Um desfile de escola de samba em homenagem a Gödel

A parade in honor to Gödel

Rosemeire de Fátima Batistela
Universidade Estadual de Feira de Santana - UEFS/Bahia/Brasil

RESUMO

Neste artigo apresentamos a vida e a obra de Kurt Gödel (1906 – 1978) e o fizemos por meio da descrição e comentários de/sobre um fictício desfile de escola de samba homenageando-o bem como dos bastidores do desfile. Trata-se de um artifício inventado por nós para expor as principais obras lógico-matemáticas de Gödel e a repercussão delas na Matemática. O fictício desfile aconteceu na festa de carnaval de 2018 na cidade do Rio de Janeiro no Brasil. Gödel nasceu em Brünn, hoje República Tcheca, em 1906 e viveu e estudou lá até 1923 quando entrou na Universidade de Viena e cursou Matemática. Sob a supervisão de Hans Hahn (1879 – 1934) apresentou em 1929 a tese de doutorado provando a completude da Lógica de Primeira Ordem. De 1930 até 1938 foi membro da Universidade de Viena, onde pertencia à escola do positivismo lógico. Em 1931 apresentou o resultado que o tornaria famoso, a prova dos Teoremas da Incompletude de Gödel (TIG) nos quais provou resultados fundamentais sobre sistemas axiomáticos, mostrando em qualquer sistema matemático axiomático, proposições que não podem ser provadas ou desaprovadas dentro dos axiomas do sistema. Esse resultado impactou as tentativas de estabelecer axiomas que colocariam toda a matemática em uma base axiomática que vinham sendo realizadas há quase um século, atingindo principalmente o projeto do formalismo de David Hilbert (1862 – 1943) e o Logicismo de Bertrand Russell (1872-1970). Os teoremas de Gödel não destruíram a ideia essencial do formalismo, mas estabeleceram que qualquer sistema axiomático teria que ser mais abrangente do que o previsto por Hilbert. Em seus desdobramentos os teoremas de Gödel destacam-se como um marco entre os demais resultados matemáticos do século XX, pois mostram que a Matemática não está finalizada, como se acreditava na época.

Palavras-chave: Lógica Matemática. Teoremas da Incompletude de Gödel. Kurt Gödel. Formalismo. Logicismo.

ABSTRACT

In this paper we present the life and work of Kurt Gödel (1906 - 1978) and we did it through the description and comments of / about a fictional samba school parade honoring him as well as the backstage of the parade. It is an artifice invented by us to expose the main logical-mathematical works of Gödel and the repercussion of them in Mathematics. The fictional parade took place at the carnival party of 2018 in the city of Rio de Janeiro in Brazil. Gödel was born in Brünn, now the Czech Republic, in 1906 and lived and studied there until 1923 when he entered the University of Vienna and studied Mathematics. Under the supervision of Hans Hahn (1879-1934) he presented in 1929 the doctoral thesis proving the completeness of the First Order Logic. From 1930 to 1938 he was a member of the University of Vienna, where he belonged to the school of logical positivism. In 1931 he presented the result that would make him famous, the proof of Gödel's Incompleteness Theorems (TIG) in which he proved fundamental results on axiomatic systems, showing in any axiomatic mathematical system, propositions that can not be proved or disapproved within the axioms of the system . This result had an impact on the attempts to establish axioms that would put all mathematics on an axiomatic basis that had been carried out almost a century ago, mainly affecting the design of David Hilbert's formalism (1862-1943) and Bertrand Russell's Logicism (1872-1970). Gödel's theorems did not destroy the essential idea of formalism, but established that any axiomatic system would have to be more comprehensive than Hilbert envisioned. In its unfolding, Gödel's theorems stand out as a milestone among the other mathematical results of the twentieth century, since they show that mathematics is not finished, as was believed at the time.

Keywords: Mathematical Logic. Theorems of Gödel's incompleteness. Kurt Gödel. Formalism. Logicism.

Comissão de frente

A c*omissão de frente* consistindo de um grupo de mais ou menos uma dúzia de pessoas vem à frente realizando uma coreografia e introduzindo o enredo que abrange as principais obras produzidas por Gödel, quais sejam, o Teorema da Completude da Lógica de Predicados de Primeira Ordem, o Teorema da Incompletude da Aritmética, seus resultados em Teoria dos Conjuntos que abordam resultados de consistência e independência de axiomas, o resultado relacionado com o intuicionismo, a interpretação de Gödel (e Gentzen) da Aritmética Clássica na Aritmética Intuicionista. E, sobretudo essa abertura traz a mensagem que atravessa quase todo seu trabalho, a tese da inexauribilidade da Matemática[19], que sem sombra de dúvida aponta a relevância do trabalho de Gödel para a Lógica e para o pensamento matemático formalizado.
Levando em conta o enredo os integrantes dessa comissão vêm trajando uma fantasia de indecidível e a coreografia desenvolve um espetáculo ritmado pelo samba clássico.

A obra matemática de Gödel não é extensa, são basicamente sete artigos, duas monografias baseadas nas suas aulas e treze pequenos artigos (ou notas) publicados entre 1932 e 1936 na revista *Ergebnisse eines Mathematischen Kolloquiums* (*Resultados de um Colóquio Matemático*), tratam-se de textos de uma ou duas páginas, a menos de um com cinco páginas e outro com um único parágrafo.

Na letra do enredo não aparecem cinco pequenos trabalhos sobre geometria, todos com menos de uma página escritos em colaboração com Karl Menger (1902 – 1985) e Abraham Wald (1902 – 1950) a pedido de Menger para uma reforma na geometria projetiva e diferencial. O mesmo tratamento foi dado a dois artigos de Gödel sobre cosmologia relativista, publicados entre 1949 e 1952 por não pertencerem à Lógica Matemática.

