Rematec
Revista Matemática, Ensino e Cultura

Uma reconstrução do antigo instrumento matemático *esquadro móvel*

Andressa Cesana[1]
Universidade Federal do Espírito Santo

Fumikazu Saito[2]
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

RESUMO
Neste trabalho propomos e analisamos a reconstrução do *esquadro móvel*, um antigo instrumento matemático do século XVI, seguindo de perto as concepções de Saito e Dias (2011, 2013), Saito e Pereira (2019) e Saito (2019). Buscamos mapear os conhecimentos matemáticos que podem ser mobilizados na sua reconstrução e identificar elementos potencialmente didáticos e/ou pedagógicos. Concluímos que o processo de reconstrução nos dá indícios da mobilização de diferentes conhecimentos que estão incorporados no instrumento propiciando a construção de interface entre história e ensino de matemática. Além de fornecer interessantes *insights* que podem se afigurar como recursos para o desenvolvimento de atividades para o ensino de matemática, a reconstrução demonstrou ser bastante profícua para promover ações que auxiliem o professor a sobrelevar o processo de construção do conhecimento matemático.
Palavras-chave: Reconstrução; Instrumento matemático antigo; Conhecimentos matemáticos; Potencialidades didáticas e pedagógicas.

A reconstruction of the *mobile square* old mathematical instrument

ABSTRACT
In this work, the reconstruction of *mobile square*, an old mathematical instrument from the XVI century, is analyzed following closely Saito and Dias' (2011, 2013), Saito and Pereira's (2019) and Saito's (2019) conceptions. Our research aims to map mathematician knowledge that can be mobilized on its reconstruction and to point out potentially didactic and pedagogical advantages. We concluded that the reconstruction process gives us evidence on the mobilization of different knowledge that are incorporated in the instrument, providing the construction of an interface between history and mathematical teaching. Furthemore, this reconstruction process provides interesting insights that can be identified as resources in the development of activities for mathematical teaching, besides it demonstrated to be highly valid to promote actions that assist the professor on leveling up the construction process of the mathematical learning.
Keywords: Reconstruction; Old mathematical instrument; Mathematical knowledges; Didactic and pedagogical potentialities.

Una reconstrucción del antiguo instrumento matemático *cuadrado móvil*

RESUMEN
En este trabajo proponemos y analizamos la reconstrucción del *cuadrado móvil*, un antiguo instrumento matemático del siglo XVI, siguiendo de cerca los conceptos de Saito y Dias (2011, 2013), Saito y Pereira (2019) y Saito (2019). Buscamos mapear los saberes matemáticos que pueden ser movilizados en su reconstrucción e identificar elementos potencialmente didácticos y/o pedagógicos. Concluimos que el proceso de reconstrucción nos da indicios de la movilización de diferentes saberes que se incorporan en el instrumento, propiciando la construcción de una interfaz entre la enseñanza de la historia y la matemática. Además de brindar interesantes

[1] Doutorado em Educação (PPGE – UFES). Professora do Magistério Superior (DMA – CEUNES – UFES), São Mateus, Espírito Santo, Brasil. Rua Albino Negris, 331, Guriri – Lado Sul, São Mateus, ES, Brasil, CEP: 29.945-025. ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8028-9526. E-mail: andressa.biral@ufes.br
[2] Doutor em História da Ciência (PEPG em História da Ciência – PUC-SP) Professor/Pesquisador da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), São Paulo, SP, Brasil. Rua Carneiro da Cunha, 517 apto. 132, Saúde, São Paulo, SP, Brasil, CEP: 04144-000. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-3916-1632.
E-mail: fsaito@pucsp.br

insights que pueden aparecer como recursos para el desarrollo de actividades para la enseñanza de las matemáticas, la reconstrucción demostró ser muy fructífera en la promoción de acciones que ayuden al profesor a mejorar el proceso de construcción del conocimiento matemático.
Palabras clave: Reconstrucción; Instrumento matemático antiguo; Conocimiento matemático; Potencialidades didácticas y pedagógicas.

INTRODUÇÃO: POR QUE UMA RECONSTRUÇÃO DE UM INSTRUMENTO MATEMÁTICO ANTIGO?

O estudo minucioso dos registros de fabricação e uso de instrumentos matemáticos presentes em vários tratados dos séculos XVI e XVII pode revelar elementos que sejam potencialmente didáticos e/ou pedagógicos para o ensino de matemática (SAITO, 2014, 2019; PEREIRA; SAITO, 2019; SAITO; PEREIRA, 2019). Neste artigo propomos reconstruir um desses antigos instrumentos matemáticos seguindo de perto as orientações de Saito e Dias (2011, 2013), Saito e Pereira (2019) e Saito (2019). Por instrumentos matemáticos nos referimos àqueles artefatos que, segundo Bennett (2003), foram amplamente utilizados por diferentes segmentos da sociedade para medir o que Aristóteles (1995) denominava *quantidades*, isto é, ângulo e distância.

De acordo com Pereira e Saito (2018, p. 11), tem-se amplificado a quantidade de investigações que incluem instrumentos matemáticos, em especial, aquelas que envolvem sua utilzação no processo de formação do professor. Esses estudos têm propiciado notáveis recursos para promover o diálogo entre história da matemática e ensino porque o contato do educador matemático com documento histórico, que contém as informações sobre o instrumento, possibilita iniciar um movimento que procura determinar relações com a formação de algum conceito matemático nele minuciado. Dentre esses estudos, provavelmente, aqueles voltados para a reconstrução desses instrumentos têm se revelado bastante interessante, na medida em que propiciam identificar conhecimentos matemáticos neles sintetizados e incorporados[3]. A esse respeito Saito e Pereira (2019) observam que a reconstrução de um antigo instrumento propicia ao professor ressignificar os conceitos matemáticos que se encontram sintetizados nas partes que o compõem. Isso porque:

> Na ação de reconstrução, o professor reconhece um conjunto de conceitos que se encontram sintetizados no instrumento. Esses conceitos, que se relacionam e se organizam de forma muito autêntica [no instrumento], promove o deslocamento de concepções, conhecimentos e habilidades familiares para outras bastante incomuns, conduzindo-o a ressignificá-lo (SAITO, 2019, p. 580).

Com efeito, ao reconstruir o instrumento, somos colocados diante de um conjunto de instruções que solicitam que mobilizemos conhecimentos e habilidades, com os quais estamos familiarizados, com outros que se encontram no tratado. Esse conjunto de instruções nos conduz a executar uma série ações que podem revelar elementos que são potencialmente didáticos, pois, como observam Saito e Pereira (2019, p. 26), “as potencialidades didáticas e/ou pedagógicas emergem do movimento do pensamento no processo de apropriação do

[3] A esse respeito, consulte: Saito e Dias (2011), Saito e Pereira (2019) e Cesana e Saito (2020). Sobre a noção de “conhecimento incorporado no instrumento”, vide: Saito (2013).

conhecimento incorporado não só no instrumento, mas também no tratado [que versa sobre a construção e uso do instrumento]".

