

Os escritos de Lazare Carnot sobre Geometria de Posição

The writings of Lazare Carnot on Position Geometry

Francisco Djnnathan da Silva Gonçalves

Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN – Natal/Brasil

Iran Abreu Mendes

Universidade Federal do Pará – UFPA – Belém/Brasil

ORCID iD: <https://orcid.org/0000-0001-7910-1602>

RESUMO

O excerto que constitui este artigo perpassa as características disponíveis nos artigos *online* sobre a importância das Obras de Lazare Carnot, acerca do ensino de geometria. O objetivo deste escrito é expor, sinteticamente, as publicações que mencionam a geometria carnotiana e os encadeamentos dados por esses autores que potencializam a ideia de utilização para o apreender dos conceitos relativos a essa área de conhecimento. Para tanto, apoiamos-nos na pesquisa documental, com aspectos de análise histórica, sem qualificar e/ou desqualificar o rol de produções acadêmicas com a temática em destaque. Ressaltamos o uso do registro histórico, com um viés pedagógico, consiste em um dos objetivos de uma pesquisa doutoral, em andamento, sobre os contributos de Carnot acerca da Geometria Sintética que pode servir como subsídio para o ensino de Matemática na Educação Básica. Compreende-se que a partir desse estudo, com a apresentação da literatura secundária, o uso das definições deste matemático pode oportunizar um ensino de geometria com aspectos projetivos e com mais significado, principalmente relativo as construções geométricas.

Palavras chave: Lazare Carnot. Ensino de Matemática. Geometria Carnotiana.

ABSTRACT

The excerpt that constitutes this article reviews information available in articles online about the importance of the Works of Lazare Carnot on the subject of the teaching of geometry. The purpose of this article is to discuss briefly those publications that mention the Carnotian geometry and the threads given by these authors that enhance the idea of use to apprehend the concepts related to this area of knowledge. Therefore, we rely on documentary research, with aspects of historical analysis, without qualifying and/or disqualifying the list of academic productions with the theme in focus. We emphasize that the use of the historical record, with a pedagogical bias, is one of the objectives of an ongoing doctoral research on the contributions of Carnot to synthetic geometry that can serve as an aid for teaching school mathematics. It is understood that from this study, with the presentation of secondary literature, the use of Carnot's ideas can occasion the teaching of a more meaningful geometry, principally about geometric constructions and correlations among the figures.

Keywords: Lazare Carnot, Mathematics Teaching, Geometry Carnotian.

Apontamentos introdutórios

O estudo dos conceitos de Geometria contempla aspectos que se relacionam com as compreensões estabelecidas por vários autores, em diferentes épocas, que corroboram para o entendimento do percurso dado às construções geométricas a serem ensinadas na escola neste século XXI. Ao partir desse pressuposto, torna-se essencial buscar informações que estejam relacionadas diretamente a tais compreensões – consideradas nos livros de matemática como definições, com vistas a esboçar um panorama da consolidação dessas ideias no contexto acadêmico e escolar. É evidente que neste artigo nosso olhar de pesquisador está direcionado, especificamente, para as produções matemáticas de Lazare Carnot, em um exercício de investigação que pode oportunizar uma compreensão acerca da importância de seu trabalho para uma descrição analítica da temática em destaque neste trabalho.

Inicialmente devemos mencionar que a finalidade da investigação dessas produções, consiste em delinear a importância dos escritos para o desenvolvimento de estudos acerca da geometria, para compreendê-las historicamente e utilizá-las para fins de ensino na Educação Básica. Para tanto, realçamos os artigos que emergiram no decurso da pesquisa, que estão relacionados às definições e conceitos estabelecidos por Carnot. Constitui em um panorama, *a priori*, de pesquisadores que descreveram algo em torno das ideias preconizadas por esse autor, mas que se situam apenas como aparatos para seus escritos. Não o destaca como figura importante, mesmo quando usufrui das propriedades descritas por ele, principalmente no seu trabalho intitulado *Géométrie de Position* (Geometria de Posição).

É evidente a importância histórica de Carnot, principalmente no que concerne ao método de resolução dos problemas geométricos, como por exemplo no livro *De la corrélation des figures de géométrie* de 1801 (Da Correlação de figuras geométricas), uma verdadeira introdução de uma geometria pura voltada às figuras correlativas, ou seja, focalizada em um exercício de exploração do espaço (do plano) baseado na correlação de figuras. Além da exposição de uma geometria sintética¹² e do conceito “elementar” no estudo metódico de propriedades pertencentes à figuras compostas de linhas retas e círculos.

Ao tratarmos do estudo das construções geométricas, com foco nas transformações e problemas de generalizações, a partir de suas resoluções consideraremos o princípio da correlação das figuras mais particulares. Isso está contemplado em seus escritos, além de evidenciados posteriormente pelos seus sucessores, como Poncelet. A ideia de um estudo pautado nesses trabalhos consiste em identificar os princípios norteadores de uma geometria que fora sustentada por tal e seus desdobramentos de uso como subsídios pedagógico/metodológico para a construção de conhecimentos geométricos na Educação Básica.

