

## **Dissertações em história e epistemologia da matemática: contribuições para a abordagem da geometria plana no ensino médio**

### **Dissertations in history and epistemology of mathematics: contributions for geometry approach flat in secondary education**

Rafael José Alves do Rego Barros  
Instituto Federal da Paraíba – IFPB – Brasil

#### **RESUMO**

O presente trabalho tem como objetivo mostrar o conteúdo de Geometria Plana abordado em cada uma das dissertações classificadas em História e Epistemologia da Matemática no período entre 1990 e 2010, nos programas de pós-graduação do Brasil. Tomamos como referência para selecioná-las, as três tendências atuais das pesquisas em história da matemática, de acordo com a cartografia das pesquisas nesta área, realizada por Mendes (2010). Para identificar se uma dissertação abordava conteúdos do Ensino Médio, usamos como parâmetro as áreas de conhecimentos do Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM. Tentamos mostrar neste artigo a abundância de material que constam nestes trabalhos que podem de alguma forma serem inseridos na nossa prática docente focalizando aqueles trabalhos que abordam conteúdos geometria plana do Ensino Médio, pois muitas vezes essas dissertações, depois de defendidas pouco são utilizadas e são esquecidas nas bibliotecas. Esse artigo servirá para a disseminação destas publicações para um público maior, no sentido de possibilitar uma divulgação dos conteúdos matemáticos que podem ser explorados para abordar conceitos matemáticos na Educação Básica.

**Palavras-chave:** Dissertações, História e Epistemologia da Matemática, Ensino Médio, Geometria Plana.

#### **ABSTRAT**

This work aims to show the plane geometry of content covered in each of the dissertations classified in History and Epistemology of Mathematics in the period between 1990 and 2010, the graduate programs in Brazil. We refer to select them, the three current trends of research in the history of mathematics, according to the mapping of research in this area, carried out by Mendes (2012). To identify whether a dissertation addressed high school content, used as a parameter the areas of expertise of the National Secondary Education Examination -ENEM. We try to show in this article plenty of material contained in these works that can somehow be inserted in our teaching practice focusing on those works that address content flat geometry of high school, because often these dissertations, after advocated are little used and forgotten in libraries. This article will serve to disseminate these publications to a wider audience, to enable dissemination of mathematical content that can be explored to address mathematical concepts in basic education.

**Keywords:** Thesis, History and Epistemology of Mathematics, High School, Plane Geometry.

#### **Introdução**

Alguns estudiosos vêm discutindo sobre o ensino de matemática, em busca de uma abordagem diferenciada, no qual o que se ensina seja repleto de reflexão, significado, contextualizado de acordo com a realidade educacional em que o aluno se encontra. Quando falamos do ensino visando à disciplina matemática, fica mais evidente a necessidade de uma atualização de comportamento diante do modelo de ensino adotado

por muitos professores dessa disciplina. É possível que uma das razões que corrobore para o insucesso dos alunos seja a maneira como os conteúdos matemáticos são ensinados, ou seja, um ensino puramente abstrato. A falta de sentido e significado para o objeto matemático em estudo pode inviabilizar o desempenho dos jovens como a sociedade espera e precisa. Algumas dessas discussões decorrem da História da Matemática.

Ainda em torno dessa questão, a História da Matemática permite compreender que as teorias que hoje aparecem elaboradas elegantemente, e aparentemente concluídas, resultaram, quase sempre, de desafios enfrentados pela sociedade em geral e que os matemáticos buscaram soluções para vencer tais desafios por meio de processos de criação, recriação e descoberta. Nesse contexto, as culturas matemáticas foram sistematizadas, e uma delas, a cultura matemática escolar, foi produzida com a finalidade de ser proposta ao aluno como um saber que tem significado social e que se constitui em um dos requisitos fundamentais para sua inserção social.

Igualmente, os estudos e pesquisas em Educação Matemática nos mostram que, ao longo dos últimos vinte e cinco anos, tem sido feito um investimento intelectual muito significativo nos programas de pós-graduação de Brasil, em torno da pesquisa em História da Matemática, com a obtenção de resultados bastante satisfatórios, dentre os quais, podemos destacar a formação de grupos de pesquisa com produtividade sustentável e produção de teses e dissertações, que têm dado retorno para a formação de professores de matemática e muito contribuído para o ensino de matemática na Educação Básica. Além disso, tem-se investido fortemente na tradução de livros clássicos da área da matemática, que são importantes, como, por exemplo, o “Elementos de Euclides”, entre outros. Com base nos estudos em história da matemática, percebemos que se trata de um conjunto de conhecimentos em contínua transformação e que desempenha um importante papel na formação educativa da sociedade.

Essa pesquisa é um recorte da minha tese de doutorado e está vinculada ao projeto de pesquisa intitulado *Cartografias da produção em História da Matemática no Brasil: um estudo centrado nas dissertações e teses defendidas entre 1990 e 2010*, coordenada pelo professor Dr. Iran Abreu Mendes, com a finalidade principal de descrever a produção científica na área de História da Matemática nos programas de pós-graduação *stricto sensu* do país, das áreas de Educação, Educação Matemática, Ensino de Ciências Naturais e Matemática e áreas afins, com vistas a traçar uma cartografia dos estudos em História da Matemática oriundos das pesquisas realizadas pelos estudantes de pós-graduação dos diversos programas existentes no Brasil entre 1990 e 2010, sob três dimensões: História e Epistemologia da Matemática, História da Educação Matemática e História no Ensino da Matemática, que se originou de uma proposição de classificação dos trabalhos em História da Matemática apresentados por Sad (2005), nos Anais do VI Seminário Nacional de História da Matemática. Assim, ampliaram-se os estudos sobre a produção presente nos Anais desses Seminários Nacionais entre 1995 e 2007 (MENDES, 2008), iniciando as atividades com a investigação das dissertações e teses em 2010.

