): “Um número é divisível por 10 quando o algarismo das unidades é zero” (p.89).
- 4) Bonjorno et al (2009): “um número é divisível por 10 quando termina em 0” (p. 119).

O Quadro 4 apresenta as conclusões elaboradas pelos grupos.

Quadro 4 – Comparação das Conclusões da Atividade 2 com livro didático

| Grupo | Conclusão | Autor comparado | Validade |
|--------------|---|--|-----------------|
| 1 | “Nós concluímos que todo número que termina em zero era divisível por dez” | Andrini e Vasconcelos (2012); Centurión e Jakubovic (2010); e Mori (2015). | Válida |
| 2 | “Minha conclusão foi que os primeiros tinham os mesmos resultados que a segunda pergunta” | Andrini e Vasconcelos (2012); Centurión e Jakubovic (2010); e Mori (2015). | Inválida |
| 3 | “Nós concluímos que a maioria é divisível por 10”. | Andrini e Vasconcelos (2012); Centurión e Jakubovic (2010); e Mori (2015). | Inválida |
| 4 | “Todo número que termina em zero é divisível por dez” | Andrini e Vasconcelos (2012); Centurión e Jakubovic (2010); e Mori (2015). | Válida |
| 5 | “Nós concluímos que os números que terminavam em zero dava por dez”. [Sic] | Andrini e Vasconcelos (2012); Centurión e Jakubovic (2010); e Mori (2015). | Válida |
| 6 | “Concluímos que a maioria terminava em zero e dava por dez”. | Andrini e Vasconcelos (2012); Centurión e Jakubovic (2010); e Mori (2015). | Inválida |

Fonte: Castro (2019)

A análise dos resultados do Quadro 4 permite concluir que a metade dos grupos produziu conclusões válidas quando comparadas com os enunciados registrados nos livros didáticos.

Durante o planejamento da Atividade 2 foi esperado que o total de conclusões válidas aumentaria em relação à Atividade 1. Entretanto, os resultados produzidos não concretizaram tal previsão. Nossa análise da realização da Atividade 2 indicou que durante a realização da mesma não demos a devida atenção na direção de auxiliar os grupos a direcionarem a atenção para as condições para que um número natural seja divisível por 10

no momento da análise dos resultados. Este fato pode justificar a ocorrência do total de conclusões válidas não ter aumentado como fora previsto.

A Atividade 3 que foi relacionada ao critério de divisibilidade por cinco tem seu roteiro no Quadro 5.

Quadro 5– Roteiro da Atividade Experimental 3

| Atividade 3 | | | | | | |
|---|-----------------------------|-----|------------------------|-----|------------------------|-----|
| Título: Divisibilidade por cinco | | | | | | |
| Objetivo: Descobrir um critério de divisibilidade por 5. | | | | | | |
| Material: Papel, lápis ou caneta e máquina de calcular. | | | | | | |
| Procedimento: | | | | | | |
| •Verifique, com o auxílio da calculadora, se os números dados são divisíveis por 5; | | | | | | |
| •Com as informações obtidas preencha o quadro a seguir | | | | | | |
| Número | O número é divisível por 5? | | O número termina em 0? | | O número termina em 5? | |
| | Sim | Não | Sim | Não | Sim | Não |
| 165 | | | | | | |
| 380 | | | | | | |
| 563 | | | | | | |
| 246 | | | | | | |
| 420 | | | | | | |
| 647 | | | | | | |
| 1231 | | | | | | |
| 5108 | | | | | | |
| 10715 | | | | | | |
| 9880 | | | | | | |

Observação:

Conclusão:

Fonte: Castro, Silva e Sá (2019)

Os autores dos livros didáticos, usados como referência, apresentam os seguintes enunciados em relação ao critério de divisibilidade por cinco:

- 1) Centurión e Jakubovic (2010): “Um número natural é divisível por 5 quando termina em 0 ou 5 ” (p.97).
- 2) Mori (2015): “Um número natural é divisível por 5 quando ele termina em zero ou em cinco” (p.114).
- 3) Andrini e Vasconcelos (2012): “Um número é divisível por 5 quando o algarismo das unidades é zero ou cinco” (p.89).
- 4) Bonjorno et al (2009): “um número é divisível por 5 quando o algarismo das unidades for 0 ou 5” (p. 119).

O Quadro 6 apresenta as conclusões elaboradas pelos grupos.