De modo geral, este artigo pretende elucidar o percurso investigativo de pesquisas subsidiadas por textos que contemplaram e caracterizaram as informações descritas nos trabalhos do referido matemático. Para tanto, pesquisamos em fontes netnográficas (*internet*) a partir de palavras-chave como “Lazare Carnot” e “*Géométrie de Position*”, com vistas a possibilitar um panorama da utilização dos conceitos geométricos de Carnot que foram extraídos e difundidos desde a sua publicação até a segunda década deste século XXI. Como resultado identificamos apenas sete trabalho que, de certo modo, estão conectados ao nosso estudo e corroboram com os objetivos de uma pesquisa mais ampla, em andamento. A partir de uma síntese de cada artigo, expomos a seguir os conceitos que consideramos pertinentes ao nosso objeto de estudo e que refletem as noções conceituais formuladas por Carnot em sua geometria e apontamos possíveis desdobramentos para estudos futuros.

Sobre a Geometria Carnotiana

A produção científica contempla várias ações que correspondem aos procedimentos assumidos para a consolidação das ideias a serem difundidas. Assim, o momento precede uma caracterização do objeto, de modo a evidenciar os princípios norteadores e os alcances que possibilitarão compreender os conceitos emergentes da pesquisa e, posteriormente, análise de documento. Neste sentido, a busca de elementos substanciais para expor as ideias referentes à Geometria Carnotiana constitui algo essencial para os estudos acerca dos conceitos geométricos presentes na matemática abordada na Educação Básica neste início de século XX. Para

¹² A geometria sintética ou pura é compreendido como um ramo da geometria que se encarrega em estudar e construir de maneira sintética as formas e os lugares geométricos. Trata-se do estudo da geometria sem o uso de coordenadas, ou seja, uma geometria que por oposição à geometria analítica, não faz intervir nem o sistema de referência nem o sistema de coordenadas (BOUVIER; GEORGE; LIONNAIS, 2005).

tanto, pesquisamos em plataformas *online*, artigos que mencionassem e/ou tivessem relações diretas com Lazare Carnot, principalmente, relativos ao desenvolvimento de estudos sobre suas produções concernentes a geometria. Desse modo, emergiram sete artigos que serão apresentados sinteticamente ao longo das seções.

O estudo acerca do matemático e político francês Lazare Nicolas Marguerite Carnot tem sido algo empolgante e ao mesmo tempo desafiador, visto que seus escritos transpassam áreas relacionadas à Mecânica, Cálculo infinitesimal e Geometria, além da dificuldade de encontrar tais documentos físicos e/ou disponíveis na forma impressa ou mesmo digital. Para ilustrar essa situação, recorreremos ao livro *História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*, de Tatiana Roque (2012), que ao esclarecer fatos relativos ao contexto francês, cita Carnot como uma personagem que participou do movimento de algebrização da análise matemática, principalmente com críticas. Assim, a autora afirma que “os métodos sintéticos voltaram a ser defendidos e o valor atribuído à possibilidade de generalização fornecida pela álgebra passou a ser criticado em prol de métodos que pudessem ser mais intuitivos” (ROQUE, 2012, p. 329). De fato, com a exposição dada e apoiada em Schubring (2007, p. 4) com o posicionamento de Carnot acerca dos negativos “[...] que empreendeu[Carnot] pela primeira vez uma análise sistemática das diversas provas da regra dos sinais” e a descrição da “substituição dos números negativos por uma nova geometria sintética¹³”, conduzem aos elementos estruturais que Carnot esboça para o desenvolvimento da Matemática, *a priori*, sobre o Cálculo, seguido pela Geometria.

Quanto a esse contexto, interligação feita entre os números negativos e a geometria, levando em consideração a apresentação de números imaginários envolvidos por essa geometria, emerge o primeiro artigo¹⁴ intitulado *Utiliser des éléments imaginaires en géométrie: Carnot, Poncelet, von Staudt et Chasles*, publicado em 2016, por Philippe Nabonnand. Logo, na introdução do artigo, Nabonnand comenta sobre as interpretações que recaem no uso dos imaginários na geometria pura que se relaciona com a geometria analítica, com demonstrações que levam à generalização dos enunciados, além de expor o objetivo do escrito. O texto remete à descrição de quatro personagens, dentre os quais emerge Lazare Carnot com a reflexão sobre os imaginários e as correlações com a geometria, denominadas pelo autor como correlações complexas.

