OS SABERES NÃO MATEMÁTICOS ARTICULADOS ÀS PRÁTICAS SOCIAIS COM MATEMÁTICA

NON-MATHEMATICAL KNOWLEDGE ARTICULATED TO SOCIAL PRACTICES WITH MATHEMATICS

Cláudia Fernandes Andrade do Espírito Santo
Universidade Federal do Pará

Saddo Ag Almouloud
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo

RESUMO

O objetivo deste trabalho consiste em evidenciar a prática de modelagem matemática como uma praxeologia mista no sentido apresentado por Castela e Romo Vázquez (2011). A prática com modelagem se manifesta como uma praxeologia mista ao articular saberes matemáticos e não matemáticos que se realizam em diferentes instituições com uso ou manipulação de objetos matemáticos. Embora a prática matemática pareça se manifestar como algo indispensável para o funcionamento de outras práticas, os critérios de validação em tomadas de decisões estão condicionados aos modos de fazer e de pensar próprios do campo de práticas em que a situação em contexto concreto vive. Exemplificamos a discussão a partir do uso do modelo matemático utilizado para o cálculo do Imposto de Renda Pessoa Física (IRPF), que revela a prevalência dos saberes específicos do campo de práticas que dão sentido ao modelo, ao agirem implicitamente como condicionantes para atender interesses e intenções de grupos sociais a quem interessa a solução produzida pelo modelo.
Palavras-chave: Modelagem Matemática. Modelo Praxeológico Misto. Imposto de Renda Pessoa Física, Práticas sociais com matemática, Saberes não matemáticos.

ABSTRACT

The aim of this paper is to highlight the practice of mathematical modeling as a mixed praxeology in the sense presented by Castela and Romo Vázquez (2011). Modeling practice manifests itself as a mixed praxeology in articulating mathematical and non-mathematical knowledge that is realized in different institutions with the use or manipulation of mathematical objects. Although mathematical practice seems to manifest itself as indispensable for the operation of other practices, the validation criteria in decision making are conditioned to the ways of doing and thinking that are typical of the field of practice where the situation in a concrete context lives. We exemplify the discussion from the use of the mathematical model used to calculate the Personal Income Tax (IRPF), which reveals the prevalence of specific knowledge of the field of practices that give meaning to the model, by implicitly acting as conditioning to meet interests and interests and intentions of social groups concerned with the solution produced by the model.
Keywords: Mathematical Modeling. Mixed Praxeological Model. Personal Income Tax, Social Practices with Mathematics, Non-Mathematical Knowledge.

Introdução

As políticas educacionais da Organização para Cooperação do Desenvolvimento Econômico e o Programa Internacional de Avaliação de estudantes - OCDE/PISA (BRASIL, 2012) destacam a importância de uso dos conhecimentos matemáticos difundidos na escola básica para realização de leitura de situações em contextos concretos traduzidos em situações problema da matemática que proporcionem a formação de cidadãos críticos e reflexivos.

A noção proposta pela OCDE/PISA parece encaminhar, no Brasil, ao encontro da Modelagem Matemática, daqui em diante MM[1], como podemos depreender do quadro 01 de compreensões acadêmicas sobre MM escolar.

Quadro 01. Compreensões sobre modelagem matemática

Autor	Concepção de MM	Aspectos em Destaque
Araújo (2002, p.39)	Modelagem consiste em "(...) uma abordagem por meio da matemática, de um problema não-matemático da realidade, escolhida pelos alunos reunidos em grupos, de tal forma que as questões da Educação Matemática Crítica embasem o desenvolvimento do trabalho".	- MM como ambiente de aprendizagem baseado no trabalho colaborativo. -Pressupostos: levantamento de problemas pelos alunos; Educação Matemática Crítica. - Veículo: Matemática. - Vínculo: com a realidade.
Barbosa (2002, p.6)	Modelagem "é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas do conhecimento".	- MM como ambiente de aprendizagem. - Pressupostos: indagação e investigação. - Veículo: Matemática. - Vínculo: com outras áreas do conhecimento.
Biembengut e Hein (2005, p.28)	"Como metodologia de ensino-aprendizagem" que "parte de uma situação/tema e sobre ela desenvolve questões, que tentarão ser respondidas mediante o uso de ferramental matemático e da pesquisa sobre o tema".	- MM como metodologia de ensino-aprendizagem. -Pressupostos: questionamentos, pesquisa. - Veículo: Matemática. - Vínculo: situações-problema e/ou temas.
Bassanezi (2002, p.24)	"A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual".	- MM como transformação de situações em problemas matemáticos. - Veículo: Matemática. - Vínculo: com a realidade.
	"(...) constitui-se em um	- MM como conjunto de

[1]Daqui por diante a expressão Modelagem Matemática será substituída por MM.

Burak (1992, p.62)	conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e tomar decisões".	procedimentos. - Veículos: Matemática e as áreas da Educação. - Vínculo: com a realidade, cotidiano.

Fonte: Cataneo, Martins e Burak (2016, p.351).

No quadro acima, a MM é apresentada, em geral, como um dispositivo de leitura de fenômenos do mundo concreto por meio da matemática, deixando parecer estes conhecimentos serem suficientes para leitura de fenômenos com referências à realidade.

Como se pode notar, fica claro que a boa qualidade de relações de um sujeito, aluno ou professor, com a matemática não acarreta suficiência para a modelagem matemática de situações com referência a realidade e, consequentemente, para o uso da MM em sala de aula.

A Modelagem Matemática é uma relevante área de pesquisa da Educação Matemática que é assim considerada:

> A modelagem matemática é reconhecida na área de Educação Matemática como uma alternativa pedagógica para o ensino e a aprendizagem em que a abordagem de uma situação-problema não essencialmente matemática é feita por meio da Matemática (BORSSOI; ALMEIDA, 2015, p.38).

