Estimulando a criatividade em matemática em sala de aula através da formulação e resolução de problemas em geometria[1]

Fostering creativity in mathematics classroom by means of problem posing and problem resolution in geometry

José Luiz Rosas Pinho
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)
Méricles Thadeu Moretti
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)

RESUMO

A criação e formulação de problemas de matemática por estudantes em sala de aula tem sido objeto de estudos desde a segunda metade do século XX. Pólya, Brown & Walter, Kilpatrick, Silver e Ponte são algumas das referências nesse assunto e, na área da psicologia cognitiva, Csikszentmihalyi e Sternberg indicam que é possível ensinar nossos estudantes a pensarem de forma mais criativa. Encontramos na teoria dos registros de representações semióticas de Duval um referencial teórico apropriado que permita justificar e desenvolver técnicas para que os estudantes venham a criar seus próprios problemas em matemática, particularmente para problemas em geometria. A crítica de Ausubel, em contraposição, aponta para a necessidade de se desenvolver uma metodologia apropriada para estimular a criatividade em sala de aula. Descrevemos uma atividade em geometria realizada com uma turma de formação de professores de matemática nas quais a metodologia consistiu em fornecer ideias que pudessem funcionar como um estímulo inicial ou como um catalisador para a geração de novos problemas. O uso de um software de geometria dinâmica mostrou-se bastante apropriado como um auxílio nessas tarefa, porém é importante ter consciência de suas limitações. Essa atividade revelou as dificuldades iniciais dos estudantes em criar novos problemas, porém resultados também foram obtidos.

Palavras-chave: Criação de problemas em geometria; Software de geometria dinâmica; Registros de representação semiótica.

ABSTRACT

Mathematics problem posing in classroom has been object of study since the middle of the 20th century. Pólya, Brown & Walter, Kilpatrick, Silver and Ponte are some references in this topic and, in cognitive psychology, Csikszentmihalyi and Sternberg point out that it is possible to teach our students to think creatively. We found in Duval's theory of the registers of semiotic representation an appropriate theoretical background to enable the development of some technics to provide students to create problems in mathematics, in special for geometry problems. Ausubel's criticism, in contraposition, indicates the necessity to develop an appropriate methodology for fostering creativity in classroom. We describe an activity done in one class of pre-service teachers in mathematics in which we gave some ideas to function as an initial stimulus or as a catalyst for the creation of new problems. The use of a dynamic geometry software proved to be very appropriate as a support in this task, but it is important to be aware of its limitations. The activity showed the initial difficulties of the students to create new problems, but some results were also achieved.

Keywords: Problem posing in geometry; Dynamic geometry software; Registers of semiotic representation.

1 Apoio CNPq.

Introdução

Criatividade, com um sentido de "imaginação", "expressão", "inspiração" ou "emoção" tem sido historicamente abordada de uma maneira geral, por filósofos da antiguidade e da era moderna. Segundo Platão, a inspiração é uma espécie de loucura. Para Kant criatividade e imaginação (a faculdade de intuir mesmo quando um objeto não está presente) estão relacionadas. Gaut (2010) observou que poucos trabalhos sobre criatividade foram escritos por filósofos na segunda metade do século XX, mas que o mesmo não se podia dizer dos psicólogos.

No entanto, a primeira pessoa a chamar a atenção para o processo criativo não foi um psicólogo. Em uma palestra ministrada no Institute Général Psychologique em 1908 sobre o processo de criação em matemática, depois publicada como um artigo na revista L'Enseignement Mathématique naquele mesmo ano, o matemático Henri Poincaré (1908, p. 357) afirmou: "A gênese da invenção matemática é um problema que deve inspirar o mais vivo interesse ao psicólogo". Em seu trabalho Poincaré, analisando o papel da intuição no processo de criação matemática, descreve detalhadamente as etapas de seu pensamento na tentativa de resolver dois problemas que eram seu objeto de pesquisa. Poincaré descreve essas etapas como um período de trabalho árduo e consciente seguido de outro período em que o problema é deixado de lado (trabalho inconsciente), ocorrendo depois uma "iluminação", e por fim, uma etapa de verificação. Em 1926 o cientista político Wallas[2] apud SADLER-SMITH (2015, p. 344), baseando-se em Poincaré, analisa essas etapas denominando-as: preparação, incubação, iluminação e verificação.

Posteriormente o matemático Jacques Hadamard (1944) proferiu uma série de palestras na École Libre des Hautes Études em 1943 em New York, em seguida publicadas como um livro, tratando da psicologia da criação no campo da matemática:

> Por outro lado, nosso título é "A psicologia da invenção no campo da matemática", e não "Psicologia da invenção matemática". Pode ser interessante lembrar que a invenção matemática não é mais que um caso de invenção em geral, um processo que pode ocorrer em vários domínios, seja em ciência, literatura em arte e também em tecnologia (HADAMARD, 1944, p. xi).

