Tecnologias y visualización en Educación Matematica: desarrollo y desafíos actuales

Technologies and visualization in Mathematical Education: development and current challenges

Jesús Victoria Flores Salazar
Verónica Neira Fernández
Pontificia Universidad Católica del Perú
IREM-PUCP – TecVEM

RESUMEN

Como estamos interesados en reflexionar sobre el desarrollo y los desafíos actuales de la investigación en la línea y grupo de Tecnologías y Visualización en Educación Matemática de la maestría en Enseñanza de las Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica del Perú-PUCP y, del Instituto de Investigación en Enseñanza de las Matemáticas-IREM-PUCP en el presente artículo explicamos en primer lugar, cuál es el foco de interés de la línea y grupo de investigación, qué aspectos del Enfoque Instrumental y de la Teoría de Registros de Representación Semiótica son utilizados en las investigaciones que venimos desarrollando, cuál es el papel de la tecnología en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y cuáles son las áreas de las matemáticas trabajamos. A continuación, presentamos dos ejemplos que muestran como son utilizados, en las investigaciones que realizamos, los cuadros teóricos y la tecnología. Por último, explicamos los desafíos actuales que han surgido a partir de las reflexiones sobre las investigaciones que venimos desarrollando, la necesidad de conectar las teorías mencionadas y la pertinencia de la mediación de la tecnología en futuras investigaciones.

Palabras claves: Tecnologías, Génesis Instrumental, Registro figural.

ABSTRACT

Since we are interested in reflecting on the development and current challenges of research in the line and group of Technologies and Visualization in Mathematics Education of the *Maestría en Enseñanza de las Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica del Perú–PUCP*, and *Instituto de Investigación en Enseñanza de las Matemáticas–IREM-PUCP*; in the present article we first explain what the focus of interest is of the line and group of research, what aspects of the Instrumental Approach and the Theory Registers of Semiotic Representation are used in the investigations that we have been developing, what the role of technology is in the processes of mathematics teaching and learning, and what areas of mathematics we work in. Then, we present two examples that show how theoretical frameworks and technology are used in our research. Finally, we explain the current challenges that have arisen from the reflections on the investigations that we have been developing, the need to connect those mentioned theories and the pertinence of technology mediation in future investigations.

Key words: Technologies, Instrumental genesis, Figural register.

1. Aspectos preliminares

El avance de la educación matemática en el Perú está estrechamente conectado con la creación y desarrollo de la maestría en Enseñanza de las Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica del Perú.

De acuerdo con Salazar y Gaita (2015), la maestría en enseñanza de las matemáticas creada en 1986 responde al modelo educativo adoptado por la universidad tomando en cuenta los tres componentes esenciales de la universidad: formación, investigación y responsabilidad social. Entre los años 2006 y 2014 se ha ido tomando una visión antropológica de la matemática es decir como un producto de la construcción humana en el que los ambientes de aprendizaje permiten desarrollar procesos de construcción, comunicación y validación de conocimientos matemáticos.

En la actualidad, en la maestría tiene como fundamento una sólida formación en investigación, didáctica y disciplinar esta formación se evidencia en la realización de investigaciones en las diferentes líneas de investigación. Presentamos en este artículo, el desarrollo de la línea de Tecnologías y Visualización en Educación Matemática.

Por otro lado, cabe resaltar que en el Instituto de Investigación en Enseñanza de las Matemáticas (IREM-PUCP), se desarrolla investigación en educación matemática y desde hace un año también se realizan talleres de formación de profesores de matemáticas. Sus miembros son, en su mayoría, profesores-investigadores de la maestría en Enseñanza de las Matemáticas, por lo que también se ha creado desde el 2016 el grupo de investigación en Tecnologías y Visualización en Educación Matemática.

2. Tecnologías y Visualización en Educación Matemática: un panorama de su desarrollo

Estamos interesados en investigar, en distintas áreas de contenido matemático y en diferentes niveles educativos los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas por medio de diferentes tecnologías y el papel de la visualización en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

En las investigaciones que realizamos tomamos como bases teóricas el Enfoque Instrumental y la Teoría de Registros de Representación Semiótica. En particular, desarrollamos investigaciones centradas en el uso de tecnologías digitales y en los procesos de visualización en las que destacamos las áreas de geometría, geometría analítica.

Basado en estos referenciales, nos interesa la articulación de estas dos teorías que son pilares en esta línea de investigación, porque hemos visto que asociándolas en las investigaciones que realizamos tendremos como base el constructo teórico que nos interesa repensar.

En ese sentido, Salazar (2015) afirma que investigaciones en el área destacan la necesidad de crear, nuevas herramientas teóricas o de hacer una relectura de ellas para adaptarlas a la realidad del país para comprender como los sujetos se apropian gradualmente de los recursos tecnológicos disponibles en los ambientes de aprendizaje con los que interactúan, o en términos de Rabardel (1995), entender el proceso de génesis instrumental por el cual los artefactos se transforman en instrumentos.