Essa perspectiva da MM dá evidência ao uso da matemática na resolução de problemas em contextos e encaminha-se ao encontro do desenvolvimento do letramento matemático (BRASIL, 2012), visto que o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), os procedimentos de formular, empregar, interpretar e avaliar são essenciais no ciclo de MM e são habilidades dos indivíduos com letramento em matemática.

O ciclo de MM enfatiza as capacidades fundamentais para o processo de MM, especialmente, quando o aluno se esbarra com um "problema em contextos", ele deve ser hábil de: formular a situação matematicamente tornando-a um "problema matemático" composto de uma solução matemática; empregar mecanismos matemáticos para atingir resultados matemáticos; interpretar esses resultados nos termos do problema original; avaliar os resultados alcançados dando importância as suas razoabilidades para o problema original.

No entanto, a utilização do ciclo de modelagem mostra complexidades vistas em diferentes pesquisas, especialmente, na linha cognitivista de Schukajlow, Kaiser, Stilman (2018), tal qual as de Blomhøj e Jesen (2003) que ressaltam que as faces do ciclo demandam bastante tempo. Em consequência, as condições afetivas e a falta de conhecimento factual, assim como experiências insignificantes com os fenômenos da vida real, normalmente, criam obstáculos ou problemas para o envolvimento dos alunos nessas atividades. Em especial, o entendimento consensual imprescindível é requerido dos alunos em relação ao fenômeno que sucede a investigação do problema com o estruturamento da complexidade da vida real em um objeto de modelagem matemática (BLOMHØJ; JENSEN, 2003, p. 129). Em função disso, talvez norteie uma resposta à tímida presença nas salas de aula da modelagem matemática, considerando principalmente a educação básica, indicada por Malheiros (2016, p. 1156).

Os impedimentos relativos à complexidade da vida real também se estendem aos professores, como afirma Grandsard (2005) a partir de observações executadas com um grupo de professores que não se mostraram capazes de modelar problemas em contextos concretos que não eram comuns para eles, mesmo que possuíssem conhecimentos matemáticos supostamente suficientes para o andamento para esse tipo de tarefas. Desse estudo, a pesquisadora questionou como seria possível que esses professores poderiam ensinar MM a seus alunos.

Continuando nessa linha de pensamento, é adequado refletir e ponderar o que nos sinaliza Julie (2006). Para o autor, essa compreensão, é potencialmente problematizada quando consideramos a MM ser reduzida a um veículo de convicções matemáticas, pois a permanência nesse nível ocultaria as complexidades envolvidas na construção de um modelo matemático.

Assim, é o objetivo deste trabalho buscar evidenciar os saberes não matemáticos presentes na MM, como indispensáveis para o desenvolvimento ou uso de modelos matemáticos sobre problemas em contextos. No entanto, restringimos este trabalho somente sobre o uso, mas que deixam encaminhadas as compreensões para o desenvolvimento da MM.

Nesse sentido, postulamos que é possível reduzir as dificuldades do desenvolvimento da MM, no sentido do uso de modelos matemáticos no enfrentamento de situações em contextos concretos a partir da busca dos saberes não matemáticos da situação que são indispensáveis, assim como os saberes matemáticos, para o estudo da situação.

Essa compreensão emerge a partir do fato de que a MM, enquanto prática se insere na noção de práticas sociais com matemática (CHEVALLARD, 2005), cuja realização em ato, somente é possível, com o uso da matemática, mas sem perder de vista que essa prática social é uma atividade superestrutural que se realiza por meio da integração de saberes infraestruturais matemáticos e não matemáticos.

O processo de MM se evidencia como um processo complexo, que demanda saberes específicos dos espaços sociais que abrigam a situação em contexto a ser enfrentada, pois estes agem nesse processo, além, é claro, do patrimônio matemático convivente nesse espaço social.

Em geral, as práticas de MM são realizadas a partir de um componente “misterioso”, como mágica, que faz brotar o modelo matemático. Isso pode ser observado nas atividades da física, química, biologia, geologia, nas engenharias, na economia, nas ciências aplicadas, e de modo mais geral, em atividades técnicas desenvolvidas nas fábricas, nos laboratórios, nos gabinetes e outros locais.

Em todos os casos, o conhecimento se desenvolveu e se desenvolve pela luta de eliminação desse aspecto mágico, como nos faz lembrar o seguinte extrato de texto:

> É fácil de seguir as trilhas desta luta nas origens da maioria das disciplinas: física, química, biologia, medicina, psicologia, antropologia, sociologia, ciência política. Em todos estes casos, a "*desmagificação"* tem sido acompanhada pela *modelagem de "partes da realidade"* cujos modelos, longe de serem suas representações exatas, acabam por ser boas "máquinas" para produzir conhecimento sobre a realidade questionada[2]. (BOSCH, CHEVALLARD e GASCÓN, 2005, p.02).

Assim, assumimos a necessidade de eliminar as componentes mágicas da MM sobre problemas em contextos. A MM movimenta objetos matemáticos em conexões com objetos não matemáticos para atender uma intenção pessoal ou institucional.

Para orientar os passos para reduzir os componentes mágicos em uma atividade complexa de MM, recorremos então à noção de modelo praxeológico estendido de Castela e RomoVázquez (2011) por considerar que há práticas de diferentes atividades humanas, como as engenharias, por exemplo, que podem ser vistas como adaptações de práticas matemáticas com a inclusão de saberes não matemáticos.

Infraestrutura teórica

O postulado base da TAD considera que toda atividade humana regularmente realizada no interior de um espaço social – que pode ser a família, a escola, por exemplo, e que aqui são denominados de Instituições **I**, cuja finalidade é instituir o modo de fazer e pensar uma prática em seu interior – pode ser descrita a partir de um modelo cuja unidade mais simples se resume com a palavra praxeologia (CHEVALLARD, 1991).