Tanto Poincaré como Hadamard referiam-se ao processo de criação do pesquisador, embora Hadamard escrevesse, indicando um viés educacional:

> Entre o trabalho do estudante que tenta resolver um problema em geometria ou álgebra e o trabalho de criação, pode-se dizer que existe apenas uma diferença em grau, uma diferença de nível, ambos os trabalhos sendo de natureza semelhante (HADAMARD, 1944, p. 104).

Foi Guilford (1950, p. 444), em uma palestra frente à Sociedade Americana de Psicologia, que chamou a atenção dos psicólogos para a pouca atenção que eles haviam dedicado à criatividade até então. Nessa palestra Guilford enfatiza o papel do pensamento divergente no desenvolvimento de novas ideias. Ao mesmo tempo, essa é uma visão de quebra ou rompimento com o antigo e que pode estabelecer uma certa tensão (paradoxo) entre conhecimento e criatividade. Weisberg (1999, p.230, 245 e 246) discute a relação conhecimento-criatividade e afirma que o conhecimento é um ponto de partida e está relacionado de forma positiva com a criatividade. Segundo Weisberg uma pessoa para se mais tornar criativa necessita de tempo para amadurecer esses conhecimentos. Getzels (1979, p. 168-169) discutindo a importância de

2 WALLAS, G. The art of thought. London: Jonathan Cape, 1926.

se formular um problema, distingue três classes de situações de problemas: situação de problema apresentado (o problema existe e é proposto para uma pessoa resolvê-lo), situação de problema descoberto (o problema existe, mas é percebido ou formulado pela própria pessoa que irá resolvê-lo) e situação de problema criado (o problema não existe até que alguém o invente ou crie). E ele conclui: "de fato, um problema bem formulado é ao mesmo tempo um resultado do conhecimento, um estímulo para mais conhecimento e é, ele próprio, conhecimento".

Em 1977 Karl Popper e John Eccles[3] apud SINGER et ali (2013, p. 1) trabalharam em conjunto para tentar explicar o processo de descoberta científica e concluíram "que o processo de compreensão e o processo real de produção ou descoberta de teorias, leis científicas etc são muito parecidos. Ambos são processos de elaboração e verificação"

Segundo Boden (2004. p. 1-2) criatividade é a habilidade de produzir ideias e artefatos que são novos, surpreendentes e úteis. A condição de originalidade no entanto pode ser contestada. Boden difere entre criatividade histórica (quando ninguém teve certa ideia antes) e criatividade psicológica (uma ideia original para um indivíduo). Uma distinção semelhante é dada por Beghetto&Kaufman[4] apud PAPALEONTIOU-LOUCA et ali (2014, p. 132): criatividade "grande C" (nível de pessoas eminentes ou gênios) e criatividade "pequeno c" (criatividade comum). É esta última (psicológica) que justifica o estímulo à criatividade na educação. Em seu artigo com extensa bibliografia Papaleontiou-Louca et ali afirmam:

> Assim, a criatividade pequeno c parece particularmente apropriada a Educação Superior, onde sua prioridade deve ser encorajar todos os estudantes a alcançar seu pleno potencial [...] Portanto, argumentamos aqui que a criatividade na educação é não somente essencial, mas também vital para promover a oportunidade de nossos estudantes de estender seus conhecimentos e dar-lhes a chance e a possibilidade de criar novos conhecimentos e ideias (PAPALEONTIOU-LOUCA et ali, p. 133, 2014).

Csikszentmihalyi (1996) dá um enfoque sociocultural à criatividade com seu modelo de sistemas e apresenta três fatores importantes para que a criatividade ocorra: um domínio (cultura) que contém regras simbólicas, um indivíduo (que aporta novidade para o domínio simbólico) e um campo (sociedade) formado por experts que reconhecem e validam a inovação em um meio de aprendizagem.

Pólya foi um dos pioneiros a abordar a questão realmente do ponto de vista da educação matemática, tanto no que se refere aos processos criativos (PÓLYA, 1954), como na resolução de problemas (PÓLYA, 1957). Kilpatrick, discípulo de Pólya, foi mais incisivo no que se refere à criação/invenção de problemas por parte dos estudantes em sala de aula:

> A formulação de problemas é uma importante acompanhante da resolução de problemas. No entanto ela tem recebido pouca atenção nos currículos dos cursos de matemática. Professores e estudantes igualmente assumem que os problemas estão simplesmente lá, como montanhas a serem escaladas [...] A formulação de problemas deve ser vista não somente como um objetivo de instrução, mas também como um meio de instrução (KILPATRICK, 1987, p. 123).

E acrescenta:

3 POPPER, K. R., ECCLES, J. A. The self and its brain: An argument for interactionism. Berlin: Springer, 1977.
4 BEGHETTO,R. A., KAUFMAN, J. C. Beyond bis and litle: The Four C model of creativity. Review of General Psychology, vol 13, p. 1-12, 2009.