As alegorias e adereços representam os elementos do enredo e as características pessoais do homenageado e veiculam em carros alegóricos. O primeiro desses é o carro *abre alas* que traz em destaque um personagem representando Gödel trajando sua vestimenta rotineira e o símbolo principal de sua obra, o seu teorema da incompletude enunciado conforme em Shoenfield (1967, p. 132), a saber, "Se T é uma extensão axiomatizada de N, então T é não completa". Os outros carros representam os demais trabalhos de Gödel.

O carro abre alas

O carro abre alas adentra a avenida representando o(s) Teorema(s) da Incompletude de Gödel. Este carro foi pensado de modo a trazer o surgimento inesperado deste resultado. É preciso que se diga que este carro solicitou bastante atenção para que não deixasse transparecer alguma ideia que sugerisse que o resultado fosse motivado por alguma objeção particular de Gödel em relação à Hilbert, dado que o que o TIG atinge pontualmente o problema 2 da lista de problemas de Hilbert apresentada em 1900, cuja expectativa entre os matemáticos era que a demonstração da consistência da aritmética estava prestes a ser obtida. Como curiosidade apresentamos abaixo uma parte do enredo que trata de apresentar o TIG e o impacto dele no problema 2 de Hilbert.

19 Ferreira (2006, p. 10) enuncia essa tese da seguinte forma: "dada uma qualquer formalização da matemática (que contenha um modicum de aritmética), pode sempre passar-se para uma extensão formal com variáveis do tipo lógico seguinte na qual se deduzem proposições intuitivamente verdadeiras mas não dedutíveis no sistema original".

Estava posto para os maiores matemáticos
Um problema desde os antecedentes
A busca por pureza e clareza
Que para Gödel foi muito atraente

Até então tudo era axiomatização
Postulados, *statements*, fundamentação...
As regras e a dedução
Foi então que se intensificou a discussão

Aristóteles deduziu com inferência
Euclides utilizou a axiomatização
Newton matematizou mecanicamente
Hilbert preparou uma conferência

Tinham uma difícil função
Construir a Matemática com demonstração
Mostrar em aritmética a consistência
De sua própria axiomatização

Usaram todos os métodos conhecidos
Mas ninguém conseguiu totalmente convencer
"A Matemática é toda lógica!"
Russell chegou a dizer

Decidiram em consenso pela intuição proceder
Mas ao final não conseguiram fazer
A Matemática é uma convenção?
Pois, se nenhum de nós a conseguiu coser!

Foi então que surgiu um logicista
Mergulhou profundamente e com atitude
- o problema 2 não tem solução...
Vejam o meu teorema da incompletude.

Este poema culmina na solução apresentada por Gödel em seu mais famoso trabalho, o teorema da incompletude, publicado em 1931, e que significou um abalo no projeto matemático da vida de Hilbert. Esse projeto era o de construir uma teoria rigorosa capaz de descrever toda a Matemática. Em outras palavras, o programa de Hilbert propunha "formalizar as teorias matemáticas (ou, melhor ainda, toda a Matemática), e demonstrar por meios finitários que essas teorias (ou, melhor ainda, toda a Matemática formalizada) eram consistentes" Da Silva (2003, p. 29). David Hilbert é considerado um dos maiores matemáticos. Inclusive na opinião do renomado grupo Bourbaki (1950) que ao explanar sobre a compartimentação da Matemática e sobre o trabalho dos matemáticos em campos específicos no âmbito da Matemática afirma:

> Mesmo entre aqueles que têm a mais ampla formação, não há nenhum que não se sinta perdido em determinadas regiões do imenso mundo da matemática; aqueles que, como Poincaré ou Hilbert, colocaram o selo de sua genialidade em quase todos os domínios, constituem uma grande exceção, mesmo entre os homens de maior realização. (BOURBAKI, 1950, p. 221, tradução nossa).

Ainda sobre os bastidores da preparação do desfile podemos afirmar que foi bastante trabalhosa a elaboração que se apresenta para ser fiel àquilo que o próprio Gödel afirmou sobre

que seu interesse na completude da aritmética que começou por necessidade de mostrar algum resultado para ser contratado como professor *Privatdozent* da Universidade de Viena, e mais, começou com a busca de provar a consistência da análise, que significava provar que em um sistema axiomático totalmente formalizado da análise não se deduz contradição alguma.

Este carro também representa o momento histórico em que surge o TIG, em que a crise dos Fundamentos da Matemática impulsionou as escolas filosóficas que vinham tendo seus esforços tornarem-se insuficientes para contornar a questão dos fundamentos da Matemática.

Hao Wang foi quem mais escreveu sobre como Gödel chegou à incompletude. Sua entrevista com Gödel na década de 1960 é quase tudo que se sabe da vida pessoal de Gödel. Para a ocasião da escolha de Gödel por resolver o problema da completude da análise procedendo pela aritmética, ele nos diz:

> (Gödel) representou os números reais por fórmulas... da teoria dos números e descobriu que tinha que usar o conceito de verdade para fórmulas fechadas da teoria dos números para conseguir verificar os axiomas de compreensão para a análise. Rapidamente se deparou com os paradoxos relacionados com a verdade e a definibilidade (em particular com o paradoxo do mentiroso e o paradoxo de Richard). Apercebeu-se de que a noção de verdade em teoria dos números não pode ser definida em teoria dos números e, por conseguinte, que o seu plano para demonstrar a consistência relativa da análise não funcionava. Hao Wang (1981, p. 654).