Para essa classificação, os seguintes critérios propostos por Mendes (2010, 2014) foram tomados como parâmetro: 1) Os trabalhos considerados de História e Epistemologia da Matemática são os aqueles que tratam das produções científicas relacionadas à vida e à obra de matemáticos e ao desenvolvimento de suas ideias matemáticas, bem como o

desenvolvimento da área em pauta enquanto conteúdo científico; 2) Foram considerados como trabalhos de História da Educação Matemática aqueles que tratam de estudos relacionados à história de instituições, biografias de matemáticos e professores de matemática (antigos e atuais), bem como suas contribuições para a formação de professores de Matemática e para a melhoria do ensino dessa disciplina escolar, além de, certamente, contribuírem para a constituição dos acervos documentais, das memórias e do patrimônio da Educação Matemática brasileira; 3) Os trabalhos agrupados na categoria de História no Ensino da Matemática foram aqueles que se caracterizam pela preocupação com fins pedagógicos, como elaboração de materiais didáticos para ensinar Matemática, usando fragmentos da História da Matemática, tomando como referência as tendências atuais das pesquisas em história da matemática.

Considerando o que se propôs nesse projeto, decidimos tomar como objeto de estudo para esse artigo as dissertações em História e Epistemologia da Matemática do Brasil no período entre 1990 e 2010, centrando o uso dessas informações históricas em tópicos de Geometria Plana do Ensino Médio, partindo do pressuposto de que os alunos compreendam o processo de construção da matemática em cada contexto e momento histórico específico. Entretanto, vamos apresentar, em primeiro lugar, a seleção das dissertações e teses, já levantadas na pesquisa de Mendes (2010, 2014).

Quadro 01: Dissertações e Teses relacionadas à História da Matemática (1990-2010)

Subáreas da História da Matemática	Nº de Dissertações	Nº de Teses	Total
História e Epistemologia da Matemática	38	24	62
História da Educação Matemática	135	48	183
História da Matemática para o Ensino	27	9	36
Total	200	81	281

Fonte: Mendes (2015, p.162)

Diante dessa classificação feita por Mendes (2015), selecionamos entre os 62 trabalhos de História e Epistemologia da Matemática, aqueles que apresentavam conteúdos Matemáticos e separamos em dois tipos: Conteúdos do Ensino Superior e Conteúdos do Ensino Médio, de acordo com a tabela seguir:

Quadro 02: Distribuição do Total de Dissertações e Teses de História e Epistemologia da Matemática/Níveis de Conteúdos Abordados

Níveis	Dissertação	Teses	Total
Educação Básica	10	7	17
Ensino Superior	19	11	30
Total	29	18	47

Fonte: Barros (2016, p. 57)

Em seguida fizemos um quadro, no qual separamos o quantitativo de trabalho em função dos conteúdos, usando como critério as áreas de conhecimentos do Exame Nacional do Ensino Médio –ENEM: 1) Conhecimentos numéricos: operações em conjuntos numéricos (naturais, inteiros, racionais e reais), desigualdades, divisibilidade, fatoração, razões e proporções, porcentagem e juros, relações de dependência entre grandezas,

sequências e progressões, princípios de contagem; 2) Conhecimentos geométricos: características das figuras geométricas planas e espaciais; grandezas, unidades de medida e escalas; comprimentos, áreas e volumes; ângulos; posições de retas; simetrias de figuras planas ou espaciais; congruência e semelhança de triângulos; teorema de Tales; relações métricas nos triângulos; circunferências; trigonometria do ângulo agudo; 3) Conhecimentos de estatística e probabilidade: representação e análise de dados; medidas de tendência central (médias, moda e mediana); desvios e variância; noções de probabilidade; 4) Conhecimentos algébricos: gráficos e funções; funções algébricas do 1º e do 2º grau, polinomiais, racionais, exponenciais e logarítmicas; equações e inequações; relações no ciclo trigonométrico e funções trigonométricas; 5) Conhecimentos algébricos/geométricos: plano cartesiano; retas; circunferências; paralelismo e perpendicularidade, sistemas de equações.

Criamos um novo critério, já que alguns conteúdos do Ensino Médio não estão mais entre os conteúdos da prova do ENEM, e chamamos de outros, conteúdos como números complexos e determinantes, são considerados como conteúdos do Ensino Médio, mesmo não sendo abordado no ENEM.

No quadro 03, a seguir é apresentado o quantitativo dos conteúdos do Ensino médio nas dissertações e teses em história e epistemologia da matemática produzidas nos programas de pós-graduação do Brasil no período de 1990 a 2010.

