

Alberti, Finé e Fabri: Contribuições em Problemas de Medição de Alturas no Renascimento

Alberti, Finé and Fabri: Contributions at Heights Measurement Problems in the Renaissance

Andressa Cesana
Universidade Federal do Espírito Santo – UFES/ES/Brasil

RESUMO

Retrata uma investigação e uma análise sobre textos e contextos dos problemas de medição de alturas, em livros do período do Renascimento. Fundamenta-se nas ideias do historiador Fernand Braudel. Trata-se de uma pesquisa qualitativa de abordagem histórica e documental. Constitui-se numa abordagem interpretativa do panorama histórico dos problemas de medição de alturas de objetos. Ateve-se nas produções de três autores representativos do tempo do Renascimento: Leon Battista Alberti (1404-1472), Oronce Finé (1494-1555) e Ottavio Fabri (c. 1544-c.1612). Os resultados deste trabalho apontam para uma construção histórica conjunta em torno do tema e, levantam reflexões sobre a inter-relação existente entre a história da matemática e a educação matemática.

Palavras-chave: História. História da Matemática. História de Problemas Matemáticos. Medição de Alturas. Renascimento.

ABSTRACT

In this work are researched and analyzed texts and contexts in problems dealing with heights measurement in books of the Renaissance Period. Is based on the ideas of historian Fernand Braudel. This is a qualitative research with an historical and documental approach. It consists of an interpretative approach of the history of the problems dealing with height measurement of objects. Stuck up in Renaissance time three representative authors productions: Leon Battista Alberti (1404-1472), Oronce Finé (1494-1555) and Ottavio Fabri (c. 1544-1612). This work's results, beyond the joint historical construction around the theme, bring up questions to analyze the relation between the history of mathematics and the mathematical education.

Key words: History. History of Mathematics. History of Mathematical Problems. Height Measurement. Renaissance.

1. Introdução

Este artigo refere-se a um resultado parcial de pesquisa de doutorado na qual se propôs investigar *textos e contextos dos problemas de medição de alturas em livros do Renascimento*. Foram analisados os autores Leon Battista Alberti, Oronce Finé³¹ e Ottavio Fabri, que viveram nesse período, e cujas produções matemáticas puderam *contar* uma história de inter-relação entre tais textos e contextos. A proposta neste artigo é de analisar, numa vertente histórica, como os autores, trataram de um único mesmo tipo de problema, o *de calcular a altura de um*

³¹Neste trabalho utilizar-se-á sempre, a título de padronização em referência ao autor Orontio Fineo (nome em latim), seu nome traduzido para o francês, Oronce Finé, com exceção dos casos das citações diretas ou indiretas, nas quais serão mantidos os nomes originais do autor, como aparecem nas fontes pesquisadas.

objeto vertical em suas respectivas obras intituladas, *Ludi Rerum Mathematicarum*³², *Protomathesis* e *L'Uso della Squadra Mobile*³³.

Os enunciados dos problemas, considerados neste trabalho, são elencados a seguir:

- *Medir com a vista a altura de uma torre* (ALBERTI, 2006, p. 29).
- *Como se medem, com o quadrante geométrico, as linhas retas que estejam sobre o plano do terreno, formando ângulos retos* (FINEO, 1587, p. 251, tradução nossa).
- *Encontrar a altura de uma coisa da qual se possa aproximar ou distanciar, ereta perpendicularmente sobre um plano* (FABRI, 1615, p. 48, tradução nossa).

Para compreender a abordagem desses problemas tratados nas obras de Alberti, Finé e Fabri, apresenta-se a seguir um breve contexto de produção de cada um dos livros analisados.

O tratado *Ludi rerum mathematicarum* escrito por Alberti, em meados do século XV, constituiu-se num breve tratado dedicado à utilidade da Matemática e dedicada ao príncipe/marquês Meliaduse d'Este. Pode-se afirmar que essa pequena obra representa um testemunho histórico de como, em uma determinada época (no caso, o Renascimento), eram feitos os estudos que tinham por objetivo compreender os fenômenos da natureza e aumentar o domínio do homem sobre o mundo à sua volta. Alberti buscava solucionar problemas enfrentados no cotidiano renascentista, ao demonstrar que é possível fazer medições, aparentemente inacessíveis, sem a ajuda de instrumentos específicos de medida, usando apenas relações geométricas elementares, envolvendo formas semelhantes e grandezas (como a usual regra de três).

Sobre a obra de Oronce Finé, em análise neste trabalho, está escrita em língua italiana e é intitulada *Aritmetica, Geometria, Cosmografia, e Oriuoli* (*Aritmética, Geometria, Cosmografia, e Relógios*) traduzido por Cosimo Bartoli, fidalgo e acadêmico Florentino, *Et gli Specchi (e os Espelhos)*, traduzido pelo Cavaleiro Ercole Bottrigaro, fidalgo bolonhês. Em sequência, na folha de rosto, têm-se as informações: Novamente publicado com privilégio, em Veneza, Impresso Francesco Franceschi Senese, 1587. As quatro primeiras partes da obra supracitada referem-se à *Protomathesis* de Oronce Finé, publicada pela primeira vez, em 1532, em latim.

Quanto ao livro de Ottavio Fabri, *L'Uso dela squadra mobile*, consoante Panepinto (2008/2009), foi publicado pela primeira vez em 1598, contendo a descrição de um instrumento topográfico chamado esquadro móvel (ou quadrado móvel ou *zoppa*³⁴), útil para realizar todo tipo de medição topográfica como cálculo de alturas, distâncias e profundidades em áreas urbanas, agrimensura e mapas como está indicado na própria folha de rosto do livro. Tal obra representou um registro poderoso de toda a experiência técnica do autor derivada do

³²*Ludi Rerum Mathematicarum* refere-se ao título original, cuja tradução do latim para o português é *Matemática Lúdica*. As obras analisadas neste trabalho foram a *Matemática Lúdica* de Alberti (2006), que se refere a uma tradução atual do texto de Alberti para o português, e também, uma tradução de 1568, feita do latim para o italiano, por Cosimo de Bartoli.

³³Tradução do italiano para o português: *O uso do esquadro móvel*.

³⁴Manteve-se a denominação *zoppa* (em italiano) como aparece no texto original para também designar o esquadro móvel.

levantamento de desenhos de áreas geográficas nos mapas elaborados por ele ao longo da vida. A obra³⁵ de Ottavio Fabri analisada neste trabalho é uma edição de 1615 por Pietro Bertelli.

2. Interlocutores teóricos e percurso metodológico

Neste trabalho, a interlocução teórica foi realizada, mais enfaticamente, com os historiadores Marc Bloch e Fernand Braudel. Tomou-se por base a concepção da importância de se fazer pesquisa histórica em Matemática e em Educação Matemática e, na concepção de conhecimento de passado do historiador Marc Bloch (2001) quando menciona que a própria definição de passado revela a impossibilidade de sua mudança, no entanto, não há como negar que ele é algo em desenvolvimento, que se transforma e aperfeiçoa. Além disso, tomou-se por base principal a concepção de história de Fernand Braudel (2009a). Para ele, a história nunca parou de depender de condições sociais concretas, ela é filha de seu tempo e, o papel do historiador é importantíssimo para que métodos e programas da história tenham respostas mais precisas e mais seguras, já que depende das reflexões, do trabalho e das experiências vividas.