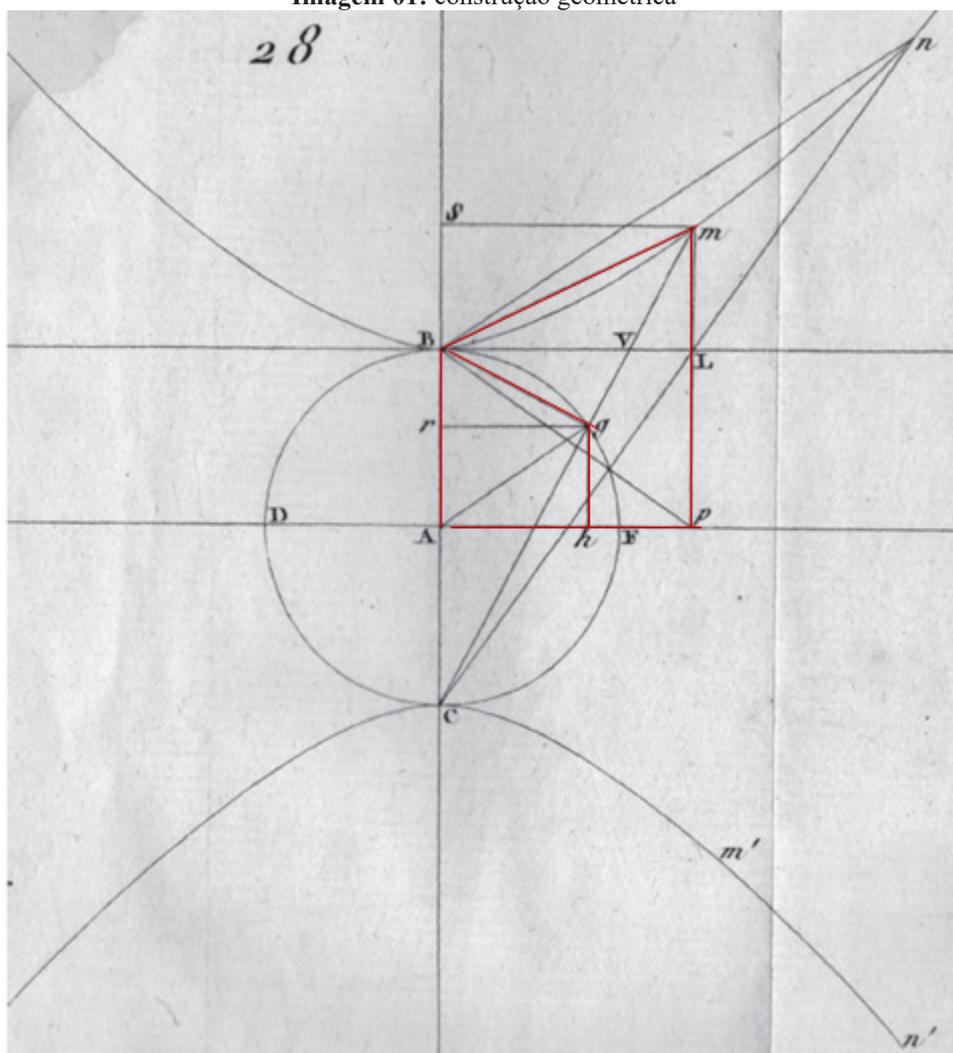
No decurso do artigo, parte destinada às ideias de Carnot, a noção de correlação fora descrita a partir de uma citação retirada de um dos escritos de Carnot que justifica as propriedades com características particulares. Neste caso, as letras foram utilizadas para designar pontos, de modo que determinam partes das figuras geométricas. Na sequência, Nabonnand mencionou o livro *Géométrie de Position*, direcionando à consideração dada aos espectros de figuras correlatas e às propriedades, com fórmulas que expressam relações entre os elementos de uma figura. Assim, as citações traduzem o pensamento carnotiano de geometria, principalmente no envolvimento dos sinais imaginários ou quantidades imaginárias, que remetem à correlações imaginárias/sistemas complexos.

13 Segundo Schubring (2005, 2007) há uma correspondência entre a nova geometria sintética com a geometria de posição.

14 Artigo publicado no HAL archives-ouvertes.fr que constitui num espaço multidisciplinar de acesso aberto para o depósito e disseminação de documentos de pesquisa científica, publicados ou não. Os documentos podem vir de instituições de ensino e pesquisa na França ou no exterior, ou em centros de pesquisa públicos ou privados. O arquivo aberto multidisciplinar HAL, destina-se ao depósito e divulgação de documentos de nível científico, publicados ou não, de instituições de ensino e pesquisa francesas ou estrangeiras, laboratórios públicos ou privados (tradução livre).

O autor ilustra a informação descrita anteriormente, considerando duas curvas de equação $y^2 = a^2 - x^2$ e $y'^2 = x'^2 - a^2$, de modo que, segundo Carnot, tais curvas continuariam a ter as mesmas propriedades semelhantes e/ou análogas. Para exemplificar, a partir do livro de Lazare Carnot, no artigo foi apresentado o círculo como conjunto de pontos equidistantes de um mesmo ponto, relacionando com a hipérbole equilátera que na correlação imaginária possui uma propriedade, mesmo que a escrita seja diferente, corresponde a esse círculo, “isto é, que na hipérbole equilátera, todos os pontos do segundo eixo também estão longe do topo da curva e do ponto desta curva que responde a ela perpendicularmente”. Como subsídio para a compreensão das correlações o autor cita os trapézios $ABgh$ e $ABmp$, que podem ser visualizados na imagem 01, a seguir:

Imagem 01: construção geométrica



Fonte: Extraído do artigo, 2016, p. 73.