Quadro 03: Dissertações e Teses que Abordam Conteúdos do Ensino Médio

Áreas	Dissertações	Teses	Total	Percentual
Conhecimentos numéricos	4	2	6	35%
Conhecimentos geométricos	3	3	6	35%
Conhecimentos de estatística e probabilidade	-	1	1	6%
Conhecimentos algébricos	-	1	1	6%
Conhecimentos algébricos/geométricos	1	-	1	6%
Outros	2	-	2	12%
Total	10	7	17	100%

Fonte: Barros (2016, p. 121)

Neste artigo mostraremos quais conteúdos de geometria plana aparecem nas 10 (dez) dissertações, tanto como conteúdo principal focalizado, ou seja, inseridos nos três trabalhos sobre Conhecimentos Geométricos citados no quadro 03, como também aqueles conteúdos secundários mobilizados nas outras 7 (sete) dissertações. A seguir segue um resumo dos trabalhos:

Quadro 04: Dissertações em que a Geometria Plana do Ensino Médio é o conteúdo Principal

Trabalhos	Conteúdo Principal Focalizado	Conteúdos Secundários
<b>Dissertação 2</b>	Polígonos Regulares	Volumes de Sólidos Geométricos
<b>Dissertação 6</b>	Casos de congruência; semelhança de triângulos, quadriláteros, triângulos retângulos, círculos e circunferências, polígonos; áreas de figuras planas	Aritmética

Fonte: Adaptada de Barros (2016, p. 229)

Quadro 06: Dissertações em que a Geometria Plana do Ensino Médio é o conteúdo Secundário

Trabalhos	Conteúdo Principal Focalizado	Conteúdo de Geometria Plana Secundário Mobilizado
Dissertação 1	Números Irracionais: O número $\pi$	Geometria Plana: Círculo, circunferência, polígonos inscritos e circunscritos na circunferência, trigonometria no triângulo retângulo
Dissertação 3	Geometria Analítica	Semelhança de triângulos
Dissertação 4	Geometria Espacial: Perspectiva Espacial	Geometria Plana: Simetria
Dissertação 8	Números Complexos	Geometria Plana: Circunferência, Triângulo Retângulo, Áreas e Perímetros de Figuras Planas
Dissertação 9	Lógica Nonsense	Geometria Plana: Simetria, Reflexão, quadriláteros, circunferências, polígonos
Dissertação 10	Sistema Métrico Decimal	Geometria Plana: Áreas e Perímetro.

Fonte: Elaboração com base em Barros (2016)

### Sobre as Dissertações

Neste tópico, apresentamos os temas matemáticos das dissertações em História e Epistemologia da Matemática publicadas entre 1990 e 2010 nos programas de pós-graduação *stricto sensu* do Brasil e fazemos algumas sugestões de uso no Ensino Médio, dando ênfase no público alvo que pode ser trabalhado.

A dissertação 1, escrita por Aloísio Daniel Vendemiatti, intitulada *A Quadratura do Círculo e a gênese do número  $\pi$* , teve como objetivo apresentar aspectos da gênese do número  $\pi$ , inerentes ao problema da quadratura do círculo e mostrar a impossibilidade da construção de tal quadrado, fundamentando todas as etapas envolvidas, inclusive a demonstração do resultado definitivo, a saber: a transcendência do número  $\pi$ . Nesse sentido Vendemiatti (2009) teve como uma de suas finalidades a elaboração de um material didático para contribuir na formação de professores de matemática e para sua prática no exercício do magistério.

No primeiro capítulo, o autor descreve de forma breve o problema da quadratura do círculo e sua relação com o número  $\pi$ , em que é apresentada uma justificativa de como se pode obter a área do círculo e o comprimento da circunferência, com o uso usando o Método de Arquimedes (240 a. C.) para cálculo do número  $\pi$ .

Percebemos que podemos usar bem o Método de Arquimedes para o estudo do Círculo e da circunferência e explorando o conteúdo de polígonos regulares e trigonometria no triângulo retângulo. Geralmente, em turmas de 2º ano do Ensino Médio, esse conteúdo é visto. Mas são poucos materiais que mostram detalhes das demonstrações das áreas e ainda mais explorando diversos conteúdos.

Essas duas demonstrações feitas na dissertação de Vendemiatti (2009) tratam de conteúdos com potenciais didáticos para o Ensino Médio, encontrados na dissertação em História e Epistemologia da Matemática, escrita por Vendemiatti. Podemos, em nossas aulas, mostrar essas demonstrações, bem como sua explicação histórica.

O que concluímos, é que podemos fazer uma adaptação dessas demonstrações e, junto com o contexto histórico, trabalhá-las em sala de aula do Ensino Médio quando estivermos abordando o conteúdo de Geometria Plana de círculo e circunferência, pois, além de demonstrar as fórmulas, também fazemos uma das demonstrações do  $\pi$  e mobilizamos conteúdos de áreas de figuras planas, como o triângulo, e trigonometria no triângulo retângulo.

A dissertação 2, intitulada *O Ensino de Matemática na Academia Real Militar do Rio de Janeiro, de 1811 a 1874*, escrita por Ben Hur Mormello cujo objeto de pesquisa desta foi o currículo de Matemática da Academia Real Militar do Rio de Janeiro entre 1811 e 1874, em que Mormello apresentou quatro obras utilizadas no Ensino Militar no Século XVIII: 1) O Método Lusitânico de Desenhar as Fortificações; 2) Exames de Artilheiros; 3) Exames de Bombeiros; 4) O Novo Curso de Matemática. Ele procurava entender como o Ensino militar abordava o Ensino da Matemática, antes da Academia Real Militar do Rio de Janeiro.