As ideias desses pensadores acompanharam todo o processo de produção deste texto, no sentido de apontarem o caminho da escrita que se desejou para a produção final do trabalho, e de permitirem a escolha metodológica. Em relação ao “caminho” dessa escrita, explorou-se vestígios deixados pelos homens no tempo, por meio dos livros analisados, e desvelou-se textos e contextos de um tipo de problema prático encontrado nos mesmos.

A escolha de uma base teórica - que reúna forças, para o pesquisador justificar sua narrativa -, deve ser coerente. A tendência, neste trabalho, por explorar os pensamentos de Bloch e Braudel, contribui por ratificar a importância de olhar para um problema histórico, como é o caso do problema de calcular alturas de objetos e, naturalmente, ver-se “obrigado” a investigar sobre os homens que necessitaram resolvê-lo. Isso porque, esse era um problema de uma sociedade, e não de um homem. Também, é o olhar para o passado com as ferramentas do presente.

O desafio de produzir uma história, não tendo a profissão de historiador, exige do pesquisador um cuidado especial com os pressupostos teóricos e metodológicos do estudo a que se propõe realizar. Entretanto, crê-se que não existe uma limitação relativa às escolhas teóricas e metodológicas para a escrita sobre a história da matemática. Tais escolhas ficam sob a responsabilidade de cada pesquisador que deve buscar, adequadamente, teorias e metodologias, considerando seu tema de pesquisa.

Sabe-se que o Renascimento foi um período de longa duração, como define o historiador Fernand Braudel em toda sua obra, e, além disso, os livros considerados neste artigo foram produzidos naquele tempo e, por autores que viveram numa região banhada pelo Mediterrâneo (Itália e França) – local também que é fonte de pesquisas mais profundas de Braudel. Procura-se a seguir estabelecer uma identidade entre o tempo e o lugar de Braudel e o tempo e o lugar dos problemas de medição de alturas vistos a partir de obras dos autores Leon Battista Alberti, Oronce Finé e Ottavio Fabri. Desse modo, há uma coerência em tomar como base a história narrada por Fernand Braudel sobre o Renascimento e o Mediterrâneo.

³⁵Disponível em: <<http://echo.mpiwg-berlin.mpg.de/ECHOdocuViewfull?mode=imagepath&url=/mpiwg/online/permanent/library/4KY9GTGC/pageimg&viewMode=images>>. Acesso em: 03 set. 2012.

Com efeito, esta pesquisa suscita personagens italianos que viveram na Itália, nos séculos XV e XVI, respectivamente, Leon Battista Alberti e Ottavio Fabri e tiveram importância fundamental nas áreas em que exerceram seus trabalhos. Alberti foi um artista italiano que até hoje é referência na história da arquitetura mundial e escreveu várias obras, inclusive uma de matemática prática para governantes da época. Já Fabri, foi engenheiro e perito, trabalhou para o governo italiano e também deixou uma obra escrita sobre resolução de problemas práticos de matemática, e mais outros dois que nunca foram publicados. Por outro lado, foi abordado um terceiro autor, o francês Oronce Finé, da primeira metade do século XVI, que apesar da formação em medicina, dedicou sua vida à paixão pela matemática, tendo escrito livros e assumido cadeira de professor dessa disciplina. Entende-se que um estudo como esse envolve a compreensão de uma história “conjuntural e estrutural” que contempla aspectos sociais e econômicos de um período de longa duração.

Os problemas matemáticos abordados nesta investigação são analisados em obras escritas e/ou publicadas do século XV até o início do século XVII, sendo todas oriundas da Europa, mais precisamente da Itália e França. Logo, torna-se pertinente e coerente um encontro com a obra de Braudel. Destarte, a fim de ilustração, os autores de duas das obras tratadas, Leon Battista Alberti e Ottavio Fabri foram cidadãos italianos importantes para a história social e econômica das cidades em que viveram e tiveram alguma relação com o governo das mesmas. Eles também fizeram parte da história de longa duração sobre o Mediterrâneo, contada por Braudel.

Leon Battista Alberti, com seu método sobre a perspectiva, no período do Renascimento teve influência até para a cultura moderna. Flores (2007, p. 73) destaca que “o elogio dado à perspectiva de Alberti na pintura, o fascínio pelas técnicas e máquinas para melhor ver, outorgou à visão um lugar especial para a cultura moderna”. Além disso, a importância do trabalho de Alberti não se limita apenas ao campo da arquitetura. Cambi (1999), em seu livro intitulado *História da Pedagogia*, menciona a importância das ideias sobre educação propostas por Alberti na obra *Della famiglia*, de 1435. Nela Alberti sugere que o homem a ser educado, seja um homem ativo e, assim, inclui em sua proposta de educação uma literatura essencial à vida do cidadão daquela época, com o objetivo de obter honra e influência e para participar, efetivamente, da vida política, além de incluir o estudo de matemática (inserindo o ábaco e a geometria) e a educação física. Para Cambi (1999, p. 232), Alberti “coloca-se no quadro de um Renascimento aberto que interpreta as instâncias do novo que avança”, sendo que “com ele, o humanismo adquire uma dimensão menos ligada ao espírito do classicismo e mais alinhada com as exigências práticas do tempo”. É a incorporação do pensamento à cultura e ao cotidiano que os artistas promoveram na época.

Ao constatar que, por exemplo, o livro *Matemática Lúdica* de Alberti foi escrito, especialmente, para um nobre, é interessante ressaltar que a Itália vivida por esse autor apresentou características especiais em relação às artes. Uma parte muito seleta da sociedade, uma alta burguesia, é quem dava ordens do que e como deveriam ser as construções, as pinturas entre outros elementos. Era esse tipo de cliente que encomendava, escolhia e impunha seu gosto (BRAUDEL, 2007).

E quanto à França de Oronce Finé?

Sabe-se que a Itália foi berço do fenômeno Renascimento e teve Florença, segundo Jaguaribe (2001, p. 434),

como seu foco de irradiação, do qual se expandiu para muitas cidades no Norte da Itália e Nápoles, mas especialmente para Roma e Veneza. Predominantemente sob influência italiana, mas também, no caso da pintura dos Países Baixos, influenciada por fontes nativas, no fim do século XV até o princípio do século XVII houve uma expansão da cosmovisão renascentista pela maior parte da Europa Ocidental, particularmente a Holanda, Suíça, França, Alemanha, Inglaterra e Península Ibérica.

Logo, a França também recebeu influências advindas da Itália. No campo das artes, por exemplo, Braudel (2007, p. 80) observa como foi: “[...] uma Itália modesta, de modo genérico, representou muitas vezes a primeira fórmula da nova arte, com destino à França ou a outra parte”.

As trocas miúdas, os pequenos serviços, os empréstimos modestos não começam com o fim do século XV: o italianismo iniciou bem cedo sua infiltração. Assim, para tomar na França um só exemplo ilustre, Jean Fouquet viajou e trabalhou na Itália de 1443 a 1447: encontrou-se em Minerva com Fra Angelico e tomou-lhe de empréstimo “os temas decorativos, pilastras, guirlandas, couraças e elmos [...] cujos modelos lhe haviam sido fornecidos por seu amigo Michelozzo” (BRAUDEL, 2007, p. 81).