También, de acuerdo con el autor, la utilización de un artefacto no es neutral para el sujeto. Introduce en este una actividad cognitiva de construcción o de evolución de esquemas de utilización y llama instrumento al conjunto artefacto y esquemas de utilización relacionados con el artefacto (ver Figura 1).

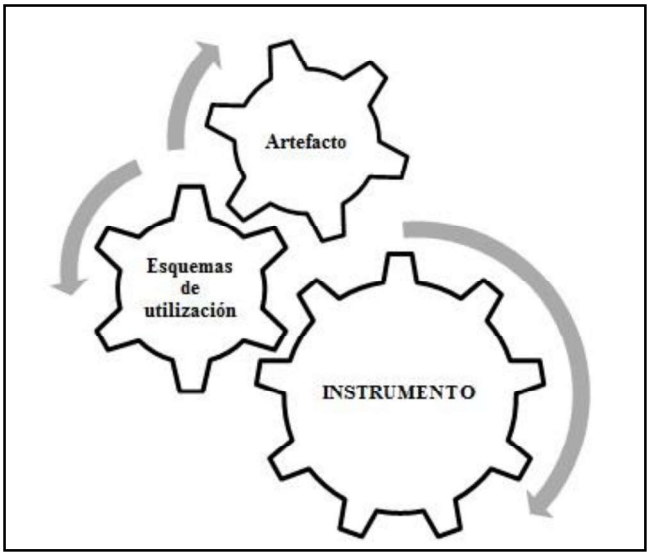

Figura 1. Instrumento utilización

Entonces el instrumento es específico a un sujeto porque los esquemas de utilización correspondientes, que el sujeto desarrolla, dependen de sus conocimientos. Además, evoluciona con el sujeto durante el curso de una acción de dos maneras: o sea volviendo a invertir esquemas de utilización familiares ya constituidos o sea produciendo nuevos esquemas de uso que le permiten alcanzar los objetivos contemplados.

Consecuentemente, el artefacto no tiene un valor instrumental, se torna instrumento solamente cuando el sujeto desarrolla un conjunto de esquemas asociados a su uso, permitiendo apropiarse de él, al punto de integrarlo en sus prácticas. Es así que este enfoque describe las relaciones que existen entre el sujeto, el artefacto y los esquemas de utilización. A partir de esas consideraciones, no podemos esperar que el potencial de la tecnología sea transparente – ni para el profesor ni para el estudiante – y para ser integrada en la investigación y en clases de matemáticas, es importante que se entienda como generar este proceso de génesis instrumental.

En cuanto a las dos dimensiones de la génesis instrumental, el investigador explica que la **instrumentalización** que está dirigida hacia la parte artefactual del instrumento, consta de enriquecimiento de las propiedades del artefacto por parte del sujeto y; la **instrumentación**, que está dirigida hacia el sujeto. Se refiere a la construcción de esquemas de uso por parte del sujeto, relativos a la ejecución de ciertas tareas. En este proceso se lleva a cabo la asimilación de nuevos artefactos a los esquemas y la acomodación de los esquemas para dar nuevos significados a los artefactos. El investigador utiliza la noción de esquema redefinida por Vergnaud como una organización invariante de la conducta del sujeto para una clase determinada de situaciones y sostiene que los esquemas tienen metas y anticipaciones, reglas de acción del tipo “si... entonces” e invariantes operatorios (teoremas en acto y conceptos en acto).

En relación a las tecnologías digitales, particularmente a software de representaciones dinámicas, como el Geogebra, Cabri, etc., Artigue (2002) señala que son los medios con los que realizamos investigaciones en la línea de tecnologías observamos que su característica fundamental es la manipulación directa y la función arrastre. En ese mismo sentido, En ese sentido, investigaciones como las de Laborde (2001), Olivero y Robutti (2001) y Olivero (2002) coinciden en afirmar que los software de representaciones dinámicas favorecen el lenguaje

visual ya que estimulan un nuevo medio de comunicación para nociones matemáticas abstractas. Además, Laborde (2006) sostienen que empleados estratégicamente pueden ser de gran utilidad para que los estudiantes justifiquen resultados de una tarea determinada, o puedan usarla como herramienta para validar construcciones, elaborar conjeturas e inferencias con relación a las propiedades de los objetos matemáticos representados. En la misma línea de pensamiento, señalamos que los software de representaciones dinámicas favorecen el lenguaje visual ya que estimulan un nuevo medio de comunicación para nociones matemáticas abstractas.