Podemos mencionar que, ao seguir as instruções fornecidas pelo antigo tratado para reconstruir o instrumento, mobilizamos dois registros de conhecimento que pertencem a duas malhas epistêmicas diferentes, uma que se encontra no passado e outra, no presente. Esse movimento que estabelece diálogo entre passado e presente nos propicia valiosos *insights* relativos não só às técnicas, mas também aos conhecimentos matemáticos que estão incorporados no instrumento, propiciando, assim, a construção de uma interface entre história e ensino de matemática.[4]

Tendo isso em vista, neste artigo, apresentamos resultados de uma proposta que buscou reconstruir um antigo instrumento. Denominado esquadro *móvel* ou *zoppa*, esse instrumento foi descrito no tratado intitulado *L'uso della squadra mobile*[5], publicado pela primeira vez em Veneza, em 1598, por Ottavio Fabri (1544-1612)[6]. Por meio de sua reconstrução, buscamos não só mapear os conhecimentos matemáticos que podem ser mobilizados na sua construção, mas também identificar elementos potencialmente didáticos e/ou pedagógicos com o intuito de, posteriormente, elaborar e concretizar uma atividade para professores de matemática na interface entre história e ensino de matemática.

Este artigo é composto de duas partes. Na primeira, apresentamos brevemente o tratado *L'uso della squadra mobile* e o instrumento, *esquadro móvel* ou *zoppa* e, em seguida, na segunda parte, discorremos sobre a reconstrução do instrumento, apontando para as questões de ordem matemática e epistemológica que podem ser exploradas para a elaboração de atividades na interface entre história e ensino.

O *ESQUADRO MÓVEL* OU *ZOPPA*

O tratado *L'Uso della squadra mobile*[7] foi publicado em Veneza pela primeira vez, em 1598, contendo a descrição sobre a fabricação e o uso de um instrumento topográfico, chamado *esquadro móvel* ou *quadrado móvel* ou z*oppa*[8]. Como muitos outros tratados do mesmo gênero publicados naquela época, *L'Uso della squadra mobile* fornecia regras e instruções práticas para resolver problemas ligados à agrimensura (CESANA, SAITO, 2020). Na Figura 1 apresentamos o seu frontispício[9].

---

[4] Por interface, entendemos a "constituição de um conjunto de ações e produções que promova a reflexão sobre o processo histórico da construção do conhecimento matemático para elaborar atividades didáticas que busquem articular história e ensino de matemática" (SAITO; DIAS, 2013, p. 22-23). Sobre construção de interface entre história e ensino de matemática vide: Dias e Saito (2013); Saito (2016); Saito (2019) e Saito e Pereira (2019).

[5] O uso do *esquadro móvel*.

[6] É provável que Ottavio Fabri tenha nascido entre 1544 e 1545, e falecido, abruptamente, nos primeiros meses de 1612 em Veneza. Sobre a vida e estudo sobre Fabri, vide Panepinto (2008, 2009)

[7]A obra de Ottavio Fabri, analisada neste trabalho, é uma edição de 1615 por Pietro Bertelli.

[8] Manteve-se a denominação *zoppa* (em italiano) como aparece no texto original para também designar o *esquadro móvel*.

[9] A tradução do texto contido no frontispício: O uso do esquadro móvel, com que teoria e prática se medem geometricamente cada distância, altura e profundidade; aprende a praticar, nivelar e apreender um projeto nas cidades, países e províncias. Tudo com as suas demonstrações esculpidas em cobre. De OTTAVIO FABRI, Data em luz, em Padova, 1615, Impresso Pietro Bertelli, com licença de superiores.

REMATEC, Belém (PA), Fluxo Contínuo, n. 17, p. 30-47, Jan-Dez, *e*-ISSN: 2675-1909, 2022
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2022.n.p30-47.id501

Figura 1 – Frontispício do tratado *L'Uso della squadra mobile* de Ottavio Fabri

Fonte: Fabri (1615, s.p).

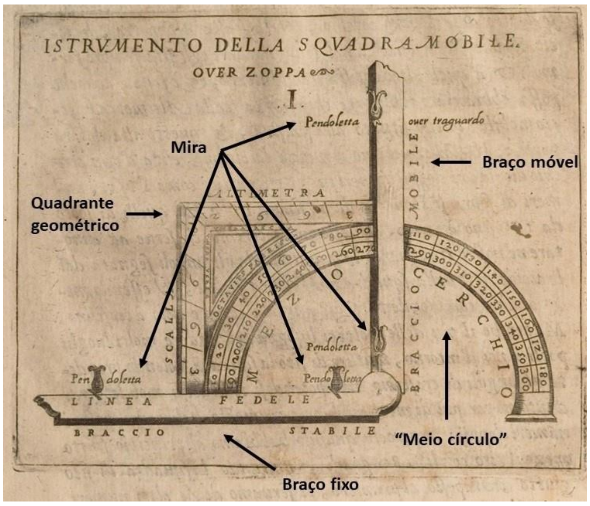
O texto se encontra organizado em três partes, além da parte inicial, que é dedicada à apresentação da obra, de sonetos em homenagem a Fabri (1615) e, às três cartas dedicatórias de Fabri (1615), ao Senhor Marco Antonio Gandino, ao Senhor Currio Boldieri e ao leitor. Na primeira parte, intitulada *Raciocínio de algumas coisas que você precisa saber antes das medidas geométricas segundo a opinião de bons autores*, Fabri (1615) introduz algumas noções gerais sobre a geometria e os conhecimentos necessários para realizar uma medição. Na segunda, intitulada "Fabricação do instrumento", fornece instruções sobre a construção do *esquadro móvel* passo a passo. E, na terceira, intitulada *O uso da esquadra móvel*, apresenta, por meio de 22 propostas, os procedimentos para realizar medições em diferentes situações.

Embora não tenhamos encontrado nenhum exemplar físico do *esquadro móvel*, Fabri (1615) nos informa que fabricou muitos deles e fez doações a militares e a outros cavalheiros, a quem tais instrumentos poderiam ter utilidade. Além disso, detalha, minuciosamente, os materiais usados por ele no processo de fabricação, ressaltando que se servira daquilo que estava ao seu dispor.

O *esquadro móvel* (Figura 2) é basicamente composto por um *meio círculo* (*mezzo cerchio*), dois braços e um quadrante geométrico, que contém a *escala altímetra*.

REMATEC, Belém (PA), Fluxo Contínuo, n. 17, p. 30-47, Jan-Dez, *e*-ISSN: 2675-1909, 2022
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2022.n.p30-47.id501

Figura 2 – Ilustração do *esquadro móvel* de Fabri adaptado pelos autores



Fonte: Fabri (1615, p. 19v).

Como podemos notar, a parte denominada *meio círculo* (*mezzo cerchio*) refere-se a uma meia coroa circular onde estão gravadas escalas angulares. Os dois braços são formados por um fixo (braccio stabile) e outro móvel (braccio mobile), de modo que o braço fixo é o braço horizontal e nele está indicada a linha fiel (*linea fedele*) e, o braço móvel, é o que está representado perpendicularmente ao braço fixo na ilustração. Os dois braços encontram-se fixados um com outro no centro do *meio círculo* (*mezzo cerchio*), denominado pelo autor o centro do instrumento. Cada um dos braços contém dois *pendolettes* ou *traguardi* que se referem a miras no *esquadro móvel*.