Chevallard (1999) destaca que as praxeologias não são dadas pela natureza, mas "artefatos" ou "obras" construídas no interior das instituições e que funcionam segundo condições humanas, culturais e sociais impostas sobre essas instituições, o que inclui elas próprias, para atender seus interesses e intenções. Isso evidencia as instituições como "uma verdadeira capacidade de produção de saber para fins de autoconsumo" (CHEVALLARD, 2009, p.26).

A palavra praxeologia indica assim uma organização de práticas sociais aqui compreendidas como conjuntos de ações intencionais e coordenadas, não necessariamente planejadas a priori, de sujeitos que compartilham um dado espaço social, mobilizando objetos ali reconhecidos e seguindo normas da cultura institucionalizada nesse espaço social.

O modelo celular da organização praxeológica consiste de duas componentes:

A ***práxis,*** denotada por [$\mathbf{T}$, $\boldsymbol{\tau}$], é a parte visível que designa o saber prático, o saber fazer ou know-how, o que se faz, é a tarefa **T**, e como se faz essa prática, chamamos de técnica $\boldsymbol{\tau}$; E o ***logos***, denotado por [$\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\Theta}$], que designa o discurso que descreve, explica,

---

[2] Fragmento de texto: *It is easy to follow the tracks of this struggle at the origins of most of the disciplines: physics, chemistry, biology, medicine, psychology, anthropology, sociology, political science. In all these cases, "de-magification" has been accompanied by the modelling of 'a piece of reality' by means of models that, far from being exact representations, turned out to be "machines" good at producing knowledge about the reality in question.*

justifica ou produz a técnica **τ**, que é chamado de tecnologia **θ** da técnica **τ**, e por um discurso mais inclusivo, chamado de teoria **Θ**, que "aparece frequentemente como 'abstrata', isoladadas peocupações dos 'simples' tecnólogos e técnicos" (CHEVALLARD, 1999, p.225).

A tecnologia e a teoria nem sempre se fazem distintas no *logos*. Além disso, o estilo de racionalidade desse discurso pode variar no espaço intra e interinstitucional ao fio da história das praxeologias institucionalizadas, de modo que uma racionalidade de uma instituição poderá parecer como pouco racional e até estranha à outra instituição (CHEVALLARD, 1999, p.224).

Assim, uma técnica sempre estará acompanhada de um discurso, ou de pelo menos um embrião deste, no sentido de não haver claramente uma tecnologia associada a uma teoria, como exemplificado por Chevallard (2005) quando trata dos problemas ditos de regra de três, "o mesmo pequeno discurso tem uma dupla função, técnica e tecnológica, que permite encontrar o resultado pedido (função técnica) e justificar que é correto o resultado esperado (função tecnológica)" (CHEVALLARD, 1999, p.224).

Segundo Chevallard (1999), dificilmente uma atividade pode ser descrita somente por uma única praxeologia [**T**,**τ**,**θ**,**Θ**], a chamada de praxeologia **pontual**, restrita a um tipo de tarefa, mas por organizações praxeológicas que são entendidas como articulações e integrações de praxeologias pontuais para atender uma dada intencionalidade pessoal ou institucional.

Em geral, essas organizações praxeológicas em ato mobilizam praxeologias incompletas, ditos saberes práticos, no sentido de serem dotados de discursos embrionários que pode ser do tipo de justificativas do sucesso alcançado para atingir o objetivo desejado, além das praxeologias completas, dotadas de discursos tecno-teóricos das instituições sábias.

Os saberes práticos são dependentes de situações em contextos, pois somente com essas condições é que eles emergem e se mobilizam para tornar possível a organização praxeológica, pois em geral, são omitidos ou tornados transparentes como inerentes, ou naturais, da situação em contexto considerada. Nesse sentido, a legitimidade institucional de um tipo de organização pode não estar restrita à clareza de um único saber legitimado pela instituição como maestro dessa organização e sim pelo papel funcional do conhecimento que produz respostas a determinadas questões de interesses da instituição. Sob essa compreensão, assumimos o processo de MM como uma organização praxeológica em ato, que mobiliza diferentes saberes, inclusive saberes práticos, especificamente, como uma prática social com matemática (CHEVALLARD, 2005, p. 175), entendida como toda atividade humana que utiliza a matemática em um dado espaço social, no sentido de atender objetivos diversos, inclusive não matemáticos, mas que somente funcionam com mobilização de objetos matemáticos. Denominamos essas práticas **Organizações Praxeológicas com Matemática**, ou simplesmente **OPM.**

O produto do ciclo de MM é um modelo matemático para uma dada situação em contexto que, embora possa ser então compreendido como uma organização praxeológica da matemática, somente pode ser usada por aqueles que são dotados de saberes específicos, o que inclui saberes práticos, que permitam perceber a situação.

O Modelo Praxeológico Estendido ou Misto para análise

Castela (2016) e Castela e Romo Vázquez (2011) propõem a partir do modelo praxeológico de Chevallard (1999) uma extensão desse modelo considerando um componente tecnológico prático e não matemático nos discursos que justificam as técnicas. Essas praxeologias receberam denominações de modelos praxeológicos “estendidos/enlarguecidos” ou ainda praxeologias mistas. Em particular, Covián Chavez e Romo Vázquez (2014) assim afirmam.

> Na investigação de Romo Vázquez (2009) foi utilizado o modelo praxeológico estendido para analisar atividades práticas, projetos de engenharia, nas quais surgiram tarefas não matemáticas realizadas com técnicas matemáticas e validadas em grande parte por tecnologias práticas[3]. (COVIÁN CHAVEZ e ROMO VÁZQUEZ, 2014, p.131).

A MM de problemas em contextos, nesse sentido, constitui em um gênero OPM, pois movimentam objetos matemáticos segundo interesses e intenções não matemáticos de uma instituição ou pessoa.

É importante notar, então, que nossa compreensão de MM, em contextos concretos, trata do estudo de situações com ajuda de modelos matemáticos que, como tal, demanda o indispensável conhecimento do contexto considerado que, em dialética com a instituição, encaminha a situação e com ela o modelo matemático que pode ser considerado adequado.