> A experiência de descobrir e criar seus próprios problemas deveria ser parte da educação de todo estudante. Pelo contrário, ela é uma experiência que poucos estudantes têm hoje em dia – exceto talvez se eles forem candidatos a graus avançados em matemática [...] Pesquisadores, como os professores, tendem a ignorar os processos de criação e formulação de problemas. Como Getzels (1979) observou, 'embora haja dúzias de referências teóricas, centenas de instrumentos psicométricos, e literalmente milhares de estudos empíricos sobre resolução de problemas, dificilmente se encontra um trabalho sistemático sobre criação de problemas' [...] A pesquisa pode nos ajudar a entender alguns processos de formulação de problemas, mas não pode-nos dar um panorama completo até que mais pesquisadores (em educação) olhem para a formulação de problemas em situações em que um problema ainda não tenha sido proposto (KILPATRICK, 1987, p.134).

Por outro lado, Feyerabend (1987, p. 701) analisando o papel da criatividade nas ciências, critica a visão de que nossa cultura necessita de criatividade individual.

O mito da criatividade como uma iluminação, alcançável apenas por uns poucos 'gênios' é pouco a pouco desbancado e, na última década do século XX, Silver escreve:

> Uma nova visão de criatividade tem surgido de pesquisas contemporâneas – uma visão que se contrapõe em agudo contraste com a visão do gênio. Essas pesquisas sugerem que a criatividade está intimamente relacionada com um saber profundo e flexível em domínios específicos; ela está frequentemente associada com longos períodos de trabalho e de reflexão ao invés de um raciocínio (insight no original) rápido e excepcional; além disso, ela é suscetível a influências instrucionais e experimentais. A visão contemporânea de criatividade também sugere que pessoas que são criativas em um domínio demonstram possuir uma disposição criativa ou uma orientação à sua atividade nesse domínio. Isto é, a atividade criativa resulta de uma inclinação a pensar e a se comportar criativamente. Essa nova visão de criatividade fornece uma fundamentação muito mais forte para construir aplicações educacionais. De fato, essa visão sugere que uma formação rica em criatividade deva ser apropriada para uma larga faixa de estudantes, e não meramente para uns poucos indivíduos excepcionais (SILVER, 1997, p. 75-76).

Sternberg, um psicólogo da área da psicologia cognitiva que vem analisando e estudando a natureza da criatividade em geral afirma, em sua "teoria de investimento em criatividade", que a criatividade resulta da confluência de seis recursos: habilidade intelectual, conhecimento, estilos de pensamento, personalidade, motivação e ambiente (STERNBERG, 2006, p. 88). Entendendo criatividade como uma atitude de decisão, Sternberg sugere que ela pode ser desenvolvida no âmbito educacional:

> Criatividade, de acordo com a teoria de investimento, é em grande parte uma decisão. A visão de criatividade como uma decisão sugere que a criatividade pode ser desenvolvida [...] Criatividade é tanto uma decisão a respeito e uma atitude sobre a vida quanto uma questão de habilidade. A criatividade é frequentemente óbvia em crianças pequenas, mas ela pode ser difícil de se encontrar em crianças maiores ou em adultos porque seu potencial criativo foi suprimido por uma sociedade que encoraja a conformidade intelectual [...] Podemos ensinar os estudantes a pensar de forma mais criativa [...] Motivando este trabalho está a crença de que os sistemas em muitas escolas tendem a favorecer as crianças com potencial em memória e habilidades analíticas (STERNBERG, 2006, p.90-93).

As referências citadas acima indicam a necessidade, e a possibilidade, de estimular a criatividade matemática nas escolas. Essa atitude implica em um "custo", um redirecionamento do currículo, ou uma atitude independente, de rompimento com o estabelecido, porém responsável, "...em prol da melhoria e do bem estar da comunidade educacional de modo a preservar

princípios éticos, morais e de justiça social" (LOPES & D'AMBROSIO, 2015, p. 2). Craft (2003, p.115-116) estudando os dilemas do professor e as limitações da criatividade em sala de aula afirma que a criatividade pode ser ensinada.

As atividades de criação de problemas em sala de aula podem se inserir em uma abordagem educacional mais ampla que é aquela das investigações em sala de aula. Neste aspecto encontramos várias referências em língua portuguesa (PONTE et ali, 2003; SERRAZINA, 2004; GALVÃO et ali. 2017). A abordagem investigativa para o ensino de matemática requer uma atitude crítica, tanto no estudo de conceitos, como na resolução de problemas e na (re) descoberta de propriedades ou criação de problemas.

Algumas estratégias de abordagem na criação de problemas têm sido propostas por alguns autores. Brown & Walter (1983) sugeriram a estratégia WIN ("what if not?") que consiste em listar e modificar certos atributos dos problemas criando assim novos problemas. Pólya (1957) sugere a estratégia "looking back", ou formular um problema mais simples.