A partir da imagem 01, e assumindo a explicação de Carnot, o autor afirmou que os trapézios são similares (semelhantes), sendo a diagonal Ag do primeiro igual aos lados AB e Bg do triângulo equilátero ABg , além da diagonal do segundo trapézio ser igual a pm , demonstrando, desse modo, no decurso do seu artigo, parte destinada as ideias de Carnot, que a noção de correlação fora descrita a partir do fato de que “todos os pontos p do segundo eixo também estão longe do topo da curva e do ponto desta curva que corresponde a ela perpendicularmen-

te”(NABONNAND, 2016, p.74). Acrescenta ainda, que há uma distinção entre as diferentes formas de figuras ou sistemas de quantidades que se correlacionam, por meio de transformação de fórmulas. Quando diretamente aplicado à figura/sistema, caso exista a correlação direta com o sistema primitivo (origem), não muda, ou uma das quantidades não passa por 0 ou por ∞ . De modo semelhante, quando indiretamente correlacionado com o sistema primitivo, se as fórmulas sofrerem modificações de sinais para serem aplicáveis. No contexto do artigo, ao finalizar as informações acerca de Carnot, o autor afirmou que “não há elementos imaginários na geometria, mas correlações imaginárias entre figuras, para as quais é necessário usar números complexos para ‘preservar’ fórmulas” (NABONNAND, 2016, p.76). Essa afirmação significa que nessa geometria cria-se a noção de correlação complexa ou imaginária com a finalidade de possibilitar estudos sobre as propriedades que preservam as figuras correlativas.

O segundo artigo¹⁵ intitulado “*Géométrie de Position*” – o estranho livro de Lazare Carnot, de Fernando Raul Neto, publicado em 1994 na Revista da Sociedade Brasileira de História da Ciência contempla aspectos resumidos da vida e obra de Carnot. O pesquisador expõe a teoria das quantidades positivas e negativas, destaca os pontos polêmicos do escrito e as influências deste autor para o estabelecimento das ideias de Poncelet. Assim, antes de adentrar nos conceitos colaborativos de Carnot, exhibe uma espécie de biografia que precede a publicação do *Géométrie de Position*. Nos aspectos biográficos, dá ênfase aos escritos de Carnot fora da matemática, referentes à arte de construção e fortalezas militares, textos políticos, poesias e reflexões morais.

Quando relacionado aos textos científicos, Raul Neto (1994) destacou as áreas de atuação de Carnot agrupadas em Mecânica, Cálculo infinitesimal e Geometria. No decurso do artigo, apresentou um quadro com a lista de publicação de Carnot, destacada no quadro 01, a seguir.

Quadro 01: descrição dos títulos/áreas/anos das publicações de Carnot

Título	Área de conhecimento	Ano
Mémoire sur la théorie des machines pour concourir au prix de 1779 proposé par l'Académie Royale des Sciences de Paris	Mecânica	1778
Mémoire sur la théorie des machines pour concourir au prix que l'Académie Royale des Sciences de Paris doit adjuger en 1781	Mecânica	1780
Essai sur les machines en général	Mecânica	1783
Lettre sur les aerostats	Mecânica	1784
Dissertation sur la théorie de l'infine mathématique, ouvrage destiné à concourir au prix qu'a proposé l'Académie Royale des Sciences, arts et belles-lettres de Berlin, pour l'année 1786. Arras, le 8 septembre 1785	Cálculo	1785
Segunda edição do 'Essai sur les machines en général'	Mecânica	1786
Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimal	Cálculo	1797
Oeuvres mathématiques du citoyen Carnot	Mecânica	1797
Lettre du citoyen Carnot au citoyen Bossut contenant quelques vues nouvelles sur la trigonométrie	Geometria	1800
De la corrélation des figures de géométrie	Geometria	1801
Géométrie de Position	Geometria	1803
Principes fondamentaux de l'équilibre et du mouvement	Mecânica	1803

15 De acordo com a nossa busca na internet, esse artigo fora o primeiro que apresenta algo relativo aos estudos de geometria apoiado em Lazare Carnot.

Mémoire sur la relation qui existe entre les distances respectives de cinq points quelconques pris dans l'espace; suivi d'un essai sur la théorie des transversales	Geometria	1806
Segunda edição do 'Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimal'	Cálculo	1813
'Rapports' para o 'Intitut de France'	Diversos	1804/ 06

Fonte: informação extraída do artigo publicado na Revista Brasileira de História da Ciência (1994) – adaptação

Sequencialmente, no artigo, afirmou-se que os quatro trabalhos¹⁶ de Carnot concernentes à Geometria podem ser evidenciadas na composição estrutural do conteúdo escrito do *Géométrie de Position*. Assim, Raul Neto (1994, p.56) destacou que

Esses quatro textos formam, na realidade, um corpo único, e é legítimo falar aqui de uma “tetralogia geométrica”. De fato, a *Lettre au citoyen Bossut* foi retomada e bastante ampliada no capítulo V do *Géométrie de Position*, o *De la corrélation* é redistribuído quase sem alterações ao longo do *Géométrie de Position* e o último texto, o *Mémoire*, são as versões condensadas e estilisticamente melhoradas de um problema e da Teoria das transversais, ambos presentes no *Géométrie de Position* (RAUL NETO, 1994, p.56).

A esse respeito, identifica-se indícios de que a finalidade do artigo constitui-se em esboçar, de forma sucinta, as principais definições da Geometria de Carnot, presentes nas seis seções do *Géométrie de Position*, com ênfase no conceito de correlação de sistema. Além disso, evidenciou discussões e impactos acerca das ideias carnotianas, a ponto de considerar a produção científica de Carnot como algo estranho e desafiador.

