

Tradução na Matemática: conexões internas entre álgebra e geometria

Translation in Mathematics: internal connections between algebra and geometry

Luciano Augusto da Silva Melo

Universidade Federal do Pará (UFPA/SEDUC)-PA/Brasil

RESUMO

A tradução de textos matemáticos é uma linha de pesquisa recente no contexto da Educação Matemática no Brasil. Este ensaio apresenta recortes de uma Tese que aborda a Tradução na Matemática na perspectiva da Filosofia da Linguagem, com ênfase na segunda fase dos escritos de Ludwig Wittgenstein. Por conseguinte, são tecidas algumas observações acerca da Teorias da Tradução em Roman Jakobson e George Steiner, para estabelecer relações e apontar distinções entre as atividades que envolvem a tradução de uma língua para outra e traduzir na matemática. Nesse sentido, o objetivo deste texto consiste em mostrar conexões entre Álgebra e Geometria com ênfase no jogo de linguagem wittgensteiniano e suas aplicações na Educação. Para tanto, o aspecto metodológico definido na pesquisa, consistiu em analisar epistemologicamente como se dá a constituição de conceitos matemáticos ligados à imagens de gráficos a exemplo das curvas parabólicas, com auxílio do *software* GeoGebra. As ilações resultantes desta discussão, culminaram com a elaboração dos conceitos de *Tradução Interna* e *Jogos de Imagens* voltadas ao ensino da matemática.

Palavras-chave: Tradução Interna, Jogos de Imagens, Jogo de Linguagem, Constituição de Conceitos Matemáticos, Wittgenstein.

ABSTRACT

The translation of mathematical texts is a recent line of research in the context of Mathematical Education in Brazil. This essay presents excerpts from a Thesis that addresses Translation in Mathematics from the perspective of Language Philosophy, with emphasis on the second phase of the writings of Ludwig Wittgenstein. Therefore, some observations about Translation Theories in Roman Jakobson and George Steiner are made to establish relationships and to distinguish between activities that involve the translation from one language to another and to translate into mathematics. In this sense, the aim of this text is to show connections between Algebra and Geometry with emphasis on the Wittgensteinian language game and its applications in Education. Therefore, the methodological aspect defined in the research consisted of epistemologically analyzing how the constitution of mathematical concepts linked to graphic images such as parabolic curves occurs, with the help of GeoGebra software. The conclusions resulting from this discussion culminated in the elaboration of the concepts of Internal Translation and Image Games focused on the teaching of mathematics.

Keywords: Internal Translation, Image Games, Language Game, Constitution of Mathematical Concepts, Wittgenstein.

Introdução

A linguagem objetiva da Matemática tem como característica minimizar os feitos polissêmicos da linguagem natural. Por conseguinte, tais feitos acarretam múltiplas interpretações advindas de observações vinculadas à realidade. Essas associações têm como ponto de partida o uso de palavras do vocabulário da Língua Portuguesa também usadas na matemática, tais como: quadrado, base, reta e círculo. Mas, há palavras que figuram particularmente no universo da matemática como assíntota, mediatriz, seno e matriz adjunta, cujos significados são intrateóricos.

Nesse sentido, alguns conceitos da matemática não podem ser interpretados diretamente a partir do vocabulário da linguagem natural. Silveira (2014) afirma que a passagem da linguagem matemática para a linguagem natural é uma espécie de *tradução* (um jogo de linguagem) à esteira do que foi discutido por Ludwig Wittgenstein sobre filosofia da linguagem e matemática nas *Investigações Filosóficas* (2009). Para tanto, ressalta-se que a linguagem matemática possui características próprias regidas a partir de um sistema de códigos, simbologias e notações, cuja gramática difere da gramática da linguagem natural.

Oliveira (2012) revisita clássicos da tradução no intuito de manter um diálogo entre a tradição da Hermenêutica Schleiermacher e os estudos descritivos de André Lefevere fazendo uma ponte com a obra tardia de Wittgenstein. O autor explora alguns conceitos da gramática wittgensteiniana e procura desfazer o mito do apagamento do tradutor no texto, mantido também por alguns autores que discutem a filosofia do Mestre de Viena. Oliveira apresenta, assim como Wittgenstein, quadros de referência e condições de sentido acerca da linguagem como uma forma de vida que subsiste no contexto da tradução.

Galelli (2012) estabelece uma relação entre os contextos da Tradução e da Matemática tecendo reflexões sobre o modelo institucionalizado da tradução e aponta para a tradução de textos matemáticos, tomando como referência a obra *Os Elementos*, de Euclides. Com foco também na tradução de textos matemáticos Gonçalves (2012), destaca o papel da escrita em língua suméria e acádia em tabletes de argila no período Babilônio Antigo entre 2000 e 1600 a. C., proveniente de descobertas arqueológicas na região da Antiga Mesopotâmia.

Encaminham-se neste texto, algumas reflexões e discussões acerca do ensino da matemática, conforme o que foi apontado por Silveira (2014) acerca da tradução de textos matemáticos. No entanto, o objetivo deste artigo, consiste em analisar conexões entre a linguagem da álgebra e da geometria, destacando aspectos imagéticos e conceituais no ensino de objetos matemáticos com auxílio da informática (MELO, 2015; 2018).

Cumprе ressaltar, que a linguagem matemática será abordada aqui na perspectiva da escrita. Assim, não adentrar-se-á nos campos da oralidade e de outras formas de linguagem, pois, estas discussões fugiriam ao escopo dos objetivos deste texto. Por outro lado, considera-se que a leitura, a interpretação e a tradução de textos matemáticos evidenciam aspectos formais da Matemática que implicam na compreensão de conceitos ensináveis.

Assim, ao longo do texto há imersões conceituais e definições de natureza meramente intrateóricas que não se adequam pedagogicamente ao aprendizado da matemática, em especial, por alunos da Educação Básica, por engendrar complexidades de cunho epistemológico. As discussões ao longo do texto, não possuem um viés metodológico, não visa experimentações que privilegiam aspectos cognitivos, quase sempre tomados como fundamentos últimos da Educação.

Há, no entanto, uma abordagem metodológica empregada nesta discussão que tem como propósito tecer análises de cunho teórico acerca da tradução de textos matemáticos com ênfase no *jogo de linguagem* wittgensteiniano. Trata-se de ressaltar do ponto de vista docente, como se constituem determinados conceitos matemáticos, a partir de observações pautadas na tradução de códigos, simbologias, notações e gráficos.

Esta é uma discussão teórica de cunho qualitativo que engendra aspectos de natureza epistemológica, que visam a produção do conhecimento científico e suas aplicabilidades na Educação Matemática. Para tanto, fez-se uso do *software* GeoGebra em algumas atividades voltadas ao ensino da matemática, nas quais sobressaem-se os tópicos de funções e geometria analítica, a partir dos quais serão tecidos argumentos sobre a constituição de imagens na matemática (gráficos), no intuito de caracterizar as expressões *Tradução Interna* e *Jogos de Imagens*, elaboradas no percurso das pesquisas desenvolvidas na pós-graduação em Educação Matemática (MELO, 2018).

Para Wittgenstein (2009), os significados estão no *usos* das palavras e são as nossas formas de vida que mostram como a linguagem funciona. De acordo com o filósofo, a aplicação das palavras em determinado contexto se dá por meio de diferentes jogos de linguagem e fornecem sentido para a nossa compreensão. Diante do exposto, observa-se que não há necessariamente na linguagem uma essência ou uma perfeita ligação significativa e direta entre palavra e objeto, a exemplo do que apregoava a concepção referencial agostiniana, mencionada nas *Investigações Filosóficas* (2009). Assim, nem sempre é possível fazer a *tradução* de palavras de um contexto para outro, pois a polissemia da linguagem e a subjetividade influenciam na atividade de tradução, o que pode ocorrer também em relação à tradução na Matemática.

Na Matemática, no entanto, uma palavra ou expressão pode ter significado interno cuja tradução conceitual não se aplica a palavras da linguagem natural de modo usual, a exemplo das funções injetoras, do estudo dos limites e das seções cônicas na geometria analítica. Por outro lado, na educação faz-se uso segundo Wittgenstein (2009), do jogo de linguagem primitivo, ou seja, o jogo da nomeação de palavras, que atribui o significado de um objeto à palavra que o representa como uma etiqueta. Este tipo de associação, no entanto, causa confusão no ensino da Matemática, uma vez que a interpretação do sujeito entra em desacordo com a objetividade da Matemática, pois, a natureza do conceito matemático não é essencialmente experimental, se dá partir de conexões internas da linguagem, na perspectiva da filosofia wittgensteiniana (GOTTSCHALK, 2004).