A cidade de Paris foi uma grande praça mercantil desde o século XII até o século XV. Para Braudel (2009a, p. 99), “a cidade tirou proveito da proximidade de tantos homens de negócios. Ao mesmo tempo, acolhia as instituições da monarquia francesa, cobria-se de monumentos, abrigava a mais brilhante das universidades da Europa [...]”, além de ter assumido “o lugar de honra da Cristandade”.

Oronce Finé viveu na França numa, época imediatamente posterior àquela em que seu país viu estabelecido, em seu meio, o centro econômico do Ocidente. Mesmo que isso não tivesse perdurado no século XVI, a influência do movimento renascentista italiano continuou viva na França.

Conforme Braudel (2007), após 1528 o rei Francisco I da França recriou em torno dele um cenário italiano, e houve então uma virada na vida artística francesa. Em Paris, o rei imprimiu nas construções interiores de vários castelos, o estilo novo, entretanto, “a escola de Fontainebleau³⁶ [...] é o verdadeiro Renascimento que se instala na França, já não dos ornamentistas ‘industriais’ da primeira hora, mas dos ‘chefes de escola’” (BRAUDEL, 2007, p. 90). Finé produziu muitos trabalhos nesse tempo, assim exerceu influências em obras de outros autores. Como se pode constatar, o italiano Cosimo Bartoli escreveu a obra intitulada *Del modo di misurare* (1564) que tratava da construção e do uso de instrumentos para medir e calcular - tal qual o seu primeiro livro - é uma compilação do trabalho de Oronce Finé, no que se refere às medidas de distâncias (SAITO; DIAS, 2011).

³⁶Utilizada pelos reis da França desde o século XII, a residência de caça de Fontainebleau, situada no coração de uma grande floresta na Île-de-France, foi reformada, ampliada e adornada no século XVI por Francisco I, que queria fazer dela uma “nova Roma”. O castelo teve inspiração em construções italianas e convergiu com a arte do Renascimento e com as tradições francesas. Foi naquele local onde se deu a criação da escola de Fontainebleau, movimento dominante da criação artística francesa até meados do século XVII. Disponível em: <<http://www.france.fr/pt/arte-e-cultura/o-castelo-de-fontainebleau>>. Acesso em: 22 ag. 2013.

Após 1559, até metade do século XVII, segundo Braudel (2007), a Itália seguiu um caminho imprevisto, com uma paz predominante que se insinuava através dos Estados e das economias e que foi prolongada. O autor sugere algumas razões para que essa paz tenha se instalado como, por exemplo, sua unidade religiosa de fidelidade à Roma; o não apoio à Reforma; e a não divisão religiosa.

Braudel (2007, p. 97) menciona que “durante muito tempo, o mar pertencera aos cristãos do Mediterrâneo, isto é, antes de tudo aos marinheiros da Itália” e que “um Mediterrâneo próspero é uma Itália próspera”. O autor narra que muitos acontecimentos políticos e econômicos de outros países, que margeiam o Mediterrâneo, terminaram por favorecer a Itália. Um exemplo é que em 1571, a rota marítima direta que havia entre a Espanha e os Países Baixos foi interrompida, o caminho terrestre por meio da França não era bom, e então, as rotas mais convenientes foram as da Itália.

Ottavio Fabri, engenheiro e perito italiano, viveu na segunda metade do século XVI, em Veneza. Foi um personagem de relevância na sociedade veneziana em virtude de suas atividades como comerciante, comprador de artes e membro no *Provveditori ai Beni Inculti* (conselhos criados para melhorar a agricultura na Itália do século XVI). Ademais, sua formação matemática e científica contribuiu para ele ser um profissional influente na época, ligado ao desenvolvimento de conhecimentos teóricos e às habilidades práticas de vários outros peritos como ele (PANEPINTO, 2008/2009).

Fabri viveu esse período de paz e de glória da Itália, mas também participou de uma forte queda na economia italiana. Como importante comerciante, ele veio à falência no final de sua vida, tendo perdido muitos dos seus bens, inclusive aqueles obtidos como colecionador de artes. Isso corrobora com Braudel (2007, p. 105), ao evocar que “a longo prazo, tal situação excepcional se enrijece e se deteriora. Nem tudo dependia apenas dos agiotas, de seus cálculos, cautelas e habilidades”. A situação econômica de cidades potências italianas vai perdendo força até acontecer uma crise forte que “liquida o ‘século dos genoveses’”, em 1627.

Alberti, Finé e Fabri fizeram, efetivamente, parte desse tempo classificado como Renascimento e desse lugar, adotado por Fernand Braudel como sua geografia favorita, o Mediterrâneo. Desse modo, foram influenciados pelos contextos sociais e econômicos em que viveram e, reciprocamente, influenciaram de certo modo o tempo e o lugar em que viveram. Se não fosse assim, suas obras que continham problemas de medição de alturas não teriam alcançado algum tipo de relevância e nem teriam sido utilizadas por aqueles que as recomendaram. Elas foram escritas pelas necessidades sobrevividas dos indivíduos, necessidades essas que estão presentes até hoje, no entanto, com objetivos distintos daqueles do Renascimento.

Sobre o percurso metodológico aqui empregado, diz-se do próprio método de escrita da história, baseado nas concepções dos historiadores Marc Bloch e Fernand Braudel. Tanto a pesquisa de doutorado quanto o artigo aqui proposto, caracterizam-se como pesquisas qualitativas de abordagem histórica e documental. Contam, portanto, com os seguintes instrumentos metodológicos: pesquisa histórica, pesquisa bibliográfica e análise documental (de obras/*livros-texto*³⁷).

³⁷Os livros analisados neste trabalho foram produzidos de alguma forma para o ensino. Optou-se por compreendê-los numa concepção proposta por Gert Schubring (2003). Em seu estudo o autor considera o termo *textbook* ou *livros-texto* para um livro destinado ao uso no ensino, independente do nível.

3. Os autores, os instrumentos e os problemas de medição de alturas

3.1 Os autores: Alberti, Finé e Fabri

O italiano Leon Battista Alberti viveu por 68 anos, na época da chamada Primeira Renascença. Nasceu em 18 de fevereiro de 1404, em Gênova (Império Francês – hoje Itália) e faleceu em 03 de abril de 1472, em Roma (Estados Pontifícios – hoje Itália). Nascido em família de ricos comerciantes, cresceu tendo incentivo do pai para estudar Matemática (O'CONNOR; ROBERTSON, 2006).

O pai de Alberti faleceu quando ele tinha apenas 17 anos. Após isso, ele foi estudar direito na Universidade de Bolonha, mesmo a contragosto. Interrompeu, por um tempo, seus estudos em direito e tudo indica que passou uma temporada em Florença. Suspeita-se que lá, então, conheceu Filippo Brunelleschi (1377 - 1446, pioneiro arquiteto renascentista) e Lorenzo Ghiberti (1378 - 1455, escultor italiano renascentista). Isso, provavelmente, o influenciou em suas obras.