Hao Wang prossegue que certamente, foi a percepção de que é possível dar na aritmética um sentido preciso as asserções auto-referenciais que o fez tecer a prova usando a linguagem da aritmética.

Durante o trabalho dos carnavalescos que antecede em meses o desfile, cogitou-se apresentar este carro alegórico da mesma forma que o anterior, com o problema 2 de Hilbert à frente e a prova de Gödel ao fim. Mas, ainda que similar na forma o carro há que destacar que embora tenham estatutos lógicos equivalentes as duas resoluções se distanciam, pois, este problema foi resolvido e ao final prova-se a impossibilidade da demonstração da prova da consistência da aritmética.

Problemas com resolução positiva são comuns, entretanto, problemas com resolução negativa vinham sendo divulgados no início do século XX na Matemática. Quando dizemos resolvidos negativamente, dizemos provas de impossibilidade, tais como os três problemas clássicos da Antiguidade, o problema da construção de um polígono de 17 lados com régua e compasso, o problema de construir equações de quinto grau com radicais. Contudo, o TIG se diferencia dos demais por ser um resultado da metamatemática, e por ser dessa forma um resultado dentro da aritmética tem vasta repercussão nas teorias matemáticas. Por isso também ele se apresenta tão importante, pois estabelece limites no modo como se concebia a Matemática. Outro aspecto interessantíssimo que tem destaque na demonstração do TIG é a teoria que Gödel constrói no processo de aritmetização da matemática que cria os números de Gödel e o mapeamento da metamatemática na aritmética.

Por fim, a decisão dos carnavalescos para esta alegoria que homenageia o TIG foi trazer um carro com três palcos na forma de círculos e em cada um deles personagens representativos das três escolas filosóficas que buscavam fundamentar a Matemática em bases distintas.

Inspirados pelas figuras expostas em Snapper (1984), em um palco um personagens representando Bertrand Russel, Gottlob Frege, Giuseppe Peano (1858-1932) e Alfred North Whitehead (1861-1947) e as ideias dos logicistas. Vestidos a caráter e empenhados em articular símbolos dispostos em uma caixa na qual havia escrito “lógica” buscando mostrar que a Mate-

mática era a própria lógica.

Em outro palco Luitzen Egbertus Jan Brouwer (1881 – 1966) montando um quebra cabeça espacial a partir da intuição, mostrando os intuicionistas construindo a Matemática como um constructo alicerçado nos números naturais a partir do 1.

No último palco, representantes de Hilbert com a escola formalista. Diplomaticamente sentados jogando xadrez. Sobre os tabuleiros havia símbolos matemáticos e a presença de regras determinadas transpassando as jogadas.

E levantando-se ao centro do caminhão, ao meio dos três palcos surgia num um personagem representando Gödel. Vestido a caráter: casaco de frio cinza, calças pretas e óculos ao estilo dos registros de Gödel na época de 1931, reproduzia a imaginária cena de Gödel apresentando seu teorema da incompletude no Café Reichsrat em Viena ou mesmo no Congresso de Königsberg sobre Epistemologia das Ciências Exatas quando Gödel enunciou os resultados acerca da Matemática. Nas palavras de Lannes (2014, p. 4), primeiro teorema: "se um sistema formal contendo a aritmética for consistente, então ele contém proposições aritméticas verdadeiras que, no entanto, são *indecidíveis*"; e segundo teorema: "não há procedimento computável para provar a consistência da teoria dentro dela própria".

A parte que condecora o indecidível de Gödel demandou bastante esforço e dedicação dos carnavalescos desde quando se apresentou a sinopse do enredo, a qual guia a fabricação das fantasias, das alegorias e a composição do samba-enredo. Refletiu-se muito para o carro alegórico que trazia o TIG, pensou-se muito em fazê-lo tal qual a metáfora de Morris Kline na obra *The loss of certainly* quando se refere ao trabalho do matemático posteriormente ao teorema de Gödel e compara o matemático a um limpador de terreno, o qual ao limpar se apercebe da presença de animais selvagens escondidos no bosque à sua volta e mesmo limpando uma área maior, ele sabe que apenas afugentou para mais longe os animais selvagens (as contradições) e os animais selvagens escondidos no bosque à sua volta podem um dia surpreendê-lo. Cogitou-se apenas.

Uns queriam materializar o indecidível na forma de monstros, outros de figuras sombrias da noite da matemática, outros defendiam dizendo que a presença deles era sadia e mostrava a presença de vida além do que se podia e se tinha rastelado. Muitas dúvidas sobre esse ponto, muito se buscou saber e finalmente optou-se por trazê-lo representado pela seguinte frase afirmativa "eu sou mentiroso".

O carro seguinte ao abre alas

O carro imediatamente após o *abre alas* homenageia o seu teorema da completude e traz uma escultura acobreada do livro *Grundzüge der theoretischen Logik* (*Princípios de Lógica Matemática*) de David Hilbert e Wilhelm Ackermann (1896 – 1962), aberto na página em que está formulada, como problema em aberto, a questão da completude do cálculo de predicados. E ainda no mesmo carro na parte de traz, virado para frente, também em forma de escultura, a capa da dissertação de Gödel datada de 1929 na qual ele mostrou que toda fórmula logicamente válida pode ser demonstrada no cálculo de predicados de primeira ordem, isto é, que existe uma derivação formal para toda fórmula válida. Tal derivação é uma lista finita de passos em que cada passo é obtido através de um axioma, ou de regras de inferência básicas aplicadas a passos anteriores. Vale lembrar que Gottlob Frege (1848-1925), Bertrand Russell e alguns outros logicistas nos anos de 1920 já haviam axiomatizado a Lógica, porém, Gödel adotou um sistema dedutivo formal devido a Russell o qual se passa a descrever com algumas modificações menores. A demonstração do Teorema da Completude segue trabalhos anteriores, apoiando-se em um trabalho de Thoralf Skolem (1887 – 1963) de 1920 (que ele provavelmente desconhecia).