Quadro 6 – Comparação das Conclusões da Atividade 3 com livro didático

| Grupo | Conclusão | Autor comparado | Validade |
|--------------|--|--|----------------------------|
| 1 | “Nós concluímos que quando um número era divisível por cinco sempre dava cinco ou zero”. | Andrini e Vasconcelos (2012); Centurión e Jakubovic (2010); e Mori (2015). | Válida |
| 2 | “Minha conclusão foi que os divisíveis por cinco eram números como 165, 380 etc. | Andrini e Vasconcelos (2012); Centurión e Jakubovic (2010); e Mori (2015). | Parcialmente válida |
| 3 | “Concluimos que termina mais em zero do que cinco”. | Andrini e Vasconcelos (2012); Centurión e Jakubovic (2010); Mori (2015) e Bonjorno et al (2009). | Inválida |
| 4 | “Nós concluímos que todo número que termina em cinco ou zero é divisível por cinco”. | Andrini e Vasconcelos (2012); Centurión e Jakubovic (2010); e Mori (2015). | Válida |
| 5 | “Nós concluímos que é divisível por 5 pois termina em 5”. | Andrini e Vasconcelos (2012); Centurión e Jakubovic (2010); Mori (2015) e e Bonjorno et al (2009). | Parcialmente válida |
| 6 | “Concluimos que a maioria terminava em 0 ou 5”. | Andrini e Vasconcelos (2012); Centurión e Jakubovic (2010); Mori (2015) e Bonjorno et al (2009). | Inválida |

Fonte: Castro (2019)

A análise do Quadro 6 indica que a realização da Atividade 3 novamente produziu conclusões válidas e inválidas, sendo que as válidas foram maioria quando consideramos as conclusões parcialmente válidas. As conclusões inválidas mostraram que o professor

durante o ensino por atividades deve ficar atento ao que está sendo elaborado pelas equipes no momento da análise. Se o professor constatar que os participantes estão produzindo conclusões a partir da análise dos resultados sem focar no objetivo da Atividade deve neste momento direcionar a análise tendo o objetivo como referência. Em nossa opinião a falta de direcionamento ao objetivo levou a produção das conclusões inválidas.

A Atividade Experimental 4 foi dedicada ao critério de divisibilidade por quatro, o Quadro 6 apresenta o seu roteiro.

Quadro 7 – Roteiro da Atividade Experimental 4

| Atividade 4 | | | | | | |
|--|-----------------------------|-----|-------------------------|-----|--|-----|
| Título: Divisibilidade por 4 | | | | | | |
| Objetivo: Descobrir um critério de divisibilidade por 4. | | | | | | |
| Material: Papel, lápis ou caneta e máquina de calcular (optativa). | | | | | | |
| Procedimento: •Verifique, com o auxílio da calculadora, se os números dados são divisíveis por 4; | | | | | | |
| •Com as informações obtidas preencha o quadro a seguir | | | | | | |
| Número | O número é divisível por 4? | | O número termina em 00? | | Os dois últimos algarismos do número formam um número divisível por 4? | |
| | Sim | Não | Sim | Não | Sim | Não |
| 300 | | | | | | |
| 932 | | | | | | |
| 1000 | | | | | | |
| 1300 | | | | | | |
| 4158 | | | | | | |
| 7813 | | | | | | |
| 8991 | | | | | | |
| 9998 | | | | | | |
| 19990 | | | | | | |
| 23456 | | | | | | |
| Observação: | | | | | | |
| Conclusão: | | | | | | |

Fonte: Castro, Silva e Sá (2019)

Os autores dos livros didáticos, usados como referência, apresentam os seguintes enunciados em relação ao critério de divisibilidade por quatro:

- 1) Centurión e Jakubovic (2010, p. 99): “Um número natural será divisível por 4 se o número formado pelos algarismos das dezenas e das unidades é divisível por 4”.
- 2) Mori (2015, p. 114): “Um número natural é divisível por 4 quando o número formado pelos algarismos das dezenas e das unidades simples desse número é divisível por 4”.

- 3) Andrini e Vasconcelos (2012, p. 90): “Um número é divisível por 4, se o número terminar em 00, ou se os dois últimos algarismos da direita formam um número divisível por 4”.
- 4) Bonjorno et al (2009,p. 121): “um número é divisível por 4 se terminar em 00 ou se os dois últimos algarismos da direita, juntos, formarem um número divisível por 4”.