Na primeira obra, o Método Lusitânico de Desenhar as Fortificações, escrita por Serrão Pimentel, foi abordada uma prática para que qualquer soldado conseguisse desenhar todo tipo de fortificações, usando proporções, sem a necessidade do uso de geometria nem aritmética, apenas multiplicar e dividir. Neste livro, Serrão Pimentel aborda o conteúdo de Polígonos Regulares, explorando as fortificações. Ele inicia mostrando como achar os ângulos internos dos polígonos sem saber da fórmula, seguindo um determinado procedimento.

Outro exemplo trazido na dissertação é uma forma fácil de desenhar qualquer fortificação e, mediante esse estudo definir diversos conceitos de geometria plana: ângulo reto, valores de ângulos, polígonos regulares, descrição de qualquer polígono regular até 20 lados e técnicas de proporcionalidades, ou seja, é usado um instrumento bastante conhecido pelos soldados, “as fortificações”, para ensinar geometria plana. Nós consideramos que isso também pode ser feito hoje com os alunos, pois, no Brasil dispomos de vários fortes, os alunos têm conhecimento deles, sendo possível elaborar uma aula de campo sobre polígonos.

Muitas vezes, professores de História fazem atividades extraclasse com os alunos para conhecer alguns fortes em diversas regiões do país. Claro que cada escola conhecerá os fortes presentes em sua cidade ou nas proximidades. Caso não exista nenhum forte na cidade, o professor pode sugerir uma pesquisa na internet sobre os fortes brasileiros em geral. Em seguida, solicitará que sejam explorados os aspectos já mencionados anteriormente.

O professor de Matemática pode aproveitar esse momento para desenvolver com seus alunos atividades de polígonos regulares, em que é possível abordar a seguinte sequência: 1) Desenho do Forte, usando as técnicas de Serrão Pimentel; 2) Discussão sobre o conceito de polígonos regulares, desde seus elementos, até as fórmulas de ângulos e soma de ângulos, internos e externos e explorar também o conceito de diagonais. Assim, o professor atenderá à proposta de Mendes (2009, p. 13), quando sugere que “o ensino da matemática por meio de atividades pressupõe uma interação mútua entre o professor e os estudantes e entre os próprios estudantes durante o processo gerativo da matemática escolar”.

A Dissertação 3, escrita por Carmem Rosane Pinto Franzon, intitulada *Análise do Livro I do Geometria de Descartes: Apontando Caminhos para o Ensino da Geometria Analítica segundo uma abordagem histórica*, cujo objetivo foi de apresentar uma análise do livro I do *Geometria* de Descartes, fazendo uma reflexão sobre o ensino de Geometria Analítica atual, indicando algumas questões pedagógicas, a partir das quais podem ser criadas situações problematizadoras a serem discutidas em sala de aula.

Esta dissertação, traz uma abordagem histórica de Resolução de Equações do 2º grau do tipo  $z^2 = az + b^2$ ,  $x^2 = ax - b^2$  e  $y^2 = -ay + b^2$ , focando no desenvolvimento geométrico, usando a metodologia de Descartes e comparando e demonstrando a atual fórmula conhecida no Brasil como fórmula de Bhaskara. Na resolução da equação  $z^2 = az + b^2$ , foi utilizada a seguinte figura:

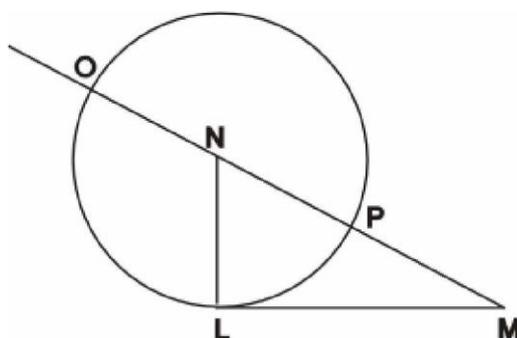


Figura 1: Resolução da equação do tipo  $z^2 = az + b^2$  (FRAZON, 2004, p. 123).

Nesta dissertação, o conteúdo de Geometria Plana abordado é semelhança de triângulo e pode ser usado no 1º ano do Ensino Médio, quando estiver trabalhando Função Quadrática.

A dissertação 4, escrita por Cristiano Ohton de Amorim Costa, intitulada *Perspectiva no Olhar – Ciência e Arte do Renascimento*, cujo objetivo foi realizar, a partir das experiências e técnicas desenvolvidas por artistas do Renascimento, atividades de caráter interdisciplinar e transdisciplinar no Ensino Médio e especificamente desenvolver inteligências compatíveis com a capacidade cognitiva, não apenas à aquisição de conceitos geométricos, mas na compreensão e representação espacial conquistada pelo olhar.

No 1º bloco, chamado de histórico-expositivo, exibem-se, em sala de aula, mediante retroprojeter ou Datashow, imagens de épocas (desde as civilizações, romanas e idade média) e mapas históricos, principalmente do Renascimento, com o objetivo de trabalhar a imagem visual dos alunos. No 2º bloco, chamado exploratório-vivencial, os alunos fazem um já conhecido percurso de trem, com o objetivo de explorar os potenciais de perspectivas de espaço, educando o olhar tridimensional. No 3º bloco, chamado de ótico-científico, eles irão desenhar, fazendo-se quatro atividades até chegar ao 4º bloco, chamado técnico-representativo, em que eles usaram técnicas de perspectiva. Por fim, no 5º bloco, chamado plástico-espacial, eles fizeram construção de maquetes. Temos uma sequência de ensino bastante rica para desenvolver no aluno uma perspectiva espacial adequada para que tenha um bom desempenho em geometria. Segundo Rêgo (2012), algumas das ações ligadas ao raciocínio espacial compreendem: gerar imagens; analisar

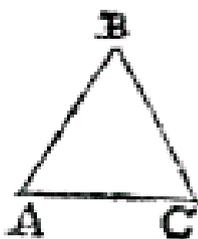
imagens para responder às questões sobre elas; transformar e operar sobre imagens e utilizar imagens em processos envolvendo outras operações mentais, ratificando nosso pensamento da importância de se trabalhar a visão espacial do aluno.