Gödel a respeito do teorema da completude, afirma a Hao Wang (1921 – 1995) em 1967:

> Matematicamente, o teorema da completude é de fato uma consequência quase trivial de Skolem (1920). Todavia, acontece que, na época ninguém (incluindo o próprio Skolem) fez esta inferência (nem a partir de Skolem nem, como eu fiz, a partir de considerações similares suas). Feferman et. al (2003, p. 397).

Ainda,

> Gödel generaliza ainda o resultado da completude a um conjunto numerável de fórmulas: dado um conjunto numerável de fórmulas, ou bem que elas são simultaneamente satisfazíveis ou, então, a negação duma conjunção finita delas já se deduz formalmente. Deste enunciado Gödel retira o seguinte resultado de compacidade: para que um conjunto numerável de fórmulas seja satisfazível é condição necessária e suficiente que todo o seu subconjunto finito seja satisfazível. Feferman et. al (2003, p. 397).

No fim de sua tese, Gödel demonstra ainda a independência da axiomática usada por Hilbert e Ackermann.

Na parte de traz deste carro uma escultura do livro semelhante à apresentada na parte da frente deste mesmo carro, na página em que estava enunciado o problema aparece o enunciado do Teorema da Completude e sobre ele um carimbo escrito "resolvido" para aquele problema exposto à frente do caminhão.

Sobre Gödel e os bastidores da criação do enredo e da execução do desfile

Não se pode negar a complexidade da vida do homenageado e é um desafio enredar uma história que traga além dos fatos, o jeito dele, que respeite sua excentricidade considerando os acontecimentos e compreendendo-os como imprescindíveis na vida dele e como consequentes de seu modo de pensar, de seu estilo, de sua genialidade, de seu modo de viver. Isso inclui o modo de pensar que atravessa uma vida: o interesse pela Matemática, pela Lógica, pela Física, pelos fundamentos das Ciências, pela Filosofia, pela *verdade* criada pelo Homem.

Ocupo-me buscando palavras que sejam sensíveis suficientes para dizer de um homem que frente à pergunta sobre o motivo da recusa a um convite para proferir uma conferência, afirmou ao filósofo Morton White (1917 – 2016) que sentia que "estaria fazendo uma injustiça às próprias ideias, porque ainda não as completara e expô-las prematuramente a um público hostil seria uma injustiça para com elas" Goldstein (2008, p. 181). O mesmo homem que à Hao Wang[20] fez uma lista de sua obra inédita e deu a compreender que receava que a receptividade de suas ideias seria cética e com desprezo de um público supostamente hostil[21]. Em Hao Wang (1981), num artigo feito entre os anos de 1976 e 1977 sobre desenvolvimento intelectual de Gödel (que Gödel forneceu informações e comentou), Gödel pediu que fosse excluída[22] uma nota de rodapé afirmando que ele havia casado no ano de 1938 com Adele Porket (1899-1981), alegando que a esposa não teve influência direta sobre seu trabalho acadêmico.

Essas três passagens relevam, aos nossos olhos, um homem muito criterioso com a forma da exposição de suas ideias, indisposto a reivindicar uma receptividade a elas, e metódico

20 Ver lista detalhada em Hao Wang (1987, p. 29).

21 Em Goldstein (2008, p. 179-180) expõe fatos e afirma sua compreensão, a qual partilhamos, que talvez Gödel estivesse superestimando o grau de "positivismo" nas universidades americanas e talvez subestimasse sua própria reputação, mas de forma alguma estava sendo paranoico ao julgar o clima hostil em relação às suas próprias ideias.

22 Contudo, no artigo que li, reeditado depois da morte de Gödel a nota está presente e há uma explicação desse fato na nota de rodapé.

com a separação entre vida pessoal e vida profissional.

Na nota de rodapé número 3 trazemos uma defesa a respeito da afirmação de Goldstein (2008, p. 179-180) adjetivando de *paranoico* Gödel naquela situação sobre sua relutância em publicações, contudo, talvez, essa defesa só caiba naquele caso referindo-se à publicização de suas ideias. Nas obras acessadas é unânime, diferindo apenas no nível de detalhes, na biografia de Gödel as passagens de crise de distúrbio de personalidade, cujo cume é sua morte em 14 de janeiro de janeiro de 1978. Morte cujo atestado de óbito documentou subnutrição e inanição causadas por distúrbio de personalidade.

Sabe-se, conforme relato de Rudolf Gödel, que aos cinco anos de idade Kurt Gödel teve um episódio de saúde que foi adjetivado de *leve crise de ansiedade*. É oportuno dizer que quase tudo que se sabe sobre a infância e adolescência de Gödel até seu surgimento como lógico no momento de seu teorema da incompletude deve-se a Rudolf, seu irmão único e mais velho, o qual escreveu um material que trazia informações sobre a origem familiar de seus pais, sobre os nomes, formação, trabalho, datas e escolas que frequentaram, bem como respondeu a perguntas de Hao Wang e John Dawson[23], que posteriormente divulgaram material biográfico de Gödel. Segundo Rudolf o menino Kurt Gödel era perguntador e na adolescência lia Immanuel Kant (1724-1804), um filósofo prussiano considerado o maior da época moderna. Tornou-se interessado em estudar Ciências pela leitura da obra teoria das cores de Goethe[24]. Ainda, Rudolf conta que aos oito anos, Gödel tivera reumatismo das juntas com febre alta, e que quando descobriu as possíveis sequelas desse acometimento, inferiu por conta própria que aquilo havia lhe causado danos cardíacos permanentes, e que ai começara sua hipocondria vitalícia. Tamanha hipocondria que levou Albert Einstein (1879-1955) a poupar Gödel de saber sobre a doença que o assaltava e que viria a levá-lo à morte aos 18 de abril de 1955.