Nossa proposta específica, trabalhando com turmas de professores em formação do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), é a de criação/formulação/invenção de problemas, ou a descoberta de propriedades em geometria euclidiana plana, com ou sem o apoio de um Software de Geometria Dinâmica (SGD).

O objetivo deste trabalho é relatar duas atividades realizadas em um semestre com uma turma de primeira fase do Curso de Matemática da UFSC em que lecionamos a disciplina Geometria Quantitativa I e analisar os resultados e as conclusões obtidas. Como suporte teórico, para a compreensão das dificuldades dos estudantes, nos apoiaremos em Duval (1993, 1998, 2006) e sua teoria dos registros de representação semiótica e em Moretti (2013) e Moretti & Brandt (2015) em seu estudo da semiosfera do olhar como um espaço possível para o aprendizado de geometria. A metodologia utilizada foi a aplicação de atividades através da proposição alternada de problemas abertos semiestruturados de geometria sintética e suas resoluções com posterior análise qualitativa dos resultados.

Softwares de Geometria Dinâmica – Vantagens e Limitações

Softwares de geometria dinâmica (SGD) são essencialmente, do ponto de vista da geometria sintética e das construções geométricas, uma régua e um compasso digitais. O SGD que utilizamos foi o GeoGebra por ser de domínio público. A grande vantagem de um SGD é justamente sua característica dinâmica que permite construir objetos geométricos e depois modificá-los, através da ferramenta "Mover", mantendo determinados atributos. Essa característica permite analisar, constatar e até mesmo descobrir propriedades geométricas. No entanto, é preciso ter consciência de suas limitações (em qualquer SGD). Isso é essencial, do ponto de vista epistemológico, quando trabalhamos com turmas de alunos de licenciatura, pois esses alunos estão em formação e se aprofundam nos fundamentos da matemática. A grande questão, em última análise, surgiu já na época dos geômetras gregos antigos com a descoberta dos incomensuráveis, ou seja, a impossibilidade de medir com exatidão devido à existência de algo mais além dos números racionais. O resultado que se obtém, através da tela de um SGD, não pode ser exato porque a tela não é um continuum, consistindo de uma grande quantidade de pontos discretos. Isso torna as medições e as construções (bastante) aproximadas, mas não perfeitas. Assim, o GeoGebra, como qualquer outro SGD é bastante preciso, mas não exato (no sentido platônico da palavra).

Essa não exatidão, ou a não confiabilidade no GeoGebra não afeta necessariamente as investigações sobre algumas propriedades geométricas. Mas há ainda uma dificuldade, que pode ser compreendida através do tratamento das figuras em diversas dimensões, como sugere

Duval (1998) em sua teoria dos registros de representação semiótica, quando usamos a opção "Mover" em problemas nas situações em que há um ou dois graus de liberdade para movimento de um ponto. Exemplos disso são as investigações sobre os problemas históricos de Heron, Regiomontanus e de Fermat (PINHO, 2013). Usando-se um SGD para estudar o problema de Heron ou o problema de Regiomontanus a procura de um extremo consiste em mover um ponto sobre uma reta (um grau de liberdade), o que permite aproximar-se da solução (ou constatar a existência de uma solução) com uma certa facilidade. Já no problema de Fermat, um ponto deve ser movido no plano, tendo portanto dois graus de liberdade, e isso dificulta muito mais a obtenção de uma conclusão ou a formulação de uma conjectura.

Referencial Teórico

O nosso referencial teórico é, como dissemos antes, a teoria dos registros de representação semiótica de Duval (1993, 1995). Nessa teoria Duval expõe e analisa as dificuldades que os estudantes apresentam com os diversos registros de representação semiótica e, no caso da geometria, com o registro figurativo ou a visualização. Essas dificuldades dos estudantes, tanto do ensino superior como do ensino básico, podem ter origem desde cedo, nos anos iniciais de sua formação e passam pela questão do ver uma figura, e de sua decomposição, ou de sua desconstrução de um objeto bidimensional em suas partes unidimensionais. Segundo Duval:

> Na geometria, por exemplo, a percepção de figuras quase sempre conduz a impasses, porque é preciso ter aprendido a "ver" contra a evidência perceptiva das formas reconhecidas de imediato para que elas desempenhem um papel heurístico, e não seja uma fonte de confusões (DUVAL, 2013b , p. 17).

Sobre a dimensão Duval escreve:

> Mesmo uma figura aparentemente reduzida a uma só unidade de dimensão figural 2 (um quadrado, por exemplo), só é uma figura, em matemática, à condição de que seja considerada como uma configuração de unidades figurais de dimensão 1 (os segmentos formando os lados), uma vez que são as relações (paralelismo, simetria, tangência,...) entre as unidades figuras elementares o conteúdo pertinente de uma figura geométrica (DUVAL, 1995).