Este artigo encontra-se, portanto, organizado em três seções. Na primeira, apresenta-se a perspectiva da tradução de textos matemáticos ancorada no jogo de linguagem wittgensteiniano e suas aplicações no âmbito da Educação Matemática e um recorte sobre estudos bibliométricos acerca da tradução no Brasil realizado por Alves, Vasconcelos (2016). Completam esta seção, reflexões sobre as pesquisas desenvolvidas por Gonçalves (2011), Galelli (2012) e Silveira (2014), as quais somam-se as reflexões de Steiner, e Jakobson acerca das teorias da Tradução.

Na segunda seção, discute-se o conceito intrateórico de *Tradução Interna*. Tal conceito foi cunhado a partir de estudos e pesquisas que envolvem a linguagem da álgebra e da geometria na constituição de conceitos matemáticos e suas funcionalidades observados na construção de gráficos com auxílio do *software* GeoGebra.

Na seção terceira, continua-se a discutir sobre a importância das imagens na Matemática, a partir de um exemplo que retrata a curva catenária construída com auxílio do *software* GeoGebra, para destacar o conceito de *jogos de imagens*, originado da expressão wittgensteiniana *jogo de linguagem*. Não obstante, ressalta-se que há uma relação interseca

entre a *Tradução Interna* e os *Jogos de Imagens* na Matemática, entre conceitos da álgebra e da geometria no ensino da Matemática.

Assim, ressalta-se que a tradução na Matemática consiste de um jogo de linguagem complexo inerente à forma de vida dos professores que ensinam matemática. Trata-se, portanto, de uma atividade intrateórica que visa não só a passagem da linguagem natural para linguagem matemática, mas discutir como se constituem determinados conceitos. Traduzir na matemática, consiste em mostrar que há conceitos que não podem ser traduzidos literalmente de uma gramática para outra, pois o sistema de códigos entre elas é diferente. Compreender como ocorrem estas distinções é uma condição de possibilidade que se dá por meio de *quadros de referência* entre a Tradução e a Matemática no âmbito da Educação Matemática.

1 Sobre a tradução de textos matemáticos: perspectivas e quadros de referência

De acordo com um levantamento bibliométrico realizado por Alves e Vasconcellos (2016) acerca de dissertações e teses, a temática tradução vem sendo investigada há pelo menos duas décadas em diversa frentes. Uma destas perspectivas, traz como marco as discussões de James Holmes na ocasião de um encontro internacional de Linguística Aplicada, em 1972, em Copenhagem, reiteradas por Lawrence Venuti no ano de 2000 no *Translations Studies Reader*. Os autores destacam que a tradução, antes vista somente como um campo de estudos, passa a ser vista mais recentemente como um campo disciplinar. Nesse sentido, a Tradução passa a gozar de um status mais proeminente no campo das pesquisas científicas por desenvolver métodos e delimitar objetos de investigação.

Frota (2007) apresenta um balanço sobre os estudos de tradução no Brasil a partir de 1996, quando do lançamento do primeiro número da revista *Cadernos de Tradução*, mas assinala como marco histórico o trabalho pioneiro denominado *Escola de Tradutores* desenvolvido por Paulo Rónai em 1952.

Tanto os levantamentos de Alves e Vasconcellos (2016) como o que foi feito por Frota (2007) acerca da Tradução no Brasil, revelam que as atividades investigativas da tradução passaram a ser nomeadas mais como “estudos da tradução” em vez de “teorias da tradução” pois, nem sempre nas tarefas de traduções realizadas por alguns, prevalece verdadeiramente o *status* de ciência.

De antemão, pode-se afirmar que a tradução de textos matemáticos é um ramo de pesquisa bem recente no campo da Educação Matemática, se levarmos em conta que a própria Educação Matemática possui também um histórico recente no universo da Educação e na História da Matemática. Por *textos matemáticos* entenda-se o que foi explicitado por Silveira (2014, p.48), como “textos que contém símbolos, gráficos e expressões algébricas, como também pode ser escritos em linguagem natural com expressões do vocabulário matemático”.

Ao fazer um breve esboço sobre a temática tradução de textos matemáticos no período de 2011 a 2018, foram encontradas apenas três pesquisas¹ sobre esta temática, Melo

¹Este fato não quer dizer que essas sejam as únicas pesquisas existentes no mesmo período, outras poderiam estar em desenvolvimento, mas não foram detectadas na busca que foi feita. A tradução de textos abrange um

(2018). Nesse sentido, sob perspectivas teóricas distintas, destacam-se a tradução de textos matemáticos cuneiformes investigada por Gonçalves (2011); a relação entre as teorias da tradução e a tradução realizada por especialistas em Matemática mencionadas por Galelli (2012); e a tradução de textos matemáticos para a linguagem natural discutida por Silveira (2014).

Cumprе assinalar que o escopo das reflexões aqui contidas possuem um caráter eminentemente teórico, aproximado-se mais do ensino que da aprendizagem da Matemática, cujas pesquisas tem origem no contexto da pós-graduação *strictu sensu*. Por conseguinte, as discussões acerca do ensino de conceitos matemáticos evidenciam-se nas práticas docentes, estudos e pesquisas realizadas ao longo de quase dez anos pelo autor.

Galelli (2012) afirma que a tradução de textos matemáticos possui pelo menos dois entendimentos. Um que versa sobre a natureza do tradutor bilíngue sobre traduções idiomáticas. Outro que aponta para a tradução de especialistas que lidam diretamente com textos matemáticos, mas não dominam o campo teórico da tradução. Para este autor, trata-se de tomar este tipo de tradução por processos diferenciados. O tradutor bilíngue se detém em interpretar palavras e expressões entre dois idiomas pelo menos, já o tradutor especialista em Matemática dedica-se ao domínio de técnicas e métodos ligados ao objeto matemático em si, sem se ocupar com a linguagem natural. Estas posturas interferem e fragmentam o trabalho do tradutor em ambas as situações.

No excerto a seguir, Galelli apresenta algumas inferências acerca do papel da tradução de textos matemáticos.

[...] a tradução é, por natureza, interdisciplinar; e a tradução ocupa o centro da transferência cultural e de conhecimentos entre povos. [...] assim, se há alguma maneira de posicionar os textos matemáticos em relação aos Estudos da Tradução, essa maneira deve surgir dentro de programas que não têm como finalidade qualquer formação (ainda que básica) na Matemática. Há que se aceitar a premissa que qualquer tentativa de reflexão sobre os textos matemáticos acontece numa interface embaçada, sem uma solidez comparável àquelas relacionadas com a poesia e a grande prosa por exemplo.

[...] há também de ser aceita a ideia de que a tradução – mesmo sem o histórico enaltecido - sempre ocupou o centro de transferências culturais. O que nos leva a supor que não há razões suficientes para considerar a Matemática fora desta equação de equilíbrio entre o papel essencial das traduções e a própria construção do saber matemático (GALELLI, 2012, p.115).

O autor considera, nessa passagem, que tanto a Educação Matemática quanto a Filosofia da Matemática estão convenientemente munidas de artifícios e complexidades que desviam atenção da linguagem natural e de contextos culturais, deixando-as em segundo plano para dedicar-se à tradução formal de conceitos matemáticos.

Galelli (2012) adverte, portanto, que as construções simbólicas e a terminologias da Matemática não devem ser feitas em separado sem considerar as técnicas de tradução. Agir

vasto campo de investigação, mas, em se tratando de textos matemáticos, esse universo é mais restrito.

deste modo seria agir com preconceito. Não atentar para a importância da língua materna e da cultura no processo de tradução de textos matemáticos configura uma ação inocente e desnorteada do tradutor em função do saber matemático. Se assim o for, ressalta Galleli, a tradução de textos matemáticos dará continuidade a uma *práxis* cega que reifica o saber matemático, sem dar a devida atenção ao imperioso papel que as línguas maternas possuem no contexto da tradução.

Para Gonçalves (2011), os textos matemáticos encontrados na Antiga Região da Mesopotâmia entre os rios Tigre e Eufrates (atualmente Iraque), devem ser traduzidos no intuito de preservar a cultura e os costumes daquele povo. Os materiais encontrados nos sítios arqueológicos da região (tabletes de argila) foram cunhados a partir da escrita dos sumérios e do idioma acádio no período babilônico antigo entre 1600 e 2000 a.C. O autor ressalta que a tradução de materiais históricos desta natureza passa por várias etapas, uma delas é *transliteração*, que significa (representar caracteres de uma escrita noutra).

Para manter a fidelidade dos textos escritos à época, a tradução das simbologias cuneiformes é feita pelo princípio da tradução literal e não da tradução pelo sentido como apregoam as tendências atuais da tradução de textos literários. Isso se deve, segundo Gonçalves (2011), por não ser possível traduzir completamente certas expressões idiomáticas, traços culturais e formas de vida daquela civilização para a nossa língua materna.