Essa compreensão exige tornar explícita a indispensabilidade dos saberes não matemáticos nos processos de MM, o que inclui o seu uso. Para isso, recorremos à noção de organização praxeológica mista proposta por Castela e Romo Vázquez (2011) como modelo explicito lato sensu das OPM, pois esta destaca o modelo matemático como praxeologias da matemática customizadas no interior de uma instituição a partir de saberes teóricos e/ou práticos, não necessariamente matemáticos, que ali vivem para o enfretamento de um dado tipo ou gênero de situação em contexto.

Castela (2016) propôs seu modelo para o estudo das praxeologias da Engenharia, denominando de modelo praxeológico misto a partir de transposições de praxeologias da matemática para a instituição não matemática, no caso da Engenharia, mas necessariamente admitindo um discurso com tecnologias matemáticas e tecnologias empíricas e não matemáticas. Assim, nessa compreensão, um modelo matemático é uma praxeologia matemática transposta da instituição matemática para uma instituição não matemática.

Ainda que a comunidade matemática não reconheça os saberes práticos de outra instituição não matemática como objetos matemáticos, estes não podem ser ignorados, pois respondem com êxito no enfretamento de tipos de problemáticas que emergem nessas instituições. O componente tecnológico prático ou empírico é designado por $\boldsymbol{\Theta}^{p}$ e está diretamente relacionado ao uso da técnica e, como tal, é dependente da instituição

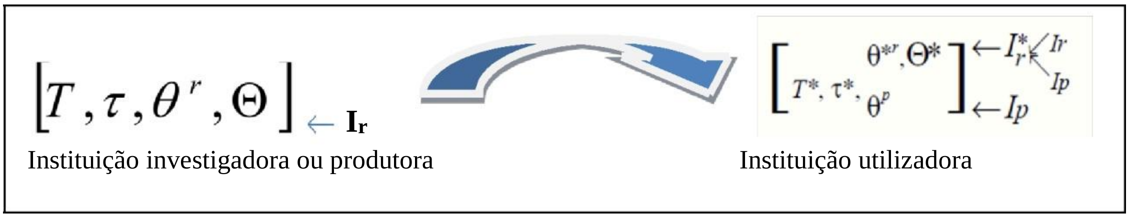
---

[3]Fragmento do texto: *En la investigación de Romo-Vázquez (2009) se utilizó el modelo praxeológico estendido para analizar actividades prácticas, proyectos de ingeniería, en los que aparecían tareas no matemáticas realizadas con técnicas matemáticas y validadas en gran parte por tecnologías prácticas.*

utilizadora não matemática, simbolizada por $\mathbf{I_p}$, onde se realiza a praxeologia, como na Figura 1.

Esquematicamente uma praxeologia mista é representada por Castela (2016) pela figura a seguir.

Figura1 – Esquema do Modelo Praxeológico Estendido ou Misto



Fonte: Adaptado de Castela (2016, p.24).

$\mathbf{I_r}$ designa a instituição dita investigadora, cuja função social é desenvolver e validar praxeologias objetivando o tratamento de tipos de tarefas **T**, ou seja, se ocupa essencialmente do desenvolvimento de técnicas para as práticas que, como tais, necessitam de tempo para promover o desenvolvimento de uma validação ordenada e sistemática de suas construções. Para exemplificar uma instituição investigadora, Castela (2016) destaca as organizações educacionais, mais precisamente, os Institutos de Investigação para o Ensino de Matemática (IREM) - na França, que são responsáveis pela criação de condições favoráveis aos professores, a fim de que tais profissionais possam conceber, experimentar e avaliar sequências em classe.

Nesse caso, quando um professor organiza um dado saber para o ensino, ou seja, faz a transposição didática desse saber para uma dada escola, por meio da preparação de uma sequência de tarefas para sua aula, ele dá um tempo para vivenciá-la e desenvolve um trabalho de investigação sob condições supostas e impostas a priori, nem sempre verificáveis nas experimentações em sala de aula que, por isso, poderão exigir adequações dessa sequência. Esse é um processo cíclico de modelagem de aulas em que o professor busca uma sequência estável que é então validada empiricamente.

Segundo Castela (2016), o símbolo * usado no esquema indica uma transposição de cada componente de $[T,\tau,\theta_r,\Theta]$ que é produzida, validada e legitimada por uma instituição$\mathbf{I_r*}$ na qual as instituições $\mathbf{I_r}$ e $\mathbf{I_p}$ estão representadas e negociam. Essa negociação pode levar a uma mudança no paradigma de validação: por exemplo, em alguns países, o Ensino Médio em matemática aceita validações experimentais de alguns teoremas, embora na instituição matemática sejam aceitas somente demonstrações teóricas (CASTELA, 2016).

Castela (2016) sinaliza o ostensivo $\mathbf{I_p}$, indicando a instituição que tem uma relação pragmática com o tipo de tarefa **T**, enquanto o $\boldsymbol{\Theta^p}$ indica os conhecimentos produzidos na instituição usuária $\mathbf{I_p}$, com critérios de verdade, efetividade e de valor para as suas atividades, os quais constituem os cenários dos processos de validação empírica. As setas à direita das praxeologias, fora da representação, simbolizam as práticas sociais de validação, legitimação e institucionalização, que são desenvolvidas nas instituições envolvidas.

Os elementos constituintes da OPM de Castela e Romo Vázquez (2011) e Castela (2016) orientam as análises e ou desenvolvimento de modelos matemáticos em contextos concretos. Nesse sentido, propomos o modelo praxeológico misto ou estendido como resposta a nossa questão, pois nos detemos sobre o papel da indispensabilidade dos saberes não matemáticos na MM, pois este destaca os elementos teóricos e práticos não matemáticos e, portanto, sua indispensabilidade no uso ou desenvolvimento do modelo matemático para uma situação em um dado contexto.