O quadrante geométrico representa um quadrado. Dois dos seus lados correspondem aos braços fixo e móvel do instrumento e, os outros dois, compõem o que Ottavio Fabri alcunha de *escala altímetra* (*scalla altimetra*). Na *escala altímetra* estão insculpidas unidades de medida de comprimento (observamos marcas com os números 3, 6, 9 e 12). Além disso, sobre as dimensões do instrumento, o autor sugere que uma medida ideal para os braços seria de, aproximadamente, um pé[10], sendo que essa medida corresponderia à distância entre as duas miras postas em cada um dos braços.

A RECONSTRUÇÃO DO *ESQUADRO MÓVEL* E CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS MOBILIZÁVEIS

A reconstrução de um instrumento matemático antigo refere-se à confecção de um instrumento selecionado em um tratado e/ou manuscrito, de modo que devemos levar em conta todas as orientações contidas no texto selecionado, e ter ciência que essa reconstrução será parcial, já que ruídos históricos de séculos não fornecerão evidências suficientes para a fabricação de uma réplica perfeita (TAYLOR, 2013). De acordo com Taylor (2014), a literatura sobre reconstruções de instrumentos e práticas associadas se constituem em duas grandes categorias. Uma delas é aquela em que se procura descobrir o que realmente aconteceu no

[10] Historicamente, a medida de pé variou entre 9 a 12 polegadas, ou de 24 a 30 centímetros de comprimento.

REMATEC, Belém (PA), Fluxo Contínuo, n. 17, p. 30-47, Jan-Dez, *e*-ISSN: 2675-1909, 2022
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2022.n.p30-47.id501

processo de construção de um determinado instrumento antigo. A outra categoria possui uma abordagem mais exploratória na tentativa de fabricar um instrumento a partir dos experimentos anteriores relatados num texto escrito e obter assim *insights* exigidos pelos seus construtores.

Neste trabalho seguimos a segunda categoria sugerida por Taylor (2014), levando em conta que a reconstrução do instrumento matemático propicia avaliar e refletir sobre os possíveis conhecimentos matemáticos mobilizáveis na medida em que o autor fornece instruções para executar as ações que levarão à obtenção do instrumento.

Nesta narrativa que segue, procuramos explicar a reconstrução que realizamos do *esquadro móvel* a partir das instruções dadas por Fabri (1615). Nas instruções iniciais, o autor solicita:

> Vamos então à sua fabricação da maneira como eu faço [...]. Pego, pois, uma chapa de latão bruto vendida em lojas de ferramentas de nossa cidade, grossa como o dorso de uma faca. Com muito cuidado, aplaino e lixo com areia as desigualdades e as asperezas do metal, até que esteja aplainado, plano e polido, principalmente, na parte onde serão feitos os compartimentos assinalados por mim para o instrumento, e assim, cuidadosamente, *com o compasso de assinalar*, divido este metal de forma que dentro dele caiba um *meio círculo* com tanto resto de metal fora desse meio círculo que eu possa então prender o braço fixo, e assim *cavo ainda o quadrado* para fazer a *Escala Altímetra*, como se poderá verificar na figura [...] (FABRI, 1615, p. 15v, tradução nossa, grifos nossos).

Nessa passagem, o autor instrui primeiro a desenhar no plano, isto é, sobre o material escolhido para construir o instrumento, um *meio círculo* com o compasso, e, posteriormente, cavar (ou seja, desenhar) um quadrado no lugar conveniente como ele demonstrou na ilustração do *esquadro móvel* (Figura 2).

Fabri (1615) recomenda construir o *esquadro móvel* em “[...] papelão, parte em madeira de cipreste, parte em cobre e parte em latão, que a propósito, são os preferidos por mim, na verdade por serem de tão macio metal que me agradaram mais que os outros [...]” (FABRI,1615, p. 15r, tradução nossa). No entanto, escolhemos fazê-lo utilizando um tipo comum de papelão, encontrado em caixas para armazenamento de produtos, como os de supermercados, de farmácias e de lojas de vestuário. Além do papelão, recorremos a outros materiais, quais sejam: régua não graduada, compasso, tesoura, lapiseira, borracha, clipe de papel e grampos similares a prendedores de roupas.

A escolha pelo papelão para realizarmos a reconstrução foi devido ao fato de ser de fácil acesso, além de ser vantajoso porque é um material, ao mesmo tempo firme, e também fácil de manusear, cortar e imprimir marcas nas partes que compõem o instrumento. Uma desvantagem de construirmos um instrumento adaptado de papelão é que, por ele não ser de um material rígido e permanente, além de ser mais fácil de ser destruído, com o papelão sendo molhado, por exemplo. De outra maneira, é interessante observar que, para a finalidade deste trabalho, o uso do papelão para construir um *esquadro móvel* adaptado não foi um problema porque nossa intenção foi a de refletir sobre os conhecimentos mobilizados ao atravessarmos as fases de construção seguindo as instruções do autor, não a de encontrar com “precisa exatidão” alguma medida através do uso do *esquadro móvel* para resolver uma proposta.

No que diz respeito à disposição das partes do instrumento e às suas dimensões, Ottavio Fabri instrui proceder da seguinte maneira:

> [...] e assim cuidadosamente, com o compasso de assinalar, divido este metal de forma que dentro dele caiba um *meio círculo*[11] com tanto resto de metal fora desse meio círculo que eu possa então prender o *braço fixo*, e assim *cavo ainda o quadrado para fazer a escala altímetra*[12], como se poderá verificar na figura, advertindo ainda que o instrumento usa da mesma grandeza, só que maior, que quanto maior o instrumento, tanto mais são corretos, que este deveria ter seus braços de um comprimento justo, ao menos de um pé para cada braço, em relação às miras que são postas duas por braço (miras ou pendoletes), como queiramos chamar. Fato é que tenho meio círculo com os círculos que se fazem necessários bem replicados com o sexto ou compasso para que se fundam no metal; com o mesmo compasso e com um pequeno esquadro, *faço o quadrado da escala altímetra*, de um lado a sombra invertida[13] e de outro a sombra direita [...] (FABRI,1615, p. 15v-16r, tradução nossa, grifos nossos).

Notemos que a fabricação do instrumento começa com o *meio círculo*, chamando a atenção que é preciso deixar alguma sobra de material para que o braço fixo fique imobilizado. O autor não explica ou dá instruções de como construir essa parte do *esquadro móvel*. Desse modo, considerando as instruções iniciais dadas por Fabri (1615) e, diante do papelão que selecionamos, passamos à construção do *meio círculo*. Com a régua não graduada, sobre o papelão, traçamos um segmento de reta, e, com o compasso aberto no máximo[14] e, pondo a ponta seca do compasso no ponto médio aproximado[15] desse segmento, construímos uma semicircunferência.