Inicialmente o processo tradutório passa pela cópia dos textos realizada por um escriba que usa a transliteração para decifrar a escrita simbólica dos tabletes de argila, transferindo-a para outro tipo de material. Desta forma, o importante é extrair o significado dos símbolos cunhados naquelas placas mesmo que estes não façam jus ao modelo de textual usado atualmente. O processo de tradução se dá, portanto, desde a catalogação do material arqueológico até a tradução aproximada para outro idioma.

Assim, do tablete para a cópia, para a transliteração, para a transcrição e para a tradução temos quatro estágios de interpretação que fazem a mediação entre o que o escriba originalmente gravou na argila e o que lemos em um exto impresso em nosso tempo. Em cada um desses estágios, há espaço para alguma escolhas, que podem assim trazer para um leitor contemporâneo impressões distintas do que é um texto matemático cuneiforme (GONÇALVES, 2011, p. 6).

Observa-se, portanto, que a tradução de textos matemáticos² para Gonçalves está mais próxima de uma *interpretação*, ou seja, o texto também traz as marcas de fatores subjetivos que dependem da aptidão e do olhar dos tradutores.

Gonçalves (2011) assinala que as diferenças da escrita cuneiforme (vocabulário) impactam consideravelmente na forma como compreendemos as operações matemáticas atualmente, mesmo que se tenha um bom conhecimento sobre o idioma dos textos investigados. Ainda assim, a falta de compreensão de alguns termos impressos no material de argila provenientes do idioma acádio, implica numa interpretação mais precisa dos textos

² Opta-se, aqui, pela não apresentação dos textos em idioma acádio e imagens dos tabletes de argila, cujos detalhes podem ser observados na pesquisa original.

matemáticos. No excerto a seguir, encontram-se alguns exemplos de textos matemáticos daquela época.

[...] dois tipos básicos de subtração (as reversas dessas adições), juntamente com algumas variações que não correspondem a nenhum tipo de adição; quatro tipos de multiplicação; • uma operação de cálculo de recíproco (que nem sempre pode ser feita); nenhuma divisão generalizada, mas apenas uma bisseção; • e algumas expressões que relacionam o lado e a área de um quadrado. (GONÇALVES, 2011, p.8).

De posse desses textos, o autor reflete.

Poderíamos, então, perguntar por que a matemática cuneiforme usava esse termo para a ideia de recíproco? Ou como se dava sua formação de significado? As respostas a essas perguntas seriam de grande auxílio para uma tradução que buscasse recuperar o entendimento que os escribas mesopotâmios tinham do termo, mas infelizmente essas são perguntas que o campo ainda não respondeu de maneira adequada (GONÇALVES, 2011, p.10).

Assim, o processo de tradução dos textos nem sempre alcança o êxito esperado. Por exemplo, não foi possível decifrar o significado de algumas técnicas de cálculo como a extração da raiz quadrada de número e medidas de tempo associadas a frações. Da empreitada arqueológica realizada por Gonçalves resulta que seria um empreendimento pouco sábio de nossa parte tomar os cálculos realizados na Matemática da mesopotâmia à luz do que conhecemos atualmente. Observa-se, portanto, que os cálculos realizados à época pela civilização babilônica diferem bastante da maneira como procedemos hoje para obtermos o cálculo de perímetros e áreas de figuras geométricas planas.

Os cálculos de área presentes nos tabletas de argila retratavam, por exemplo, as medidas horizontais e verticais de ambientes familiares (casas) e locais de trabalho (oficinas) por meio de uma planta baixa, que se assemelha à desenhos arquitetônicos. Nos livros didáticos atuais, estes cálculos são introduzidos a partir de figuras geométricas que podem ser quadrados ou retângulos, acompanhadas de suas respectivas fórmulas. Nota-se, portanto, que os textos matemáticos contidos nos tabletas de argila dos babilônios não tinham o propósito de ensinar matemática como fazemos atualmente. Aquelas atividades eram mais destinadas ao aprendizado de ofícios relacionados aos trabalhos cotidianos, que atividades relacionadas à educação em escolas e universidades.

A pesquisa realizada por Silveira (2014), aborda diferentes aspectos do ensino e da aprendizagem da Matemática pelo viés das Teorias da Tradução, de textos literários e científicos na perspectiva da Filosofia da Linguagem em Ludwig Wittgenstein. Silveira (2014) assinala, que traduzir um texto matemático é uma atividade que envolve interpretação de códigos que não equivale à tradução literal de palavras por palavras e sim na tradução pelo sentido, considerando que os significados de conceitos se dão conforme seus usos na linguagem. A autora percorre alguns caminhos da tradução literária que versam sobre as traduções em Paul Ricoeur e Walter Benjamin e se desdobram no campo da linguagem e da matemática em René Thom, Leibniz e Granger dentre outros. Traduzir um texto matemático

implica, portanto, em atentar para as ilusões polissêmicas da linguagem natural, preservando a lógica interna da Matemática (SILVEIRA, 2014).

A oralidade é inerente à linguagem natural (entenda-se aqui, Língua Portuguesa), já a linguagem matemática consiste, de símbolos e notações específicas, que por sua vez, prescindem da linguagem natural. Assim, há conceitos e objetos matemáticos como as equações, expressas em linguagem algébrica que podem ser traduzidos para a linguagem natural. É dessa forma que se faz a passagem de um sistema de códigos para outro (SILVEIRA, 2014).

Para Wittgenstein (1989), a atividade de tradução de uma poesia é análoga a resolver um problema matemático. Este exercício na Matemática, difere, por técnicas e códigos, intrateoricamente da atividade tradutória de um idioma. Há postulados matemáticos como o das retas paralelas, na geometria euclidiana, e os Axiomas de Peano, na aritmética, que só possuem aplicação (tradução) na própria Matemática. Wittgenstein retoma a discussão sobre a tradução nas *Investigações Filosóficas* (2009) ao assinalar que traduzir de uma língua para outra é um jogo de linguagem.

A expressão *jogo de linguagem* é um dos conceitos mais comentados na filosofia do mestre de Viena, e possui uma diversidade de aplicações. O filósofo afirma que os jogos de linguagem nascem das formas de vida com as quais a linguagem se entrelaça: “as mutações da própria matemática, nos podem dar uma imagem aproximativa disso” (WITTGENSTEIN, 2009, p. 27).

No aforismo 23 das *Investigações Filosóficas*, Wittgenstein exhibe uma lista de ações que podem exemplificar de modo mais detalhado o que seria um jogo de linguagem. Tais exemplos, foram aqui descritos por meio de um recorte, com destaque para expressões relacionadas à Matemática.

descrever um objeto pela sua aparência ou pelas suas medidas; levantar uma hipótese e examiná-la; apresentar resultados de um experimento por meio de tabelas e diagramas; resolver uma tarefa de cálculo; aplicado e traduzir de uma língua para outra (WITTGENSTEIN, 2009, p. 27).

Aproveita-se da multiplicidade *do jogo de linguagem* wittgensteiniano, para ressaltar a expressão tradução na Matemática, que se converterá como um dos propósitos fundamentais desta discussão. Gottschalk (2014) esclarece, à esteira do pensamento wittgensteiniano, que a palavra infinito não se aplica na matemática com o mesmo sentido que na linguagem natural, a exemplo do que se faz com os números cardinais. Na matemática, infinito pode ser usado para destacar a expansão ilimitada de uma sequência numérica ou de uma tendência ao infinito no estudos dos limites no ensino de cálculo.

Conforme Belizário (2010), o numeral *quatro* pode ser interpretado de maneiras distintas, conforme o seu emprego em determinada expressão, para além do significado tradicional que empregamos quando queremos nos referir à quantidade 4. O autor destaca que na língua italiana a palavra quatro apresenta-se sob diferentes roupagens quando se trata de ditados populares, a saber: “*fare quattro chiacchiere* (bater um papo), *fare quattro passi* (dar uma voltinha) e *colloquio a quattr’occhi* (conversa em particular)” (BELIZÁRIO, 2010, p. 64).

Como visto, nas diferentes aplicações da palavra *quatro* supracitadas o significado de quatro muda conforme os seus *usos*. A tradução oferece diferentes aplicações que diferem da imagem cristalizada de quatro apenas como quantidade. Este é um paradigma que rompe com a ideia fixa de que o símbolo 4 (numeral) seja usado na matemática de modo universal para designar que IIII (quatro hastes) ou ●●●● (quatro bolinhas) como um representante incontestável de que número é quantidade³. Esta concepção, já não se sustenta epistemologicamente na própria História da Matemática desde o final do século XX (SCHUBRING, 2018). Não se traduz a palavra número exclusivamente como ideia de quantidade associada a qualquer coisa como se este fosse um conceito natural. Número é um conceito complexo que vem sendo estudado incansavelmente ao longo da História da Matemática, a exemplo do que fez Frege (1884) sobre *Os Fundamentos da Aritmética*⁴.