Segundo Pierre Souffrin, astrônomo francês, que apresenta e comenta a obra *Matemática Lúdica*³⁸ de Alberti (2006, p. 8), seguiu uma carreira eclesiástica impulsionada pelo apoio do papa Eugênio IV, tendo sido breviador da Cúria romana. Com isso, Alberti estudou ruínas antigas de Roma, dedicou-se à pintura e aos experimentos de óptica e começou a escrever a obra *Della famiglia* (1434). Retornou a Florença em 1434, e lá ficando até 1443, teve mais contatos com artistas renascentistas, concluindo o tratado *Della famiglia* (1435), no qual aborda o tema educação. Participou de debates literários, escreveu obras literárias e poéticas e compôs, em 1437, um tratado intitulado *De pictura*, que trata sobre pintura (e dedicado ao amigo Brunelleschi). Essa obra sobre pintura representa um tratado geral a respeito das leis da perspectiva. Conforme Pierre Souffrin, depois da primeira edição do tratado *De pictura*, tal obra repercutiu bastante, sendo até hoje a que mais atrai a atenção de pesquisadores sobre Alberti.

Orontio Fineo (1494-1555)³⁹ ou, Oronce Finé⁴⁰, nasceu em Dauphiné, uma região do sudeste da França. Na época de seu nascimento essa era uma região semi-independente da França, assim chamada porque o país era governado pelo filho mais velho do rei da França, a quem foi dado o título de delfim.⁴¹

Antes de obter seu diploma de medicina, Finé editou livros de matemática e astronomia numa tipografia de Paris. Entre os textos que foram editados, destacam-se: *Theoricae Novae Planetarum* de Peurbach, que trata da teoria dos epiciclos dos planetas de Ptolomeu, e o *Tractatus de Sphaera* de Sacrobosco, um livro de astronomia em quatro capítulos. O primeiro livro, de autoria de Finé, foi publicado em 1526, e apresenta o *equatorium*, um instrumento no

³⁸A abordagem sobre o problema de medir alturas apresentado por Alberti foi realizada com base na tradução para o português intitulada *Matemática Lúdica* (tradução brasileira autorizada, a partir da versão francesa de Pierre Souffrin – *Divertissements mathématiques*) e, principalmente, de uma tradução da obra de Alberti do latim para o italiano, feita por Cosimo de Bartoli e publicada em 1568.

³⁹Nasceu no dia 20 de dezembro de 1494 e morreu no dia 08 de agosto de 1555, em Paris, França.

⁴⁰Briançon, a cidade de nascimento de Finé, ficava nessa região de Dauphiné. Sendo assim, o nome de Oronce Finé foi escrito em latim como Orontius Finaeus Delphinatus (ou, como aparece em uma das obras analisadas desta pesquisa, aquela publicada na Itália: Orontio Fineo del Delfinato). O último desses nomes, Delphinatus (ou Delfinato), indica então que ele veio de Dauphiné. Na tradução para o francês, além do sobrenome Finé, é provável que duas outras formas existam, quais sejam: Finee ou Fine. No entanto, especialistas sobre a região Dauphiné explicam que Finé é a forma que se esperaria naquela região.

⁴¹Neste trabalho utilizar-se-á sempre, a título de padronização em referência a Orontio Fineo, seu nome traduzido para o francês, Oronce Finé ou, simplesmente Finé, com exceção dos casos das citações, que serão mantidos os nomes originais do autor assim como aparecem nas folhas de rostos das obras pesquisadas.

qual ele estava muito interessado e trabalhou em toda a sua vida, escrevendo mais quatro textos sobre isso. O instrumento podia ser usado para determinar as posições dos planetas.

Oronce Finé foi nomeado para a cadeira de matemática no Collège Royal em Paris, em 1531, e lá ensinou, desde esse momento até a sua morte. O trabalho mais importante produzido por Finé, quase exatamente na época em que ele foi nomeado para a cátedra de matemática no Collège Royal, é conhecido como *Protomathesis*. Assemelha-se mais com uma coleção de obras separadas, para cada parte tem uma folha de rosto própria, com datas, geralmente, de um ou dois anos, antes de todo o trabalho ter aparecido em 1532. Apesar de parecer que os volumes dessa obra foram publicados separadamente, é improvável que esse tenha sido o caso.

Quanto a Ottavio Fabri, não foi possível encontrar trabalhos sobre o autor em português, mas, por conta da sua relevância na Itália, ele já foi digno de investigação com respeito à sua biografia e, principalmente, às suas contribuições profissionais ao país. De fato, obteve-se acesso a uma tese de autoria de Emanuele Panepinto, datada de 2008/2009, intitulada *Ottavio Fabri, perito et ingegnere pubblico*⁴² a qual aborda aspectos importantes da sociedade italiana à época de Ottavio Fabri e, em especial, as contribuições deixadas por esse perito e engenheiro.⁴³

A Itália vivida por esse autor foi um país extremamente importante para o desenvolvimento social europeu nos séculos XV e XVI, e, as atividades prestadas por Ottavio Fabri ao governo e suas habilidades estão inerentes a esse processo. Por exemplo, Fabri fez parte de uma instituição muito importante da Itália de seu tempo, o *Conselho de Autoridade de Água*. Além de ter sido um superintendente dos *Beni Inculti* cuja ocupação era tratar da recuperação das terras (PANEPINTO, 2008/2009).

Alberti, Finé e Fabri utilizaram artefatos para a resolução de problemas de medição de alturas. A construção e o uso dos instrumentos para medição foram cruciais para o processo de solução de inúmeros problemas práticos de cada época. Na seção seguinte menciona-se, resumidamente, cada um dos instrumentos utilizados pelos autores para resolverem os problemas de medição de alturas aqui tratados.

3.2 O “gnômon” de Alberti, o “quadrante geométrico” de Finé e o “esquadro móvel” de Ottavio Fabri

O *Gnômon*⁴⁴ era uma espécie de relógio de sol vertical, muito usado pelas primeiras civilizações. Referia-se a uma haste reta perpendicular a uma superfície plana, lisa e horizontal. Por isso o gnômon é também chamado de flecha na tradução de Alberti (2006). Foi com uma flecha, como um instrumento auxiliar, que Leon Battista Alberti propôs a resolução dos problemas de medição de alturas em sua *Matemática Lúdica*.

A Figura 1 exemplifica a ilustração feita por Alberti para o problema de calcular a altura de uma torre, considerada em sua *Matemática Lúdica*.

Figura 1 – O uso do “gnômon”, por Alberti, para calcular a altura de uma torre

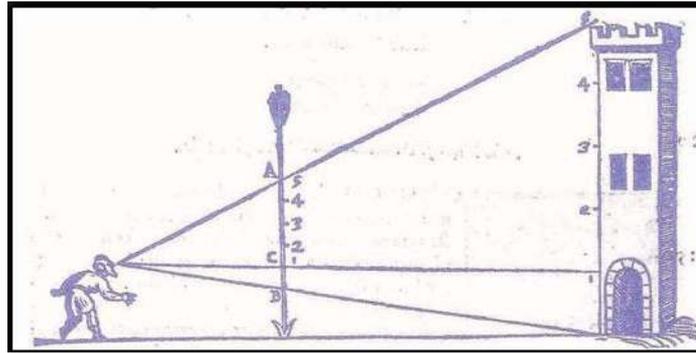
⁴²Referência completa:

PANEPINTO, Emanuele. **Ottavio Fabri, perito et ingegnere pubblico**. Tese (Laurea Specialistica in Storia e Geografia dell’Europa – Indirizzo Geografico) – Facoltà di Lettere e Filosofia, Università Degli Studi di Verona, Verona, 2008/2009.