O terceiro artigo intitulado *Das Historisches Bild Von Lazare Carnot (1753-1823): Ungelöste Fragen*, de Fernando Raul Neto, publicado em 2009 na Revista Brasileira de História da Matemática, em alemão, foram esboçadas informações sobre a obra do matemático e político Lazare Carnot com o objetivo de mostrar sua geometria e os desdobramentos presentes na literatura secundária, com destaque ao livro *Géométrie de Position*. No decurso da introdução, o autor elencou os contributos deste matemático na história da mecânica, a cinemática, cálculo infinitesimal e geometria. No que se refere a este último, dá indícios sobre os primeiros passos para o desenvolvimento da geometria projetiva, além de expressar as ideias carnotianas com a história dos números imaginários, topologia, cálculo vetorial e geometria analítica. Raul Neto (2009) relatou a importância dos escritos de Carnot para as ciências, mesmo com a ausência de algo definitivo sobre os temas científicos trabalhados pelo matemático francês. Há um destaque para as reflexões metodológicas que acompanharam os textos de Carnot, principalmente quanto ao cálculo e a geometria, que constituem-se em elementos substanciais para a investigação a qual nos propomos em um estudo a médio e longo prazo.

De fato, dos escritos científicos de Lazare Carnot, consideramos o *Géométrie de Position* como o principal, por sintetizar as ideias e resultados já apontados nos outros três sobre temáticas relativas à geometria. Nele, o autor inicia anunciando o tema por uma dissertação preliminar, na qual crítica a análise matemática e as noções de negativos, mesmo que posteriormente tenha passado a descrever seus pensamentos sobre os negativos na geometria. Além disso, o autor referenda o artigo com o posicionamento de Klein acerca do pensamento carnotiano, levando em consideração as contribuições de Poncelet e as correlações, continuidade anuncia-

¹⁶ Raul Neto (1994) destacou no artigo as publicações, utilizando a palavra texto de Geometria produzido por Carnot.

das por Carnot. Há também uma controvérsia em termos da compreensão de Carnot acerca dos números negativos, que o levou a conclusões erradas, conforme descrições apresentadas por Raul Neto (2009), já referendadas por Kline em 1972.

Um quarto texto, que constitui uma dissertação de mestrado intitulada de *Jean-Victor Poncelet e as propriedades projetivas das figuras*, defendida em 2013, seu autor Jansley Alves Chaves, se propõe a destacar os contributos de Poncelet para o estudo de geometria. Para seu intento, Chaves (2013) tomou os escritos de Carnot com a vistas a justificar relações existentes entre a geometria carnotiana e a de Poncelet. No texto, esclareceu que as geometrias de Carnot presnetes em: 1. *Lettre du citoyen Carnot au citoyen Bossut contenant quelques vues nouvelles sur la trigonométrie*; 2. *De la corrélation des figures de géométrie*; 3. *Mémoire sur la relation qui existe entre les distances respectives de cinq points quelconques pris dans l'espace, suivi d'un essai sur la théorie des transversales* e 4. *Géométrie de Position*, formam um único corpo que estão inseridas neste último.

Assim, no decurso do texto da dissertação descreve a geometria carnotiana concernnte à posição relacional dos elementos e das figuras geométricas, além de distinguir correlações (grandezas e posição) entre as partes das figuras. Essa ideia traz à tona as propriedades das figuras, levando em conta a fórmula e as mudanças ocorridas, principalmente aqueles elementos que afetam as fórmulas. Além disso, ao expor as obras *Correlation des Figures* (1801) e *Géométrie de position* (1803), conduz o leitor a apropriação de um quadro sobre geometria pura e o estudo das correlações, com destaque a geometria sintética e os desdobramentos estendido à Geometria Analítica.

A partir de um exemplo, Chaves (2013) salientou ainda que dados três pontos (A, B e C) e estabelecendo correlações que configuram a posição de um dos pontos em relação aos demais, mostrou as quantidades e a possibilidade de tais não se submeterem a troca de sinais – diretas, além daquelas que submetem – inversas. Dessa maneira direcionou a atenção para o objeto de estudo, a noção de continuidade e de pertinência nos escritos de Poncelet. Antes porém, subsidiado por traduções dos escritos de Carnot, esboçou a noção de sistema primitivo/figura primitiva, caracterizando tal noção como algo de ordem puramente pedagógica e metodológica. Além disso, a imagem geométrica carnotiana influenciou os trabalhos relacionados à Mecânica e analogias entre as transformações (figura e sistema mecânico).

Mas, Carnot não descreve apenas as figuras correlativas como as figuras que podem ser derivadas uma da outra por uma sequência de transformações insensíveis, mas também como sistemas de pontos em números iguais, se correspondendo dois a dois, em que traçamos um mesmo número de retas, de circunferências, pelos quais traçamos o mesmo número de planos (CHAVES, 2013, p.35).

A explicação carnotiana contempla elementos que não são puramente geométricos, por se tratar de uma relação e comparação entre partes da Matemática, referentes à Álgebra e/ou Aritmética. De acordo com as afirmações de Chaves (2013),

Para Carnot, o princípio de enumeração, os algoritmos de operações de aritméticas e as técnicas algébricas de resolução das equações são exemplos de aplicações deste método; este método revela a ideia combinatória do século XVIII: o objetivo é decompor o sistema extremamente complexo (ou as operações “sobre os números considerados”) para se tratar diretamente os sistemas (ou operações) mais simples e reunir os resultados parciais. Em Geometria, da mesma maneira, as figuras extremamente complicadas e que não se pode representar vagamente, serão decompostas em figuras mais simples (CHAVES, 2013, p.36).