A ideia das apreensões, desenvolvida por Duval (1995, p. 173-207) permite compreendermos como ocorre a aprendizagem em geometria. Ele as classifica em apreensões perceptiva, discursiva, operatória e sequencial. A apreensão perceptiva para a identificação de uma figura. Sobre as duas primeiras apreensões Duval escreve:

> Não importa qual a figura desenhada no contexto de uma atividade matemática, ela é objeto de duas atitudes geralmente contrárias: uma imediata e automática, a apreensão perceptiva de formas e outra controlada que torna possível a aprendizagem, a interpretação discursiva de elementos figurais. Estas duas atitudes encontram-se geralmente em conflito porque a figura mostra objetos que se destacam independentemente do enunciado e que os objetos nomeados no enunciado das hipóteses não são necessariamente aqueles que aparecem espontaneamente. O problema das figuras geométricas está inteiramente ligado à diferença entre a apreensão perceptiva e uma interpretação necessariamente comandada pelas hipóteses (DUVAL, 2012, p. 120-121,).

Segundo Moretti (2015) a citação acima "alerta para o fato de que uma figura não é o que ela mostra, mas o que é levada a mostrar, em geral, o que está no enunciado." E ele acrescenta: "O que se chama de figura geométrica é o resultado da conexão entre as apreensões perceptiva e discursiva: é preciso ver a figura geométrica a partir do que é dito e não das formas que se destacam ou das propriedades evidentes." A semiosfera do olhar, um espaço de integração dos diversos sistemas semióticos, proposta por Moretti (2013) é essencialmente dirigida para a aprendizagem da geometria nos anos iniciais, mas sua preocupação com questões de visualização e dadas as dificuldades que os estudantes apresentam em geometria nos cursos de formação, nos indica que devemos levar em conta essa integração nesses cursos.

> Pretendemos integrar, nas teorias de ensino ou aprendizagem da geometria, os aspectos que se referem à visualização para as séries iniciais do ensino fundamental para criar uma semiosfera do olhar para a aprendizagem da geometria. [...] No mundo de hoje, cada vez mais da imagem nos meios semióticos, o "aprender a ver" torna-se cada vez mais importante não só para a disciplina de geometria, mas para grande parte das nossas atividades cotidianas (MORETTI, 2013, p. 290).

No que se refere à habilidade de mudança de um registro de representação para outro Duval escreve:

> A mudança de registros de representação é o limiar da compreensão matemática para aprendizes em qualquer etapa do currículo. Ela depende da coordenação de vários registros de representação e é somente em matemática que tal coordenação é fortemente necessária.[...] O verdadeiro desafio da educação matemática é desenvolver em primeiro lugar a habilidade da mudança de registros de representação (DUVAL, 2006, p. 128).

Atividade Realizada e Metodologia

Realizamos uma atividade, através de algumas tarefas, em um semestre em que lecionamos a disciplina Geometria Quantitativa I, do currículo de licenciatura Curso de Matemática da UFSC. Essa disciplina, implantada em 1994 por meio de uma reforma curricular como uma forma de preparar melhor o futuro professor para seu trabalho no ensino básico, passou por pequenas mudanças (a última em 2017) durante esses 24 anos. Apesar do nome, nela são abordados diversos aspectos qualitativos da geometria euclidiana plana. Fazem parte ainda do programa as construções geométricas, apesar da existência da disciplina Desenho Geométrico. Com a experiência de lecionar essa disciplina por mais de 20 anos modificamos pouco a pouco nosso olhar e nossa interpretação do programa (como a interpretação de uma obra musical por parte de um músico) visando motivar cada vez mais os alunos apresentando e discutindo problemas desafiadores, como problemas históricos de extremos em geometria ou problemas de construção que exigissem, por parte do estudante, uma análise do problema (obtenção de elementos, por meio de todo o conhecimento em geometria, que pudessem levar à resolução do problema) e a posterior síntese (construção em si). No decorrer dos anos percebemos que muitas vezes as dificuldades dos estudantes não eram de ordem epistemológica e sim de ordem cognitiva. Com a criação dos softwares de geometria dinâmica as possibilidades de investigação em geometria aumentaram bastante.

O trabalho de Ausubel (1978) em psicologia da educação de um ponto de vista cogniti-

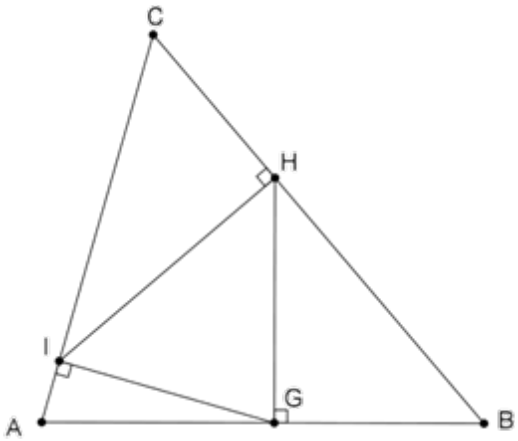
vo nos dá uma motivação e indica a necessidade da adoção de uma metodologia para desenvolver a criatividade em matemática. Nesse trabalho Ausubel aborda os fatores afetivos e sociais da aprendizagem e as limitações psicológicas e educativas da aprendizagem por descoberta. Essas limitações, apontadas mais recentemente por outros autores (CRAFT,2003) desafiam-nos a buscar tal metodologia.