⁴³Todas as contribuições da tese de Emanuele Panepinto a esta pesquisa referem-se à tradução nossa, do italiano para o português.

⁴⁴Disponível em:

< http://www2.dm.ufscar.br/profs/salvador/jornada/Ciencias_e_Matematica_do_Sol_e_do_Gnomon.pdf>. Acesso em: 06 nov. 2012.

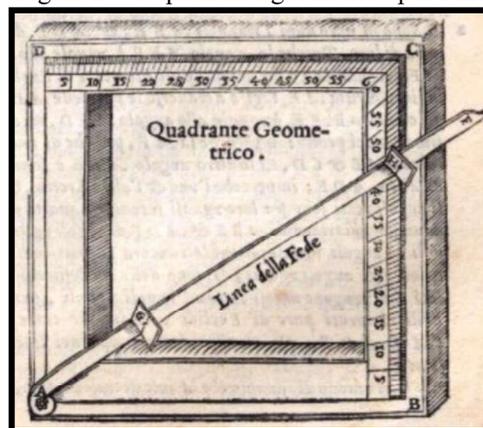


Fonte: Bartoli (1568, p. 236).

Oronce Finé tinha predileção por um instrumento de medida, o quadrante geométrico e foi utilizado por ele para resolver problemas de alturas. A Figura 2 é a ilustração dada por Fineo (1587, p. 239) para o seu quadrante geométrico.

A construção do quadrante geométrico é necessária no contexto que o autor propõe para a resolução de problemas práticos de medição, pois é um instrumento que possibilita executar inúmeros modos de medição, e é para Finé, como já mencionado, o melhor deles.

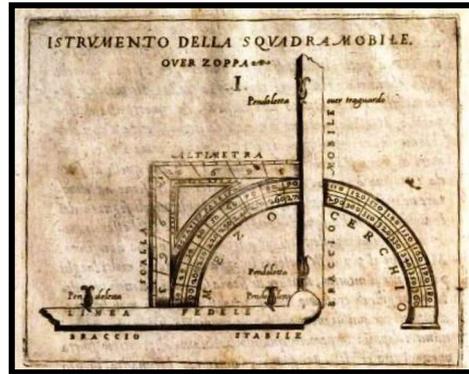
Figura 2 – O quadrante geométrico por Finé



Fonte: Fineo, 1587, p.239

A apresentação da fabricação do esquadro móvel por Ottavio Fabri é realizada de modo bem detalhado, com explicações acessíveis aos leigos, ou, aos “menos entendidos”, como ele mesmo menciona na introdução desta parte da obra. Didaticamente organizado, Fabri (1615) ressalta que fabricou muitos esquadros móveis e fez doações a militares e outros cavalheiros, aos quais, tais instrumentos poderiam ter utilidade. A Figura 3 é a ilustração dada por Fabri (1615, p. 42) para o seu esquadro móvel.

Figura 3 – O esquadro móvel por Fabri



Fonte: Fabri, 1615, p.42

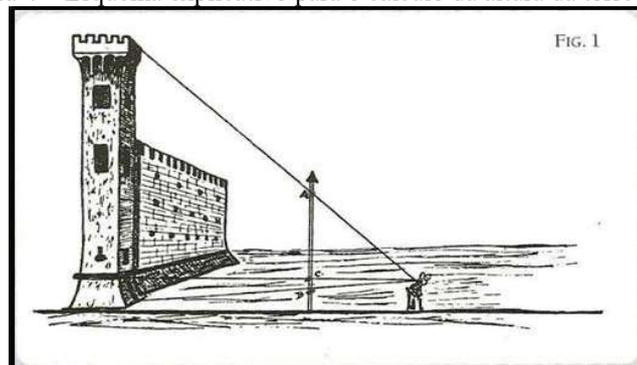
As narrativas, tanto de Fineo (1587) quanto Fabri (1615), não são apenas detalhadas em suas instruções, mas, são também ricas em orientações como um manual. De fato, eles orientam aqueles que desejam construir os instrumentos. Por exemplo, Fabri (1615) instrui que o esquadro móvel seja feito de madeira por ter baixo custo e ser mais fácil para fabricar, ou, caso se queira fazer de metal e não souber utilizar corretamente o buril e os compassos para o traçado das linhas, sugere buscar auxílio com algum especialista para construir o instrumento.

3.3 Como Alberti, Finé e Fabri utilizaram, respectivamente, a flecha, o quadrante geométrico e o esquadro móvel, para medir alturas?

De acordo com os propósitos deste trabalho e também por sua delimitação, escolheu-se para exemplificar, apenas um problema de medir altura que foi tratado em cada uma das obras analisadas.

O primeiro problema proposto por Leon Battista Alberti é: “Medir com a vista a altura de uma torre” (ALBERTI, 2006, p. 29). Desse problema, o autor trata três casos, sendo que o primeiro, aquele que será tratado neste trabalho, é enunciado assim: *Como proceder se podemos conhecer sua distância e medir diretamente uma parte dela* (vide Figura 4).

Figura 4 – Esquema explicativo para o cálculo da altura da torre - 2006



Fonte: Alberti (2006, p. 30).

Alberti (2006, p. 29), no início da solução do problema, esclarece que

se quiser medir a altura de uma torre situada numa praça apenas olhando-a da outra extremidade, proceda da seguinte maneira. Finque uma flecha no chão, bem verticalmente, distancie-se um pouco, seis ou oito pés, e dali vise o topo da torre tomando a flecha como mira;[...].

A torre tem duas extremidades, e a outra extremidade da qual Alberti destaca é a que está situada no chão, pois é dessa extremidade “do chão” que é possível olhar a outra. A flecha fincada, verticalmente, assegura o paralelismo que deverá existir entre a torre (vertical) e a flecha, para o uso posterior das propriedades de semelhança de triângulos. É importante observar que a unidade de medida de comprimento utilizada era pés, o que hoje equivale a, aproximadamente, 30,48 centímetros.

Continuando as instruções:

[...] coloque uma marca com um pouco de cera no lugar preciso em que seu olhar encontra a flecha, e chamemos A essa marca de cera. Depois, do mesmo lugar em que tinha mirado o topo da torre, mire sua base e, novamente, ali onde seu olhar encontra a flecha, coloque uma marca de cera, e chamemos essa segunda marca de B (ALBERTI, 2006, p. 29).

Subtende que a flecha deverá ser maior do que o medidor, pois, só assim, olhando para o topo da torre e mirando na flecha, o olhar dele interceptará a flecha (ou poderá coincidir com a ponta da mesma) no ponto A (que deverá ser marcado). O ponto B é depois marcado na flecha, no ponto em que o olhar do medidor a intercepta, ao estar mirando para a base (o pé) da torre.