Igualmente, sabemos que la tecnología digital empleada estratégicamente puede ser de gran utilidad para que los estudiantes justifiquen resultados de una tarea determinada, o puedan usarla como herramienta para validar construcciones, elaborar conjeturas e inferencias con relación a las propiedades de los objetos matemáticos representados. Del mismo modo consideramos que existen preocupaciones epistemológicas en relación a la matemática o a los significados construidos en la enseñanza de las matemáticas cuando se desarrollan tareas mediadas por tecnologías digitales.

Con respecto a la contribución de la tecnología digital en el área de Educación Matemática, Salazar (2009) afirma que en la construcción de conocimientos matemáticos con el uso de tecnologías digitales, particularmente de softwares de representaciones dinámicas puede facilitar, en el sentido de Duval, la visualización de propiedades de distintos objetos matemáticos representados que con otros recursos podrían no ser descubiertas. Pues el investigador manifiesta que las figuras son un soporte intuitivo para las actividades en geometría porque dejan ver mucho más de lo que los enunciados dicen, permiten explorar y conjeturar propiedades geométricas. Por ello, consideramos que al trabajar con tecnologías digitales, especialmente con software de representaciones dinámicas, es fundamental desarrollar la visualización en los registros figural y gráfico.

En cuanto al área de geometría, Duval (1995) explica que involucra tres clases de procesos cognitivos que cumplen con funciones epistemológicas específicas: **procesos de visualización** con referencia a las representaciones espaciales para la ilustración de proposiciones, para la exploración heurística de una situación compleja, para echar un vistazo sinóptico sobre ella, o para una verificación subjetiva; **procesos de construcción** mediante herramientas la construcción de configuraciones puede servir como un modelo en el que la acción sobre los representantes y los resultados observados están relacionados con los objetos matemáticos que éstos representan; el **razonamiento** en su relación con los procesos discursivos para la extensión del conocimiento, para la demostración, para la explicación.

En cuanto a la visualización, Duval (2011) afirma que como actividad cognitiva consta de dos maneras de proceder sobre las figuras geométricas: la primera es la acción de discernir en una figura geométrica inicial (figura de partida) las transformaciones que permiten modificarla en otra (figura de llegada) y la segunda son los cambios de focalización aplicados sobre la figura, sub-figuras y/o sub-configuraciones que conforman la figura de partida y que han de considerarse en el desarrollo y comprensión de la tarea propuesta.

Además, el autor afirma que la aprehensión perceptiva, discursiva y operativa de una figura geométrica juega un rol heurístico básico para la solución de problemas de geometría.

Percibimos entonces, que el uso de software de representaciones dinámicas favorece el desarrollo de la visualización, en el sentido de Duval, particularmente a través de los aspectos

de movimiento esto es substancial para las tareas de construir representaciones dinámicas las que posibilitan una verdadera exploración de las situaciones geométricas, los objetos geométricos representados pueden parecer al sujeto "objetos reales" porque pueden ser manipulados.

En ese sentido pensemos, que al utilizar un software de representaciones dinámicas para el proceso de visualización no sólo potenciamos este proceso sino que también se puede analizar las génesis instrumentales de los sujetos que interactúan con él. Basados en estos aspectos, presentamos en este artículo dos investigaciones que ejemplifican las afirmaciones anteriores y que se han desarrollado en la línea de tecnologías y visualización en educación matemática.

3. Desarrollo de la investigación en tecnologías y visualización: dos ejemplos

La investigación García_Cuéllar (2014) tiene como objetivo analizar el proceso de génesis instrumental específicamente, analizar el proceso de instrumentación de la noción de simetría axial por medio del software de representaciones dinámicas Geogebra, en estudiantes peruanos de nivel secundario (12 y 13 años de edad). En la investigación se utiliza como fundamento teórico al Enfoque Instrumental y como cuadro metodológico, aspectos de la Ingeniería Didáctica de Artigue (1995). Como el trabajo se centra en el proceso instrumentación, el análisis se basa en la noción de esquemas de utilización, ya que por medio de las acciones de los estudiantes se analizan los posibles esquemas de utilización que son movilizados cuando desarrollan la actividad.

La actividad de García_Cuéllar (2014) que presentamos que sintetiza los aspectos que hemos mencionados en cuanto a la mediación del Geogebra en el proceso de génesis instrumental de la simetría axial. En la parte experimental de la investigación, los estudiantes deben abrir un archivo en Geogebra, como muestra la Figura 2.

