Uso da história da matemática: preparação, deslizes e reformulação de uma proposta sobre números inteiros

Use of the history of mathematics: preparation, slips, and reformulation of a proposition on integers

Vanessa Cristina Rhea
Lorena Carolina Rosa Biffi
Lucieli M. Trivizoli
Universidade Estadual de Maringá – UEM/PR/Brasil

RESUMO

Este artigo traz o relato da proposta, implementação e reflexões acerca de uma aula na qual tentou-se trabalhar com números inteiros utilizando a História da Matemática como estratégia de ensino. A proposta inicial não cumpriu com seus objetivos nem empregou essa abordagem pedagógica o que levou as autoras a novas reflexões, buscas por referenciais e embasamentos teóricos, culminando com a reformulação da proposta, agora considerando os requisitos e procedimentos para obter uma aula utilizando efetivamente a História da Matemática. Acredita-se que este trabalho contribui para a reflexão necessária à área de História na Educação Matemática e aos professores que muitas vezes acreditam utilizar uma estratégia metodológica corretamente enquanto que, na verdade, há equívocos na própria concepção da metodologia e de sua aplicação. Ademais, acredita-se que a proposta final sugerida pode ser utilizada em sala de aula para trabalhar assuntos relacionados ao conteúdo dos números inteiros.

Palavras-chave: História da Matemática. Números inteiros. Ensino de Matemática.

ABSTRACT

This paper presents the report of the proposal, implementation and reflections about a class in which it was attempted to work with integers using the History of Mathematics as a teaching strategy. The first proposal did not fulfill its goals or employed this pedagogical approach, which led the authors to new reflections, searches for references and theoretical foundations, culminating in the proposal's reformulation, now whereas the requirements and procedures to get a class utilizing effectively the History of Mathematics. It is believed that this task contributes to the necessary thinking to the field of Mathematics Education's history and to the teachers who often believe are using a proper methodological strategy while, in fact, there are misconceptions in the very conserving of the method and its application. Furthermore, it is also believed that the last proposal suggested can be used in the classroom to work on issues related to the content of integers.

Keywords: History of Mathematics. Whole numbers. Mathematics Teaching.

Introdução

O uso da história da matemática no ensino e aprendizagem da matemática é de interesse de pesquisadores desde o período de 1890, mas um movimento internacional generalizado (FAUVEL; FASANELLI, 2004) começou a tomar forma apenas na década de 1970, com um crescente aumento no número de trabalhos e pesquisas que trouxeram o aspecto histórico inserido nas aulas de matemática (FAUVEL, 1990).

Atualmente a literatura disponível oferece uma variedade de argumentos para o uso da história em Educação Matemática: argumentos para a utilização e integração da história da matemática na Educação Matemática como um fator motivacional para os estudantes, como uma possibilidade de mostrar um caráter mais humano da matemática, ou ainda com um papel cognitivo no apoio à aprendizagem da matemática, mas, também, há argumentos que questionam seu uso. Essas discussões podem ser encontradas na literatura como, por exemplo, em Fauvel (1991) e Tzanakis&Arcavi (2002).

Embora haja boa quantidade de literatura sobre o uso da história em Educação Matemática e haja um espaço frutífero para discussões, ainda esse é um campo que precisa de mais pesquisas empíricas sobre o ensino e a aprendizagem relacionados à história. É o que afirma Abraham Arcavi em uma entrevista concedida a Jankvist (2008)

> [...] o HPM ainda precisa de muito mais pesquisas empíricas sobre o ensino e a aprendizagem relacionada à história do que se tem agora, e não há falta de questões de pesquisa a investigar. [...] [Isto] poderia fornecer informações que confirmariam, estenderiam ou contestariam alguns dos nossos pressupostos e propostas, poderia revelar direções ainda não apontadas e, certamente, ressaltaria nossos próprios pontos de vista e planos para o futuro (ARCAVI em JANKVIST, 2008, p. 17, tradução nossa).[33]

Nesse sentido, este trabalho busca contribuir com as reflexões (e ansiedades) para a perspectiva da História na Educação Matemática apresentando o relato[34] de uma proposta de aula que objetivava trabalhar conceitos envolvendo os números inteiros utilizando a estratégia de ensino da História da Matemática, sua implementação (equivocada) e ponderações que se fizeram necessárias posteriormente.

A proposta inicial foi elaborada para uma abordagem dos números inteiros que pudesse ser utilizada na educação básica e que envolvesse a História da Matemática. As atividades foram aplicadas com os participantes do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) Subprojeto Matemática - UEM, visto que os participantes são alunos da licenciatura em Matemática, ou seja, professores em formação inicial e poderiam fazer proveito dessa experiência em suas ações desenvolvidas nas escolas parceiras e/ou quando se tornarem docentes.

Em um primeiro momento, buscamos materiais para a elaboração da proposta e nos deparamos com um problema bastante descrito na literatura: a escassez de atividades envolvendo a história e que fossem adequadas a esse nível de ensino. Nesse sentido, optou-se por elaborar a própria sequência de atividades.