Para deixar claro o modelo praxeológico misto ou estendido como dispositivo capaz de destacar a indispensabilidade dos saberes não matemáticos, recorremos ao uso de modelos matemáticos presentes na sociedade atual e indispensável no exercício da cidadania brasileira. No caso, o uso do modelo matemático do Imposto de Renda de Pessoa Física (IRPF).

O uso do modelo matemático do Imposto de Renda Pessoa Física - IRPF

Nesta sessão analisamos o modelo matemático do cálculo do Imposto de Renda Pessoa Física (IRPF) orientado pelo modelo praxeológico estendido proposto por Castela e RomoVázquez (2011).

Nesse sentido, a MM passa a ser compreendida como uma prática complexa de articulações e integrações de práticas matemáticas e não matemáticas e, portanto, nos leva a busca dessas duas componentes.

Simulador da Receita Federal para o cálculo do IRPF –DAA

O Algoritmo para o cálculo da alíquota do IRPF-DAA obedece aos seguintes passos:

1. Identificar e Calcular os rendimentos tributáveis
2. Identificar e calcular as deduções previstas no Imposto de Renda, a saber;
2.1. Previdência Oficial
2.2. Dependente (Observar o nº de dependentes e o enquadramento no RIR/99);
2.3. Alimentandos (Com autorização do poder judiciário para deduzir);
2.4. Despesa com instrução

As despesas com instrução estão limitadas a R$ 3.561,50 anuais para o titular e para cada dependente ou alimentando com os quais o titular efetuou despesas com instrução;

2.5. Despesa médica
2.6. Pensão alimentícia
2.7. Outras deduções

Previdência Privada, Funpresp, FAPI e Parcela isenta de aposentadoria, reserva remunerada, reforma e pensão para declarante com 65 anos ou mais, caso não tenha sido deduzida dos rendimentos tributáveis. Carne-Leão: Livro Caixa;

2.8. Total das deduções: Somatório das Deduções
3. Base de cálculo: 1 - 2.8
4. Imposto

5. Deduções de incentivo

O Estatuto da criança e do Adolescente (ECA), Estatuto do Idoso, Incentivo à cultura, Incentivo ao audiovisual e Incentivo ao desporto limitado a 6% do imposto;

6. Deduções do PRONAS/PCD

7. Dedução do PRONO

8. Imposto devido I: 4-5-6-7

9. Contribuição patronal Previdência social empregado doméstico

10. Imposto devido II final, que pode ser a pagar ou restituir: 8-9

11. Alíquota efetiva:

O algoritmo apresentado não revela claramente os saberes que permitiram sua construção, privilegiando sua aplicação com uso do computador, o que o torna uma caixa preta.

No entanto, o Modelo Praxeológico Estendido proposto por Castela e RomoVázquez (2011) nos permite buscar revelar saberes matemáticos e não matemáticos no referido modelo, não necessariamente em totalidade.

Figura 02 – Demonstrativo da apuração do IRPF no Simulador

remunerada, reforma e pensão para declarante com 65 anos ou mais, caso não tenha sido deduzida dos rendimentos tributáveis. Carne-Leão: Livro Caixa

2.7 Total das deduções 0,00

3. Base de Cálculo (1 - 2.7) 0,00

4. Imposto 0,00

Demonstrativo da Apuração do Imposto

Faixa da Base de Cálculo		Alíquota	Valor do Imposto
1ª Faixa	0,00	Isento	0,00
2ª Faixa	0,00	7,5%	0,00
3ª Faixa	0,00	15,0%	0,00
4ª Faixa	0,00	22,5%	0,00
5ª Faixa	0,00	27,5%	0,00
Total	0,00	---	0,00

5. Dedução de incentivo 0,00

Estatuto da criança e do adolescente, Estatuto do Idoso, Incentivo à cultura, Incentivo ao audiovisual e Incentivo ao desporto limitados a 6% do imposto.

6. Imposto devido I (4-5) 0,00

7. Contribuição patronal Prev. Social emp. doméstico 0,00

Contribuição patronal à Previdência Social paga pelo empregador doméstico, limitada a R$ 866,60 ou ao Imposto devido I (o que for menor)

Fonte: Site da Receita Federal.

Assim, encaminhamos a análise desse algoritmo à luz da compreensão encaminhada por esse modelo praxeológico.

Componentes da Matemática

Começamos aqui observando que o cálculo do Imposto no algoritmo apresentado, é realizado segundo progressividade do valor obtido em (3 - Base de cálculo), seguindo as faixas com respectivas alíquotas de modo que a somatória das linhas da primeira coluna seja igual à Base de Cálculo (3). O valor do imposto é dado, então, pelo somatório dos valores das linhas da terceira coluna.

Tabela1– IRPF 2016/2017 - Alíquotas por rendimentos anuais

Base de cálculo R$	Alíquota %	Parcela a deduzir R$
Até 22.847,76	Isento	Isento
De 22.847,77 a 33.919,80	7,5	1.713,58
De 33.919,81 a 45.012,60	15	4.257,57
De 45.012,61 até 55.976,16	22,5	7.633,51
Acima de 55.976,17	27,5	10.432,32

Fonte: Ministério da Fazenda. Receita Federal / 2017.

Essa tabela pode ser interpretada a partir do seguinte registro algébrico:

$$\boldsymbol{f(x)} = \begin{cases} \mathbf{0}, \quad \boldsymbol{sex \leq 22.847,76} \\ \boldsymbol{0,075x - 1.713,58se22.847,77 \leq x \leq 33.919,80} \\ \boldsymbol{0,15x - 4.257,57se33.919,81 \leq x \leq 45.012,60} \\ \boldsymbol{0,225x - 7.633,51se45.012,61 \leq x \leq 55.976,16} \\ \boldsymbol{0,275x - 10432,32sex \geq 55.976,17} \end{cases}$$

Esse procedimento pode ser descrito algebricamente como uma função da Base de Cálculo x, como segue:

Quando a base de cálculo está na primeira faixa o contribuinte é isento, ou seja, se $0 \leq x \leq 22.847,75$ se tem que f(x)=0. Para outras faixas é:

$$\boldsymbol{g(x) = t_k(x - b_k) + \sum_{j=2}^{k} t_j(b_j - b_{j-1})}$$

Sendo $\boldsymbol{k}$ o maior inteiro tal que $\boldsymbol{b_k} \leq x$, $\boldsymbol{b_k}$ é o limite inferior da faixa $\boldsymbol{k}$, e $\boldsymbol{t_k}$ é a alíquota dessa faixa $\boldsymbol{k}$.