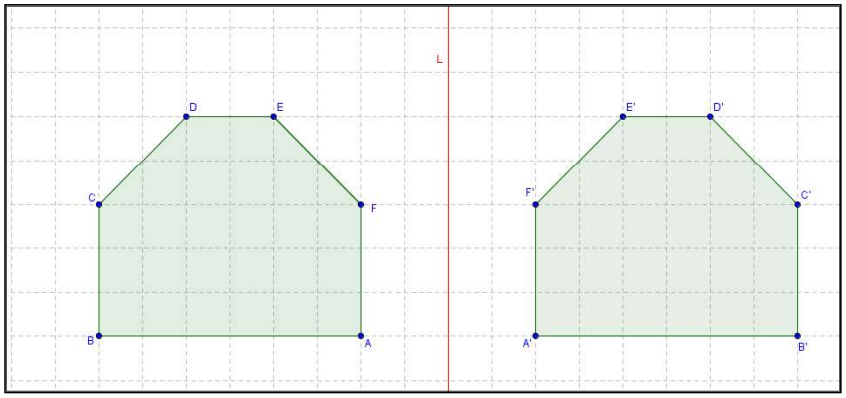

Figura 2. Archivo_1 en Geogebra

Se les indica que arrastren la recta L, y respondan a las siguientes preguntas *¿qué sucede con las figuras cuando mueves la recta L a la izquierda o a la derecha?, ¿qué sucede con las figuras cuando la recta L pasa por el lado FA de la primera figura?, ¿Qué sucede con las figuras cuando la recta L se ubica en la mitad de la primera figura?* Después de lo cual se les indica que tracen el segmento FF', el punto de intersección del segmento y la recta L y que llamen M. Posteriormente, se les pide medir los segmentos FM y MF' y los ángulos internos de las figuras para que luego respondan la siguiente pregunta *¿Cómo son las medidas?* y *¿qué sucede con las medidas de los ángulos cuando movilizas la recta L?* Después de ello, los estudiantes abren otro archivo de Geogebra (ver Figura 3).

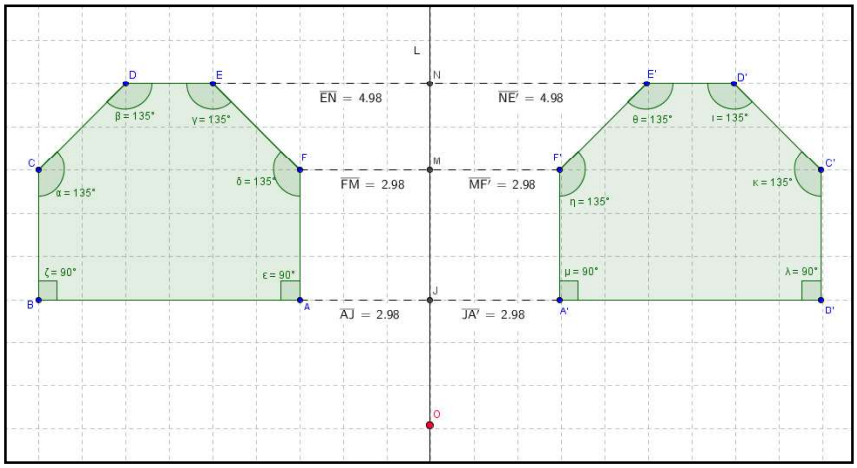

Figura 3. Archivo_2 en Geogebra

Y se les pide que arrastren la recta L para observarla en diferentes posiciones, también deben mover el punto O y finalmente anotar sus observaciones.

Aspectos del análisis de la actividad

García_Cuéllar (2014) espera que los estudiantes identifiquen a la recta L como eje de simetría ya que se espera que conjeturen que la distancia de cada uno de los vértices del polígono ABCDEF con los vértices del polígono A'B'C'D'E'F' son iguales (independientemente de la posición de la recta L) y que los ángulos internos de ambos polígono no se modifican (ver Figura 4).

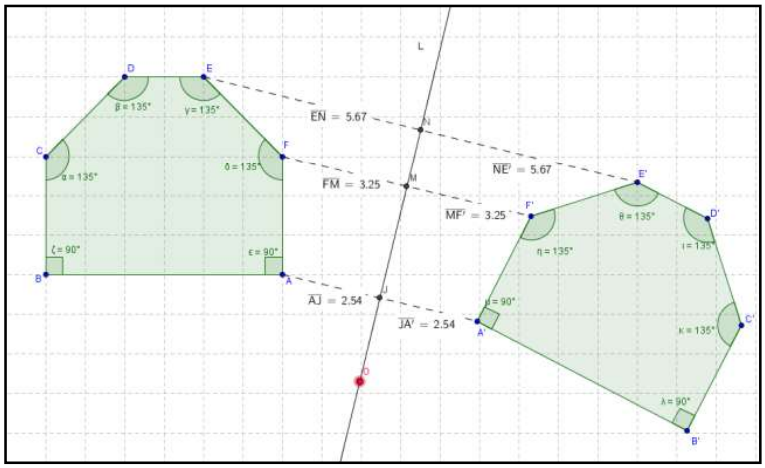

Figura 4. Distintas posiciones del eje de simetría (recta L)

En cuanto a los posibles esquemas de utilización que movilizan y/o crean los estudiantes, al desarrollar la actividad, podemos identificar que los conceptos en acto son las nociones de segmentos, ángulos, polígono, punto medio, medida de un segmento en cuanto a las reglas de acción, estas se dan al arrastrar la recta L (el eje de simetría) y observar la equidistancia entre los dos polígonos.