Finalmente, aponte o olhar para algum lugar da torre que conheça e do qual possa facilmente medir a posição até a base da torre com sua flecha, como por exemplo, o pórtico de entrada, ou algum buraco, ou algo parecido situado bem embaixo. Assim como fez mirando o topo e depois a base da torre, faça enfim uma terceira marca de cera no lugar em que seu olhar encontra a flecha. Feito isso, chamemos C essa terceira marca, como na Figura 1 (ALBERTI, 2006, p. 29).

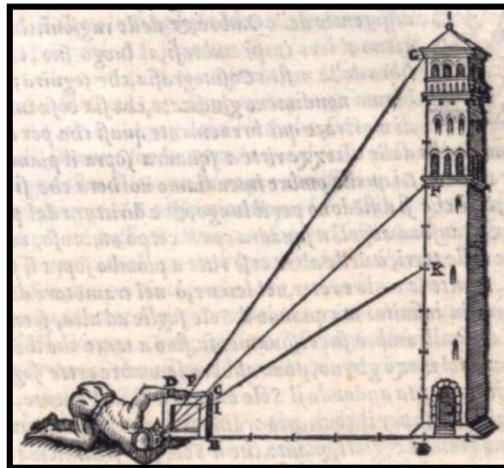
O ponto C é, então, marcado na flecha, sendo o marco que representa alguma altura em relação à torre, cuja medida pode ser conhecida. Isso porque no enunciado do problema foi explicado que, no cálculo da medida da altura da torre, se conhece a sua distância e que é possível medir diretamente uma parte dela. Nesse caso, o ponto C, na flecha, poderia ser marcado, por exemplo, exatamente no ponto em que representa a altura do medidor (uma altura/medida conhecida).

Digo que a parte da flecha que está entre a marca de cera B e a marca C cabe na parte da flecha situada entre o ponto A e o ponto B tantas vezes quanto a parte inferior da torre, já conhecida, cabe na parte superior cuja altura é desconhecida. E para captar mais claramente e na prática esse procedimento, examinemos isto com um exemplo numérico (ALBERTI, 2006, p. 30).

No exemplo numérico, Alberti (2006, p. 30) supõe que a torre tem 100 pés de altura (isto é, $AB = 100$), e o pórtico, 10 pés (medida de $B'C'$). Conduz, então, o leitor a pensar que a relação entre os dois segmentos dados, ou seja, que $B'C'$ cabe nove vezes em $A'C'$ (ou ainda, que $B'C'$ é a décima parte da torre inteira), também ocorrerá com as medidas respectivas da flecha BC e AB. De fato, “a parte AC da flecha será tal que, dividida em 9 partes, conterà 9 vezes BC, que é a 10ª parte de AB considerada integralmente”. É interessante ressaltar que Alberti (2006, p. 30) garante que, procedendo as instruções como ele recomenda, a medida da altura da torre será correta.

Em Oronce Finé, o sétimo capítulo do seu segundo livro intitula-se *Como se medem, com o quadrante geométrico, as linhas retas que estejam sobre o plano do terreno formando ângulos com o quadrante*. Esse capítulo trata então de resolver um problema de altura utilizando-se o quadrante geométrico. A Figura 5 exhibe uma ilustração que o autor utiliza para ajudar na compreensão do problema. A frase do título do problema, *formando ângulos com o quadrante*, indica que Finé propõe o cálculo de mais de uma altura, no caso, três alturas, considerando os ângulos que o quadrante faz com a torre. No caso, pela ilustração, vê-se que são indicadas três situações diferentes.

Figura 5 – Ilustração de como usar o quadrante geométrico para medir alturas de objetos verticais



Fonte: Fineo, 1587, p. 253.

Observa-se que, para resolver o problema, o medidor deve estar com o quadrante geométrico mirando à uma certa distância e se posicionar em direção à base da torre, além disso, são feitas três marcações distintas utilizando a *linha de fé*. Para compreender melhor, apresentar-se-ão os passos propostos por Finé e em seguida serão feitas explicações complementares ao texto original. Em primeiro lugar, Fineo (1587, p. 251, tradução nossa) propõe: “tomada a título de demonstração uma linha reta, cujo comprimento deva ser medido, que seja EG ou EH ou ainda EK para o comprimento e na direção da torre EKHG que esteja sobre um plano proposto AE na perpendicular, ou em prumo”.

Segue instruindo:

Acomoda-se então sobre o mesmo plano que lhe está em torno, o quadrante ABCD, de forma que os lados BC e CD, compartilhadas em partes, se voltem diretamente para essa linha proposta, pois que isto parece ser sempre necessário. Posto então o olho no ponto A, levanta-se ou abaixa-se esta linha contanto que o raio de visão de A, passando pelas miras, chegue ao final da linha proposta. Feito isso, observa-se a interseção dessa linha, isto é se ela baterá no lado BC ou no lado CD, visto que ela não poderá chegar a outro lugar.

Diga-se, então que ela bata primeiramente no lado CD, isto é, no ponto F, e seja a linha a ser medida EG, então essa linha EG será maior do que o comprimento do plano AE e corresponderá na mesma proporção a AE, que o lado AD à parte intersectada DF. Como que se DF será 40 das partes das quais cada lado é igual a 60, porque o 60 corresponde ao 40 de *sesquialtera* isto é,

40 mais sua metade, não diferentemente, a linha EG abraçará uma vez e meia a linha AE. Logo se o comprimento AE, for, por exemplo, igual a 18 cúbitos, a linha EG considerada será de 27 cúbitos. E isto se demonstra desse modo, porque os dois triângulos ADF e AEG são de ângulos iguais, por isso que o ângulo DAF é igual ao ângulo AGE, pelo 29 do primeiro livro dos Elementos de Euclides. E da mesma forma, o ângulo AFD é também igual ao ângulo EAG, visto que tanto o ângulo ADF como o ângulo AEG são retos e iguais entre si. São então de ângulos iguais os triângulos ADF e AEG, cujos lados então que estão de frente aos ângulos iguais estarão mediante a 4 enquanto que o de 6 os mesmos elementos entre eles proporcionais. Logo, como o lado AD corresponde à parte intersectada DF assim será a proposta linha EG ao comprimento do plano AE. (Fineo, 1587, p. 251-252, tradução nossa).

Os passos acima são bem detalhados por Finé, e, mais ainda, estão muito bem justificados matematicamente levando em conta a possibilidade de medir a altura EG utilizando-se da semelhança entre os triângulos ADF e AGE. Pretende-se a seguir explicar alguns pontos que poderão gerar algum tipo de dúvida para o leitor em relação à leitura das instruções contidas na citação anterior.

Primeiro, fica claro observar que a medida AE (do vértice do quadrante geométrico, do qual parte a *linha de fé*, até a base da torre) é acessível. Neste caso considerado acima, o objetivo é obter a medida da altura EG, da base ao cume da torre.