Essa representação pode ser desenvolvida do seguinte modo:

$$\boldsymbol{g(x)} = \begin{cases} \mathbf{0}, \quad \mathbf{se\ x \leq 22.847,76} \\ \mathbf{0,075 * (x - 22.847,77)\ se\ 22.847,77 \leq x \leq 33.919,80} \\ \mathbf{0,15 * (x - 33.919,81) + 830,40\ se\ 33.919,81 \leq x \leq 45.012,60} \\ \mathbf{0,225 * (x - 45.012,61) + 2.494,32\ se\ 45.012,61 \leq x \leq 55.976,16} \\ \mathbf{0,275 * (x - 55.976,17) + 4.961,12\ se\ x \geq 55.976,17} \end{cases}$$

Esse registro da função $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})$é equivalente ao registro da função $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$precedente e, portanto, pode ser interpretado como uma conversão do registro da tabela 01 acima. Assim, trata-se do mesmo objeto matemático, mas com implicações sobre a metodologia de cálculo, ou seja, não são as mesmas coisas do ponto de vista procedimental.

Parece claro que a função precedente $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$apresenta maior simplicidade de cálculo e, portanto, é preferível para o cálculo do IRPF, embora seja destituída do sentido dado pela função $\boldsymbol{g}(\boldsymbol{x})$ acima.

Na sequência, a função h(x) que fornece o valor do imposto devido ou a restituir pode ser estabelecida do seguinte modo:

$$h(x) = f(x) - (D_1 + D_2 + EM + D_3), \text{ onde:}$$

h(x) – representa o resultado do imposto a pagar ou restituir;

f(x)– representa o valor do imposto;

D_1= D. PRONAS/PLN – representa as Deduções do Programa Nacional de Apoio à atenção e Saúde de Pessoa com Deficiência;

D_2= D. PRONON – representa as deduções do Programa Nacional de Apoio à atenção Oncológica Limitada;

EM= Cont. Emp. Dom. – representa a Contribuição Patronal da Previdência Social referente a Empregada Doméstica;

D_3–Deduções de Incentivo.

A variável matemática x do registro algébrico no campo das práticas matemática é um número real, entretanto, no campo das práticas tributárias a variável x é um ente tributário especifico com a denominação de BASE DE CÁLCULO e, como tal, é interpretado de modo diferente da instituição matemática. No campo tributário, a variável x é uma noção dependente de outras noções não matemáticas que integram a componente não matemática do modelo do IRPF, como são apresentadas a seguir.

Componentes não matemáticos

O valor x usado no modelo matemático algébrico simboliza a base de cálculo do IRPF, e o correspondente $f(x)$ é o imposto. O valor de x aqui neste modelo tem nome específico dotado de sentido não matemático que permite ser manipulado de acordo com as condições normativas do campo institucional tributário.

Coêlho (2007) explica que a legislação utiliza o total dos rendimentos recebidos pelo contribuinte como parâmetro para tributação do IRPF, e não apenas o efetivo acréscimo patrimonial, com a intenção de facilitar a arrecadação, a fiscalização e o próprio controle da contribuição.

Todo rendimento bruto é um fato gerador do IRPF. O rendimento bruto é definido segundo Oliveira (2013), como produto de capital, do trabalho ou da união de ambos, alimentos e pensões recebidos em dinheiro, assim como os proventos de qualquer natureza. Com esse olhar, destacamos as variáveis envolvidas na base de cálculo do IRPF.

a) Variáveis de dedução

Dependendo do tipo de despesas realizadas pelo contribuinte - cuja base de cálculo para pagamento do Imposto de Renda pode ser reduzida - o contribuinte pode ter menos imposto para pagar, o que pode inclusive, levá-lo a requerer à restituição de eventuais valores pagos.

As chamadas despesas dedutíveis são definidas pela Receita Federal, a saber: despesas com dependentes, educação, empregada doméstica, despesas médicas (cujo valor ilimitado), doações incentivadas (limitado a 6% do imposto de renda devido), contribuições à Previdência Social (com valor de dedução ilimitado), contribuições à Previdência Privada ou Complementar (limitado a 12% dos rendimentos tributáveis), pensão judicial (com valor de dedução ilimitado)[4].

Para explicitar essas noções definidas pela Receita Federal encaminhamos a análise de um tipo de situação para o cálculo do IRPF:

Situação 01. (Cálculo IRPF Anual) - Certo empregado recebe rendimentos anuais no valor de R$ 112.000,00, com descontos da Previdência Social no valor de R$ 6.850,56, Imposto de renda retido na fonte no valor de R$ 15.706,56. Possui esposa e três filhos(um menor de 21 anos, outro de 23 anos cursando nível superior, e um filho portador de necessidades especiais - PNE de 26 anos). Suas despesas com plano de Saúde (incluindo seus dependentes) importaram no valor de R$ 5.465,00.

O empregado gastou em 2016 com mensalidades de colégio e faculdade dos filhos a importância de R$ 12.000,00 (filho menor de 21 anos: R$ 3.800,00; filho de 24 anos: 3.600,00 e filho PNE: R$ 4.600,00) e ainda R$ 5.000,00 com cursos de idioma dos filhos mais jovens.