En cuanto a lo que realizaron efectivamente los estudiantes, ejemplificamos esta parte con las acciones que desarrolló una estudiante a la que la autora llama de Mayra. La

investigadora observa que la estudiante arrastró la recta L de izquierda a derecha y observó que el polígono A'B'C'D'E'F' dependiendo de las posiciones que tome la recta L los polígonos representados en el Geogebra se alejan o acercan.

Cuando la estudiante arrastró la recta L hacia la mitad del polígono ABCDEF, explica que ambas figuras se yuxtaponen. Asimismo, trazó los segmentos FM y MF', percibió que ambas segmentos tienen la misma longitud y manifestó que esto se debe porque la "recta se mantiene fija" y que la longitud de los segmentos varían dependiendo de la posición de la recta L sin embargo, ambos siempre tienen la misma longitud entre sí (ver Figura 5).

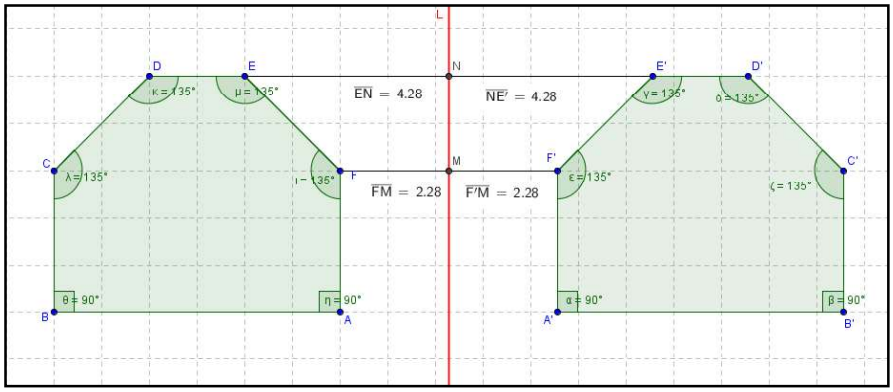

Figura 5. Trabajo de Mayra en el Geogebra

García-Cuéllar (2014) afirma que por las acciones y explicaciones que la estudiante realizó percibe que probablemente reconoció que las medidas de los ángulos son invariantes en una simetría. Las acciones de la estudiante dan indicios que la génesis instrumental se dio en Mayra porque muestra una instrumentalización local de las herramientas del Geogebra utilizadas (segmento entre dos puntos, distancia o longitud, ángulo e intersección de dos objetos). En cuanto a las nociones movilizadas (ángulos, polígonos, segmentos y longitud de segmentos, etc.) la investigadora afirma que los posibles esquemas de utilización desarrollados por Mayra para esta actividad son equidistancia de un punto de la figura con su simétrico respecto a la recta; ángulos interiores de las figuras (invariantes) y ; el simétrico de la figura respecto a la original es invariante en forma y dimensión, aspectos que nos da indicios de que la estudiante está instrumentándose con la noción de simetría axial.

Por otro lado, la investigación de Borja (2015) analiza, a partir de la reconfiguración del trapecio, la determinación de su medida de área con estudiantes de educación secundaria (12-15 años). El marco teórico son aspectos de la Teoría de Registros de Representación Semiótica, específicamente en el registro figural y la aprehensión operatoria de reconfiguración, que consiste en realizar modificaciones de fraccionamiento o división de una figura para obtener una nueva de contorno global diferente al inicial. En cuanto a la metodología, utiliza aspectos de la Ingeniería Didáctica de Artigue (1995).

Con respecto a la parte experimental, está formada por una secuencia de tres actividades las cuales tienen por finalidad que los estudiantes realicen la operación de reconfiguración en el registro figural. En la primera actividad realizan la operación de la reconfiguración de la representación del trapecio haciendo uso de una malla cuadriculada, en la segunda actividad utilizan el software Geogebra y en la tercera, los estudiantes eligen cualquiera de los dos medios para reconfigurar el trapecio. Además, en el desarrollo de las actividades, identificamos la

aprehensión perceptiva, discursiva, secuencial y operatoria, que realizan los estudiantes y también, observamos que los estudiantes movilizan sus conocimientos previos acerca de la medida del área del trapecio cuando emplean la fórmula para hallar la medida del área del trapecio.

Para el presente artículo mostramos solamente la actividad 1 "trabajemos con la malla cuadriculada" en la que Borja (2015) presenta seis figuras planas diferentes (ver Figura 6) y toma un cuadrado de la malla como unidad de medida de área.