Não é suficiente, portanto, afirmarmos atualmente que a palavra *quatro*, bem como qualquer outra palavra que se use para representar número, seja tomada como absoluta ou possa traduzir o conceito de número. Esta concepção parece mais ser uma prática naturalizada no contexto escolar em atenção às teorias pedagógicas pautadas na linguagem referencial e no construtivismo que uma prática da própria Matemática. O conceito de número continua a ser explorado e não se finda na relação palavra-objeto.

Os exemplos anteriores apresentados por Belizário sobre os diferentes usos da palavra *quatro* ajustam-se em certa medida à perspectiva do jogo de linguagem wittgensteiniano. No sentido de que o significado está no *uso* das palavras e suas aplicações é que mostram como a linguagem funciona.

Steiner (2005, p. 226) afirma que “a linguagem natural é local, móvel e pluralista em relação ao mais simples dos atos de referência...A linguagem é forte precisamente porque a correspondência entre palavras e ‘coisas’ é, no sentido lógico, ‘fraca’”. Aqui parece haver uma concordância entre Steiner e Wittgenstein que destoa da concepção referencial agostiniana (palavra-objeto).

De acordo com Oliveira (2012), para que possamos compreender um contexto filosófico, ou mesmo um processo tradutório no que tange à linguagem, devemos tentar entender o filósofo ou o tradutor dentro de um *quadro de referência*. São esses quadros que nos permitirão ampliar conceitos em função das bases epistemológicas que possuímos tomando como preferencial o uso da linguagem e das suas aplicações. Assim é que a nossa compreensão se encaminha a partir de meios e ferramentas, de influências outras e das condições de possibilidades que dispomos na atualidade.

Entenda-se por *quadros de referência*, não algo fixo, mas um ponto de vista preferencial sob o qual firmamos algumas expressões e conceitos amparados na linguagem, como o que engendra a expressão wittgensteiniana *jogo de linguagem*. Um quadro de

³ Schubring (2018) assinala que Wilhelm A. Förstermann (1791-1836) deu um passo importante no que diz respeito a definições que envolvem álgebra e aritmética para separar os conceitos de grandeza e número no contexto epistemológico da Matemática, que foram durante muito tempo ligados ao conceito de número como quantidade. Para o autor, este paradigma foi superado no final do século XX.

⁴ Para mais detalhes consultar o livro Peirce/Frege da coleção *Os Pensadores* (1980), publicado no Brasil sob a consultoria e tradução de Luiz Henrique dos Santos.

referência funciona aqui, para estabelecer conexões e adensar discussões acerca da tradução na Matemática⁵.

Oliveira (2012) assinala que nos estudos da tradução há dificuldades conceituais de cunho ontológico que estão ligadas a critérios de objetividade. O autor ressalta que na ótica de Wittgenstein, a objetividade se pauta em parâmetros e contextos específicos ancorados em critérios que nos levam a escolher e definir entre aspectos dicotômicos como o belo e o feio, a verdade e a falsidade, conforme o que mais se adequa ao nosso propósito. Assim prevalece a ilação wittgensteiniana de que a objetividade não está na essência das coisas ou nas palavras, e sim na gramática. Se existe objetividade, ela está relacionada a decisões comunitárias no contexto social, cultural e das ciências, a essência encontra-se expressa na gramática (OLIVEIRA, 2012).

A expressão *gramática* possui larga aplicação quando usada por Wittgenstein em diversas passagens de sua filosofia. Gottschalk (2004, p. 314) ressalta que “Wittgenstein não utiliza o termo gramática em seu sentido usual, mas para designar as regras constitutivas da linguagem e também a sua organização, ou seja, sua gramática profunda”. A esteira destas observações faz-se uso aqui, também, da palavra gramática, para estabelecer uma analogia entre a gramática da Língua Portuguesa e a gramática da Matemática, no sentido de que estas duas gramáticas distintas funcionam sob um conjunto de regras de sintaxe.

Enquanto a gramática da Língua Portuguesa obedece aos códigos da linguagem natural, a gramática da Matemática possui um caráter normativo e objetivo, seus códigos nem sempre são traduzidos para a linguagem natural. Como já foi dito anteriormente, a expressão *infinito* na matemática não possui o mesmo significado de infinito na linguagem natural. Para Gottschalk (2004, p. 315) “é só na aplicação das palavras que se mostra o uso que é feito dos conceitos e, por conseguinte, seu sentido”. De modo semelhante, esta afirmação pode ser estendida ao ensino da Matemática.

A definição Matemática garante que uma operação do tipo $2+2=4$ seja verdadeira não porque existe uma aritmética das maçãs, Wittgenstein (2003). Mas porque é indubitável na Matemática que esta operação exista independentemente de sua aplicação empírica. Trata-se de um jogo de linguagem *normativo* cujos fundamentos são regidos por regras e propriedades internas. Seu teor epistemológico preserva-se independentemente de acordos tácitos ou de exemplificações empíricas, experimentações e fenômenos naturais.

Ensina-se na escola que uma equação matemática possui duas ou três raízes. Este é um aprendizado que não se dá por meio de experimentos ou observação de fenômenos, mas no uso de regras e convenções acerca da resolução de equações (GOTTSCHALK, 2014). Esta é uma atividade que provém exclusivamente de um contexto matemático e não da realidade. Assim, não se faz necessário que haja sempre uma condição real que justifique este procedimento, ainda que algumas situações cotidianas possam ser formalizadas com

⁵ Esta expressão é uma paráfrase das expressões “traduzir a matemática e traduzir na matemática” cunhadas por Paulo Oliveira durante o I Seminário Nacional de Linguagem (SENALEM) ocorrido em 2016 na Universidade Federal do Pará. Em palestra proferida, Oliveira faz distinção entre as Teorias da Tradução e a Tradução na Matemática, questionando se por exemplo, os significados por trás do Teorema de Pitágoras e da fórmula $E=Mc^2$ da Relatividade de Einstein, deveriam traduzir a matemática ou traduzir na matemática? Discussão em aberto.

base em equações matemáticas. Em outros termos, numa perspectiva wittgensteiniana, a Matemática não se justifica a partir da realidade, esta é uma confusão pedagógica que precisa ser dissolvida na Educação. Wittgenstein (2009, p. 76) adverte, “as confusões que nos dão o que fazer originam-se, por assim dizer, quando a linguagem esta em ponto morto, não quando ela trabalha”.

A Tese⁶, defendida neste texto, é a de que traduzir na Matemática amplia no âmbito da Educação Matemática o significado da tradução de textos matemáticos e insere neste cenário, novas possibilidades para o ensino de conceitos matemáticos. Traduzir um texto matemático requer o domínio de técnicas ora de uma língua para outra, ora de conceitos internos da própria Matemática, ou seja, subsiste na Matemática uma espécie de *Tradução Interna*, que se dá na perspectiva do jogo de linguagem wittgensteiniano.

2 Tradução Interna na Matemática

O que significa traduzir na Matemática? De modo mais preciso, no que consiste a Tradução Interna na Matemática? Para responder estas perguntas faz-se necessário adensar as discussões tanto no contexto da filosofia wittgensteiniana quanto no contexto epistemológico da Matemática. É importante compreender também como se dá a constituição de conceitos matemáticos na perspectiva do jogo de linguagem em Wittgenstein. Nesse sentido, algumas respostas foram elaboradas a partir de reflexões amparadas no campo teórico das Teorias da Tradução, bem como, nas reflexões de autores contemporâneos e comentadores da obra de Wittgenstein na perspectiva epistemológica de Gilles-Gaston Granger e Arley Moreno.

Assim, se se pode traduzir um *texto matemático* há de se observar qual jogo de linguagem se aplica nesta atividade. Uma possível tradução pelo significado pode ser entendida de modo mais elementar no contexto dos acordos tácitos, onde as provas e conceitos nem sequer são cogitadas. Para Wittgenstein (2009) este seria um tipo de *jogo de linguagem primitivo*, inerente ao vocabulário da linguagem natural, onde o que importa é o significado imediato atrelado a um referente ou naturalizado pela experimentação. É o que ocorre no jogo de linguagem da exemplificação na qual a explicação procura justificar, o significado da palavra cone, associando-o ao objeto cone usado na sinalização de trânsito em vias públicas. Esse não é um caso de tradução e não configura também uma explicação pelo significado matemático do objeto, mas uma livre interpretação ilustrativa do tipo: - vejo isso como aquilo e transfiro o significado por analogia de um contexto para outro, trata-se de uma forma de representação linguajeira, mas não matemática. Transferir significados de um jogo de linguagem para outro, pode implicar em erros conceituais, uma vez que estas palavras não fazem parte da mesma gramática, ainda que sua grafia seja utilizada tanto na Língua Portuguesa quanto na Matemática.