Na atividade, realizada no segundo semestre de 2016 para uma turma de 27 estudantes, propusemos uma tarefa de criação de problemas em uma situação semiestruturada, isto é, uma situação de problema aberto em que os estudantes são convidados a explorar sua estrutura por meio do conhecimento. Essa tarefa foi brevemente relatada em Pinho (2017). A turma foi dividida em nove grupos de três alunos cada. Inicialmente apresentamos o GeoGebra e discutimos suas limitações. Um exemplo de investigação foi apresentado e discutido com os alunos e um problema base foi fornecido aos alunos para a tarefa propriamente dita como uma ideia inicial e um ponto de partida. Os grupos entregaram por escrito seus comentários bem como as construções realizadas, utilizando ou não o GeoGebra.

- Um exemplo dado em sala de aula

Em um problema de minimização sobre a razão das áreas de dois triângulos, um inscrito em outro triângulo acutângulo, cujos lados são respectivamente perpendiculares aos lados do triângulo original (SOUZA & PINHO, 2011), observou-se que os dois triângulos têm ângulos respectivamente congruentes, ou seja, são semelhantes.

Figura 1: a figura abaixo retrata um triângulo inscrito em um triângulo acutângulo com lados respectivamente perpendiculares a esse triângulo.



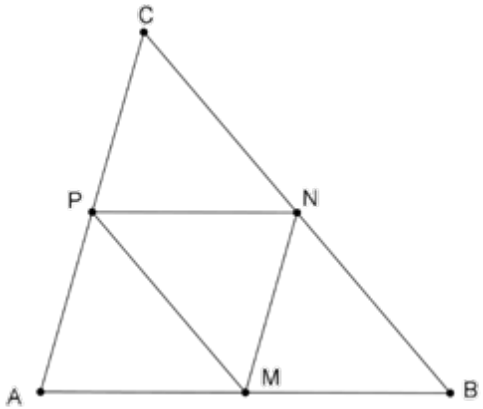
Fonte: Os autores.

Fizemos então a seguintes perguntas:

1. Existem outros triângulos semelhantes ao triângulo ΔABC nele inscritos? Com a mesma orientação e com orientação inversa? Se há vários, qual o que tem área mínima/máxima?
2. Existem triângulos equiláteros inscritos no triângulo ΔABC? Como construí-los com régua e compasso? Se há vários, qual o que tem área mínima/máxima?

A resposta parcial para (1) é sim. Há pelo menos um outro triângulo.

Figura 2: na figura abaixo vemos um exemplo de triângulo inscrito semelhante ao triângulo original.



Fonte: Os autores.

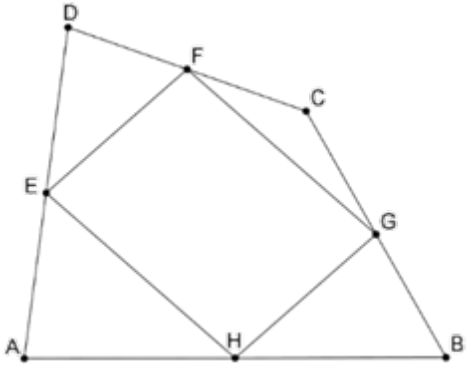
O triângulo ΔMNP, cujos vértices são pontos médios dos lados do triângulo ΔABC, é um deles (orientação mantida), mas é possível construir outros a partir da análise na resolução do problema em Souza & Pinho (op. cit.).

A resposta parcial para (2) é sim. A construção requer o uso da transformação rotação.

- Problema-base

Um resultado conhecido em geometria é o seguinte: dado um quadrilátero qualquer, os pontos médios de seus lados formam um outro quadrilátero cujos lados opostos são respectivamente paralelos e congruentes (Teorema de Varignon). Tal quadrilátero é um paralelogramo (por definição: lados opostos respectivamente paralelos).

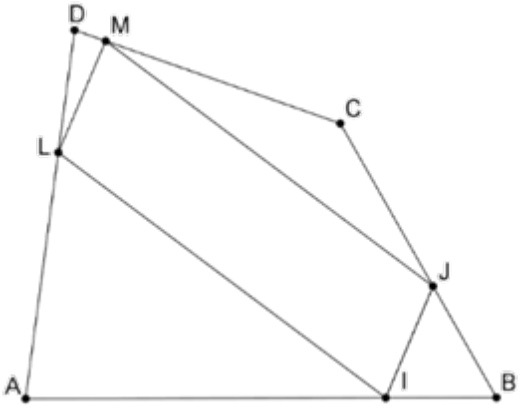
Figura 3: paralelogramo inscrito em um quadrilátero – teorema de Varignon



Fonte: os autores.