De fato, a ideia exposta na dissertação conduz à compreensão de propriedades dos polígonos por meio de reduções sucessivas (decomposição em figuras mais simples). O autor exemplificou com o estudo dos quadriláteros construídos a partir de propriedades do triângulo, generalizando os polígonos, sequencialmente pelo método da indução. E neste percurso, segundo Chaves, o objetivo de Carnot consistia em “uma série de mecanismos... adaptados para fazer a mais sensível analogia entre as figuras de um mesmo gênero, e fazer com que as fórmulas encontradas tenham uma sucessiva aplicação a todas as figuras” (CARNOT, 1803, xxv apud CHAVES, 2013, p. 38).

Um quinto trabalho publicado sobre essa temática carnotiana é um resumo expandido intitulado *Lazare Nicolas Marguerite Carnot: vida e obras*, publicado em 2015, por Emanuel Kelison da Silva Meneses e Iran Abreu Mendes, no qual se referem a um estudo bibliográfico com o objetivo de mostrar a importância do geômetra para a Matemática. Contudo, o texto descreveu o percurso feito por Carnot na política e militarismo, deixando os contributos científicos como segundo plano. Os autores preocuparam-se em esclarecer o envolvimento público de Carnot, quando, a partir de uma cronologia de atividades desenvolvidas, posteriormente mencionam a uma publicação sobre Cálculo infinitesimal. A esse respeito comentaram sobre a importância do escrito, citando o próprio Carnot e um adendo na promissora concepção de geometria. Ressaltaram, ainda, que o estudo se pautava em uma vertente documental, natureza qualitativa, com perspectiva de apresentar tal personagem matemática que fora esquecida, por mais que tivesse uma participação significativa na produção de conhecimento sobre construções geométricas.

No sexto artigo intitulado de *A influência de Carnot nos trabalhos de Poncelet*, publicado em 2015, de Jansley A. Chaves e Gerard E. Grimberg, constitui por um fragmento de sua dissertação de mestrado, já mencionada anteriormente. A proposta do texto é apresentar a influência carnotiana para os estudos de Poncelet, levando em consideração uma síntese daquilo que fora anunciado e discutido na dissertação de mestrado. Assim, não há acréscimos desse artigo que possam subsidiar o aprofundamento dos estudos referentes ao ensino de geometria.

No sétimo artigo intitulado *A Geometria de Lazare Carnot*, publicado em 2018, de Francisco Djnnathan da Silva Gonçalves e Iran Abreu Mendes, descreveu as produções matemáticas de Carnot sobre geometria, com destaque no livro *Géométrie de Position*. O objetivo dos autores constituiu-se em apresentar tal livro e seus contributos matemáticos e didáticos, de modo que o matemático seja valorizado como personagem importante para um ensino de geometria pautado no exercício de construções geométricas como uma maneira de desenvolvimento conceitual a partir das experiências construtivas concretas e interpretação conceitual de tais construções. O fragmento exposto no artigo contém considerações teóricas que ressaltam a importância dos escritos de Lazare Nicolas Marguerite Carnot, com aporte potencial para uso didático e epistemológico no ensino de conceitos geométricos na Educação Básica. Antes de caracterizar o objeto de estudo, os autores apresentam um levantamento, incipiente sobre geometria e comentam sobre possíveis causas de sua omissão.

Igualmente, os autores trazem como fundamento teórico para o artigo, a pesquisa investigativa, que, a partir das publicações estudadas pode servir como base para favorecer o desenvolvimento das capacidades criativas dos educandos em vislumbrar aspectos conceituais em sala de aula e seus desdobramentos fora dela. Afirmaram ainda, que o estudo aliado a formulação de atividades investigativas pode subsidiar a criação e organização de fundamentos e métodos que corroboram para o ensinar e o apreender em geometria. Sequencialmente, mostram um descritor de ações que pode ser simplificado como: 1) *Leitura, estudo e tradução dos textos da geometria de Carnot*; 2) *Elaboração de uma versão traduzida das produções de Carnot*; 3)

Compilações dessas produções traduzidas para uso na elaboração de atividades para ensino de geometria na Educação Básica.

Para tanto, os autores apresentaram a folha de rosto de um dos livros e as capas dos demais, e na sequência, descrevem a principal Obra (*Géométrie de Position*), iniciando com

[...] a preocupação com a posição relativa dos elementos e das figuras geométricas, de modo que ao desenvolver métodos, não concede atenção ao sinal. Ou seja, distingue duas relações entre as partes das figuras, uma refere-se as relações de grandezas e a outra, as relações de posição. A primeira concernente ao valor absoluto das quantidades e a segunda aquelas que exprimem a posição respectiva dos elementos da figura que indicam o ponto está acima ou abaixo de tal reta, a direita ou esquerda e tal plano, dentro ou fora de tal circunferência ou de tal superfície curva (GONÇALVES & MENDES, 2018, p. 10).

Os apontamentos que o artigo esmiúça acerca das construções geométricas, tendo por base a correlações das figuras, estudo feito por Carnot para justificar a geometria elementar que, ao contrário da geometria euclidiana, conduz os procedimentos para resolução de problemas geométricos, sem considerar os aspectos aritméticos/algébricos. A ideia remete-nos a demonstrações de relações geométricas a partir de construções que farão a generalização pautado nas características dos casos particulares.