Ora, mas o que há de tradução na palavra ‘cone’? Aparentemente nada. Nada que implique em traduzir o conceito de cone porque ‘cone’ é uma palavra de uso comum na língua portuguesa e na matemática. Nesse sentido, não precisaríamos traduzir a palavra

⁶ Neste texto, as seções 2 e 3 destacam recortes da pesquisa de Doutorado realizada pelo autor junto ao PPGECM/UFPA entre os anos de 2016 e 2018.

‘cone’. Mas, se levarmos em conta que a palavra cone, na geometria, deriva do grego ‘konos’, que é pinha, por causa do formato da pinha que se usa como adereço nas árvores de Natal. Na botânica, a pinha ainda é chamada de cone. Estas, no entanto, são traduções de palavras de uma língua para outra ou de um campo conceitual para outro, e não uma tradução na Matemática.

Por outro lado, explicar o conceito de cone na matemática requer conhecimento mais aprofundado, esta seria, portanto, uma primeira condição de possibilidade tradutória, dominar o conceito de cone no interior do jogo de linguagem da matemática.

De acordo com Silveira (2014, p. 58), “no exercício matemático, traduzem-se os símbolos da linguagem matemática para a linguagem natural”. Este jogo de linguagem é necessário porque a linguagem natural não dá conta de explicar os conceitos matemáticos. As relações de pertinência e inclusão entre conjuntos dadas pelos símbolos \in ; \notin ; \subset ; $\not\subset$ não possui um equivalente extra matemático. São símbolos cuja tradução pertence à Matemática internamente. As interpretações geométricas das operações de interseção entre intervalos na reta real; o estudo de funções pares e ímpares; os conceitos de função injetora, bijetora e sobrejetora; os postulados e axiomas da geometria euclídea não carecem de explicações extraídas da realidade. Este é um jogo de linguagem específico, *intrateórico*.

Diante do exposto, a tradução de um texto matemático pode ser observada em pelo menos três particularidades. A primeira envolve exclusivamente termos ou expressões da língua natural que podem ser traduzidas para a linguagem matemática na forma de uma operação ou desigualdade, por exemplo: a sentença “três mais quatro é igual a sete” pode ser traduzida como $3+4=7$; a frase “um é menor que dois” por $1 < 2$ e ainda “três é diferente de quatro”, representada simbolicamente por $3 \neq 4$. Jakobson (1995) classificaria estas traduções como *traduções interlinguais*.

Mesmo em nível mais elementar, percebe-se que a passagem (tradução) de uma linguagem para outra requer o conhecimento da sintaxe de duas gramáticas, a da matemática e a da linguagem natural. Este tipo de tradução assemelha-se com o papel desempenhado pelo tradutor monoglota que faz, segundo Oliveira (2012), a leitura e a interpretação de expressões no contexto de sua própria língua. Na mesma direção, pode ocorrer a tradução de uma expressão oral para a linguagem escrita, que podem ser consideradas *pseudotraduções* (MELO, 2018).

Oliveira (2012) adverte que a figura do tradutor monoglota é em si uma *ficção*, porque uma língua é constituída, por exemplo, de vários signos e dialetos, nunca é somente uma língua. Os números que usamos atualmente no sistema decimal, apesar da condição de universalidade adotada pela comunidade matemática mundial, tem como origem os vocabulários dos povos árabes e indianos. Nesse sentido, a tradução da linguagem matemática para a linguagem natural, é feita por meio de uma decodificação. Isso não implica necessariamente que o tradutor de um texto matemático seja um especialista em matemática. Preferencialmente, esta seria uma condição desejável, mas pode não ocorrer.

A segunda particularidade da tradução de um texto matemático pode ser observada na passagem da linguagem algébrica para a linguagem natural, ou seja, este é o contexto propriamente dito dos textos clássicos da matemática como o *Discurso do Método*, de Descartes, e *Os Elementos*, de Euclides, bem como das equações $(x+3=10; x^2-5x+4=0;$

$x^3=8$); das funções $f(x)=x=2$; $f(x)=x^2-3x$; ou da escrita de expressões como: “existe um e somente um x para cada y ” (SILVEIRA, 2014, p.48).

Há também, exemplos de tradução literal que podem ser observados na seguinte passagem.

Traduzir literalmente um texto matemático é algo semelhante ao que se faz com a leitura de uma frase em Língua Portuguesa, ou seja, é como ler uma expressão numérica $2+3x4$ (dois mais três vezes quatro); ler uma equação $3x+5=10$ (três “xis” mais cinco é igual a dez) ou uma função $f(x)=x^2+4x$ (efe de xis é igual a xis ao quadrado mais quatro xis) (MELO, 2018, p.105).

Essas traduções assemelham-se à *tradução intersemiótica* mencionada por Jakobson (1995). Para Wittgenstein (2009), estamos diante de um jogo de linguagem em que as gramáticas de duas linguagens se entrecruzam para viabilizar a compreensão de um texto matemático (tradução).

Evidencia-se ainda a tradução literal, conforme o que foi apontado por Gonçalves (2012), na qual a transliteração da escrita cuneiforme nos tabletas de argila dos sumérios assemelha-se ao ato de decifrar códigos de um sistema arcaico, passando-os para um sistema de códigos atual. Quando se tratam, portanto, de materiais históricos e obras clássicas da matemática, a exemplo de *Os Elementos*, de Euclides, as traduções passam a ser feitas por especialistas que possuem no mínimo domínio bilingue, bem como o domínio de uma ciência, no caso a Matemática. Assim, a tradução na matemática requer sempre que possível, que um profissional da matemática a faça. Um tradutor linguísta ainda que exímio na arte de traduzir, pode não dominar a simbologia e os conceitos intrateóricos da matemática.

A terceira particularidade da tradução de um texto matemático consiste na passagem da linguagem da álgebra para a geometria conforme o que foi discutido em Melo (2015) durante uma conferência sobre o *software* GeoGebra na PUC de São Paulo, acerca do ensino de conceitos algébrico-geométricos. A partir desta investigação, originou-se a pesquisa na qual foram elaboradas as expressões *Tradução Interna* e *Jogos de Imagens* na Matemática, que culminaram com a produção de uma tese (MELO, 2018).

Há conceitos, expressões e simbologias que não precisam ser traduzidos fora da Matemática para terem significado. Afirma-se, portanto, que traduzir significados intrateóricos na Matemática é uma espécie de *Tradução Interna*.

Traduzir na Matemática não se trata apenas de aplicar regras gramaticais e ler um texto matemático. Não se trata também de interpretar os signos codificados na ordem em que elas aparecem no texto, é preciso compreender como se dá nesse sentido o jogo de linguagem da Matemática (MELO, 2018, p.106).

A *Tradução Interna* na Matemática configura-se como um jogo de linguagem específico no interior da matemática. Jogo este, que consiste em dominar técnicas e simbologias que se fazem parte de uma forma de vida, que se consolida no contexto da atuação docente. É o professor, portanto, munido de conhecimentos específicos, que põe em prática o jogo de regras da matemática, faz uso da gramática e da sintaxe dessa linguagem

que é peculiar e normativa. De posse das expressões wittgensteinianas *seguir regra* e *ver como*, é possível estabelecer condições de possibilidade para que haja a *Tradução Interna* na Matemática.

Para Wittgenstein (2009), seguir regra é como executar uma ordem. No ensino da matemática, este conceito se aplica por exemplo, quando se faz a demonstração de um teorema, ao executar o algoritmo da divisão ou construir o gráfico de uma função quadrática. Nesse sentido, seguir regra na matemática é manter o sentido lógico na execução de atividades internas e seguir normas que não podem ser transgredidas subjetivamente, pois há neste jogo de linguagem conceitos exclusivos de um contexto matemático. Seguir regra corretamente é como chegar ao resultado de uma expressão numérica, obedecendo a ordem das operações e o uso dos sinais de associação, assim como aplicar corretamente a regra de sinais em operações com números inteiros.