No Quadro 8 estão as conclusões elaboradas pelos grupos.

Quadro 8 – Comparação das Conclusões da Atividade 4 com livro didático

| Grupo | Conclusão | Autor comparado | Validade |
|--------------|---|---|------------------------------|
| 1 | “O quatro só pode ser divisível quando o número tem dois zeros ou quando a soma de seus últimos algarismos dá um número divisível por 4”. | Andrini e Vasconcelos (2012); Bonjorno et al (2009) | Inválida |
| 2 | “A minha conclusão foi que quando o número é dividido quando o número termina em quatro em zero”. | Andrini e Vasconcelos (2012); Bonjorno et al (2009) | Inválida |
| 3 | “A minha conclusão que é divisível quando termina em quatro ou dois zeros”. | Andrini e Vasconcelos (2012); Bonjorno et al (2009) | Parcialmente Válida |
| 4 | “Quando os dois últimos algarismos forem divisível por 4”. | Andrini e Vasconcelos (2012); Bonjorno et al (2009) | Parcialmente Válida |
| 5 | “Nós concluimos que o número dividido por quatro quando o número termina em zero”. | Andrini e Vasconcelos (2012); Bonjorno et al (2009) | Parcialmente e válida |
| 6 | “Nós concluimos quando um número é divisível por quatro quando o número termina em zero”. | Andrini e Vasconcelos (2012); Bonjorno et al (2009) | Parcialmente válida |

Fonte: Castro (2019)

A análise do Quadro 8 indica que para o critério de divisibilidade por 4 os participantes não elaboraram conclusões válidas, somente foram produzidas quatro conclusões parcialmente válidas e duas inválidas. Este fato pode ser explicado pela característica do enunciado do critério de divisibilidade por 4 de ser composto por duas possibilidades de um número ser divisível por 4. Mais uma vez fica explícita a necessidade de atenção por parte do docente ao momento da análise dos resultados da atividade para tentar auxiliar os participantes no sentido de não deixarem de lado aspectos importantes dos resultados obtidos que são indispensáveis para a produção de uma conclusão válida, esperada e desejada.

A seguir apresentamos a quinta atividade e seus resultados:

Quadro 9– Roteiro da Atividade Experimental 5

Atividade 5

Título: Divisibilidade por 8

Objetivo: Descobrir um critério de divisibilidade por 8.

Material: Papel, lápis ou caneta e máquina de calcular.

Procedimento: •Verifique, com o auxílio da calculadora, se os números dados são divisíveis por 8;

•Com as informações obtidas preencha o quadro a seguir

| Número | O número é divisível por 8? | | O número termina em 000? | | O número formado pelos três últimos algarismos do número é divisível por 8? | |
|--------|-----------------------------|-----|--------------------------|-----|---|-----|
| | Sim | Não | Sim | Não | Sim | Não |
| 1000 | | | | | | |
| 3120 | | | | | | |
| 5410 | | | | | | |
| 2000 | | | | | | |
| 4775 | | | | | | |
| 10000 | | | | | | |
| 1688 | | | | | | |
| 10240 | | | | | | |
| 6308 | | | | | | |
| 9814 | | | | | | |

Observação:

Conclusão:

Fonte: Castro, Silva e Sá (2019)

O critério divisibilidade por oito de autores dos livros didáticos, usados como referência, estão registrados no Quadro 9.

Quadro 10 – O critério de divisibilidade por oito em livros didáticos

| Autor | Critério de divisibilidade por oito |
|------------------------------|---|
| Centurión e Jakubovic (2010) | “Um número será divisível por 8 se o número formado pelos algarismos das centenas, dezenas e unidades é divisível por 8” (p.100). |
| Mori (2015) | “Um número natural é divisível por 8 quando o número formado pelos algarismos das centenas, dezenas e unidades simples desse número é divisível por 8” (p.117). |
| Andrini e Vasconcelos (2012) | “Um número é divisível por 8 quando termina em 000 ou quando o número formado pelos seus três últimos algarismos da direita é divisível por 8” (p.90). |

| | |
|-----------------------|--|
| Bonjorno et al (2009) | “Um número natural é divisível por 8 se terminar em 000 ou se os três últimos algarismos da direita, juntos, formarem um número divisível por 8” (p. 121). |
|-----------------------|--|

Fonte: Pesquisa bibliográfica (2019)

O Quadro 11 apresenta as conclusões produzidas para a Atividade 5.