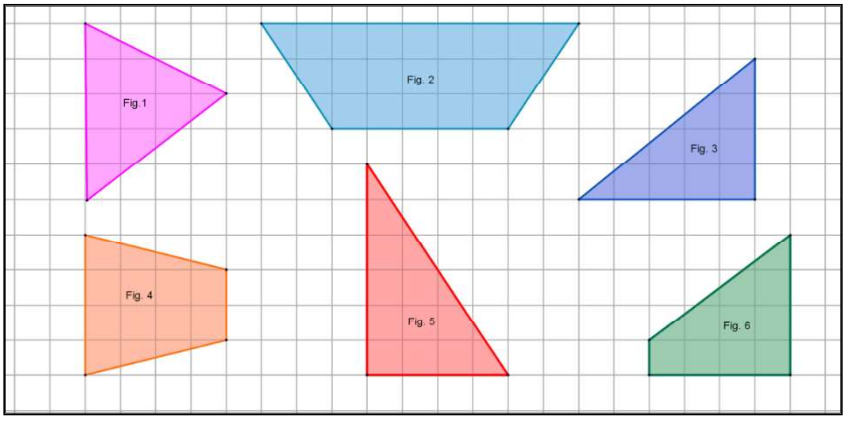

Figura 6. Malla cuadriculada con figuras planas
Fuente: Borja (2015, p. 50)

En esta actividad la autora solicita a los estudiantes que respondan a las siguientes preguntas: *¿cuántos cuadrados caben en cada figura de la cuadrícula?* y, *¿cuántas unidades de área (u.a.) tiene cada figura?*

A continuación se analiza solamente la *Fig. 4* de la malla (ver Figura 7). Se piensa que los estudiantes realizarán una modificación mereológica de tipo reconfiguración en el trapecio isósceles (1). Primero dividen la figura inicial en dos sub-figuras, triangulo rectángulo y trapecio rectángulo (2) y después trasladan el triángulo rectángulo a la parte superior del trapecio rectángulo (3) para finalmente reconfigurar toda la figura en un rectángulo de doce cuadrados de unidad de área (4).

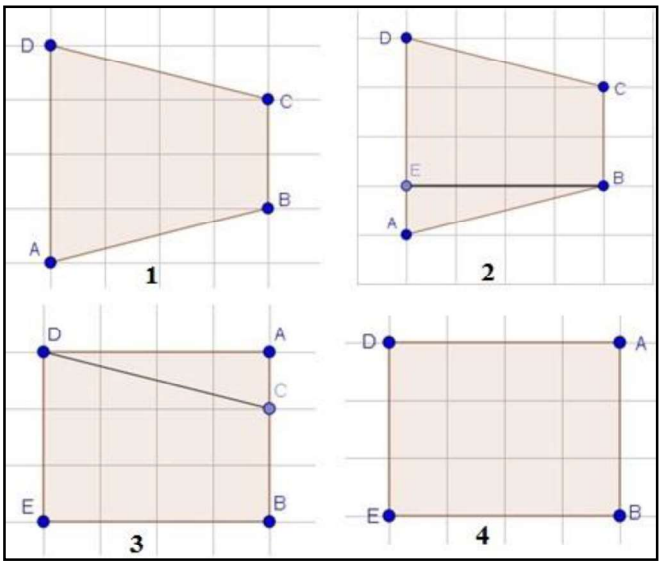

Figura 7. Reconfiguración del trapecio isósceles

Aspectos del análisis de la actividad

Después de realizadas las reconfiguraciones del trapecio, se piensa que los estudiantes responderán 12 cuadrados y 12 u.a., con respecto a las preguntas formuladas. Borja (2015) al analizar el trabajo de un estudiante verifica que efectivamente responde a las preguntas como lo esperaba. Sin embargo, su procedimiento es un poco diferente, porque primero marca la parte superior del trapecio isósceles y señala con lápiz un triángulo rectángulo (ver Figura 8) es decir que realiza una modificación mereológica en el trapecio isósceles, en el sentido de Duval, y obtiene, según lo esperado a priori, las sub-figuras trapecio rectángulo y triángulo rectángulo.

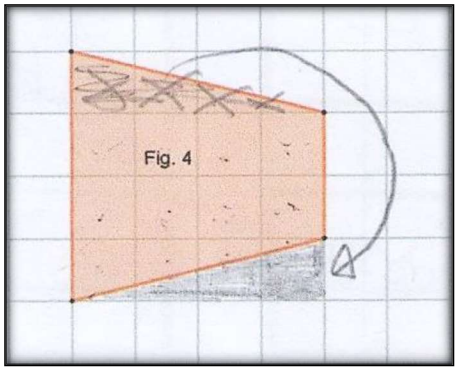

Figura 8. Descomposición heterogénea del trapecio isósceles
Fuente: Borja (2015, p. 54)

Luego traslada la representación del triángulo rectángulo a la parte inferior del trapecio rectángulo, como indica la flecha trazada y la figura pintada con lápiz para formar el rectángulo que le permite identificar cuantos cuadrados de la malla (unidades de medida de área) tiene la nueva figura.