Sabe-se ainda que, dado um segmento com extremidades em dois lados (não necessariamente os pontos médios desses lados) consecutivos de um quadrilátero, então pode existir um paralelogramo inscrito nesse quadrilátero.

Figura 4: paralelogramo de lado dado inscrito em um quadrilátero.



Fonte: Os autores.

- Atividade proposta

O problema-base acima e a observação complementar abordam paralelogramos inscritos em um quadrilátero qualquer.

Procurar elaborar/criar/propor problemas/perguntas a partir desse tema considerando que:

Um retângulo é um paralelogramo.

Um quadrado é um retângulo.

Questões de área e de perímetro podem ser interessantes.

Trocar inscrito por circunscrito pode ser interessant

Utilizar o GeoGebra em suas análises. Ele pode indicar novas ideias e conjecturas.

Cada grupo deveria propor o maior número de problemas possível e atentar para a consistência do problema proposto ou que ele esteja, de preferência, associado ao tema do Problema-base.

- Perguntas esperadas:

1- Como construir tal paralelogramo?
2- Quantos paralelogramos inscritos existem?
3- Como construir um quadrado inscrito no quadrilátero?
4- Se houver uma infinidade de quadrados inscritos no quadrilátero, qual aquele que tem área máxima/mínima?
5- Há retângulos inscritos no quadrilátero? Como construir algum?
6- Como construir um retângulo inscrito com um dos lados dado?
7- Há paralelogramos/retângulos/quadrados circunscritos ao quadrilátero? Como construí-los?

- Observações dos alunos

Todos os grupos consideraram as perguntas 1 e 2 e as responderam. Três grupos fizeram a pergunta 3. Somente um grupo contemplou a pergunta 5. Somente um grupo (o mesmo anterior) cogitou algumas questões da pergunta 7. As perguntas 4 e 6 não forma formuladas. Um grupo formulou uma pergunta inesperada sobre a inscrição de um trapézio de base dada na figura e de área máxima. Outro grupo considerou ainda a seguinte questão: como construir um paralelogramo inscrito cujo ponto de intersecção de suas diagonais estivesse sobre a bissetriz de

um dos ângulos do quadrilátero ABCD? Finalmente um grupo expressou que suas dificuldades em executar a tarefa eram de ordem visual.

Considerações Finais

Neste texto apresentamos a criatividade do ponto de vista da psicologia e a criatividade na Educação, em especial, na Educação Matemática. O entendimento atual é o de que a criatividade pode e deve ser estimulada e ensinada aos estudantes, tanto no ensino básico, como no ensino superior. Nosso trabalho focou-se na criação de problemas ou conjecturas em geometria plana, em particular problemas de ordem qualitativa, que envolvem mais as propriedades dos objetos geométricos e menos os aspectos operacionais (quantitativos). Esboçamos para tanto uma metodologia que consistiu em propor um problema base e, a partir daí, promover uma sequência de resoluções e formulações de novos problemas. O GeoGebra demonstrou ser uma ferramenta valiosa para a descoberta de propriedades geométricas, mas os estudantes devem ter em mente suas limitações.

As atividades realizadas pelos alunos mostraram sua capacidade em criar novos problemas em geometria e que essa capacidade é resultante da intenção (decisão) de serem criativos. Além disso elas mostraram que é possível ensinar nossos estudantes a pensarem de forma criativa, conforme afirmado por Sternberg (2006), por meio de atividades abertas planejadas. Essas atividades, e suas discussões, ocuparam várias horas-aula da disciplina, uma decisão por nós tomada como forma de motivar os alunos e de modificar sua visão da geometria e das possibilidades do próprio ensino da geometria em sua vida futura promovendo uma atitude mais crítica e criativa por parte dos alunos.

Referências

AUSUBEL, D.P. *Psicología educativa – Um punto de vista cognoscitivo.* México: Ed.Trillas, 1978.

BODEN, M. *The Creative Mind* – Myths and Mechanisms. Londres: Routlege, 2nd ed.,2004.

BROWN, S. I., & WALTER, M. I. The Art of Problem Posing. Franklin Institute Press, Philadelphia, PA: 1983.

CRAFT, A. The limits to creativity in Education: Dilemmas for the Educator. British Journal of Educational Studies, vol. 51, p. 113-127, 2003.

CSIKSZENTMIHALYI, M. *The Psychology of Discovery and Invention*. New York, NY: Harper Collins Pub., 1996.

DUVAL, R. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. A**nnales de Didactique et de Sciences Cognitives**, vol. 5, 1993, p. 37-65.

DUVAL, R. Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Berne: Peter Lang, 1995.

DUVAL, R. Geometry from a cognitive point of view, in C. Mammana and V. Villani (Eds.), **Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century**. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1998, p. 37-52.

DUVAL, R. A Cognitive Analysis of problems of comprehension in a learning of Mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, vol. 61, p. 103-131, 2006.