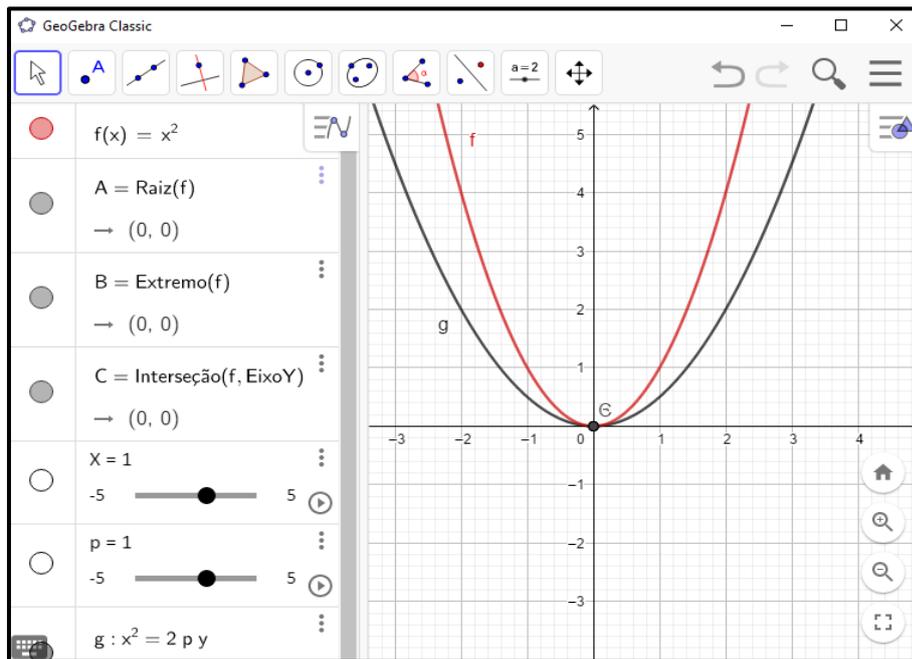
Assim, a *Tradução Interna* na Matemática pode configurar um *quadro de referência* no ensino a partir dos jogos de linguagem da Matemática e da informática na construção do gráfico de uma função quadrática ou de uma cônica (Melo, 2018). Nesse sentido, a *Tradução Interna* auxilia a compreensão de conceitos matemáticos implícitos na linguagem algébrica das funções (sintaxe), bem como destaca o papel das *imagens* na Matemática.

Na imagem a seguir, plotada a partir do *software* GeoGebra⁷ (versão 6.0) exemplifica-se o contexto da *Tradução Interna* com base no jogo de linguagem e outras expressões wittgensteinianas, no intuito de evidenciar a constituição de conceitos matemáticos a partir da imagem da visualização dos gráficos. Aqui, esta visualização se dá tanto pela forma quanto pelo conceito.

Entenda-se por forma, os gráficos obtidos na janela de visualização à direita da imagem a seguir, e por conceito a sintaxe das expressões matemáticas descritas na janela de álgebra à esquerda da figura 1.

⁷ O GeoGebra foi desenvolvido na Universidade de Salzburg, na Áustria, por Markus Hohenwarter, cujo projeto teve início em 2001. Este *software* destina-se ao ensino e aprendizagem da matemática e tem como uma de suas principais características dinamizar a geometria por meio de movimentos no computador. A interface amigável e o fato de que o *software* é disponibilizado em Língua Portuguesa amplia as possibilidades de ensino e aprendizagem da matemática. Nesse sentido, cumpre assinalar faço uso deste *software* em atividades docentes e pesquisas que venho desenvolvendo desde o ano de 2011 acerca da constituição de conceitos algébrico-geométricos na perspectiva do jogo de linguagem wittgensteiniano. Para saber mais, acessar o site: <https://www.geogebra.org/?lang=pt>

Figura 1: Curvas parabólicas



Fonte: elaboração do autor (2019)

Observa-se, na figura 1, que há duas curvas muito semelhantes. A distinção entre ambas pode ser obtida a partir de dois aspectos: um imagético e outro a partir da linguagem matemática (sintaxe) que as originou. Quanto às imagens das curvas, é possível fazer uma comparação apenas pela abertura das mesmas, já que no formato elas são idênticas. Imagine, no entanto, que as duas curvas fossem feitas à mão livre num quadro ou folha de papel e removêssemos todas as informações que estão contidas na imagem. Seria praticamente impossível saber sua origem (lei de formação específica), mesmo no campo da Matemática.

Quanto a este aspecto, Wittgenstein (2009) adverte que, todo signo sozinho é morto. Logicamente este exemplo não é o que deve necessariamente ser ensinado, pois o que está em jogo é a compreensão do conceito matemático subjacente aos gráficos. Nesse sentido, o *software* auxilia os professores no que diz respeito ao ganho de tempo na construção do gráfico, na precisão do desenho (curva) e ainda, possibilita mostrar por meio de movimentos na tela do computador como estas curvas se comportam no plano ao modificar seus parâmetros numéricos, com a ferramenta “controle deslizante” (que aparece no canto inferior esquerdo da figura 1 acima).

Os detalhes sobre os gráficos da figura 1, pertencentes à sintaxe da linguagem algébrica, podem ser observados na janela de álgebra do *software* (à esquerda da figura). O jogo de linguagem da matemática esclarece, portanto, alguns aspectos da imagem (gráficos de curvas parabólicas) que não podem ser tratados nem como adivinhação nem como algo que surge da intuição. A expressão *ver como* de Wittgenstein se aplica nesta atividade para mostrar que cada curva se origina de uma fórmula ou notação *string* (uso de simbologias específicas na Matemática). Ainda que as curvas sejam semelhantes, o significado matemático de *f* e *g* pertencem a objetos matemáticos (conceitos) distintos. A curva *f* é uma função quadrática do tipo $f(x)=x^2$ e a curva *g* pertence a uma cônica dada pela equação $x^2 =$

2py, ambas no campo dos números reais. Este tipo de constatação não se dá com base em acordos tácitos, são ensinados e aprendidos nas escolas e universidades.

Os usos dos jogos de linguagem da Matemática e da Informática associados à *Tradução Interna*, constituem-se como atividades que podem ser desenvolvidas no ensino e posteriormente na aprendizagem da Matemática. Assim, espera-se que a *Tradução Interna* evidencie o que foi dito por Wittgenstein (2009): a tradução é um jogo de linguagem, ou seja, traduzir é interpretar. Mas, interpretar aqui, não é uma atividade que se pauta numa opinião subjetiva, e sim uma técnica de vivência profissional. A interpretação na matemática está associada ao domínio de conceitos epistemológicos, significa *ver como*, compreender a gramática da Matemática e traduzir internamente os resíduos ou aspectos formais desta linguagem para a linguagem natural.

3 Jogos de imagens: conexões entre álgebra e geometria

A expressão jogos de imagens possui um duplo efeito analítico na perspectiva da linguagem. Origina-se a partir do conceito de jogo de linguagem em Wittgenstein. Portanto, sua raiz é filosófica e se constitui no contexto epistemológico da Educação Matemática. Não se trata de um método, mas de uma técnica de uso da linguagem voltada ao ensino da Matemática. Nesse sentido, não há necessidade de materializar os jogos de imagens, ao estilo com os quais são empregados pedagogicamente os jogos lúdicos (manipulação de materiais concretos) na aprendizagem da matemática escolar. Não há, portanto, uma lista de recomendações que forneça uma aplicação imediata do que sejam os jogos de imagens na matemática. Trata-se de um conceito intrateórico, assim como o conceito de *Tradução Interna* na Matemática (MELO, 2018).

Traduzir na Matemática consiste, portanto, em relacionar quando possível, conceitos e imagens, buscar a conexão entre estes dois aspectos, significa entender como se dão as nuances dos *Jogos de Imagens* na Matemática. Não basta construir um gráfico, como o que vimos na seção anterior, é preciso dar sentido ao seu *uso*. É a aplicação da curva parabólica no ensino que justifica a sua natureza deste objeto matemático. Um jogo de imagem auxilia, portanto, a traduzir imagens em conceitos e conceitos em imagens na Matemática.

Quando se associa a imagem de um objeto comum à imagem de um objeto na Matemática, é porque fomos ensinados a fazer este tipo de relação desde tenra idade pela concepção referencial da linguagem. Nesse sentido, é praticamente impossível ao longo da vida, no sentido *lato*, nos desfazermos das imagens, as referências são importante e talvez até necessárias, mas não são essências, a Álgebra sobrevive sem imagens. As imagens povoam o nosso olhar. É assim que um quadro na parede pode ter a forma de um quadrado e uma bola o formato de uma esfera. Nesta direção, conforme Moreno (1995), somos guiados pelas imagens.