Einstein foi um dos únicos amigos de Gödel. É amplamente divulgada na rede fotos dos dois andando pelos caminhos que levam e trazem do Instituto de Estudos Avançados de Princeton onde trabalhavam. Einstein revelou que ao fim de sua vida só ia ao Instituto para voltar caminhando e conversando com Gödel. A ligação entre os dois envolve: coincidências entre as idades com que provaram suas teorias revolucionárias, origem geopolítica, exílio nos Estados Unidos, gosto pelo campo de pesquisa do outro entre outras coisas, porém isso não explica o motivo daquele apreço profundo entre dois homens tão diferentes. Goldstein (2008) numa expressão de sensibilidade, com a qual concordamos, expõe que esse apreço era profundo: "[...] Einstein e Gödel foram colegas de exílio dentro de um exílio maior [...] no sentido mais profundo em que é possível um pensador estar exilado [...] exilados intelectuais" (2008, p. 31).

John Dawson que se tornou arquivista do legado literário de Gödel explicita em Goldstein (2008, p. 51) que Gödel era um homem discreto, reservado, que em sua sala de trabalho havia todo tipo de papelzinho com comentários e partes sublinhadas e "muitos rascunhos de cartas que nunca foram postadas, manuscritos de artigos que ele prometeu entregar, revisou repetidas vezes e depois nunca liberou para publicação". Ainda sobre isso, Goldstein (2008) nos

23 Hao Wang foi fiel seguidor de Gödel até seus últimos dias e John Dawson foi arquivista do legado literário de Gödel.

24 Johann Wolfgang von Goethe (1749 - 1832) é considerado, senão o mais, um dos mais importantes escritores alemão obra influenciou a literatura de todo o mundo, sendo expoente da literatura alemã e do Romantismo europeu nos séculos XVIII e XIX. Também foi pensador e fez incursões pelo campo da ciência. Sua vasta produção inclui: romances, peças de teatro, poemas, escritos autobiográficos, reflexões teóricas nas áreas de arte, literatura e ciências naturais. A obra Teoria das Cores foi publicada em 1810, é um tratado de 1400 páginas, contém uma descrição do fenômeno das cores. Neste, Goethe foi o primeiro a confrontar as ideias de Newton sobre luz e cor e apresenta nesta obra uma reformulação da teoria das cores de uma maneira inteiramente nova. Esta obra influenciou fortemente os artistas pré-rafaelistas e é considerada uma dos mais importantes trabalhos sobre o tema.

traz:

> A impressão é de uma cautela de proporções histéricas. Não uma cautela cerebral, pois as ambições intelectuais de Gödel eram audaciosas, suas intuições, fortes, sua vontade de levá-las a conclusão lógica inflexível. Pelo contrário, havia uma histeria de discrição em apresentar seus pensamentos ao mundo externo. (GOLDSTEIN, 2008, p. 51)

Sobre a vida particular de Gödel, mais especificamente,

> Não é fácil penetrar na vida íntima de Gödel. Já é bastante reconhecer que ela difere muito da vida dos outros. Por isso, raciocinar por analogia não nos levará muito longe. Ademais, era um homem totalmente reservado, que não demonstrava nada que não fosse de cunho matemático. Foi um homem de paixões profundas, como sua vida mostrará. Mas essas paixões eram secretas e rigorosamente intelectuais. (GOLDSTEIN, 2008, p. 50)

Entre os adjetivos associados à Gödel, na revista *Scientific American*, em um dos artigos de Guerrerio (2012) encontramos "tímido iconoclasta". Discordamos dos dois adjetivos. Ao invés de tímido sugerimos prudente e ciente do momento histórico que vivia: baseados no fato de Gödel ter evitado explicitar em sua tese a noção de verdade que ele já tinha construído, e para o que mais tarde afirmou que foi em razão dos preconceitos filosóficos da época; da mesma forma precavida, Gödel se moveu durante sua vida deixando entre seus escritos muitas coisas escritas e inclusive sobre filosofia que não foram publicadas enquanto ele estava vivo. Além disso, em relação ao teorema da incompletude, encontramos em suas declarações sempre afirmações muito contidas e explicativas de que seu empenho era em provar a coerência da análise matemática, (porque ele precisava provar alguma coisa maior para obter o posto de *Privatdozent* e ter acesso à carreira universitária na Universidade de Viena) e que para isso tomou o caminho de provar que a análise seria coerente, se e somente se, a aritmética o fosse, ao invés de atacar diretamente o problema da não contradição da análise. A nosso ver Gödel está mais para prudente, cauteloso, aquele que evita perigos, do que receoso de se expor, de expor suas ideias.

Para iconoclasta sugerimos advogado do diabo. Advogado do diabo é nome de um cargo da igreja católica, um advogado que participa dos processos de canonização e beatificação, que atua contrariamente ao promotor de fé, o qual argumenta a favor do candidato. O advogado do diabo busca provas impeditivas da admissão do candidato. No popular, é um indivíduo que apresenta objeções a uma determinada tese e cria dificuldades para a defesa, em geral sua opinião é contrária à da maioria e objetiva testar a qualidade do argumento. No figurado é aquele que defende uma causa moralmente indefectível. Numa interpretação dramática da atitude de Gödel com o teorema da incompletude, muito mais próximo daquela figura que prudentemente não acredita na opinião da maioria (escola de Hilbert no que se refere a formalizar toda a Matemática impedindo o aparecimento de contradições) e silenciosamente busca provas contrárias a isso, e muito mais longe de um iconoclasta, supostamente nesse caso aquele que quebrar a "imagem" da matemática, ou que não respeita as tradições e as crenças estabelecidas, ou que se oponha à ver a Matemática com admiração, haja vista que Gödel se valeu do método axiomático próprio da matemática para provar seu teorema da incompletude e que sua interpretação do resultado foi que a matemática é inesgotável e seria normal que ela não se deixasse circunscrever.