Quadro 11 – Comparação das Conclusões da Atividade 5 com livro didático

| Grupo | Conclusão | Autor comparado | Validade |
|--------------|---|--|-------------------------------|
| 1 | “O número é divisível por oito quando termina em 000 ou quando os três últimos números formarem um número divisível por oito”. | Andrini e Vasconcelos (2012) e Bonjorno et al (2009) | Válida |
| 2 | “Um número é dividido por oito quando termina em 3 zeros ou quando os 3 algarismos formam o número dividido por 8”. | Andrini e Vasconcelos (2012) e Bonjorno et al (2009) | Válida |
| 3 | “Concluimos que um número é divisível por oito quando termina em três zero ou quando um número forma número divisível por oito”. | Andrini e Vasconcelos (2012) e Bonjorno et al (2009) | Parcialment e válida |
| 4 | “Um número é divisível por 8 quando termina em 3 zeros ou quando os 3 últimos algarismos formar um número divisível por 8”. | Andrini e Vasconcelos (2012) e Bonjorno et al (2009) | Válido |
| 5 | “Nós concluimos que o número é divisível por oito quando ele terminar em 3 zeros ou quando o número formado da pra dividir por oito”. | Andrini e Vasconcelos (2012) e Bonjorno et al (2009) | Parcialment e e válido |
| 6 | “O número é divisível por oito quando termina em três zeros ou quando os 3 últimos algarismos formarem número divisível por oito”. | Andrini e Vasconcelos (2012) e Bonjorno et al (2009) | Válido |

Fonte: Castro (2019)

A análise dos resultados do Quadro 11 permite concluir que ao contrário da Atividade 4 as conclusões da Atividade 5 tiveram o predomínio de conclusões válidas e parcialmente válidas, com o predomínio das conclusões válidas, sem o registro de conclusões inválidas.

Esta diferença de resultados creditamos a atenção que foi dada de nossa parte ao momento da análise dos resultados da Atividade e também aos comentários que foram realizados no momento da institucionalização da Atividade 4.

Quadro 12– Distribuição da validade das conclusões por atividade

| Validade | Atividades | | | | | Total |
|------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|-------|
| | Atividade1 | Atividade2 | Atividade3 | Atividade4 | Atividade5 | |
| Válida | 5 | 3 | 2 | --- | 4 | 14 |
| Parcialmente válida | --- | --- | 2 | 4 | 2 | 10 |
| Inválida | 1 | 3 | 2 | 2 | --- | 8 |
| Não elaborou conclusão | --- | --- | --- | --- | --- | --- |

Fonte: Castro (2019)

A análise do Quadro 12 indica que a validade das conclusões elaboradas teve variação de atividade para atividade, com a presença de constante da validade, mesmo que parcial, em cada uma delas. Fato que não ocorreu com a invalidade de conclusões. Outro registro que consideramos importante realizar é que em todas as atividades sempre foram elaboradas conclusões, isto demonstrou o envolvimento dos participantes na realização das tarefas propostas. Também é possível perceber que o total de conclusões válidas em termos absolutos foi maior que os totais de conclusões parcialmente válidas e inválidas.

Considerações finais

A problemática orientadora do estudo cujos resultados aqui foram apresentados foi o seguinte: O ensino dos critérios de divisibilidade por meio de atividades permite ao estudante descobrir e enunciar regras válidas sobre o assunto sem que o professor as tenha apresentado previamente?

Com base nos resultados apresentados a resposta para esta questão não pode ser apresentada de maneira absoluta e única, mas sim em enfoques diferentes.

Em primeiro lugar os resultados indicaram que foi possível produzir conclusões válidas sobre os critérios de divisibilidade sem a apresentação prévia do assunto pelo professor com a ressalva de que há oscilação entre a frequência de conclusões válidas, parcialmente válidas e inválidas a depender do critério trabalhado.

Em segundo lugar a produção de conclusões válidas tendeu a ocorrer de forma maioritária.

Desse modo podemos afirmar que o ensino dos critérios de divisibilidade por meio de atividades mostrou-se viável, vale ressaltar que o mesmo exige pouco esforço por parte do docente e dos discentes para produzirem enunciados válidos sobre o assunto.