Foi um trabalho longo com 15 alunos e durabilidade de 60 horas, 15 encontros de 4 horas. Consideramos uma excelente atividade que pode ser elaborada com os alunos como um trabalho de extensão, pois fica claro que essa atividade visa a melhorar a percepção espacial dos alunos, facilitando o aprendizado tanto de geometria plana, como de geometria espacial e geometria analítica. Sabemos que alunos com uma boa base de conceitos básicos de matemática e uma apurada percepção espacial tende a ter mais facilidade em aprender conceitos de geometria.

A dissertação 6, intitulada *Lógica Racional, Geométrica e Analítica (1744) de Manoel de Azevedo Fortes (1660 – 1749): Um estudo das possíveis contribuições para o desenvolvimento educacional luso brasileiro*, escrita por Dulcyene Maria Ribeiro. Esta dissertação traz diversos exemplos de problemas geométricos da obra *Lógica racional, geométrica e analítica*, publicada em Lisboa no ano de 1744, de autoria do engenheiro militar Manoel de Azevedo Fortes (1660-1749).

Os conteúdos de Geometria Plana que aparecem na obra são: Casos de congruência; semelhança de triângulos, razões e proporções de segmentos, quadriláteros, triângulos retângulos, círculos e circunferências, polígonos inscritos e circunscritos em uma circunferência, áreas de figuras planas, ou seja, a dissertação apresenta diversos conteúdos que podem ser trabalhados com alunos do 2º ano do Ensino Médio, porém todos esses problemas precisam ser adaptados pelos professores de matemática, antes de serem levados para a sala de aula. Vejamos um exemplo:

Em qualquer triângulo quaisquer de seus lados são em soma maiores, que o terceiro. *Euclid. Liv.1. prop. 20.*



Os dois lados  $AB+BC$  são maiores, que o lado  $AC$ , o que he evidente, porque entre  $AC$  não se póde perceber nenhuma linha mais curta, que a mesma recta (*liv. 1. num.12.*) e he o que se queria demonstrar. (FORTES, 1744, p.80, apoud RIBEIRO, 2003, p.84).

Neste exemplo, ele mostra condição de existência de um triângulo. Não mostraremos todos os exemplos, mas destacaremos cada conteúdo que aparece em todos os exemplos abordados na dissertação de Ribeiro (2003), retirados da *Lógica Geométrica* de Fortes. São eles: casos de congruência; semelhança de triângulos, razões e proporções de segmentos, quadriláteros, triângulos retângulos, círculos e circunferências, polígonos inscritos e circunscritos em uma circunferência, áreas de figuras planas e alguns problemas envolvendo sólidos geométricos.

Uma boa forma para trabalhar esses problemas do século XVIII em sala de aula é comparar a resolução feita pelos alunos com as apresentadas no livro de Fortes, na dissertação de Ribeiro. Essa discussão é propícia para o aprendizado desses conteúdos de

geometria e ajudará para tornar a aula mais provocativa e talvez possa causar o maior interesse ao estudante, por estar desenvolvendo uma prática diferente da tradicional, pois, conforme salienta Mendes (2001, p. 32),

o professor pode usá-la como fonte de enriquecimento pedagógico e conduzir suas atividades num caminho crescente, em que o aluno investigue, discuta, sintetize e reconstrua as noções matemáticas anteriores vistas como definitivas sem que o aspecto histórico tivesse sido usado para despertar o interesse de quem aprende (MENDES, 2001, p. 32).

Podemos observar que todos são conteúdos do Ensino do Médio, e isso comprova que podemos explorar a dissertação de Ribeiro (2003) para desenvolver atividades para a sala de aula que possam ajudar no Ensino de Geometria Plana, por meio da história da matemática. De acordo com Radford (2011), uma maneira de ver a história da Matemática é como um arsenal de problemas ordenados cronologicamente para serem “importados” para a sala de aula e fazer com que os alunos por meio de ambas os resolvam.

A dissertação 8, escrita por Luciene de Paula, intitulada *A Interpretação Geométrica dos Números Imaginários no Século XIX: A Contribuição de Jean Robert Argand (1768 – 17822)*, cujo objetivo foi apresentar a representação geométrica dos números imaginários feita pelo bibliotecário suíço e matemático não profissional Jean Robert Argand (1768–1822).

A dissertação apresenta o desenvolvimento de Equações do 2º grau por povos das Antigas: Babilônia, Grécia, Índia e Europa do Século XV e XVII mobilizando conteúdos os conteúdos de Geometria Plana: circunferência, triângulo retângulo, áreas e perímetros de figuras planas.