Se concluye que los estudiantes luego de reconfigurar las figuras geométricas, determinan la medida de área del trapecio isósceles en base al cuadrado de la malla cuadriculada (que es una unidad de medida de área arbitraria). Además, se puede afirmar que los tratamientos en el registro figural, específicamente la reconfiguración, facilita heurística de la figura lo que permite la articulación entre la aprehensión operatoria y discursiva de ésta.

Estos dos ejemplos muestran que la línea de tecnologías y visualización en educación matemática y en cada una de ellas se utilizan aspectos teóricos pertinentes, sim embargo notamos que existe una necesidad de articular las teorías para poder realizar análisis más globales.

4. Desafíos actuales

A partir de las investigaciones presentadas hacemos algunas reflexiones sobre las investigaciones que estamos desarrollando en la línea de Tecnologías y Visualización en Educación Matemática y pensamos que si bien debemos desarrollar investigaciones tomando aspectos teóricos propios de la Didáctica de las Matemáticas, se hace indispensable realizar adaptaciones a nuestra realidad, intereses y/o necesidades de investigación.

En ese sentido, si bien estamos interesados en la Teoría de Registros de Representación Semiótica específicamente nos interesa investigar sobre los registros figural y gráfico y, el Enfoque Instrumental en cuanto a la Génesis instrumental de nociones geométricas al interactuar con las diferentes tecnologías digitales, consideramos que debemos tomar aspectos

puntuales y adecuarlo a la necesidad que tenemos. Para llevar a cabo estos cambios necesitamos tomar algunas acciones (ver Figura 9).

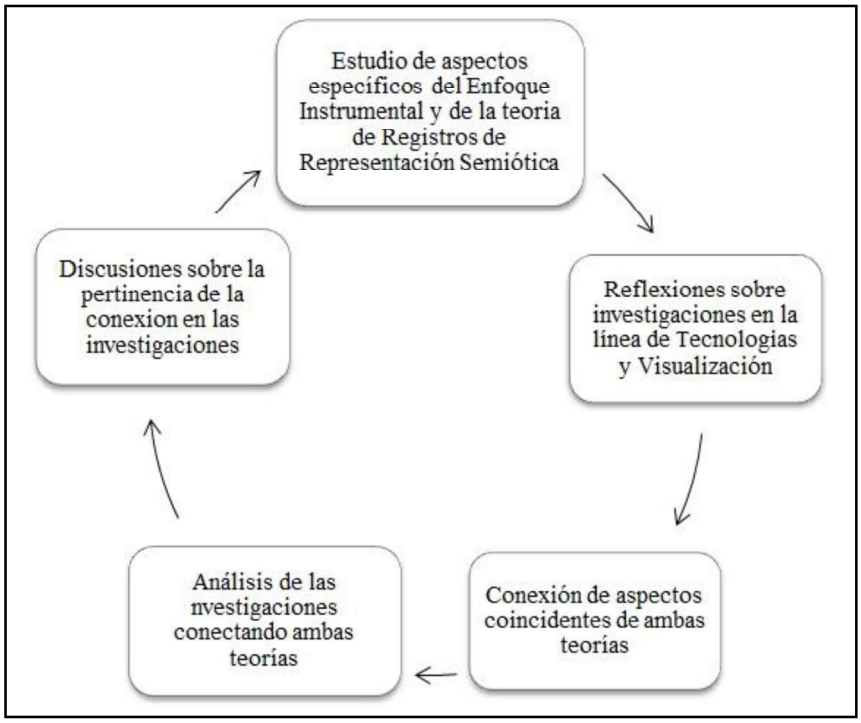

Figura 9. Propuesta de reestructuración de las investigaciones

En primer lugar, se realizará un estudio por separado de aspectos específicos de cada una de las teorías que nos interesan, con la finalidad de que todos los miembros de la línea de investigación se apropien de aspectos específicos, todo ello por medio de lo que llamaremos "seminario-taller de discusión", en estos espacios de discusión haremos lecturas, en subgrupos de investigadores, o interactuando con especialistas del área de otras instituciones.

En segundo lugar, se reflexionará sobre los trabajos de investigación realizados en la línea de investigación relacionadas con aspectos de las teorías antes mencionadas, especialmente en cuanto al registro figural y gráfico y a la génesis instrumental. El objetivo de esta reflexión es identificar la manera como hemos estado utilizando las teorías en los trabajos que se realizan en las áreas de geometría, geometría analítica y funciones.