Considerando a parte que Fabri (1615, p. 15v, tradução nossa) instrui: "com tanto resto de metal fora desse *meio círculo* que eu possa então prender o braço fixo, e assim cavo ainda o quadrado para fazer a *escala altímetra*, compreendemos que era então necessário construir uma nova semicircunferência com raio menor do que o raio da primeira já traçada. Desse modo, reduzindo a abertura do compasso, com a ponta seca no centro da semicircunferência já construída, assinalamos outra semicircunferência, como é recomendado pelo autor para que houvesse uma sobra/largura para prender o braço fixo e o quadrante. A Figura 3 auxilia na explicação dessa construção e na Figura 4 demonstramos o resultado desse primeiro passo para a reconstrução do *esquadro móvel* utilizando o papelão:

---

[11] Esse termo se refere a uma parte do instrumento e, mais adiante, define que o *meio círculo* (*mezzo cerchio*) é a "metade da circunferência de um círculo" (FABRI, 1615, p. 19r, tradução nossa), ou seja, que é uma parte do instrumento que tem as mesmas propriedades geométricas de um semicírculo.

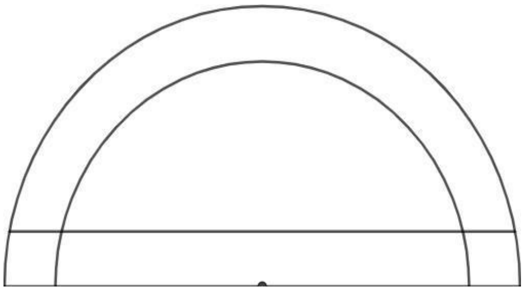
[12] A *escala altímetra* é também chamada de quadrado de sombras e é formada por duas partes intituladas, originalmente, por *umbra recta* e *umbra versa* como se pode ver na ilustração do *esquadro móvel*.

[13] Por sombra invertida (*umbra versa*) e sombra direita (*umbra recta*), Fabri (1615) refere-se ao lado do quadrante que é perpendicular e paralelo, respectivamente, ao braço fixo. Esses termos estão impressos em latim na ilustração do *esquadro móvel* abaixo dos números 3, 6, 9 e 12 da *escala altímetra*.

[14] Traçamos uma semicircunferência cujo raio correspondeu à medida da abertura completa do compasso utilizado de, aproximadamente, 15cm, e ressaltamos que outra medida poderia ter sido escolhida como por exemplo, 20cm, 30cm. Escolhemos 15cm por ser exatamente a medida da abertura máxima do compasso que utilizamos no processo de construção do instrumento adaptado. Mencionamos aqui esta medida apenas para que o leitor tenha uma percepção do tamanho do instrumento reconstruído.

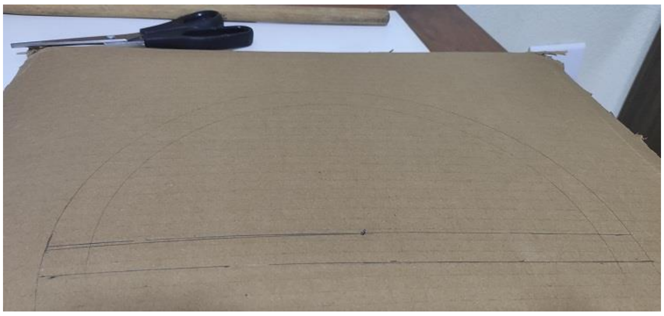
[15] Está destacado o ponto médio aproximado do segmento porque não realizamos antes a construção do ponto médio do segmento traçado.

Figura 3 – Construção do *meio círculo* a partir do traçado de duas semicircunferências concêntricas



Fonte: Elaborada pelos autores.

Figura 4 – *Meio círculo* traçado no papelão



Fonte: Arquivo pessoal.

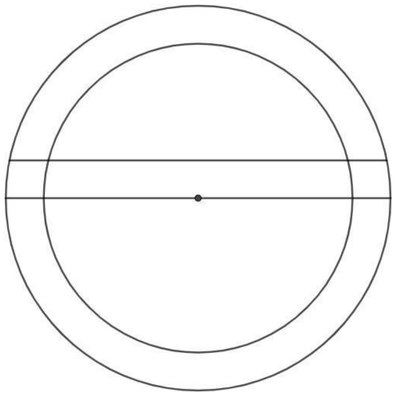
Ao observar a ilustração do instrumento no tratado (Figura 2) percebemos que uma mesma largura (aquela definida pelo traçado da segunda semicircunferência) é exibida no diâmetro do *meio círculo* e que ela é equivale às larguras dos braços (fixo e móvel). Dessa maneira, obtivemos a construção de uma das partes do instrumento.

Fabri (1615, p. 15v, tradução nossa, grifos nossos) não expõe passo a passo como fazer esse procedimento, ele instrui apenas que "[...] assim cuidadosamente, com o compasso de assinalar, divido este metal de forma que dentro dele caiba um *meio círculo* com tanto resto de metal fora desse *meio círculo* que eu possa então prender o braço fixo [...]". Escolhemos realizar a construção inicial como relatado anteriormente, no entanto, existem outras maneiras de esboçar o *meio círculo* do *esquadro móvel*, isto é, há outras formas de executar essa instrução. Por exemplo, ao invés de se desenhar um segmento e depois as duas semicircunferências concêntricas para construir o *meio círculo*, é possível desenhar duas circunferências concêntricas e depois dividi-la em duas partes iguais.

Esse procedimento pode ser mais interessante pois ele nos revela alguns elementos que poderiam ser explorados no ensino de matemática. Eles têm relação, principalmente, com os conteúdos que envolvem as construções de conceitos de circunferências, círculos e raios. Ainda que Fabri (1615) não tenha explicitado como ele fez, as informações ali fornecidas permitem-nos discutir e refletir não somente sobre os conceitos de semicircunferência e de semicírculo, mas também sobre outros conhecimentos matemáticos que se desdobram a partir deles, os quais destacamos a seguir. Além disso, entendemos que, ao partir do traçado de uma circunferência e depois propor a divisão em duas partes iguais, estaríamos, no processo de reconstrução do instrumento, promovendo a construção do próprio conceito de semicircunferência e de semicírculo. Na Figura 5 exibimos duas circunferências concêntricas e o *meio círculo* construído a partir delas:

REMATEC, Belém (PA), Fluxo Contínuo, n. 17, p. 30-47, Jan-Dez, *e*-ISSN: 2675-1909, 2022
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2022.n.p30-47.id501

Figura 5 – Construção do *meio círculo* a partir do traçado de duas circunferências concêntricas



Fonte: Elaborada pelos autores.

Nesse sentido, ao iniciarmos com a proposta de construir uma circunferência para depois obtermos a semicircunferência, surge a questão: como dividir a circunferência em duas partes iguais? Construindo uma reta que passe pelo centro da circunferência intersectando-a em dois pontos distintos, e assim, o segmento de reta determinado por esses dois pontos distintos e todos os pontos entre eles é o diâmetro e divide a circunferência em duas partes iguais, chamadas semicircunferências. Ou seja, pode ser mais compreensível partir do traçado de uma circunferência[16] para, posteriormente, dividi-la em duas partes iguais, de modo que cada uma chama-se semicircunferência. De modo análogo, essa construção pode ser feita partindo da noção de círculo, para depois decompô-lo em duas partes iguais, ditas semicírculos. Notemos que nesse processo também surgem indícios para tratarmos de conceitos como centro, raio, diâmetro, círculo e semicírculo e coroa circular.