Essa reconstrução histórica da solução de uma equação do segundo grau, usando de artifícios geométricos, é bem interessante para se trabalhar em salas de aulas do Ensino Médio, pois, se mobiliza diversos conteúdos de álgebra e geometria que podem ser revisados para os alunos. Dentre eles: Propriedades de circunferências e triângulos, teorema de Pitágoras. Neste sentido, assegura que:

a busca da reconstrução histórica do conhecimento matemático passa a ter significativas implicações pedagógicas na construção dos conhecimentos cotidiano, escolar e científico dos nossos alunos, bastando para isso utilizarmos tais informações históricas numa perspectiva atual de geração do conhecimento matemático. (MENDES, 2009, p.10).

Por isso as resoluções de Equações apresentadas e contextualizadas com seus momentos históricos fazem parte de um material propício para ser no Ensino Médio tanto em turmas de 1º ano do Ensino Médio, quando estiverem estudando o conteúdo de funções quadráticas, como também em turmas de 2º ano, ao estudar Geometria Plana, o conceito de áreas de figuras de planas. Essas resoluções podem ser trabalhadas por meio de atividades investigatórias usando a história da matemática, ou simplesmente, colocadas para os alunos como problemas históricos a serem resolvidos.

A dissertação 9, intitulada *Uma visita ao Universo Matemático de Lewis Carroll e o (Re)encontro com sua lógica Nonsense*, escrita por Rafael Montoito Teixeira, cujo objetivo foi investigar e discutir as potencialidades didáticas das obras do professor Lewis Carroll elencando alguns elementos que possam contribuir para uma educação matemática descentralizada da tradicional metodologia de seguir modelos e decorar fórmulas.

O autor apresenta em sua dissertação, um tópico chamado de *Jogos e Desafios*, em que são apresentadas quatro situações problemas denominadas, por Teixeira, de: desafios

gráficos, desafios numéricos e desafios lógicos geométricos que, para serem resolvidos, mobilizam conceitos de eixo de simetria, reflexão, distâncias entre pontos, problemas numéricos, onde precisamos de equações, números fracionários e MMC e problemas lógicos, em que podemos trabalhar a lógica nonsense e também usar um pouco de lógica proposicional. Todos esses problemas são apresentados em forma de histórias literárias. Vejamos os três exemplos abordados por Teixeira:

O problema geométrico é chamado de *Bolinhos em Fila*, retirado do livro *Alice no País das Maravilhas*, no momento da história em que Alice está presa dentro da casa, e uma chuva de pedrinhas a atinge, transformando-as em bolinhos. O problema é o seguinte:

Antes de Alice engolir os bolinhos, ela tentou alguns outros problemas sobre como organizá-los em filas.

1. Seu primeiro problema foi colocar nove bolinhos em oito linhas com três bolinhos cada.
2. Depois ela tentou colocar nove bolinhos em nove linhas com três bolinhos cada.
3. Finalmente, pensando mais um pouquinho ela organizou os nove bolinhos em dez linhas com três bolinhos cada (TEIXEIRA, 2007, p. 81 apud CARROLL, 1992, p. 3).

Como resposta foi apresentada a seguinte figura:

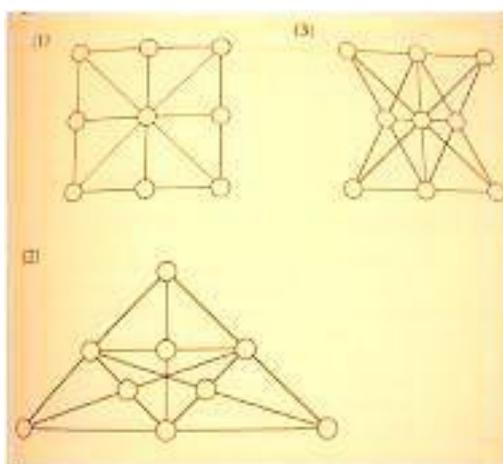
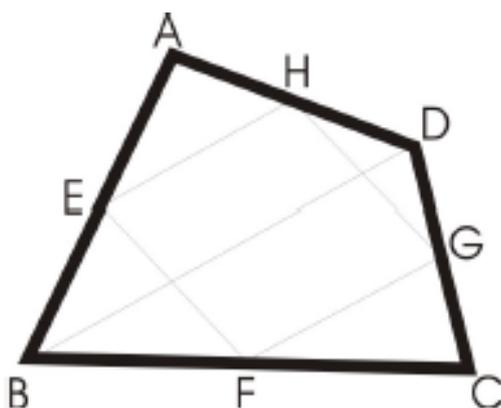


Figura 2: Resposta do problema dos Bolinhos em Fila retirada da parte que contém as soluções dos desafios de *Lewis Carroll's games and puzzles*

Percebemos que conteúdos como simetria, reflexão e distância entre pontos, podem ser abordados com esse exemplo, por isso o autor considera um desafio gráfico, pois trata-se de um estudo com foco na geometria.

Na dissertação, Teixeira mostra um exemplo resolvido de geometria plana, que aborda o conteúdo de quadriláteros, cujo enunciado na dissertação de Teixeira (2007, p. 96) é: “Se os lados de um quadrilátero passam pelos vértices de um paralelogramo, e se três deles se bissecam nos vértices deste, demonstre que o quarto também o faz”, analisando também sua resolução. Vejamos a solução:



Seja ABCD o quadrilátero; façamos que os três lados AB, BC e CD sejam bissecados pelos vértices do paralelogramo EFGH.

Unamos B e D.

Em consequência, no triângulo BCD, os lados BC e CD são bissecados em F e G e, portanto, FG é paralela a BD mas EH é paralela a BD, portanto, os triângulos AEH e ABD são semelhantes;

Como AE é a metade de AB então AH é a metade de AD (TEIXEIRA, 2007, p. 96).