É a força das imagens que nos compele, por exemplo, a interpretar a experiência de reconhecimento ou de familiaridade como sendo um processo em que comparamos mentalmente o objeto ou a pessoa presente com sua representação mental (*vorstellung*) que guardamos na memória. É a imagem da comparação entre o modelo e sua cópia que imprime, aqui, sua força, leva-nos a explicar o reconhecimento ou a familiaridade

enquanto atividades de comparação realizadas no espírito (MORENO, 1995, p. 49).

De acordo com Moreno (1995), *imagens são conceitos*. Logicamente, podemos fazer a leitura inversa e complementá-la no sentido de que conceitos também são imagens. As imagens na Matemática não estão sozinhas, subsiste às imagens os conceitos ou as definições que as governam. Desta maneira, pode-se afirmar que os gráficos na Matemática se constituem por meio de uma geometria morfológica no que diz respeito à linguagem formal das ciências (GRANGER, 2013). Afirma-se que junto ao conceito grangeriano, outro conceito carece de atenção no ensino da Matemática: o da morfossintaxe dessa linguagem que pode revelar aspectos residuais da linguagem a partir da tradução.

A morfossintaxe da linguagem matemática nos permite estabelecer uma relação da expressão função quadrática, a partir da notação $f(x)=ax^2+bx+c$, com $a \neq 0$ em \mathbb{R} , com o seu gráfico na geometria (parábola). E mais, evidencia que esta é a lei ou forma geral de uma família de funções quadráticas, que pode variar de acordo com a mudança dos parâmetros (a, b e c). Assim, a parábola não é uma função quadrática, mas uma curva que representa o objeto matemático função, cuja sintaxe pode ser expressa também pela notação $f(x)=x^2$. Este exemplo, integra a família das funções quadráticas.

Na Educação, no entanto, o excesso do formalismo presente na linguagem matemática (simbologia e notações) implica a compreensão de conceitos, como o de função, pelos aprendizes. Faz-se necessário, portanto, que o professor *traduza* expressões da linguagem matemática para a linguagem natural. É importante, estabelecer entre os códigos destas duas gramáticas um jogo de linguagem que nos permita compreender como os conceitos matemáticos se constituem (Melo, 2018).

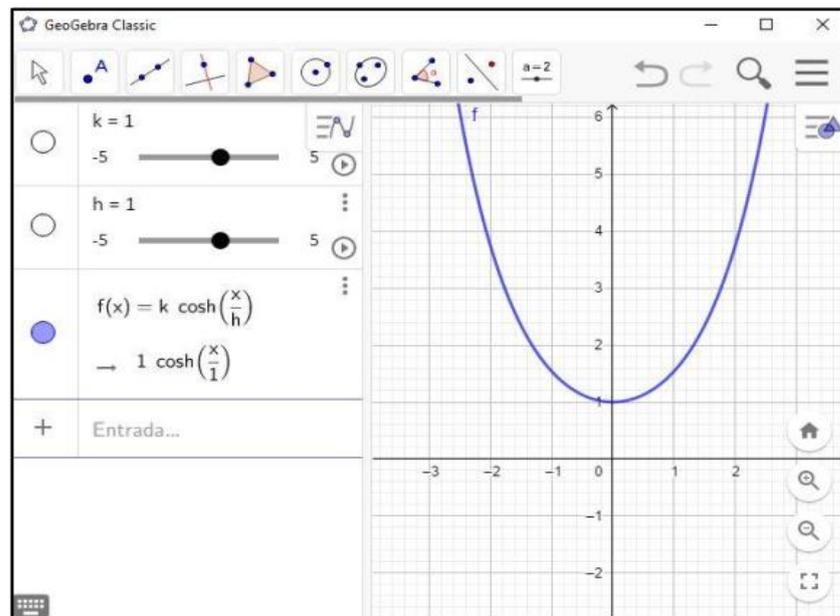
Obviamente esta é uma discussão de cunho epistemológico inerente à prática docente, portanto, ainda não se aplica à aprendizagem da Matemática de maneira imediata, pois o jogo de linguagem dos aprendizes, difere do jogo de linguagem dos professores que ensinam Matemática. *Traduzir na Matemática* e fazer uso dos *jogos de imagens* são atividades intrateóricas subjacentes ao jogo de linguagem da Matemática, que se estabelece nas atividades educacionais, juntamente com o jogo de linguagem da leitura e da interpretação de conceitos.

Considera-se que, Traduzir na Matemática *jogos de imagens* é uma atividade complexa, que faz parte da forma de vida dos professores. Por outro lado, esta não é uma constatação empírica, mas teórica. Algo que é mais comum no ensino, passa pela interpretação, que nem sempre pode ser tratada como uma tradução. Para tanto, é importante *ver como* (compreender) o funcionamento da gramática da matemática no ensino considerando a importância desta linguagem na constituição de conceitos. Quando se trata aqui da constituição de conceitos matemáticos, significa dominar a sintaxe desta linguagem para avançar na compreensão de jogos de linguagem mais complexos, como no ensino de cálculo e análise matemática no ensino superior. Saber como um conceito funciona não é o mesmo que inventar novos teoremas, este é um objetivo dos matemáticos. Na Educação Matemática, significa partir de conceitos e técnicas já consolidados no contexto epistemológico e aplicá-los na Educação.

A expressão wittgensteiniana *ver como* interpretada a partir do jogo de linguagem da Matemática e da Informática se aplica no intuito de evidenciar a funcionalidade dos conceitos e definições matemáticas. O *ver como* wittgensteiniano está relacionado à gramática profunda de que fala Moreno (1995), ou seja, significa *compreender* o que não está visível. *Ver como* é analisar aspectos que se sobressaem à superficialidade das imagens cotidianas, ou seja, quase sempre, imagens de diferentes objetos são usadas na perspectiva da aprendizagem significativa como um artefato da realidade como uma antena parabólica por exemplo, para dar significado à Matemática. Considera-se, por conseguinte, que esta é uma prática ilusória, quando um objeto da realidade é usado para ilustrar um objeto que é da matemática. Obviamente, não são a mesma coisa.

O gráfico da figura 2 foi elaborado para que se possa enfatizar a natureza e a importância dos *jogos de imagens* na matemática, ou seja, trata-se de uma análise epistemológica de conceitos algébrico-geométricos no ensino.

Figura 2: Curva catenária



Fonte: Melo (2018, p.142)

De posse dessa imagem gerada no computador, chama-se atenção novamente para a força que as imagens imprimem em nosso campo visual. De modo análogo ao que foi mencionado na figura 1 da seção anterior, nota-se que a curva catenária possui semelhança familiar com uma parábola. Preserva-se nesta imagem, portanto, a natureza da forma, mas a sua constituição parte da definição de outro objeto matemático cuja equação é dada por: $f(x) = k \cosh(x/h)$. Esta curva, no entanto, pertence à família das funções hiperbólicas no campo da geometria analítica e sua notação mostra que também pertence à trigonometria. Ora, mas como fazer esta diferenciação? O jogo de imagens pode não ser suficiente para desfazer a imagem de que estaríamos diante de uma curva da família das parábolas. A resposta está na tradução da imagem a partir da sintaxe que a rege.

O auxílio do *software* GeoGebra na construção deste gráfico possibilita que seja feita uma análise do conceito algébrico-geométrico que dá origem a esta curva. Logicamente,

fazer este tipo de análise se dá em etapa posterior ao ensino de funções hiperbólicas, tal qual se faz com o ensino de função quadrática, cujos passos vão desde o estudo do discriminante até a construção final da parábola. Fazer uso do jogo de imagem na Matemática não significa, necessariamente, atrelar o ensino da matemática à construção de gráficos no computador. Por outro lado, significa mostrar que existe uma conexão entre álgebra e geometria, estabelece uma condição de possibilidade para a compreensão de conceitos, por meio de um jogo de linguagem, que esclarece como o conceito de função hiperbólica e o gráfico dele resultante se constituem na matemática, que, neste caso, se aplica ao gráfico da curva catenária.

A imagem proveniente deste jogo de linguagem entre álgebra e geometria traduz na Matemática a conexão entre conceitos. Desta forma, segundo Oliveira (2012), estabelece-se um quadro de referência que pode ser viabilizado pela tradução na Matemática. Este tipo de análise, fornece-nos subsídios para não cairmos nas armadilhas da interpretações subjetivas advindas da polissemia da linguagem natural. Para Wittgenstein (2009, p. 276), “se interpretamos, então fazemos hipóteses que podem revelar-se falsas”. As ilustrações com as quais habituamos o nosso campo visual podem provocar ilusões que se desfazem com base na linguagem objetiva da Matemática. Este é um dos papéis dos *Jogos de Imagens* no ensino da Matemática.