Querendo contar essa história, voltamo-nos agora para o lugar e a época em que se deu a vida infantil e adolescente de Gödel, posteriormente sua vida de estudante e de pesquisador em Viena, e finalmente e até o fim de sua vida em Princeton. Mesmo correndo o risco de sermos

repetitivos, seguimos iluminados pela Enciclopédia Britânica, Hao Wang (1981) e John Dawson (1997), e Goldstein (1008) sobre alguns fatos e datas importantes da vida de Gödel.
Gödel nasceu no dia 28 de abril de 1906 na província de Brüun em Moravia na Áustria, hoje República Tcheca. E faleceu aos 71 anos de idade na cidade de Princeton, no Estado de New Jersey nos Estados Unidos no dia 14 de janeiro de 1978. Entre o nascimento e a morte, no que se refere aos feitos científicos, este homem enquanto lógico matemático provou que a ciência não pode jamais preencher suas próprias lacunas. Ele revolucionou a Lógica Matemática e contribuiu também para a Filosofia. Além disso, o TIG, segundo Lannes (2009), tem implicações na Física, na Ciência da Computação, nas Ciências Cognitivas e nas Humanidades.

As gerações anteriores da família de Gödel viveram nesta mesma província de Moravia em Austro-húngaro onde ele também nasceu e cresceu. Quando do estudo superior, Gödel foi viver e estudar na Universidade de Vienna, e em 20 de setembro de 1938 deixou a Áustria para trabalhar no Instituto de Pesquisas Avançadas na Universidade de Princeton no estado de New Jersey dos Estados Unidos da América.

Nos anos subsequentes ao nascimento de Gödel o mundo, principalmente a Europa, viveu a primeira guerra mundial. A cidade em que ele e a família moravam não sentiu os acontecimentos da guerra por ficar distante das zonas de batalha. Em 1918, com o fim da guerra, a mudança dos contornos do mapa europeu, provocou o estabelecimento da Tchecoslováquia como nação; houve um isolamento da minoria que falava alemão na cidade, nesta ocasião, Kurt renunciou em 1929 à cidadania tcheca, tornando-se austríaco oficialmente.

A educação escolar de Gödel se iniciou em 1912 quando ingressou na escola luterana *Evangelische Privat-Volks-und Burgerschule* em Brüun, na qual permaneceu até a idade de 10 anos. No outono do ano de 1916 ele entrou na *Staats-Realgymnasium*, uma escola superior de língua germânica. Em 1920 começou a estudar matemática. Em 1924 ele terminou os estudos no ginásio e naquele mesmo ano ingressou na Universidade de Vienna interessado em estudar Matemática, Física e Filosofia.

Durante os anos de estudo escolares até a entrada na Universidade, na adolescência, Gödel se destacou em matemática, linguagem e religião, estudou história e na metade do ginásio focou os estudos em Matemática.
A família de Gödel era de religião luterana e as questões religiosas foram levadas mais a sério por ele do que para os demais membros da família, e ainda no ginásio ele se declarou teísta. Sobre leituras que influenciaram Gödel, além de Kant e de Goethe, já mencionadas, leituras de física teórica por meio de um livro de Hans Thirring (1888-1976) sobre teoria da relatividade o fizeram se interessar pelos fundamentos da Física e em 1926 influenciado pelos estudos com Philipp Furtwangler (1869-1940) um teórico dos números, ele mudou o foco dos estudos para a Matemática, conforme em Hao Wang (1981).

No âmbito dos estudos em Matemática, Gödel foi aluno de Hans Hahn, um especialista em Topologia geral e Lógica, e por intermédio deste conheceu o grupo de positivistas lógicos, chamado círculo de Vienna. Participou deste grupo no início com mais assiduidade e depois esporadicamente até 1933 quando apesar da Lógica ser um ponto de interesse comum, o conflito entre o positivismo e o platonismo de Gödel constituiu-se claramente. Gödel, disse a respeito disso: “eu só concordava com alguns dos dogmas deles”, “eu nunca acreditei que matemática é sintaxe da linguagem”. De todos os membros do grupo círculo de Vienna, Gödel manteve contato apenas com Rudolf Carnap (1891-1970) o qual influenciou fortemente a futura direção de sua pesquisa.

Em 1924, aos 18 anos quando ingressou na Universidade de Viena pretendendo estudar Matemática, Física e Filosofia para se formar em Física, estudou sobre a teoria da relatividade

com foco nos fundamentos da Física. Aos 20 anos (1926) passou a estudar Matemática e durante o ano seguinte participou do curso de Karl Menger (1902-1985) em teoria das dimensões e de um curso em História da Filosofia dado por Heinrich Gomperz (1873-1942).

Em relato a Hao Wang, Wang (1981), Gödel assume que o curso de teoria dos números ministrado pelo professor Phillip Furtwängler foram as aulas mais maravilhosas de sua vida, e isso fez com que ele em 1926 voltasse seus estudos para esse tema e em 1928 começou seus trabalhos em Lógica Matemática.