Considerações Finais

Ao estudarmos elementos históricos como subsídios para os encadeamentos de conceitos geométricos, principalmente quando há correspondência direta para a sala de aula, consideramos esse fato importante e pertinente. Há uma curiosidade de sabermos que tipo de geometria desenvolveu Lazare Carnot, mesmo que exista, na própria escrita do autor, que sua geometria é elementar (geometria métrica) e que a prática pedagógica referente ao ensino desta geometria, deveria acostumar o espírito (mente) à reflexão, ao rigor e ao encaminhamento das ideias. De fato, quando compreendemos uma configuração histórica e a constituição de trabalhos que foram produzidos para permitir um alcance maior de métodos, analíticos e geométricos, conduzimos o processo de ensino e aprendizagem de forma mais simples. O modo de resolver problemas em geometria a partir de construções, sem a necessidade de cálculos aritméticos, passa a ser realizado de forma exploratória e com significado distinto e perceptível.

É sabido que as contribuições de Lazare Carnot não perpassam apenas a geometria, tendo em vista que seu ensaio *Reflexões sobre a metafísica do cálculo infinitesimal* esboça conceitos que validam o cálculo infinitesimal. A imagem geométrica carnotiana, influente nos trabalhos relacionados à Mecânica, nas transformações de uma figura e no sistema mecânico, algo que pode ser observado também em Poncelet. Ademais, o estudo das propriedades dos polígonos efetua-se por reduções sucessivas e o estudo das propriedades dos quadriláteros é obtido a partir das propriedades do triângulo, do pentágono a partir do quadrilátero e estes dos polígonos generalizados por indução.

Este artigo não tinha o objetivo de mostrar a biografia de Carnot, em um ambiente político e social, nem pretendeu analisar os escritos publicados por ele, sobre as diversas temáticas, visto que a importância dada refere a literatura secundária. De fato, a finalidade de buscar as publicações que estejam relacionadas às produções desse personagem, consiste em permitir que haja um alcance das teorias dele, bem como delinear a importância para o desenvolvimento de estudos acerca da geometria. Mesmo sem a necessidade de apresentar os jogos de poder em sua vida profissional, além do contexto histórico do período mais fecundo que se inseriu suas

produções, admitimos que isso torna-se essencial quando preocupamo-nos com os desdobramentos que a geometria carnotiana pode trazer para ensino de Matemática para a formação conceitual e didática de professores de Matemática e, conseqüentemente, para estudantes da Educação Básica.

De outro lado, percebemos que a busca de uma compreensão sobre o método de resolução dos problemas geométricos estabelecidos na produção de Carnot, que consiste em um estudo metódico de propriedades pertencentes a figuras compostas de linhas retas e círculos, pode oportunizar a utilização como fundamento do ensino de geometria na Educação Básica, como um aparato pedagógico e metodológico. No clássico *Géométrie de Position* (1803) que contempla aspectos de uma geometria pura comparável com a geometria analítica, leva o autor a fundação da geometria moderna. Assim, para Carnot, os problemas geométricos são então generalizações e suas resoluções obtêm-se por meio do princípio da correlação a partir do estudo das figuras mais particulares. E esse conceito de correlação corresponde a uma nova concepção de geometria, com objetos geométricos sem a visão euclidiana, que eram isoladas, mas sim como um conjunto de figuras continuamente móveis.

De fato, aqui, nos preocupamos com o objetivo de expor, sinteticamente, as publicações que mencionam a geometria carnotiana e os encadeamentos dados por esses autores que potencializam a ideia de utilização dos conceitos relativos a essa área de conhecimento. Não há uma análise dessas publicações em profundidade. Assim, a seguir, apresentamos os principais aspectos que estão nos textos que estão neste artigo, considerando a contribuição e/ou conceitos emergentes que podem ser utilizados no ensino de Matemática na Educação Básica:

1º *Utiliser des éléments imaginaires en géométrie: Carnot, Poncelet, von Staudt et Chasles*, de Philippe Nabonnand, deixa como contributo para os estudos acerca da geometria, pautado em Carnot, a correlação complexa ou imaginárias que ao estudar as propriedades, tem-se que as mesmas preservam as figuras correlativas. Isso pode subsidiar a iniciação dos aspectos geométricos, principalmente ao compreender a relação com a ideia de complexo.

2º *“Géométrie de Position” – o estranho livro de Lazare Carnot*, de Fernando Raul Neto, traz a importância dos escritos de Carnot, levando em consideração os primeiros textos publicados, bem como os que foram agrupados para formar o corpo teórico da geometria. A ênfase no conceito de correlação de sistema constitui na contribuição principal de seu escrito, ou pelo menos, a indicação que este conceito está nas produções de Carnot e pode servir como base de apoio para a ideia dos conceitos carnotianos de geometria.

3º *Das Historisches Bild Von Lazare Carnot (1753-1823): Ungelöste Fragen*, de Fernando Raul Neto, remete-nos a compreensão relativo a correlações e continuidade. Há uma importância dada a história da Matemática que abarca o conceito de geometria projetiva, além das reflexões metodológicas que acompanharam os textos de Carnot que podem servir como subsídios para os estudos dos conceitos da geometria.