Considerações finais

Procura-se enfatizar neste texto a perspectiva da tradução de textos matemáticos, a partir de pesquisas realizadas na pós-graduação *stricto sensu*. Nesse sentido, foram feitos recortes acerca de algumas concepções teóricas que se destacaram no país entre 2011 e 2018. Conforme ressaltou-se neste artigo, há um número restrito de trabalhos que envolvem Tradução e Matemática no universo das tendências em Educação Matemática no Brasil.

Esta reflexão engendra os conceitos de *Tradução Interna* e *Jogos de Imagens* provenientes de uma tese defendida pelo autor em 2018, que se junta-se ao demais argumentos, no intuito de contribuir com o ensino da matemática. Vale ressaltar, que mesmo sendo um ramo novo de pesquisa, a tradução de textos matemáticos começa a se avolumar no cenário educacional.

Nesse sentido, pode-se afirmar que os estudos e pesquisas em linguagem matemática, realizados pelo GELIM/UFPA, ao longo de mais de dez anos, tem contribuído de forma relevante, no intuito de disseminar a Filosofia wittgensteiniana e suas aplicações, voltadas ao ensino e aprendizagem da matemática. Este texto, configura parte de uma destas destas produções, na qual o jogo de linguagem wittgensteiniano dá a tônica das discussões. Assim a *tradução na matemática*, abre espaço para um novo nicho de debates e contexto da Educação Matemática, ampliando o escopo das discussões e produções científicas voltadas ao contexto educacional.

Considera-se, portanto, a *Tradução Interna* como um conceito intrínseco a Matemática, cujas características evidenciam-se em diferentes atividades docentes (formas de vida) da Educação Básica ao Ensino Superior. Este tipo de tradução, foi cunhada a partir das análises de jogos de linguagens complexos que consistem no domínio de técnicas de ensino, que juntamente com os *Jogos de Imagens*, podem auxiliar na compreensão de

conceitos, que apresentam aspectos residuais da linguagem formal e codificada da matemática. Assim, a tradução na matemática pretende, para além da leitura, da escrita e da interpretação, evidenciar um novo eixo de investigação e pesquisas sobre a linguagem matemática.

No universo das Teorias da Tradução e da Filosofia da Linguagem, pode-se afirmar que tanto para Wittgenstein quanto para Steiner, traduzir condiz com o ato de *interpretar*. Mas, este texto procura mostrar que existe uma espécie de *tradução interna*, que aponta uma outra perspectiva da tradução. Trata-se de um jogo de linguagem, que difere sutilmente da interpretação de uma linguagem para outra, infere-se que traduzir na matemática é uma técnica inerente às praxis docente. Técnica que exige domínio conceitual do objeto matemático para ser efetivada, ou seja, consiste de uma conexão entre os conceitos da Álgebra e da Geometria. A tradução interna, possui um viés epistemológico, isso não impede que esta atividade, seja perfeitamente compreensível e posta em prática pelos professores que ensinam matemática.

Nesse sentido, procurou-se por meio de ilações wittgensteinianas contidas nas *Investigações Filosóficas* acerca do jogo de linguagem, mostrar algumas aplicações voltadas ao ensino da matemática, destacando a sintaxe da Álgebra e quando possível, aspectos imagéticos da Geometria. Tais conexões, permitiram que a constituição de conceitos matemáticos ensináveis, fossem discutidos tanto numa dimensão educacional quanto científica. Consequentemente, estas relações oportunizaram a elaboração de novos conceitos, a exemplo dos *Jogos de Imagens*, que se juntam a outros que figuram no universo da Matemática.

Não se trata, portanto, de uma pesquisa sobre tradução de conceitos matemáticos exclusivos para a matemática, mas sobre a possibilidade de que esta atividade tradutória seja realizada por professores que ensinam matemática. Ainda que de natureza teórica, as observações feitas sobre a constituição de conceitos matemáticos, requer dos professores um novo olhar para o ensino, ou seja, um olhar que não limita o ensino de conceitos apenas com ênfase na leitura e na interpretação, pois a *tradução* também faz parte desse universo.

Tais aplicações, colocam-se, portanto, como condições de possibilidades a serem exploradas posteriormente, na aprendizagem da matemática. Nesse sentido, as observações e análises feitas, amparam-se em quadros de referência que ampliam o escopo dos debates e discussões no cenário educacional, e inserem a perspectiva da *tradução na matemática* como um novo campo de investigação e de pesquisas no âmbito da Educação Matemática.

Referências

- ALVES, Daniel A. de Sousa. VASCONCELLOS, Maria L. Barbosa. **Metodologias de pesquisa em Estudos da Tradução: uma análise bibliométrica de teses e dissertações produzidas no Brasil entre 2006-2010**. Revista D.E.L.T.A: São Paulo, 2016. vol. 32. n.2. pp.375-404. ISSN 0102-4450.
- BELIZÁRIO, Edvaldo. **Teorias da tradução na prática: as armadilhas da tradução**. Rio de Janeiro: Revista Italiano-UERJ, 2010. Ano 1. v1. n1. pp-51-66.

- FROTA, M. Paula. **Um balanço sobre os estudos da tradução o Brasil**. Florianópolis: Cadernos de tradução. ISSN 2175-7968. v. 1. n.19. 2007. p.135-169
- GALELLI, R. Descovi. **A matemática pelo olhar da tradução**. 121f. Dissertação (Mestrado em Estudos da Tradução). Universidade Federal de Santa Catarina. 2012. Disponível em:< <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/103400>>. Acesso em: 15. jan. 2019.
- GOTTSCHALK, Cristiane. M. C. A compreensão de significados matemáticos: entre o transcendental e o empírico. In: _____ **Compreensão: Adestramento, Treinamento, Definição**. São Paulo: Coleção CLE-Unicamp, 2014. Pp.56-76.
- GOSTTSCHALK, Cristiane. M. C. **A natureza do conhecimento matemático sob a perspectiva de Wittgenstein: algumas implicações educacionais**. Campinas-SP: Cadernos de História da Filosofia e Ciências, 2004. série 3, v. 14, n. 2, jul./dez. pp. 305-334.
- GONÇALVES. C. H. B. **Observações sobre a tradução de textos matemáticos cuneiformes**. Rio Claro: Bolema, 2011. v. 24 n. 38. p. 1-15.
- GRANGER, Gilles-Gaston. **Filosofia, linguagem, ciência**. Trad. Ivo Storniolo e José L. Cazarotto. São Paulo: Ideias e letras, 2013.
- JAKOBSON, Roman. **Linguística e comunicação**. Trad. Izidoro Blikstein/José Paulo Paes. São Paulo: Cultrix, 1969.
- MELO, L. A. S. **Tradução interna e jogos de imagens na matemática**. 2018. 208f. Tese (Doutorado em Educação Matemática).Universidade Federal do Pará. Pará, 2018.
- MELO, L. A. S. **Ensino e aprendizagem de conceitos algébrico-geométricos**. III dia de *GeoGebra* Iberoamericano (Resumo). São Paulo: Revista Eletrônica da PUC, 2015. v.4. n.2. p.152.
- MORENO. A. R. **Wittgenstein através das imagens**. 2 ed. Campinas-SP: Editora da UNICAMP, 1995.
- MORENO. A. R. **Introdução à uma pragmática filosófica**. São Paulo: Ed. Unicamp, 2005.
- OLIVEIRA. Paulo. **Revisitando os clássicos: Schleiermacher numa ótica wittgensteiniana**. Curitiba: Revista Letras. Editora UFPR, 2012. n.85. p.163-180. ISSN:2236-0999.
- SCHUBRING, Gert. **Os números negativos: exemplos de obstáculos epistemológicos**. São Paulo: Editora livraria da Física, 2018.
- STEINER, George. **Depois de Babel: questões de linguagem e tradução**. Trad. Carlos A. Franco. Curitiba: Editora da UFPR, 2005.
- SILVEIRA, M. R. A. **Tradução de textos matemáticos em língua natural em situações de ensino e aprendizagem**. São Paulo: Educação Matemática Pesquisa, 2014. v.16, n.1, pp.47-73.
- WITTGENSTEIN, Ludwig. **Zettel (Fichas)**. Trad. Ana Berhan da Costa. Lisboa: Edições 70, 1989.
- WITTGENSTEIN, Ludwig. **Gramática Filosófica**. Trad. Luiz Carlos Borges. São Paulo: Loyla, 2003.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Investigações Filosóficas**. Trad. Marcos G. Montagnoli. 6ª ed. Petrópolis: Vozes, 2009.

Luciano Augusto da Silva Melo

Universidade Federal do Pará (UFPA-PPGECM)/Brasil

Secretaria de Educação do Estado do Pará-SEDUC

luciano.melo10@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1900-5808>