De acordo com Teixeira (2007) esse livro deve ser usado em aulas de geometria e trigonometria no Ensino Superior e devem ser discutidos por professores e alunos que gostam de desafios matemáticos, depois dessa afirmação chego a conclusão que podemos aplicar com alunos do Ensino Médio também, desde que os conceitos utilizados sejam pertinentes com a sua formação, mas especificamente com aqueles alunos que se preparam para as olimpíadas de matemáticas.

O interessante dessa dissertação é que, em suas considerações finais, Teixeira dá dicas de como utilizar as obras de Carroll em sala de aula. Vejamos algumas: 1) Criação de ambiente de literatura matemática em sala de aula com foco no aprendizado; 2) Utilização do imaginário dos alunos para conduzir os estudos sobre as histórias agindo como acionador cognitivo; 3) Trabalho com um livro inteiro ou apenas com trechos intercalados com determinados conteúdos; 4) Elaboração de atividades sobre os romances matemáticos explorando o pensamento lógico-matemático dos alunos; 5) Exploração dos jogos e desafios que já estão prontos nos romances de Carroll. Para finalizar a dissertação, Teixeira apresentou um roteiro de atividade usando o livro *Algumas Aventuras de Sílvia e Bruno*, abordando os níveis fundamental, médio e superior.

A dissertação 10, intitulada *Um Estudo sobre Elementos Matemáticos presentes na narrativa da descrição do Templo de Jerusalém*, escrita por Sabrina Helena Bonfim, teve como foco temático a matemática envolvida na construção do templo de Jerusalém, objetivando identificar elementos matemáticos presentes na narrativa da descrição do primeiro templo de do povo Judeu, ou seja, do templo de Jerusalém, em quatro versões da Bíblia: O Tanach (1996), que é um acrônimo de: Torá (Pentateuco), Neviim (Profetas) e

Ketuvim; a Bíblia de Jerusalém (2.ed., 2004), a Bíblia Shedd (2.ed.,1997) e a Bíblia Chouraqui (1995).

Esse assunto de grandezas e medidas pode ser trabalhado no Ensino Fundamental e Médio. Na prova de Matemática e suas Tecnologias do ENEM, por exemplo, exigem-se algumas competências e habilidades dos alunos quanto a isso. Segundo Viana (2013), são sete competências e a terceira diz respeito a construir noções de grandezas e medidas para a compreensão da realidade e a solução de problemas do cotidiano.

Com isso, podemos utilizar as informações históricas contidas na Bíblia Sagrada, mais precisamente, no que se refere à construção do Templo de Jerusalém, para formular problemas em que os professores possam relacionar as medidas e grandezas daquela época com a realidade atual. Como afirma D'Ambrosio (2012), conhecer, historicamente, pontos altos da matemática de ontem poderá, na melhor das hipóteses, e de fato faz isso, orientar no aprendizado e no desenvolvimento da matemática de hoje. Finalizamos, afirmando que a dissertação de Bonfim, se bem explorada, possui potenciais didáticos a serem explorados no Ensino Médio no que diz respeito a conteúdos de aritmética.

### **Considerações Finais**

Ao longo da nossa pesquisa, analisamos as dissertações produzidas e defendidas nos programas de pós-graduação *stricto sensu* do Brasil, no período de 1990 a 2010, no campo da História da Matemática, especificamente os trabalhos que versavam sobre história e epistemologia da Matemática, tendo centrado nossa pesquisa na seleção e na análise dos trabalhos que produziram informações históricas sobre tópicos matemáticos relacionados a geometria plana do Ensino Médio. Nossa intenção foi localizar produções que tivessem potenciais conceituais e didáticos que pudessem contribuir para estabelecermos uma abordagem mais esclarecedora dos conteúdos do Ensino Médio, de modo que os alunos possam compreender melhor o processo de construção da matemática em cada contexto e momento histórico específico.

Nos quadros mostrados neste artigo, apresentamos todos os conteúdos identificados nas dissertações e teses, que possuem potenciais didáticos para o Ensino Médio. Quando levamos em consideração as grandes áreas do ENEM, encontramos 35% de trabalhos na área de conhecimentos numéricos, 35% na área de conhecimentos geométricos, 6% na área de conhecimento algébricos, 6% de conhecimentos algébricos/geométricos, 6% de conhecimentos de probabilidade e estatística, e a categoria que chamamos de *outros*, que traz um trabalho focado nos números complexos e outro em lógica, encontramos em 12% dos trabalhos.

Um outro dado importante em nosso trabalho é sobre o conteúdo de geometria: se olharmos apenas pelos conteúdos principais, encontramos 35% dos trabalhos que abordam esta temática. Porém, quando analisamos o todo, ou seja, os conteúdos secundários mobilizados, verificamos que 70% dos trabalhos mobilizam conceitos de geometria. E quando analisamos, apenas as 10 (dez) dissertações e levamos em consideração o conteúdo de Geometria Plana, tanto conteúdos principais, como os secundários, verificamos que 80% das dissertações abordam esse conteúdo. Sabemos que, muitas vezes, a geometria não é trabalhada como deveria, com professores dando prioridades a conteúdos algébricos,

significando que, com essas dissertações e teses, o professor tem uma ferramenta bastante interessante para ser usada em sala de aula, até porque o conteúdo de geometria vem sempre aparecendo com muita frequência na prova do ENEM, além de ser muito importante para a formação dos alunos.