A frase final da citação anterior demonstra que próxima instrução do autor é a de construir o quadrante geométrico que contém a *escala altímetra*, e depois então é que ele descreve como ela deve ser feita. Com efeito, Fabri (1615, p. 16r, tradução nossa, grifos nossos) sugere que "[...] com o mesmo compasso e com um pequeno esquadro, *faço o quadrado da escala altímetra*, de um lado a sombra invertida (*umbra versa*), e outro, da sombra direita (*umbra recta*)". Notemos que o autor orienta, simplesmente, a construir um quadrado (ou seja, construir o quadrante que contém a *escala altímetra*, composta por dois lados consecutivos como é possível ver na ilustração do instrumento), mas, não explica como fazer esse passo da fabricação do instrumento. A questão que emerge então é: como se constrói um quadrado? Esse quadrado deve satisfazer a certas condições porque ele é uma das partes do *esquadro móvel*. De fato, ele representa um quadrante geométrico e que precisa ser definido com uma largura específica que satisfaça às condições de elaboração do instrumento.

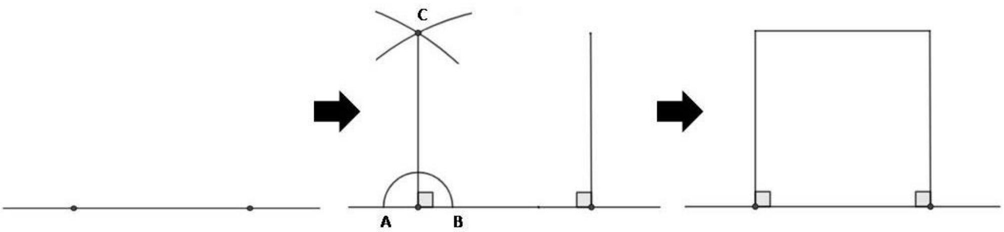
Observemos também que Fabri (1615) não menciona diretamente qual deveria ser a medida do lado do quadrado, mas, pela ilustração do *Esquadro Móvel* (Figura 2), tal lado coincide com o raio do *meio círculo*, considerando o raio da semicircunferência maior na construção anterior. Para fazer isso, procedemos da seguinte maneira: em outro pedaço do

[16] Neste caso, são duas circunferências concêntricas.

REMATEC, Belém (PA), Fluxo Contínuo, n. 17, p. 30-47, Jan-Dez, *e*-ISSN: 2675-1909, 2022
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2022.n.p30-47.id501

mesmo papelão, usando a régua não graduada[17], traçamos com a lapiseira um segmento de reta, cuja medida era maior do que o raio da semicircunferência, com o objetivo de construir, a partir dele, o quadrante que será sobreposto ao *meio círculo* e que servirá para a feitura da *escala altímetra*. Para construir um lado do quadrante (que equivale a construir um lado de um quadrado), com o compasso na abertura máxima, marcamos nesse segmento de reta um outro segmento contendo como extremidades a ponta seca e a ponta com grafite, obtendo assim, um lado do quadrante com a mesma medida do raio da primeira semicircunferência construída. Esse processo de construção está explicado na Figura 6:

Figura 6 – Alguns passos da construção do quadrante



Fonte: Elaborada pelos autores.

Para construir os dois lados do quadrante, perpendiculares ao primeiro lado já traçado, a partir de cada uma das suas extremidades, erguemos uma semirreta perpendicular ao primeiro lado construído. Depois, novamente em cada uma dessas extremidades, com o compasso com abertura máxima, marcamos em cada uma dessas duas semirretas o ponto que será vértice desse quadrante. Ao unirmos esses dois pontos obtidos da construção anterior, alcançamos o quadrante/quadrado. Para que a elaboração do quadrante se complete, de modo análogo a essa construção, constrói-se um outro quadrado, com lado menor do que o do primeiro e no seu interior. A Figura 7 refere-se ao quadrante, construído no papelão, antes de ser recortado:

Figura 7 – Esboço do quadrante que contém a *escala altímetra*

Fonte: Arquivo pessoal.

[17] Utilizamos um régua não graduada, mas, como o próprio Fabri (1615) recomendou, poderíamos ter usado um esquadro.

REMATEC, Belém (PA), Fluxo Contínuo, n. 17, p. 30-47, Jan-Dez, *e*-ISSN: 2675-1909, 2022
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2022.n.p30-47.id501

Nessa etapa de construção do quadrante, surgem várias questões de ordem matemática que podem ser pensadas em relação ao ensino. De fato, esse processo promove uma rica reflexão sobre conhecimentos matemáticos que mobilizamos aos realizar as etapas mencionadas para obter o quadrante. Por exemplo, partindo do fato que o lado do quadrante é conhecido, é preciso traçar um segmento de reta que represente o lado desse quadrante, e, depois, construir os outros dois lados perpendiculares com a mesma medida do quadrado. É na construção desses dois lados perpendiculares que emergem insights sobre conceitos e propriedades geométricas que poderiam ser abordadas no ensino de matemática. Por exemplo, o erguimento dos lados perpendiculares ao primeiro lado construído do quadrado exige passos que garantam que eles satisfaçam realmente à definição de um quadrado. Esses passos envolvem conceitos como, por exemplo, ângulos, retas perpendiculares, congruência de segmentos, e, propriedades geométricas como congruência de triângulos.

Feito o quadrante, que deverá ser fixado, posteriormente, ao *meio círculo*, é preciso perceber que a *escala altímetra* fica estabelecida por dois de seus lados consecutivos, de modo que um deles é perpendicular ao diâmetro do *meio círculo*, chamado sombra invertida (*umbra versa*), e o outro, é paralelo ao diâmetro, dito sombra direita (*umbra recta*).

Após essas recomendações para construir o *meio círculo* e o quadrante que contém a *escala altímetra*, Fabri (1615) explica que é preciso dividir o *meio círculo* em 18 partes de modo que cada uma dessas pequenas partes esteja distribuída em 10 graus, ou seja, ele propõe a divisão do *meio círculo* em 180 graus. Entretanto, não fornece instruções de como proceder para realizar essa divisão, nem explica por que razão dividimos o arco em 18 partes. Com efeito:

> [...] divido os círculos[18] com pequenas linhas que partem do centro do *meio círculo* em 18 partes. [...]. Dividido então, o *meio círculo* nas ditas 18 partes, divido cada uma destas pequenas partes em 10 graus e os assinalo na borda da semicircunferência de cima e na borda da meia circunferência de baixo, como se pode verificar na figura, até que cada uma destas semicircunferências contenham 180 graus, que somados fazem 360 graus [...] (FABRI, 1615, p. 16r, tradução nossa).