DUVAL, R. Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. Trad. Méricles T. Moretti. REVMAT, v. 7, n. 1, UFSC/MTM/PPGECT. Florianópolis, p. 118-138, 2012.

DUVAL, R.; FREITAS, J. L. M.; REZENDE, V. Entrevista: Raymond Duval e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Revista Paranaense de Educação Matemática, v. 2, p.

10-34, 2013b.
FEYERABEND, P. Creativity: A Dangerous Myth. Critical Inquiry, vol 13, n. 4, p. 700-711, 1987.
GALVÃO, M. E. E.L., COSTA, N. M. L. e PRADO, M. E. B. B. Construção de funções a partir de problemas geométricos: uma abordagem investigativa. REnCiMa, v.8, n.2, p.39-57, 2017.
GAUT, B. *The Philosophy of Creativity*. Philosophy Compass, 5/12, p. 1034-1046, 2010.
GETZELS, J. W. Problem Finding: a Theoretical Note. Cognitive Science, vol 3, p. 167-171, 1979.
GUILFORD, J.P. Creativity. American Psychologist, 5, p. 444-454, 1950.
HADAMARD, J. An essay on the psychology of invention in the mathematical field. New York: Dover, 1944.
KILPATRICK, J. Problem formulating: Where do good problems come from? In A. H. Schoenfeld (Ed.). **Cognitive science and mathematics education**, Hillsdale, NJ: 1987. p. 123-147.
LOPES, C. E. e D'AMBROSIO, B. S. Insubordinação Criativa: um convite à reinvenção do educador matemático. **Bolema**, Rio Claro, v. 29, n. 51, p. 1-17, 2015.
MORETTI, M. T. Semiosfera do olhar: um espaço possível para a aprendizagem da geometria. **Acta Scientiae**, v. 15, n. 2, p. 289-303, 2013.
MORETTI, M. T.; BRANDT, C. F. Construção de um desenho metodológico de análise semiótica e cognitiva de problemas de geometria que envolvem figuras. **Educ. Matem. Pesq**., v. 17, n. 3, p. 597-616, , 2015.
PAPALEONTIOU-LOUCA, E.; VARNAVA-MAROUCHOU, D.; MIHAI, S.; KONIS, E. Teaching for Creativity in Universities. Journal of Education and Human Development, vol 3, n.4, p. 131-154, 2014.
PINHO, J. L. R. Resolvendo Problemas de Extremos em Geometria usando Métodos não analíticos: o muito que se pode fazer no ensino médio com um "pouco" de Geometria. Palestra Plenária: 1° Simpósio Nacional da Formação do Professor de Matemática, Brasília, 2013.
PINHO, J. L. R. Insubordinação criativa e a discussão sobre a criação de problemas de matemática. Poster. Em: 1st Conference on creative insubordination in mathematics education. UNICID, São Paulo, 2017
POINCARÉ, H. L'Invention Mathématique. L'Einseignement mathématique, 10e anné, p.357-371, 1908.
PÓLYA, G. Mathematics and Plausible Reasoning, vol I &vol II, Princeton University Press, Princeton, NJ: 1954.
PÓLYA, G. How to Solve it, Princeton University Press, Princeton University Press, Princeton, NJ: 1957.
PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. Investigações matemáticas na sala de aula. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.
SADLER-SMITH, E. Wallas' Four-Stage Model of the Creative Process: More Than Meets the Eye? Creativity Research Journal, vol 27, n.4, p. 342-352, 2015.
SERRAZINA, M. D. L. et al. Investigações matemáticas e profissionais na formação de professores. In: PONTE, J. P., et al. Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores. [S.l.]: [s.n.], 2002. p. 41-58.
SILVER, E. A. Fostering Creativity through Instruction Rich in Mathematical Problem Solving and Problem Posing. In: ZDM – The International Journal on Mathematics Education, vol. 29, n. 3, p. 75-80, 1997
SINGER, F. M.,ELLERTON, N. e CAI, J. Problem-posing research in mathematics education: new questions and directions. Educational Studies in Mathematics, v. 83, n.1, p. 1-7, 2013.

SOUZA, B.; PINHO, J. L. R. Um problema de Geometria, Pontos Fixos, Pontos de Brocard e a Desigualdade de Erdös –Mordell. Revista da Olimpíada Regional de Matemática de Santa Catarina, n. 8. Florianópolis: PET Matemática, 2011.
STERNBERG, R. J. The Nature of Creativity. **Creativity Research Journal,** vol 18, n. 1, p. 87-98, 2006.
WEISBERG, R. W. Creativity and knowledge: a challenge to theories. In: STERNBERG, R. (ed.). Handbook of Creativity. Cambridge UP, 1999, p. 226 - 250.

José Luiz Rosas Pinho
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)
E-mail: pinho@pet.mtm.ufsc.br
Méricles Thadeu Moretti
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)
E-mail: mthmoretti@gmail.com