No verão europeu de 1929, aos 23 anos de idade, Gödel completou a dissertação de doutoramento sob a orientação de Hans Hahn, a qual foi aprovada por Hans e por Furtwangler e em fevereiro de 1930 ele recebeu o título de doutor em matemática pela Universidade de Viena. O trabalho, intitulado como o teorema da completude, estabeleceu a completude da Lógica de Predicados de Primeira Ordem. Em outras palavras, mostra que toda fórmula lógica verdadeira do cálculo de predicados de primeira ordem é demonstrável a partir dos axiomas clássicos desse mesmo cálculo. Mais tarde esse resultado se tornou uma das principais ferramentas da Teoria dos Modelos, *Scientific* (p. 42).

Após o doutoramento Gödel foi assistente de Hans Hahn no seminário em Lógica Matemática, começou a participar do colóquio de Matemática modelado no Círculo de Viena, apresentou resultados da sua dissertação em diversas reuniões científicas, inclusive no colóquio acima referido em que participava e publicou vários pequenos artigos.

Um ano depois do doutoramento em Matemática, em setembro de 1930, Gödel anunciou no Congresso de Königsberg sobre o que viria a ser o teorema da incompletude o qual viria a ser exposto em 1931 e que aponta que qualquer sistema matemático axiomático, suficiente para incluir a aritmética dos números naturais, necessariamente 1) não pode ser simultaneamente completo e consistente. 2) se o sistema é consistente, sua consistência não pode ser provada internamente ao sistema.

Nem tudo seguia de vento em popa, nessa altura a mãe e o irmão de Gödel temiam que ele tentasse o suicídio. A fragilidade no equilíbrio mental e problemas relacionados à personalidade se fizeram presentes de tempo em tempo, e nessa ocasião Gödel se recompunha da morte de seu pai. No que diz respeito à saúde física, mesmo sem nenhuma evidência médica, Gödel era convicto que sofria de fragilidade na saúde física e quase sempre tinha às mãos um cobertor para se proteger da mais inocente corrente de ar que o acometesse, além do paletó, vestimenta costumeira.

Gödel se casou com Adele Porket em 1938 e por causa da Segunda Guerra, o casal emigrou para os Estados Unidos, onde ficaram até suas mortes. Assim que chegou a Princeton Gödel retomou o curso que havia ministrado no ano anterior sobre o problema do contínuo. Paralelamente ele ministrava outros cursos a respeito da teoria dos conjuntos e realizou uma conferência na Universidade Brown, em *Rhode Island*, na qual expõe que tem convicção que a hipóteses do contínuo é independente dos axiomas da Teoria dos Conjuntos, ou seja, que a negação da hipótese do contínuo não é compatível com os axiomas da Teoria dos Conjuntos (Gödel já havia provado que a hipótese do contínuo é compatível com esses axiomas). Ele ocupa boa parte do seu tempo buscando soluções para as suas convicções, esta última: que o axioma da escolha, assim como a hipótese do contínuo, é independente da teoria dos conjuntos. Em 1942 ele expõe as bases de sua demonstração a alguns colegas. Em 1963 Paul Cohen, um jovem professor da Universidade de Stanford apresentou a prova da independência da hipótese do contínuo e do axioma da escolha.

É intrigante Gödel ter desistido de suas pesquisas nas quais havia até então trabalhado

intensamente sobre o problema do contínuo. Mas o fato é que seus trabalhos sobre esse problema ficaram prejudicados a partir de 1941. Por um lado sua amizade com Einstein encorajou-o a retomar os estudos em Física que era uma paixão antiga, por outro, neste momento ele dedicara cada vez mais tempo ao estudo da Filosofia, a qual afirmava que sem ela não conseguia conceber a Matemática. A essa altura estava Gödel convencido que as questões filosóficas, como a existência, por exemplo, de objetos matemáticos poderiam conduzir os matemáticos na direção de novos axiomas, que não seriam descobertos se, se mantivessem estanques aos sistemas formais estudados.

Entre 1951 e 1953 John Shepherdson (1926-2015) em um artigo publicado em três partes na revista *Journal of Symbolic Logic* mostra que o método gödeliano é incapaz em princípio de fornecer uma demonstração da independência da hipótese do contínuo e do axioma da escolha.

Ainda em 1941, Gödel participa de uma conferência na Universidade de Yale e apresenta novamente o problema da fundamentação da Aritmética, e questiona: existe um sistema matemático no qual a coerência da Aritmética seja demonstrável? O seu próprio teorema da incompletude concorda que tal sistema não deve ser procurado no formalismo finitista de Hilbert e necessita ultrapassá-lo. Hilbert sustentava que a ausência de contradições do sistema formal da Matemática deveria ser demonstrada por meio de raciocínios que levassem em conta um número finito de objetos concretos contidos em um número finito de etapas, enquanto Gödel acreditava que é necessário levar em consideração certas propriedades abstratas dos objetos e das fórmulas dos sistemas formais. O texto dessa conferência foi publicado somente em 1958, após alterações, sob o título "Sobre uma extensão ainda não utilizada do ponto de vista finitista" na revista *Dialectica* numa edição especial dedicada ao 70º aniversário de Bernays. Este foi o último artigo de Gödel publicado em vida e ele se inspirou em algumas ideias de Bernays.

Os últimos anos da vida de Gödel foram vividos isoladamente. No início menos e depois mais e mais e no fim nem ia mais ao Instituto de Princeton. A fragilidade do equilíbrio mental se manifestara mais intensamente agravado pela morte de sua mãe a qual ele levou quase dois anos para regularizar suas emoções e saúde. Oscilando entre melhoras passageiras e crises súbitas, chegava a pedir ajuda para morrer. Em 1975 reapareceram os acessos de psicose. Sua relação com o mundo exterior limitava-se à reduzidos dois amigos e à Adele. Nos últimos dias de vida, Gödel suspeita de um complô dos médicos e entra num estado de convicção de que a comida estava envenenada e passa a não se alimentar mais. Dias antes de ele falecer, Adele o leva ao hospital, mas não era mais tempo da equipe médica conseguir uma reação. O atestado de óbito indicou morte por subalimentação e consunção, relacionados à problemas de personalidade. Adele faleceu três anos depois da morte de Gödel.