Na exploração das dissertações e teses, mostramos quais são os conteúdos do Ensino Médio que podem ser tomados pelo professor de matemática, justificando sua importância e apontando os principais potenciais didáticos e algumas formas de abordar em sala de aula, como foi mostrado anteriormente em nossas sugestões, ficando por parte do docente que tiver o interesse, se apropriar do trabalho, já sabendo do que ele se trata e o que pode ser trabalhado em sala de aula para desenvolver de acordo com o potencial cognitivo de sua turma e também de acordo com a realidade de cada ambiente escolar, o que poderá ser feito de atividades futuras. Sugerimos onde utilizar certos conteúdos de acordo com suas aplicações e seus níveis de complexidades, por exemplo alguns conteúdos de níveis avançados, sugerimos trabalhar em projetos de Olimpíadas de Matemática, outros que podem ser trabalhados em turmas de ensino técnico integrado ao ensino médio com aplicações nas áreas de música, edificações, eletrônica, eletrotécnica, entre outros, atividades que podem ser desenvolvidas em momentos externos, como feiras de matemática, aulas de campo, projetos de investigação histórica. Todas essas sugestões são dadas no capítulo quatro ao fazer as análises dos potenciais didáticos de cada trabalho.

Uma importante contribuição de nosso trabalho é apresentar aos docentes ou futuros docentes que, por meio da leitura dos materiais produzidos de História da Matemática no Brasil nos cursos de pós-graduação *stricto sensu*, é possível desenvolver e produzir materiais que possam ser utilizados em sala de aula com alunos do Ensino Médio

## Referências

BARROS, Rafael José Alves do Rego Barros. **Pesquisas sobre História e Epistemologia da Matemática: Contribuições para Abordagem da Matemática no Ensino Médio**. Tese de Doutorado. Natal: UFRN: 2016.

BONFIM, Sabrina Helena. **Um Estudo sobre Elementos Matemáticos Presentes na Narrativa da Descrição do Templo de Jerusalém**. Dissertação de Mestrado. Rio Claro: UNESP: 2007.

COSTA, Cristiano Ohton de Amorim. **Perspectiva no Olhar – Ciência e Arte do Renascimento**. Dissertação de Mestrado. São Paulo: PUC: 2004.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática da Teoria à Prática**. Campinas: Papyrus, 2012.

FRANZON, Carmen Rosane. **Análise do Livro I do Geometria de Descartes: Apontando Caminhos para o Ensino da Geometria Analítica Segundo uma abordagem Histórica**. Dissertação de Mestrado. Natal: UFRN: 2004.

MENDES, Iran Abreu. **História da Matemática no Ensino: Entre trajetórias profissionais, epistemologias e pesquisas**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

MENDES, Iran Abreu. **Cartografias da produção em História da Matemática no Brasil: um estudo centrado nas dissertações e teses defendidas entre 1990-2010**.

Relatório de Pesquisa (Bolsa produtividade CNPq). Natal: Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2014. Impresso.

MENDES, Iran Abreu. **Cartografias da produção em História da Matemática no Brasil: um estudo centrado nas dissertações e teses defendidas entre 1990-2010**. Projeto de pesquisa (Bolsa produtividade CNPq). Natal: Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2010. Impresso.

MENDES, Iran Abreu. Uma radiografia dos textos publicados nos Anais dos SNHM. In: **Anais**. 11º Seminário Nacional de História da Ciência e Tecnologia. Niterói: SBHC, 2008. p. 1-11.

MENDES, Iran Abreu. **Uso da História no Ensino da Matemática: Reflexões Teóricas e experiências**. Belém: EDUEPA. 90p. Série Educação; n.1. 2001.

MORMÊLLO, Ben Hur. **O Ensino de Matemática na Academia Real Militar do Rio de Janeiro, de 1811 a 1874**. Dissertação de Mestrado. Campinas: UNICAMP: 2010.

PAULA, Luciene de. **A Interpretação Geométrica dos Números Imaginários no Século XIX: A Contribuição de Jean Robert Argand (1768 – 1822)**. Dissertação de Mestrado. Cuiabá: UFMT: 2007.

RADFORD, Luis. **Cognição Matemática: História, Antropologia e Epistemologia**. São Paulo: Editora Livraria da Física: 2011.

RIBEIRO, Dulcyene Maria. **Lógica Racional, Geométrica e Analítica (1744) de Manoel de Azevedo Fortes (1660-1749): Um estudo das possíveis contribuições para desenvolvimento educacional Luso-Brasileiro**. Dissertação de Mestrado. Rio Claro: UNESP: 2003.

SAD, Ligia Arantes (Ed.). **Anais. VI Seminário Nacional de História da Matemática**. Rio Claro: SBHMat, 2005.

TEIXEIRA, Rafael Montoito. **Uma Visita ao Universo Matemático de Lewis Carroll e o (Re) encontro com sua Lógica do Nonsense**. Dissertação de Mestrado. Natal: UFRN: 2007.

VENDEMIATTI, Aluísio Daniel. **A Quadratura do Círculo e a gênese do número  $\pi$** . Dissertação de Mestrado. São Paulo: PUC: 2009.

**Rafael José Alves do Rego Barros**

Coordenação de Matemática e Estatística – IFPB/PB/Brasil  
Campus João Pessoa - Brasil

**E-mail:** Rafael.barros@ifpb.edu.br