Também, orienta que é preciso dividir os dois lados do quadrante, determinados pela *escala altímetra*, em partes e subpartes. De acordo com Cesana e Saito (2020, p. 97):

> Nessas orientações, Fabri (1615) solicita, em primeiro lugar, dividir um segmento, no caso, o lado de um quadrado, em quatro partes iguais, e depois, subdividi-los em partes menores também iguais. Notemos, entretanto, que ele, em momento algum, instrui como realizar essas divisões, nem explicita o motivo pelo qual o lado deve ser dividido em quatro partes (nem mais nem menos), e nem esclarece a numeração 3, 6, 9 e 12 da escala altímetra.

Não abordaremos neste trabalho detalhes sobre as construções das divisões do *meio círculo* em 180 graus e da *escala altímetra* em partes e subpartes por exceder os objetivos desse trabalho, uma vez que pretendemos refletir sobre os tipos de *insights* que surgem, na medida em que construímos essas subdivisões da semicircunferência em ângulos e, esses segmentos menores a partir do lado de um quadrado, em outro texto.

[18] Refere-se aqui às semicircunferências concêntricas.

REMATEC, Belém (PA), Fluxo Contínuo, n. 17, p. 30-47, Jan-Dez, *e*-ISSN: 2675-1909, 2022
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2022.n.p30-47.id501

Como último passo na construção do *esquadro móvel*, Fabri (1615, p. 16v-17r, tradução nossa) instrui sobre o fabrico dos dois braços do instrumento:

> Depois faço construir em uma forma cada um dos dois braços [...] braços, como eu disse, gostaria que estivessem em um bom instrumento, nem um pé de comprimento para cada um, [...]; braços que têm um nódulo; que o braço móvel entra em uma abertura do braço fixo, de forma que estes nódulos conjugados venham a ser o centro do *meio círculo*, [...]. Tais braços são traçados exatos e polidos de forma que se possa traçar com eles linhas retas perfeitas em qualquer direção. O braço móvel será então fixado com a tabuinha do instrumento, ou com pequenos parafusos chatos sobre o braço fixo, estando sempre assim, de forma que levantando-se com os parafusinhos retornem sempre ao seu lugar. Depois faz-se as quatro miras ou pendoletes de latão [...] de forma que abrindo os braços no máximo, observando os quatro pendoletes, estes se encontrem na abertura e estejam a propósito sobre a linha fiel, isto é, sobre o diâmetro do *meio círculo*, e deste modo, terás o instrumento perfeitamente construido para medir o que quiseres.

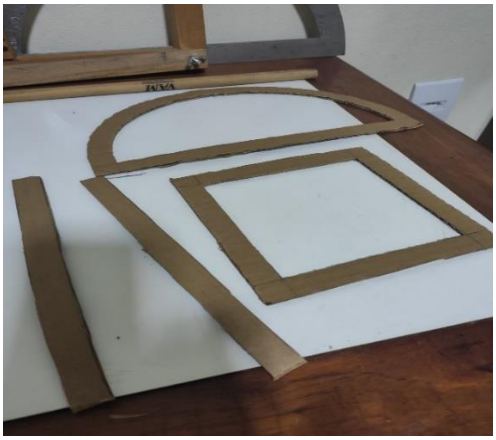
Notemos que nessas instruções sobre a construção dos braços fixo e móvel do instrumento, Fabri (1615) informa sobre a medida aproximada do comprimento de cada braço, de aproximadamente um pé, e destaca que eles precisam ser bem traçados e polidos para que as medidas a serem calculadas através do instrumento sejam *perfeitas*, isto é, as mais precisas possíveis. Sobre os quatro pendoletes, o autor sugere que significam *marcas* que deverão ser postas duas em cada um dos braços e que serão auxiliares no processo de medição a fim de que sirvam de miras.

Para a construção dos braços fixo e móvel, utilizamos também o mesmo papelão que fabricamos o *meio círculo* e o quadrante, e, sobre o papelão, traçamos dois retângulos[19] congruentes tais que o comprimento correspondeu a uma medida um pouco maior do que a do raio do *meio círculo* (ou do que a medida do lado do quadrante) e a largura coincidiu, exatamente, àquela sobra de metal sugerida no fabrico do *meio círculo* para que o braço fixo ficasse acomodado. Assim, de posse dessas dimensões, traçamos os retângulos e depois os recortamos com uma tesoura, que passaram a constituir os braços do instrumento em reconstrução. As partes do *esquadro móvel* construídas estão demonstradas, separadamente, na Figura 8:

[19] Os passos que utilizamos para traçar os retângulos sobre o papelão, correspondentes aos braços do *esquadro móvel*, seguem, de modo análogo, ao processo de construir o quadrado que contém a *escala altímetra*. Portanto, mobilizam as mesmas reflexões de ordem matemática mencionadas anteriormente.

REMATEC, Belém (PA), Fluxo Contínuo, n. 17, p. 30-47, Jan-Dez, *e*-ISSN: 2675-1909, 2022
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2022.n.p30-47.id501

Figura 8 – Partes do *esquadro móvel* reconstruído após serem cortados do papelão

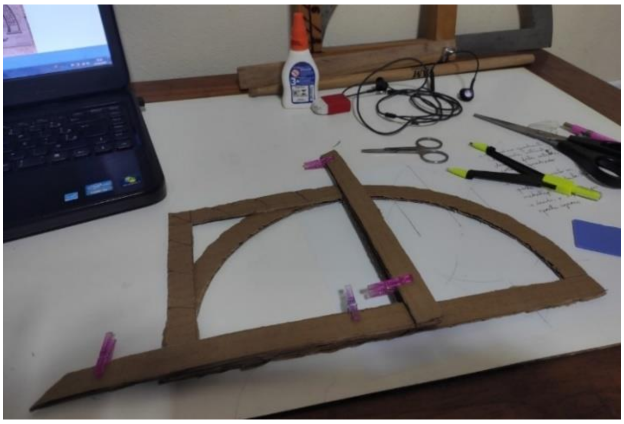


Fonte: Arquivo pessoal.

Notemos que Fabri (1615, p. 17v, tradução nossa) chama a atenção para a espessura de cada braço, a qual "deve ser como um dedo grande com largura três vezes maior, ou um pouco mais, do que a espessura da tábua do instrumento [...]". Nesse caso, a tábua do instrumento foi construída por ele de metal (o *meio círculo*) e os braços, de madeira. Na reconstrução aqui proposta, a espessura de cada um dos braços é a mesma espessura do *meio círculo* e também a do quadrante, já que todas as partes foram reconstruídas utilizando-se do papelão. Essa ação da reconstrução não descaracteriza as funções do instrumento porque estamos interessados nos conhecimentos matemáticos mobilizados nas ações exclusivas de reconstruir o *esquadro móvel*.

Ao utilizarmos quatro pequenos grampos de acrílico como as miras (ou *pendolettes*) do instrumento reconstruído e, um clipe de papel para firmar o braço fixo no braço móvel no centro do *meio círculo*, exibimos na Figura 9 o *esquadro móvel* reconstruído:

Figura 9 – *Esquadro móvel* de papelão reconstruído



Fonte: Arquivo pessoal.