O estudo aqui apresentado tem a limitação de ter sido realizado com apenas uma turma. Entretanto, os resultados obtidos indicaram a possibilidade de replicação do mesmo em outras turmas sem grandes problemas.

A replicação do estudo em tela certamente apontará os aspectos do processo de ensino que necessitam de aperfeiçoamento para que os resultados produzidos sejam ainda mais significativos do que os aqui apresentados.

Os resultados que foram obtidos neste experimento demonstraram que os estudantes são capazes de participar ativamente do processo de aquisição do conhecimento matemático desde que lhes sejam oferecidas condições para tal, sempre com a participação do professor para realizar a mediação necessária visando o alcance do objetivo de cada atividade.

Referências

ALVES, Kamilly Suzany Felix. **O ensino de frações por atividades**. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018.

ANDRINI, Álvaro; VASCONCELOS, Maria José. *Praticando Matemática- 3ª ED.* Renovada, São Paulo: editora do Brasil, 2012.

BATISTA, Jakelline de Aquino. **O ensino de proporcionalidade por atividades**. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018.

BONJORNO, José Roberto...[et al]. *Fazendo a diferença*. São Paulo: FTD, 2009.

CASTRO, Sandro Benicio Goulart, SILVA, Ana Kelly Martins da e SÁ, Pedro Franco de. **O ensino de divisibilidade de números naturais por atividades**. Belém: PMPem-UEPA, 2019.

CENTURIÓN, Marília Ramos; JAKUBOVIC, José. **Matemática na medida certa**, São Paulo: Scipione, 2010.

GOMES, Rosana Pereira. **O Ensino das Relações Trigonométricas no triângulo por Atividades**. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade do Estado do Pará. Belém, 2013.

GRAÇA, Vagner Viana da. **O ensino de problemas do 1º grau por atividades**. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade do Estado do Pará, Belém, 2011.

JUCÁ, Rosineide de Souza. **Uma sequência didática para o ensino das operações com os números decimais**. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade do Estado do Pará, Belém, 2008.

LOPES, Adrielle Mendello. **O ensino de radicais por atividades**. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade do Estado do Pará. Belém, 2015.

MENDES, Iran Abreu; SÁ, Pedro Franco de. **Matemática por Atividades: Sugestões para a sala de aula**. Natal: Flecha do tempo, 2006.

MOREIRA, Ivanete Maria Barroso. **O ensino de operações envolvendo frações com a calculadora**. Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade do Estado do Pará, Belém, 2010.

MORI, Iracema. *Matemática: Ideias e desafios*, 18ª ed- São Paulo: Saraiva. 2015.

PAULA, Andrey Patrick Monteiro de. **O ensino de áreas de figuras planas por atividades.** Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade do Estado do Pará, Belém, 2011.

PIRES, Elise Cristina Pinheiro da Silva. **O ensino de geometria analítica por atividades.** Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade do Estado do Pará, Belém, 2017.

ROSAS, Leonardo da Silva. **Ensino de Análise combinatória por Atividades.** Dissertação (Mestrado profissional em Ensino de Matemática), Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018.

SÁ, P.F. e SALGADO, R. C. da S.. A construção das regras operatórias dos números inteiros com a calculadora. **EM TEIA** – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana – vol. 2, número 3, 1-16, 2011.

SÁ, Pedro Franco de. **Possibilidades do ensino de matemática por atividades.** Belém: IFPA, 2019.

SANTOS, Neusa de Oliveira. **O ensino de potenciação por atividades.** Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade do Estado do Pará. Belém, 2017.

SILVA, Diego Cunha da. O ensino de função afim por atividades: experiência em uma escola pública do estado do Pará. Dissertação (Mestrado profissional em Ensino de Matemática), Universidade do Estado do Pará, Belém, 2018.

SILVA, Silvio Tadeu Teles da. **O Ensino das Funções Exponencial e Logarítmica por Atividades.** Dissertação (Mestrado em Educação), Universidade do Estado do Pará. Belém, 2014.

SOARES, Marcel Brito. **O ensino de probabilidade por atividades.** Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática), Universidade do Estado do Pará. Belém, 2018.

Sandro Benício Goulart Castro
Universidade do Estado do Pará
SEDUC-PA

São João de Pirabas
SEMED
E-mail: sandrobeniciogoulart@gmail.com

Ana Kelly Martins da Silva
Universidade do Estado do Pará
SEMED