Ademais, pagou R$ 4.000,00 com curso de mestrado da sua esposa, bem como, salários para empregada doméstica no valor de R$ 16.000,00. O empregado desembolsou no referido ano R$ 2.640,00 a título de Previdência Privada, mais repasses de R$ 3.600,00 para a sogra incluída na sua declaração de IRPF, na condição de alimentando por decisão judicial.

Nestas condições, que valor constituirá sua base de cálculo para determinação do imposto de renda?

A resolução desta situação pode ser enfrentada a partir dos dados exposto no enunciado com uso do modelo matemático que define a base de cálculo anual:

Base de Cálculo = Renda Bruta – (Dependentes + Previdência Social + Alimentando + Educação + Previdência Privada).

Nesse caso será utilizada a aplicação da tabela do IRPF anual:

* Renda Bruta: R$ 111.000,00 (12 MESES SALÁRIO + FÉRIAS)+ R$ 9.000 (13º Salário) = 120.000,00 (valor total)

* Previdência Social: R$ 6.850,56 (Extraído do comprovante de rendimentos que recebe da empresa descontada todo mês no 2016 – descontos feito em cima do teto do INSS, uma vez que o salário do contribuinte é da ordem de R$ 9.000,00);

* Dependentes: R$ 9.100,32 (189,59x12 = 2.275,08) = (2.275,08 x 4);

* Alimentando: R$ 3.600,00 (o que efetivamente foi pago com despesas do alimentando, não tem limite);

---

[4] Cf. dispõe os arts. 52 e 72 da Instrução Normativa da Receita Federal do Brasil nº 1500 de 29/10/2014, com redação dada pela Instrução Normativa RFB nº 1558, de 31 de março de 2015

* Plano de Saúde: R$ 5.465,00;
* Educação: 4 X 3.561,50 = R$ 14.246,00 (Conforme limite estabelecido por lei);
* Empregada doméstica: R$ 1.093,77 (Limite de abatimento da contribuição patronal da previdência social);
* Previdência Privada: R$ 2.640,00 (total de pagamento efetuado no ano);

Nesse sentido a base de cálculo será obtida a partir do seguinte modelo:

Base de cálculo = 111.000,00 – 6.850,56 – 9.100,32 – 3.600,00 – 5.465,00 – 14.246,00 – 2.640,00 = R$ 69.098,12

Portanto a base de cálculo será multiplicada pela alíquota de 27,5%:

= 69.098,12 x 0,275 = R$ 19.001,98

Por conseguinte, temos os encaminhamentos:

R$ 19.001,98 – R$10.432,32 (parcela dedutiva) = R$8.569,66 – R$ 1.093,77 = R$ 7.475,89. Esse valor de R$ 7.475,89 é o Total do imposto devido;

Como o Imposto de renda retido na fonte foi de: R$ 15.706,56. (O que foi retido na fonte mês ao mês na folha de pagamento);

Total do imposto de renda a restituir: 15.706,56 - 7.475,89 =R$ 8.230,67.

O estudo dessa situação nos revela parte da complexidade envolvida no uso do modelo matemático do IRPF, por demandar a necessidade de conhecimento que são específicos do campo de práticas da legislação tributária definidos pela Receita Federal.

O uso do modelo matemático encaminha a mobilização de saberes matemáticos no sentido ferramental e, de maneira dominante, o uso de saberes não matemático determinados pela Receita Federal, como a noção de dependentes, que não se confunde com a noção do senso comum.

Sob essa compreensão e com o olhar do modelo praxeológico estendido, a compreensão de uso do modelo matemático só é possível com os saberes da instituição matemática articulados e integrados aos saberes das instituições não matemáticas, que em última instancia, as instituições não matemáticas definem o jeito de fazer e de pensar o uso do modelo matemático.

O uso do modelo matemático do IRPF nos permite revelar compreensões sobre a MM como uma prática que se manifesta dependente da articulação e integração entre saberes matemáticos e saberes não matemáticos, que nem sempre são explicitados no modelo matemático. Contudo, os saberes agem condicionados pelo jeito de fazer e de pensar do campo de práticas sociais onde se realiza a situação em contexto concreto.

Considerações e perspectivas futuras

A análise do modelo do IRPF a partir do OPM sob a compreensão do modelo praxeológico misto ou estendido permitiu revelar compreensões sobre a Modelagem Matemática como uma prática social com matemática das atividades da escola básica que, como tal, mobiliza objetos culturais, saberes teóricos e práticos, matemáticos e não matemáticos todos articulados e integrados para atender uma intenção segundo um interesse institucional.

O contraste entre a praxeologia matemática construída como representante da praxeologia com matemática do IRPF disponibilizado pela Receita Federal demonstra limitações para sua compreensão considerando que:

(1) Usa uma única alíquota associada a uma única faixa para o cálculo do imposto de um dado contribuinte; isso impede a visibilidade do princípio da progressividade que norteia o modelo de arrecadação da Receita Federal.

(2) Torna invisíveis as variáveis não matemáticas que governam o cálculo do imposto.

Essas variáveis são importantes para determinar o valor da variável matemática da praxeologia matemática associada. Isso impede o contribuinte de estabelecer relações entre as variáveis não matemáticas - por exemplo, entre dependente e alimentando - de modo a encaminhar estratégias que permitam minimizar, se possível, o valor do seu imposto.

A OPM do cálculo do imposto apresenta complexidades que se revelam a partir das variáveis não matemáticas do modelo por seguirem preceitos da legislação tributária e se afastam da noção do senso comum, suscitando dúvidas e gerando dificuldades por ocasião da apuração do imposto. Diante disso, observamos que os saberes não matemáticos envolvidos no uso do modelo do IRPF podem torná-lo de difícil entendimento, uma vez que esses conhecimentos não estão ao alcance de contribuintes que não sejam especialistas em Contabilidade ou Direito Tributário, por exemplo.