Outro item interessante de se salientar é quando se utiliza a mira do quadrante geométrico, isto é, a *linha de fé*. O autor, supondo que ela seja mirada no topo da torre e intersecta o lado CD do quadrante no ponto F, afirma que tal segmento EG será maior do que o segmento AE. De fato, isso só pode ocorrer por ser assumida a seguinte propriedade geométrica de desigualdades nos triângulos: “Se dois ângulos de um triângulo não são congruentes, então os lados opostos a eles não são congruentes e o maior deles está oposto ao maior lado” (Dolce e Pompeu, 2005, p. 55). Como, por hipótese, a mira com a “linha de fé” intersecta o lado CD até atingir o topo da torre, o ângulo $E\hat{A}G$ é maior do que 45° . Considerando que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° , que o triângulo AGE é retângulo em $A\hat{E}G = 90^\circ$, tem-se que a soma dos outros dois ângulos $E\hat{A}G + A\hat{G}E = 90^\circ$ e, como o ângulo $E\hat{A}G$ é maior do que 45° , o ângulo $A\hat{G}E$ será menor do que 45° . Sendo assim, $E\hat{A}G > A\hat{G}E$, e, portanto, como afirma Finé, $EG > AE$, ou seja, o segmento EG será maior do que o segmento AE.

Quanto ao problema selecionado do autor Ottavio Fabri, ele possui o seguinte título: *Encontrar a altura de uma coisa da qual se possa aproximar ou distanciar, ereta perpendicularmente sobre um plano* (FABRI, 1615, p. 48, tradução nossa) e constitui-se na terceira proposta do autor. A Figura 6 ilustra o problema.

Figura 6: Esquema ilustrativo do problema de calcular a altura de uma torre por Fabri



Fonte: Fabri (1615, p. 49).

Para encontrar a altura de uma torre (objeto vertical), como na Figura 6, da qual era possível aproximar-se ou afastar-se, Fabri (1615) instrui que o esquadro móvel seja acomodado com o braço estável nivelado (no caso, paralelo ao plano do chão), e depois que o braço móvel do esquadro seja posto sobre os 45° do semicírculo (ou então sobre os 12 pontos de ambas as sombras: *umbra recta* e *umbra versa*). Dessa forma, mantendo fixa esta abertura do esquadro móvel e mirando-se através dos pendoletes do braço móvel do instrumento, o medidor deve posicionar-se em local que consiga visualizar com clareza o cume do objeto. De fato, segundo Fabri (1615, p. 49, tradução nossa), “[...] se os raios de sua visão alcançarem um ponto mais alto aproxime-se então do objeto, se, porém, atingirem um ponto mais baixo, afaste-se do objeto até que você veja, como eu disse acima, o cume do mesmo”. A medida obtida da distância entre o esquadro e o pé do objeto observado, adicionada à altura do centro do esquadro móvel até o plano (chão), será então a altura do objeto.

Antes de comentar sobre um exemplo numérico apresentado por Fabri, atenta-se para a geometria implícita utilizada na solução do problema. Ao estipular que o esquadro móvel deveria estar posicionado em 45° e, sendo o objeto a ser medido, perpendicular ao plano, ocorre a formação de um triângulo retângulo que também é isósceles, o que acarreta em catetos congruentes. Assim, a afirmação de que a altura do objeto desejada é a soma da distância do esquadro ao pé do objeto adicionada a altura do centro do instrumento ao plano, é consequência da própria definição de triângulo isósceles, que tem dois lados congruentes.

A Figura 7, recorte da Figura anterior, é que ilustra que esse problema é utilizado por Fabri também para fornecer um exemplo numérico. Observa-se que letras maiúsculas indicam os pontos: **A** refere-se ao pé do objeto (no caso, da torre), **C**, ao o centro do semicírculo do esquadro móvel e **D**, à projeção de **C** no plano. Inclusive, na própria Figura 7, os valores estão expressos com suas respectivas unidades de medidas, no caso, passos (passi) e pés (pie).

Figura 7 – Recorte e adaptação da Figura 6



Fonte: Fabri (1615, p. 49)

A narrativa do autor é a que segue:

Seja o objeto AB do qual desejamos saber a altura sobre o plano AD, coloco o esquadro com o braço estável a nível com o ponto C, depois giro o braço móvel com a linha fiel sobre os 45 graus dos primeiros números do meio círculo, ou então sobre os 12 pontos da *umbra recta*, e giro; e olhando através dos pendoletes do braço móvel da circunferência, na direção do centro, vejo o cume B do objeto de cuja visão meço o espaço DA de 30 passos e lhe adiciono a altura CD do esquadro do plano de 3 e meio pés, de onde tenho 30 passos igual a 3 e meio, altura desejada do objeto (FABRI, 1615, p. 49, tradução nossa).

O processo simples de resolução do problema por Fabri não exige que o medidor tenha conhecimentos geométricos, mas, que apenas saiba medir, adicionar e utilizar o instrumento.

Esses exemplos de problemas de medição de alturas, tratados nesta seção, demonstram a relevância da História da Matemática, considerando que os conceitos e as propriedades matemáticas eram exigidos tanto no processo de construção de um instrumento de medida, quanto nos passos para a resolução do problema, de modo que, atualmente, as ferramentas matemáticas evoluíram, sendo distintas no processo de resolução do mesmo tipo de problema.

4 Um olhar conclusivo para o problema de *medir a altura de um objeto vertical em Alberti, Finé e Fabri*

Leon Battista Alberti: nome de relevância do Renascimento italiano. Suas obras, seus estudos e suas contribuições irrefutáveis à história da arquitetura compõem o primeiro personagem deste trabalho. Acredita-se que, ao buscar compreender o modo como eram as resoluções dos problemas de medição de alturas de objetos, na época do Renascimento, ressurgem várias questões interligadas ao tema. Nesse sentido, ao fazer esse “mergulho” histórico, são incitadas perguntas tais como: como foram escritos os textos que tinham esses problemas? Quem eram os autores dos mesmos? Como eles viviam em sociedade? Com quais objetivos esses textos foram escritos? Entre tantas outras.

O tempo do Renascimento e a escolha primeira por Leon Battista Alberti foram coerentes com o objetivo deste trabalho, porque os primeiros livros impressos com temas ligados à matemática tiveram vinculação direta com a prática cotidiana dos indivíduos. E a intenção aqui foi, exatamente, exaltar os indivíduos que contribuíram com a matemática, entretanto, não necessariamente representativos da matemática denominada pura. Entende-se que não é possível fazer uma interpretação interna imediata de um livro, ou de parte dele, sem que se leve em conta que ele fez parte de um contexto social maior, como por exemplo, o da produção de conhecimento pela comunidade científica em geral.

O trabalho de Oronce Finé teve grande repercussão na época de publicação, tanto que sua obra mais importante, a *Protomathesis*, foi publicada em latim em 1532, na mesma época em que ele assumiu cadeira de lente na Faculdade Real de Paris, além de ter sido traduzida e publicada em 1587 por Cosimo Bartoli, 55 anos após a primeira aparição, a qual é a obra italiana em que se faz a análise principal nesta pesquisa. Sem contar que o próprio Bartoli publicou uma obra em 1564, em que o seu primeiro livro segue a mesma sequência proposta por Oronce Finé. Há também uma edição francesa que foi traduzida e publicada por Oronce Finé em 1556. Ela trata da sua Geometria prática, uma parte da *Protomathesis*.

É notável mencionar que tomando por referência a *Geometria* de Oronce Finé, em especial, seu texto que trata da construção dos instrumentos, percebe-se a articulação que existe entre a construção e o uso dos instrumentos. De fato, o texto não pode ser classificado como um manual do tipo *faça você mesmo* e pode-se observar que ele estava destinado a um público detentor de conhecimentos não apenas da Geometria implícita à construção do instrumento, mas também da prática do ofício. As ações para a construção do quadrante geométrico são apresentadas em forma de instrução, exigindo do leitor que ele cumpra as tarefas, porém, é preciso que se saiba executá-las.