Os outros carros alegóricos e considerações finais

Tendo apresentando sobre os teoremas da incompletude da Aritmética Elementar e o da completude da Lógica, os demais carros alegóricos representam os resultados de consistência e independência da Teoria dos Conjuntos cobrindo o universo construtível de Gödel. Ainda teve como destaques em carros alegóricos: 1) na linha do intuicionismo o resultado da interpretação de Gödel (e Gentzen) da aritmética clássica na aritmética intuicionista 2) a interpretação dialéctica de Gödel.

O samba além de contar bem a história de Gödel tinha boa melodia, uma letra de características interessantes sendo musicalmente rico e sem vícios de linguagem ou erros de concordância, é lógico!

O mestre sala e a porta bandeiras executando um bailado especial apresentaram com

graciosidade o pavilhão da escola, nas cores verde e rosa. O traje acompanhava e combinava com as cores e o símbolo que têm ao centro um bumbo e uma coroa. A bateria acompanhava o canto e ditava o ritmo do desfile, sendo vital e tirando 10 no quesito evolução. Tal qual uma orquestra, a bateria trazia destaques: o mestre, o presidente, a comissão, além dos destaques que desfilam à frente, a rainha, a madrinha, a musa e a princesa da bateria.

A ala de passistas seduzia o espectador. Composto por homens e mulheres que desfilaram em pouquíssima roupa utilizando seus atributos físicos e cumprindo papéis de boêmios, malandros, e às moças, cumpre protagonizar como as antigas cabrochas.

A ala das baianas, e a galeria da velha guarda homenageando as mulheres e os homens do início do século XX, precursores do carnaval brasileiro, aqui vinham representados pelas figuras dos matemáticos precursores e contemporâneos da Lógica e da Matemática que se relacionam diretamente com o teorema de Gödel: Hilbert, Frege, Cantor, Peano, AlanTuring (1912 -1954), John Von Neuman (1903 -1957), Alonso Church (1903 -1995).

Ainda tivemos, três interpretes aos quais cabe cadenciar o canto para que ele pudesse ser seguido por todos da escola. Suas vozes sobressaem sobre a do grupo de cantores de apoio que desfilam ao lado ou sobre o carro de som; e o carnavalesco que desenvolve o enredo e o samba que contagiou a multidão.

Um último carro vem ao fim da escola, como não poderia deixar de ter, após Gödel vem o Grupo Bourbaki. Frustrando uma expectativa em relação do traje do formalismo, representando todos os integrantes, eles, Henri Cartan (1904-2008), Claude Chevalley (1909 – 1984), Jean Delsarte (1903 – 1968), Jean Dieudonné (1906 -1992), André Weil (1906 – 1998)... Aparecem nus e sendo ai também radicais como de costume foram com seus trabalhos na Matemática.

Referências

BOURBAKI, Nicolas. The Architecture of Mathematics. *The American Mathematical Monthly*. v. 57, n. 4, p. 221-232, 1950.

DA SILVA, Jairo José. O segundo problema de Hilbert. *Revista Brasileira de História da Matemática*, v. 3, n. 5, p. 29-37, 2003.

FEFERMAN, Solomon. The Impact of the Incompleteness Theorems on Mathematics. *Notices American Mathematical Society*, v. 53, n. 4, p. 434-439, 2006.

FERREIRA, Fernando. A Matemática de Kurt Gödel. *Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática*. n. 55, p. 39-62, 2006.

GÖDEL, Kurt. *Collected Works*, volume V. Organizado por Solomon Feferman et al., Oxford University Press, 2003.

GOLDSTEIN, Rebeca. *Incompletude*: a prova e o paradoxo de Kurt Gödel. Tradução de I. Koytowski. São Paulo: Companhia das Letras, 2008.

GUERRERIO, Gianbruno. Gödel, um tímido iconoclasta. *Scientific American Brasil*. A vanguarda da matemática: e os limites da razão. São Paulo: Duetto Editorial Ltda. Edição revista e atualizada. Coleção gênios da ciência, n. 8, p. 39-67, 2012.

KLINE, Morris. *Mathematics*: The Loss of Certainty. Oxford: Oxford University Press, 1980.

LEVIN, Janna. *Um louco sonha a máquina universal*. Tradução de I. Korytowski. São Paulo: Conpanhia das Letras, 2009.

NAGEL, Ernest; NEWMAN, James, R. Prova de Gödel. Tradução de G. K. Guinsburg. São Paulo: Editora Perspectiva e Editora da Universidade de São Paulo, 1973.

SHOENFIELD, Joseph R. *Mathematical Logic*. London: Publishing Company, 1967.

SNAPPER, Ernst. As Três Crises da matemática: o Logicismo, o Intuicionismo, e o Formalismo. Tradução de J. P. de Carvalho. *Humanidades*, v. 2, n. 8, p. 85-93, jul/set. 1984.

WANG, Hao. *Reflections on Kurt Gödel*. Cambridge: MIT Press, 1987.
WANG, Hao. Some facts about Kurt Gödel. *The Journal of Symbolic Logic*, vol. 46, n. 3, p. 653-659, 1981.

Rosemeire de Fátima Batistela
Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS)

E-mail: rosebatistela@gmail.com