Essas características da OPM do IRPF revelam a praxeologia matemática do IRPF como uma abstração no estrito campo da matemática e, portanto, asséptico de outros saberes

Nesse sentido, a análise não foi capaz de evidenciar outros saberes, em particular, os saberes não matemáticos, que de algum modo, poderiam justificar a escolha do tipo de relação matemática funcional, no caso, funções afins por partes, bem como o número de faixas, os valores que as determinam bem como os valores das alíquotas.

Esses saberes não alcançados pela análise, no entanto, são percebidos e inevitavelmente podem ser questionados e com isso encaminhar uma análise crítica do modelo matemático no sentido proposto por Skovsmose (2007, p.122) quando questiona, por exemplo, “Quem constrói os modelos? Que aspectos da realidade estão nele incluídos? Quem tem acesso aos modelos? Osmodelossãoconfiáveis?".

Referências

BLOMHØJ, M.; JENSEN, T. H. Developing mathematical modelling competence: Conceptual clarification and educational planning. Teaching Mathematics and its Applications v. 22, n. 3, p. 123-139, 2003.

BORSSOI, Adriana Helena; DE ALMEIDA, Lourdes Maria Werle. Percepções sobre o uso da Tecnologia para a Aprendizagem Significativa de alunos envolvidos com Atividades de Modelagem Matemática. Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias, v. 10, n. 2, p. 36-45, 2015.

BOSCH, Marianna. CHEVALLARD, Yves; GASCÓN, Josep. Science or magic? The use of models and theories in didactics of mathematics. Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, 2005.

BRASIL. **Relatório Nacional** PISA 2012: Resultados brasileiros. OCDE, 2012.

CASTELA, Corine. ROMO VÁSQUES, Avenilde. Des Mathematiques a L´automatique: etude des effets de transposition sur la transformee de Laplace dans la formation des ingénieurs. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Vol 31/1, nº 91, pp. 79-130. Grenoble, France: La Pensée Sauvage, 2011.

CASTELA, Corine. Cuando las praxeologías viajan de una institución a otra: una aproximación epistemológica del "boundarycrossing". **Educación Matemática**, vol. 28, núm. 2, agosto, 2016.

CATANEO, G. S. MARTINS, M. A. e BURAK, D. O ensino de estatística mediado pela modelagem matemática. **VIDYA**, v. 36, n. 2, p. 349-362, jul./dez., 2016 - Santa Maria, 2016. ISSN 2176-4603.

CHEVALLARD, Y. **La Transposición Didáctica**: del saber sabio al saber enseñado. 2a ed. 3. Reimp. Buenos Aires: Aique Grupo Editor, 2005.

CHEVALLARD, Y. La Transposición Didáctica: del saber sabio al saber enseñado. 2. ed. 3. reimp. Buenos Aires: Aique Grupo Editor, 2005.

CHEVALLARD, Y. L'Analise des pratiques enseignantes em theórie anthopologique du didactique, In : **Recherches em Didactiques des Mathematiques. Grenoble**. La Pensé Sauvage Éditions, v. 19.2, p. 221-265, 1999.

CHEVALLARD, Y. La Transposition Didactique. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, 1991.

CHEVALLARD, Y. La Transposition Didactique. Du Savoir savant au savoir enseigné. Grenoble: La PenséeSauvage, 1985.

CHEVALLARD, Y. **La Transposición Didáctica**: del saber sabio al saber enseñado. 2a ed. 3. Reimp. Buenos Aires: Aique Grupo Editor, 2005.

COÊLHO, Sacha Calmon Navarro. **Curso de Direito Tributário Brasileiro**. 9ª Ed. Rio de janeiro: Forense, 2007.

COVIAN CHAVEZ, OldaNadinne e ROMO VÁZQUEZ, Avenilde. Modelo Praxeológico Extendido una Herramienta para Analizar las Matemáticas en la Práctica: el caso de la vivienda Maya y levantamiento y trazo topográfico. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 28, n. 48, p. 128-148, abr. 2014.

GRANDSARD, F. Mathematical modeling and the efficiency of our mathematics. 2005.Disponívelem:<http://math.ecnu.edu.cn/earcome3/sym4/Earcome3_Francine%20 Grandsard_ sym4.doc> Acesso em: 02 jun. 2009.

GUERRA, R. B; SILVA, F.H.S. Reflexões sobre modelagem matemática crítica e o fazer matemático da escola. **Perspectivas da educação matemática**, Campo Grande, MS, v. 2, n. 3, pp. 95 – 119, 2009.

JULIE, C. Mathematical literacy: Myths, further inclusions and exclusions. Pythagoras, v. 64, p. 62-69, 2006.

MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. Modelagem em Aulas de Matemática: reflexos da formação inicial na Educação Básica. In: Perspectivas da Educação Matemática, v.9, n. 21, 2016.

OLIVEIRA, Alex da Silva. In: monografia sobre o Imposto de Renda Pessoa Física. Publicado pela FaculdadeCearense (FAC). Curso de CiênciasContábeis, 2013.

SCHUKAJLOW, S.; KAISER, G.; STILLMAN, G. Empirical research on teaching and learning of mathematical modelling: a survey on the current state-of-the-art. In: ZDM - MathematicsEducation, n. 50, v. 1-2, p. 5-18, 2018. Doi 10.1007/s11858-018-0933-5.

SKOVSMOSE, O. **Educação Crítica**: incerteza, matemática, responsabilidade. Tradução de Maria Aparecida Viggiani Bicudo. – São Paulo: Cortez, 2007.

WITTGENSTEIN, L. (1976). **Da certeza**. Tradução de Maria Elisa Costa. Lisboa: Biblioteca de Filosofia Contemporânea. Edições 70.

Cláudia Fernandes Andrade do Espírito Santo
Universidade Federal do Pará – UFPA
Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas (Doutoranda)
E-mail: math0377@hotmail.com
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-6884-896X

Saddo Ag Almouloud
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
E-mail : saddoag@pucsp.br
ORCID : http://orcid.org/0000-0002-8391-7054

***Recebido**: 22/09/2019*
***Aprovado**: 30/11/2019*