Para o último autor analisado, pode-se afirmar que Ottavio Fabri foi um personagem importante para a época, e, principalmente para o local em que viveu. Seu gosto e habilidade com respeito à matemática ajudaram-no a exercer um trabalho de perito para o governo veneziano que lhe rendeu reconhecimento e aprofundamento na prática de resolver problemas do cotidiano da época, narrados na obra aqui investigada, mais enfaticamente, os problemas de medição de alturas utilizando-se do esquadro móvel.

O esquadro móvel foi um instrumento muito utilizado e, o texto de Ottavio Fabri sobre tal instrumento, repercutiu durante os séculos XVII e XVIII, tanto que nesse período aconteceram várias reimpressões do *L'Uso della squadra mobile*. Além disso, a partir do aperfeiçoamento do esquadro móvel, outros instrumentos foram inventados, outros autores abordaram-no em suas obras e continuou sendo usado pelos funcionários do governo de Ferrara pelo menos até a segunda metade do século XVII (PANEPINTO, 2008/2009).

O percurso histórico vivenciado, ao fazer esta pesquisa, permitiu um olhar para um tempo de longa duração e para um lugar, berço desse tempo. Desafiador é pensar que o estudo de um tipo de problema prático, o de encontrar a medida de alturas de objetos, presente em livros do Renascimento, instigou, naturalmente, outras investigações concernentes aos indivíduos, que produziram tais obras, às suas motivações e aos contextos sociais e econômicos da época em que viveram. Consoante Braudel (2009b), o caminho de uma pesquisa deve ser sempre da realidade social ao modelo, depois, do modelo à realidade social, e assim sucessivamente, num processo de idas e vindas ou, de construção, desconstrução e reconstrução.

A obra resultante aqui é, em parte, um olhar para problemas de medição de alturas numa perspectiva histórica através de livros do Renascimento. Eles e seus respectivos autores fizeram parte de uma realidade social, a partir da qual, se procurou compreender aquele mundo em que tais problemas precisavam ser solucionados.

Alberti, Finé e Fabri fizeram, efetivamente, parte desse tempo classificado como Renascimento e desse lugar, adotado por Fernand Braudel como sua geografia favorita, o Mediterrâneo. Desse modo, foram influenciados pelos contextos sociais e econômicos em que

viveram e, reciprocamente, influenciaram de certo modo o tempo e o lugar em que viveram. Se não fosse assim, suas obras que continham problemas de medição de alturas não teriam alcançado algum tipo de relevância e nem teriam sido utilizadas por aqueles que as recomendaram. Elas foram escritas pelas necessidades sobrevividas dos indivíduos, necessidades essas que estão presentes até hoje, no entanto, com objetivos distintos daqueles do Renascimento.

Referências

- ALBERTI, Leon Battista. 2006. *Matemática Lúdica/Leon Battista Alberti*. Edição apresentada e comentada por Pierre Souffrin; tradução, André Telles. Rio de Janeiro, Jorge Zahar Editor.⁴⁵
- BARTOLI, Cosimo. *Opuscoli morali di Leon Battista Alberti gentil'huomo fiorentino, tradotti e parte corretti da M. Cosimo Bartoli*. Venezia: Francesco de' Franceschi, 1568. Disponível em: <http://books.google.com.br/books?id=MDY8AAAAcAAJ&printsec=frontcover&dq=Opuscoli+morali+di+Leon+Battista+Alberti&hl=pt-PT&sa=X&ei=gd2aUMmBBKzU0gHi9oBw&redir_esc=y>. Acesso em: 20 jan. 2012.
- BLOCH, Marc Leopold Benjamin. 2006. *Apologia da história, ou, O ofício do historiador*. Rio de Janeiro, Jorge Zahar Editora.
- BRAUDEL, Fernand. 2009a. (2ª Ed.). *Civilização material, economia e capitalismo: séculos XV-XVII: O tempo do mundo*. V. 3. São Paulo, WMF Martins Fontes.
- BRAUDEL, Fernand. *Escritos sobre a história*. 2009b. Tradução de J. Guinburg e Tereza Cristina Silveira da Mota. São Paulo, Perspectiva.
- BRAUDEL, Fernand. *O modelo italiano*. Tradução de Franklin de Mattos. São Paulo: Companhia das Letras, 2007.
- CAMBI, Franco. *História da pedagogia*. Tradução de Álvaro Lorencini. São Paulo: Editora UNESP, 1999.
- CESANA, Andressa. *Textos e contextos dos problemas de medição de alturas em livros do Renascimento*. 2013. Tese (Doutorado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2013.
- FABRI, Ottavio. 1615. *L'Uso della squadra mobile*. Padova, Pietro Bertelli. Disponível em: <<http://echo.mpiwg-berlin.mpg.de/ECHOdocuViewfull?mode=imagepath&url=/mpiwg/online/permanent/library/4KY9GTGC/pageimg&viewMode=images>>. Acesso em: 03 set. 2012.
- FINEO, Orontio. 1587. *Aritmetica, Geometria, Cosmografia, e Orivoli, EtgliSpecchi*. Venetia, Presso Francesco Franceschi Senese. Disponível em: <<http://echo.mpiwg-berlin.mpg.de/ECHOdocuViewfull?mode=imagepath&url=/mpiwg/online/permanent/library/P9R3M8SW/pageimg&viewMode=images>>. Acesso em: 15 jun. 2010.
- FLORES, Cláudia. *Olhar, saber, representar: sobre a representação em perspectiva*. São Paulo: Musa, 2007.

⁴⁵Tradução de: *Ludi matematici*. Tradução brasileira autorizada a partir da versão francesa de Pierre Souffrin, *Divertissements mathématiques*. Apêndice: Comentários – Lista dos manuscritos conhecidos – A pequena balança (La Bilancetta), Galileu Galilei.

JAGUARIBE, Helio. *Um estudo crítico da história*. Tradução de Sérgio Bath. V. 2. São Paulo: Paz e Terra, 2001.

O'CONNOR, John; ROBERTSON, Edmund F. 2006. *The MacTutor History of Mathematics archives: Indexes of Biographies: Alberti*. Disponível em: <<http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Biographies/Alberti.html>>. Acesso em: 04 abril 2012.

PANEPINTO, Emanuele. 2008/2009. *Ottavio Fabri, perito et ingegnere pubblico*. Tese (Laurea Specialistica in Storia e Geografia dell'Europa – Indirizzo Geografico) – Facolta' di Lettere e Filosofia, Universita' Degli Studi di Verona, Verona.

SAITO, Fumikazu; DIAS, Marisa da Silva. Articulação de entes matemáticos na construção e utilização de instrumentos de medida do século XVI. In: IX Seminário Nacional de História da Matemática, 9, 2011, Aracaju. *Coleção História da Matemática para professores*. Aracaju: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2011.

Andressa Cesana

Universidade Federal do Espírito Santo/UFES – Brasil

E-mail: andressacesana@hotmail.com