4º *Jean-Victor Poncelet e as propriedades projetivas das figuras*, de Jansley Alves Chaves, constitui de um relatório de pesquisa de mestrado, defendida em 2013, que reporta-nos a visualização generalizadora dos contributos de Carnot para o estudo de Poncelet. O autor conduz a escrita para um estudo sobre a geometria pura e o estudo das correlações, que oportuniza o entendimento dos desdobramentos quanto à Geometria Analítica.

5º *Lazare Nicolas Marguerite Carnot: vida e obras*, publicado em 2015, de Emanuel Kelison da Silva Meneses e Iran Abreu Mendes, conduz para a apresentação da vida e obra deste importante matemático do século XIX, cuja contribuição recai no uso de elementos históricos para desenvolver o processo de investigação, subsidiado pelos conceitos de geometria encontrados nas produções de Carnot.

6º *A influência de Carnot nos trabalhos de Poncelet*, de Jansley A. Chaves e Gerard E. Grimberg, refere-se ao excerto do relatório de dissertação, mencionada como quarto texto, já comentado neste artigo.

7º *A Geometria de Lazare Carnot*, de Francisco Djnnathan da Silva Gonçalves e Iran Abreu Mendes, conduz ao estudo das correlações das figuras, pautadas nas características particulares que desaguam nos aspectos de generalização. Os conceitos geométricos, em análise nas produções de Carnot, podem subsidiar a compreensão das construções em geometria, com aparato pedagógico/metodológico diferenciado. Há uma correspondência entre o estudo e os desdobramentos para a sala de aula, primordialmente, a partir das concepções históricas que foram envolvidas.

Diante de nossas reflexões, podemos asseverar que, embora o artigo trata de uma parte inicial de um estudo ainda em desenvolvimento, foi possível destacarmos que há uma potencialidade geométrica ainda não estudada em profundidade, que pode oportunizar o paonamento de contribuições importantes para um ensino de Matemática criativo e inovador que acrescente mais significados à aprendizagem dos estudantes, principalmente em seus aspectos metacognitivos, concretizados no uso de aplicativos referentes à geometria dinâmica. Todavia, os materiais textuais sobre essa geometria ainda se encontram em processo de tradução da língua materna (francesa) para o português (brasileiro), além do momento de compreensão dos significados do período histórico que as produções estão inseridas. Pode-se afirmar, portanto, que o papel de uma análise epistemológica sobre a geometria carnotiana recai, em um estudo sobre geometria métrica e suas definições, de modo a oportunizar um ensino de geometria com aspectos projetivos, principalmente relativo às construções geométricas e suas interpretações conceituais.

Referências

- BOUVIER, Alain; GEORGE, Michel; LIONNAIS, Francois le. **Dicionário Akal de Matemáticas**. Madrid: Ediciones Akal, S. A., 2005.
- BOUVIER, Alain; GEORGE, Michel; LIONNAIS, Francois le. **Dictionnaire des mathématiques**. 3. ed. Paris: Prees Universitaires de France, PUF, 2009.
- CARNOT, Lazare Nicolas Marguerite. **De la corrélation des figures de géométrie**. Paris: Duprat, 1801.
- CARNOT, Lazare Nicolas Marguerite. **Géométrie de position**. Paris: Duprat, 1803.
- CHAVES, Jansley Alves. **Jean-Victor Poncelet e as propriedades projetivas das figuras**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Instituição de Ensino, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro/RJ, 2013, p. 31-36.
- CHAVES, Jansley Alves; GRIMBERG, Gerard E. *A influência de Carnot nos trabalhos de Poncelet*. **Anais** do SNHMat, 2015.
- GONÇALVES, Francisco Djnnathan da Silva; MENDES, Iran Abreu. *A Geometria de Lazare*

Carnot. **Anais** do SIPEMAT, 2018.

MENESES, Emanuel Kelison da Silva; MENDES, Iran Abreu. Lazare Nicolas Marguerite Carnot: vida e obras. **Anais** do SNHMat, 2015.

NABONNAND, Philippe. **Utiliser des éléments imaginaires en géométrie**: Carnot, Poncelet, von Staudt et Chasles. Lise Bioesmat-Martagon. *Eléments d'une biographie de l'espace géométrique*, PUN-Edulor, pp.69-105, 2016, *Histoires de géométries*, 978-2-8143-0269-3. <<http://www.edulor.fr/>>. <hal-01264479>

RAUL NETO, Fernando. “Géométrie de Position”: o estranho livro de Lazare Carnot. **Revista da Sociedade Brasileira de História da Ciência**, nº 12, jul-dez/1994.

RAUL NETO, Fernando. Das Historisches Bild Von Lazare Carnot (1753-1823): Ungelöste Fragen. **Revista Brasileira de História da Matemática**, Vol. 9 nº18, out/2009-mar/2010), 2009, p.195-217.

ROSA, Carlos Augusto de Proença. **História da ciência**: a ciência moderna. — 2.ed. — Brasília: FUNAG, 2012, p. 272.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro (RJ), Editora Jorge Zahar, 2012, p. 329.

SCHUBRING, Gert. **Um Outro Caso de Obstáculos Epistemológicos**: o princípio de permanência. *Bolema*, Rio Claro (SP), Ano 20, nº 28, 2007, pp. 1 a 20.

Francisco Djnnatan Silva Gonçalves

Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN – Natal/Brasil

E-mail: djnnathan@yahoo.com.br

Iran Abreu Mendes

Universidade Federal do Pará

E-mail: iamendes1@gmail.com