Observemos que nas instruções dadas por Fabri (1615) são mencionados aspectos sobre as dimensões das partes do *esquadro móvel*. O autor indica que o instrumento utiliza da mesma grandeza e aponta também que o tamanho do instrumento está diretamente relacionado com a precisão das medidas, já que destaca que "quanto maior o instrumento, tanto mais são corretos" (FABRI, 1615, p. 15v, tradução nossa).

REMATEC, Belém (PA), Fluxo Contínuo, n. 17, p. 30-47, Jan-Dez, *e*-ISSN: 2675-1909, 2022
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2022.n.p30-47.id501

O autor orienta para que seja utilizada mesma grandeza na fabricação do *esquadro móvel* porque os lados do quadrante, o diâmetro do *meio círculo* e os braços fixo e móvel requerem uma medida de comprimento que se relacionam. De fato, a medida do raio do *meio círculo* é igual à medida do lado do quadrante, e, as medidas dos braços são maiores do que o raio e o lado. No entanto, ao propor a divisão do *meio círculo* em 180 partes, a unidade de medida demandada é o grau. Percebemos, na reconstrução das partes desse instrumento, a exigência de grandezas distintas, uma de comprimento e outra angular.

Fabri (1615) não discute um tamanho máximo para as partes do instrumento, no entanto, sinaliza sobre a unidade de medida ideal que deveria ser usada para cada braço quando menciona que um comprimento *justo* seria de pelo menos um pé para cada braço, e essa medida seria correspondente à distância entre as duas miras postas em cada um dos braços. Esse é um ponto relevante de discussão que podem voltar-se para o ensino de matemática. De fato, ao analisar essa proposta de fabricação do instrumento, poderiam ser abordadas questões sobre as unidades de medidas utilizadas para a construção dos instrumentos matemáticos antigos[20], entretanto, para além disso, percebemos que, oportunamente, emergem demandas sobre relações entre grandezas e medidas empregadas na constituição do próprio instrumento. Por exemplo, é possível explorar que tipos de medidas são passíveis de serem utilizadas na construção dos braços, da *escala altímetra* e do diâmetro do *meio círculo* do *esquadro móvel*, e se essas grandezas podem ser medidas com mesmas unidades aplicadas na construção das partes do *meio círculo*. Acreditamos que essa é uma reflexão interessante pois Saito (2017) aventa que as ideias que muitos professores têm sobre o significado de medida[21] são muito segmentadas, e que "a noção de medida adquire amplo significado se compreendermos por que razão matemática certas partes do instrumento estão ali e são mobilizadas na operação" (SAITO, 2017, p. 926).

Em todo esse processo de reconstrução do *esquadro móvel* identificamos vários conhecimentos matemáticos mobilizáveis, como por exemplo, circunferência, semicircunferência, círculo, semicírculo, centro, raio, diâmetro, coroa circular, ângulos, retas perpendiculares, congruência de segmentos, além de solicitar, propriedades geométricas como a congruência de triângulos. Nesse sentido, relatamos neste artigo a tentativa de reconstrução do *esquadro móvel* realizada, encalçando as orientações dadas por Ottavio Fabri em sua obra. Também assinalamos algumas reflexões de ordem matemática e epistemológica que, adequadamente aprofundadas no contexto de uma interface, poderão ser úteis para a formação de professores.

CONSIDERAÇÕES FINAIS: APONTAMENTOS SOBRE POTENCIALIDADES PEDAGÓGICAS NA RECONSTRUÇÃO DO INSTRUMENTO

Em nosso trabalho, compreendendo os instrumentos históricos matemáticos como construtores de conhecimentos, intencionamos uma reflexão sobre os resultados que obtivemos com a tentativa de reconstrução de um antigo instrumento matemático, o *esquadro móvel*, proposto

[20] Sobre unidades de medidas consideradas na construção e nos usos de um instrumento matemático antigo, vide Saito (2017) e Pereira e Saito (2019).

[21] Para saber mais a esse respeito, consulte Saito (2017) em seu artigo intitulado *Número e grandeza: discutindo sobre a noção de medida por meio de um instrumento matemático do século XVI*..

REMATEC, Belém (PA), Fluxo Contínuo, n. 17, p. 30-47, Jan-Dez, *e*-ISSN: 2675-1909, 2022
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2022.n.p30-47.id501

no tratado *L'Uso dela squadra mobile* de Ottavio Fabri (1615) procurando demonstrar quais os conhecimentos matemáticos emergem e são mobilizados para executar as ações dadas pelo autor. Inferimos que essas ações são potencialmente didáticas ou pedagógicas pois todos os conhecimentos matemáticos elencados como mobilizados anteriormente referem-se a conteúdos indicados no currículo da Educação Básica e são passíveis de serem ensinados a partir das reflexões sobre a reconstrução do *esquadro móvel*.

Na própria Base Nacional Comum (BNCC), na Unidade Temática *Geometria*, um dos objetos de conhecimento é *A circunferência como lugar geométrico*. Inclusive, uma das habilidades recomendadas para o sétimo ano é "(EF07MA22) Construir circunferências, utilizando compasso, reconhecê-las como lugar geométrico e utilizá-las para fazer composições artísticas e resolver problemas que envolvam objetos equidistantes" (BRASIL, 2018, p. 309). Percebemos que parte dessa orientação está implícita nas instruções dadas pelo tratado para a construção do *meio círculo*.

Tendo refletido sobre os conhecimentos mobilizados para reconstruir um instrumento matemático antigo adaptado, percebemos que esse tipo de reconstrução, na interface entre história e ensino de matemática, é de fato relevante para elaboração de atividades didáticas. Desse modo, a reconstrução nos dá indícios da mobilização de diferentes conhecimentos que estão incorporados no instrumento e, no que se refere à interface, oferece dicas e *insights* que podem se afigurar como interessantes recursos para desenvolver atividades para o ensino de matemática.

A partir das reflexões sobre as instruções dadas no documento histórico para a reconstrução do *esquadro móvel*, detectamos potencialidades pedagógicas nesse processo, e, além disso, podemos afirmar que tanto a construção quanto o uso do instrumento podem se transformar numa interessante atividade didática na interface entre história e ensino de matemática, que leve em conta três etapas requeridas: o tratamento didático, a intencionalidade e o plano de ação e o desenvolvimento[22].

A proposta de reconstrução de um instrumento matemático antigo é uma etapa importante para se estabelecer uma interface entre história e ensino de matemática, porque, ao revelar potencialidades pedagógicas a partir dos conhecimentos emergidos e mobilizados nessa etapa, pode auxiliar o professor a sobrelevar o processo de construção do conhecimento matemático.

Ao tomarmos como ponto de partida o estudo de um antigo instrumento de medida, registrado em algum tratado remanescente, para promover uma articulação entre história da matemática e ensino, implica, primordialmente, em não dissociar a construção do uso do instrumento. Isso porque, dentre outras justificativas, para essa fase de reconstrução do instrumento, a compreensão sobre a composição de suas partes passa a ser efetivada a partir da leitura e do estudo atencioso tanto de sua fabricação quanto de sua utilização. Para além disso, pela reconstrução conseguimos mapear conhecimentos matemáticos incorporados ao

[22]Para saber mais sobre a elaboração de uma atividade didática numa interface entre história e ensino de matemática ver Saito e Dias (2013) e Saito e Pereira (2019). Além disso, escapa do objetivo deste artigo a elaboração e a análise de atividades voltadas para o ensino de matemática a partir da reconstrução e dos usos do *esquadro móvel*, no entanto, deverão ser consideradas em um outro trabalho.