En tercer lugar, con estos insumos y en colaboración con todos los actores (re)construiremos nuestra visión sobre lo que es trabajar en la línea de tecnologías y visualización en educación matemática. Es decir, pensamos que la conexión de los aspectos coincidentes de ambas teorías permitirá un análisis del mismo fenómeno didáctico desde estas dos posturas teóricas.

En cuarto lugar se espera realizar investigaciones que conecten las dos teorías para que luego sean discutidas en el grupo y utilizados como referencial teórico en las investigaciones de la línea. Creemos que debemos hacer una relectura de las teorías utilizadas para adaptarlas a la realidad del país.

Agradecimientos

Agradecemos a la Pontificia Universidad Católica del Perú, por favorecer el desarrollo de investigación en el área de Educación Matemática en general y, en particular por el apoyo a la línea de investigación: *Tecnologías y Visualización en Educación Matemática* por medio de la maestría en Enseñanza de las Matemáticas.

También agradecemos al Instituto de Investigación sobre Enseñanza de las Matemáticas IREM-PUCP, por apoyar el desarrollo de investigación lo que favorece el fortalecimiento del grupo *Tecnologías y Visualización en Educación Matemática*-TecVEM.

Referencias

ARTIGUE, M. **Ingeniería didáctica en educación Matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y aprendizaje del cálculo**. Bogotá, Colombia. Editorial Iberoamérica, 1995.

ARTIGUE, M. **Learning Mathematics in a CAS Environment: the genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work.** International Journal of Computers for Mathematical Learning. Kluwer Academic Publishers, 245–274. 2002.

BORJA, I. **Reconfiguración del trapecio para determinar la medida del área de dicho objeto matemático con estudiantes del segundo grado de educación secundaria**. (Tesis de Maestría en Enseñanza de las matemáticas). Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima, Perú, 2015.

DUVAL, R. **Semiósis et pensée humaine.** Bern, Peter Lang. 1995.

DUVAL, R. **Ver e Ensinar a Matemática de outra forma: entrar no modo de pensar, os registros de representação semiótica**. São Paulo: PROEM. 2011.

GARCÍA-CUÉLLAR, D. J. **Simetría axial mediada por el GeoGebra: un estudio con estudiantes de primer grado de educación secundaria**. (Tesis de maestría). Pontificia Universidad Católica del Perú, Perú. 2014.

LABORDE, C. Integration of Technology in the Design of Geometry Tasks with Cabri-Geometry. In: **International Journal of Computers for Mathematical Learning**. V. 6. n.3, pp.283-317, 2001.

LABORDE, C. Soft and hard constructions with Cabri: contribution to the learning of mathematics. In: **XVII Encuentro de Geometría, Universidad Pedagógica Nacional,** 2006.

OLIVERO, F. **The proving process within a dynamic geometry environment**. Tesis (doctorado en Educación) University of Bristol, Graduate School of Education, England, p. 368, 2003.

OLIVERO, F.; ROBUTTI, O. Measures in Cabri as a bridge between perception and theory**.** In: **Proceedings of the 25th Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education**. Netherlands: PME 25. pp. 9-16, 2001.

RABARDEL, P. (1995). **Les Hommes et les Technologies: une approche cognitive des instruments contemporains**. Université Paris. Armand Colin. Ed. Cortez, 13ª edição, 1995.

SALAZAR, J.V.F. **Gênese Instrumental na interação com Cabri 3D: um estudo de Transformações Geométricas no Espaço**. Tesis doctoral, Pontificia Universidad Católica de São Paulo. São Paulo, Brasil. 2009.

SALAZAR, J.V.F. **Génesis Instrumental: el caso de la función cuadrática**. Revista Iberoamericana de Educación Matemática -UNION, Vol.1 n.41, pp. 57-67. Recuperado de: http://www.fisem.org/www/union/revistas/2015/41/Artigo3.pdf, 2015.

SALAZAR, J.V.F. Y GAITA, R. C. Educación Matemática en el Perú: avances y perspectivas. In: **La Educación Matemática en el siglo XXI**. p. 257-276, Distrito Federal: Secretaria Académica Del Instituto Politécnico Nacional. Recuperado de: http://www.innovacion.ipn.mx/Documents/pag-legal.pdf. 2015.

Jesús Victoria Flores Salazar
Pontificia Universidad Catolica del Perú. Departamento de Ciencias/Sección Matemáticas.
Escuela de Posgrado/Maestría en Enseñanza de las Matemáticas-PUCP.
E-mail: jvflores@pucp.pe

Verónica Neira Fernández
Pontificia Universidad Catolica del Perú. Departamento de Ciencias/Sección Matemáticas.
E-mail: vneira@pucp.pe