REMATEC, Belém (PA), Fluxo Contínuo, n. 17, p. 30-47, Jan-Dez, *e*-ISSN: 2675-1909, 2022
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2022.n.p30-47.id501

instrumento, os quais, desde logo, sugerem potencialidades pedagógicas, no entanto, eles só adquirirão significado quando associados ao seu uso, visto que para medir será necessário estabelecer relações entre conceitos que estão sintetizados nas partes que foram reconstruídas.

REFERÊNCIAS

ARISTÓTELES. **Categorias.** Trad. De R. Santos. Porto: Porto Editora, 1995. p. 44-48.

BENNETT, J. Knowing and doing in the sixteenth century: what were instruments for? **BJHS**, 36(2): p. 129-150, june 2003. British Society for the History of Science.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 14 mar. 2021.

CASTILLO, A. R. M.; SAITO, F. Algumas considerações sobre o uso do báculo (*baculum*) na elaboração de atividades que articulam história e ensino de matemática. In: SALAZAR, Jesús Flores & GUERRA, Francisco Ugarte (eds.). **Investigaciones em Educación Matemática**. Lima/Peru: Fondo Editorial PUCP, 2016, p. 237-251.

CESANA, A.; SAITO, F. Mapeando alguns conhecimentos matemáticos incorporados no "esquadro móvel" de Ottavio Fabri (1544-1612). **Amazônia / Revista de Educação em Ciências e Matemáticas/RECM**, v. 16, n. 35, p. 89-104 – Especial História da Matemática 2020. Disponível em: https://periodicos.ufpa.br/index.php/revistaamazonia/article/view/8263. Acesso em: 10 jan. 2021.

CESANA, A. **Textos e contextos dos problemas de medição de alturas em livros do Renascimento**. 2013. 233 f. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, Espírito Santo, 2013. Disponível em: https://repositorio.ufes.br/bitstream/10/2178/1/tese_7252_TeseAndressaCesana_versaofinal.pdf. Acesso em: 10 nov. 2020.

DIAS, M. da S.; SAITO, F. Algumas potencialidades didáticas do "setor trigonal" na interface entre história e ensino de Matemática. **Revista Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 16, n. 4, p. 1227-1253, 2014. Disponível em: https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/22021/pdf. Acesso em: 12 abril 2021.

DIAS, M. da S.; SAITO, F. Interface entre história e ensino de matemática: aspectos Teóricos e metodológicos. In: VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática - VII CIBEM, 7, 2013, Montevidéu, Uruguai. **Actas**... Disponível em: http://www.cibem7.semur.edu.uy/home.php. Acesso em: 15 fev. 2021.

FABRI, O. **L'Uso della squadra mobile**. Padova: Pietro Bertelli, 1615. Disponível em: http://echo.mpiwg-berlin.mpg.de/ECHOdocuViewfull?mode=imagepath&url=/mpiwg/online/permanent/library/4KY9GTGC/pageimg&viewMode=images. Acesso em: 10 out. 2020.

REMATEC, Belém (PA), Fluxo Contínuo, n. 17, p. 30-47, Jan-Dez, *e*-ISSN: 2675-1909, 2022
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2022.n.p30-47.id501

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. A reconstrução do báculo de Petrus Ramus na interface entre história e ensino de matemática. **Revista COCAR**, Belém, v. 13, n. 25, p. 342-372 – jan./abr. 2019. Disponível em: https://periodicos.uepa.br/index.php/cocar/article/view/2164. Acesso em: 10 jan. 2021.

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. Os instrumentos matemáticos na interface entre História e Ensino de Matemática: compreendendo o cenário nacional nos últimos 10 anos. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, Fortaleza/CE, v. 5, n. 14, p. 109-122, 2018. Disponível em: https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/225/174. Acesso em: 23 out. 2020.

SAITO, F. A reconstrução de antigos instrumentos matemáticos dirigida para formação de professores. **Educação: Teoria e Prática**, Bauru, v. 29, n. 62, p. 571-589, 2019.

SAITO, F. Instrumentos e o "saber-fazer" matemático no século XVI. **Revista Tecnologia e Sociedade**, Curitiba, v. 9, n. 18 especial, pp. 101-112, 2013.

SAITO, F.; DIAS, M. da S. **Articulação de entes matemáticos na construção e utilização de instrumento de medida do século XVI.** Natal: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2011.

SAITO, F.; DIAS, M. da S. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 19, n. 1, pp. 89-111, 2013.

SAITO, F.; PEREIRA, A. C. C. **A elaboração de atividades com um antigo instrumento matemático na interface entre história e ensino**. São Paulo: Livraria da Física, 2019.

SAITO, F. **História da Matemática e suas (re)construções contextuais**. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2015. (Coleção História da Matemática para Professores).

SAITO, F. História e Ensino de Matemática: Construindo Interfaces. In: SALAZAR, Jesús Flores & GUERRA, Francisco Ugarte (eds.). **Investigaciones em Educación Matemática**. Lima/Peru: Fondo Editorial PUCP, 2016, p. 253-291.

SAITO, F. Instrumentos matemáticos dos séculos XVI e XVII na articulação entre História, Ensino e Aprendizagem de Matemática. **REMATEC**, Natal/RN, ano 9, n. 16, maio-ago., p. 25-47, 2014. Disponível em: http://www.rematec.net.br/index.php/rematec/issue/view/17. Acesso em: 13 mar. 2021.

SAITO, F. Número e grandeza: discutindo sobre a noção de medida por meio de um instrumento matemático do século XVI. **Ciência & Educação**, Bauru/SP, v. 23, n. 4, p. 917-940, 2017. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v23n4/1516-7313-ciedu-23-04-0917.pdf. Acesso em: 10 mar. 2021.

TAUB, L. On scientific instruments. **Studies in History and Philosophy of Science**, n. 40, p. 337-343, 2009.

TAYLOR, K. Reconstructing Vernacular Mathematics: The Case of Thomas Hood's Sector. **Early Science and Medicine**, Leiden, v. 18, n. 1-2, p. 153-179, 2013.

TAYLOR, K. Reconstructing vernacular mathematics: the case of Thomas Hood's sector. In: JARDINE, Nicholas; FAY, Isla**. Observing the world through images**: diagrams and figures in the Early-Modern Arts and Sciences. Leiden/Boston: Brill, 2014.

Submetido em**:** 24 de Janeiro de 2022.

Aprovado em**:** 23 de março de 2022.

Publicado em**:** 25 de março de 2022.

Como citar o artigo:
CESANA, A.; SAITO, F. Uma reconstrução do antigo instrumento matemático esquadro móvel. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura - REMATEC**, Belém/PA, Fluxo Contínuo, v. 17, p. 30-47, Jan-Dez, e-ISSN: 2675-1909, 2022
https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2022.n.p30-47.id501
.