No entanto, houve uma distância entre a intenção inicial (o uso da História da Matemática como uma estratégia de ensino) e a atividade que foi aplicada. Durante a implementação apresentamos um resgate histórico que perpassou os principais acontecimentos e discussões acerca das dificuldades no desenvolvimento e aceitação dos números negativos e, em seguida, propusemos algumas operações para serem resolvidas

[33]HPM still needsmuch more empiricalresearchonteachingandlearningrelatedtohistorythan it isthe case now, andthereis no lackofresearchquestionstopursue. [...] [It] wouldprovide insights whichconfirm, extendorchallenge some ofourassumptionsandproposals, it mayrevealdirectionsnotyetpursuedand it wouldcertainlysharpenourownviewsand future plans (ARCAVI in JANKVIST, 2008, p. 17).

[34]Essas ações e reflexões foram parte de uma avaliação para a disciplina Tendências em Educação Matemática que integra a grade curricular do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência e a Matemática, da Universidade Estadual de Maringá – UEM.

utilizando materiais manipuláveis. No entanto, não foi articulada a parte histórica da aula com as atividades que vieram em seguida. Fizemos exatamente o que queríamos evitar ao utilizar da História da Matemática apenas como uma informação introdutória adicional.

Com as reflexões feitas a partir dessa experiência, pelas buscas por trabalhos e leitura de novos materiais, elaboramos uma nova proposta, agora adequada ao nosso objetivo de utilizar a História da Matemática no ensino do conteúdo de números inteiros. Esse é o conjunto de ideias apresentado nas seções a seguir.

Breve Contexto Histórico da Aceitação dos Números Negativos

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) trazem que “Além das situações do cotidiano os números negativos também surgiram no interior da Matemática na resolução de equações algébricas. No entanto, sua aceitação seguiu uma longa e demorada trajetória. Só no século XIX os negativos foram interpretados como uma ampliação dos naturais e incorporam as leis da Aritmética.” (BRASIL, 1998, p. 97)

Corroborando com o que trazem os PCN, vemos pela história da aceitação dos números negativos que eles surgiram primeiramente relacionados às situações de resolução de equações, porém não foi foram considerados como respostas plausíveis.

A história traz que os números inteiros positivos foram construídos a partir das necessidades de contagem dos indivíduos relacionadas ao contexto que estavam inseridos, como contar os dias e as noites, os animais que possuíam, fazer medições, entre outros. No processo de contagem não é natural imaginar uma quantidade menor do que o zero. A dificuldade de visualização desse fato pode ser considerada um dos motivos para a resistência à aceitação dos números negativos.

Alguns matemáticos da Índia, como Brahmagupta já no século VII, consideravam os números negativos nas resoluções de equações. Berlinghoff e Gouvêa (2012, p.96) trazem queBrahmagupta “considerou os números positivos como posse e os negativos como dívida, e também enunciou regras para somar subtrair, multiplicar e dividir números negativos”. Porém o conhecido matemático Bhaskara, no século XII,dizia “isso é um absurdo” ao se deparar com raízes negativas para equações do segundo grau.

Berlinghoff e Gouvêa (2012) afirmam que, como muitos de nossos conhecimentos, aspectos da teoria dos números negativos também foram herdados dos gregos ao apresentar uma demora no processo de aceitação devida ao fato dessa civilização ignorar esses números completamente, considerando números apenas os inteiros positivos. Os Europeus conseguiram expandir suas visões sobre a aceitação dos números negativos apenas no período do Renascimento, com os conhecimentos advindos das grandes navegações. Os chineses foram um dos povos que mais se aproximaram de uma aceitação com “passos intermediários nas resoluções de equações”.

> No século XVI mesmo matemáticos tão proeminentes como Cardano da Itália, Viéte na França e Stifel na Alemanha, rejeitaram os números negativos, considerando-os como “fictícios” ou ‘absurdos“. Quando os negativos apareciam como soluções de equações , eles as chamavam de “soluções fictícias” ou “raízes falsas (BERLINGHOFF; GOUVÊA, 2012, p.97).

Esse pensamento começou a mudar apenas no início do século XVIII, quando os números negativos começaram a se fazer necessários demais para serem descartados. Segundo Berlinghoff e Gouvêa (2012), Leonhard Euler (1707 - 1783) tratava esses números em seu livro *ElementsofAlgebra* publicado em 1770, considerando que:

> Como os números negativos podem ser considerados como débitos, já que os números positivos representam posses reais, podemos dizer que os números negativos são menos do que nada. Assim, quando um homem não tem nada seu e deve 50 coroas, é certo que ele tem 50 coroas menos do que nada; pois se qualquer um lhe desse um presente de 50 coroas para pagar o seu débito, ele estaria ainda no ponto nada, embora estivesse realmente mais rico do que antes (BERLINGHOFF, GOUVÊA, 2012, p. 99, apud EULER, 1770)

O fato é que os números negativos só foram considerados como úteis e verdadeiros em meados do século XIX, quando "se tornaram componentes criticamente importantes do sistema numérico, e as dúvidas sobre a sua legitimidade simplesmente desaparecem" (BERLINGHOFF; GOUVÊA, 2012, p. 98).

O Contexto dos Números Inteiros no Ensino

A respeito dos números inteiros, os PCN destacam como um dos objetivos a serem atingidos pelos alunos dos anos finais do Ensino Fundamental (sexto e sétimo ano) o de desenvolver o pensamento numérico que os levem a "ampliar e construir novos significados para os números – naturais, inteiros e racionais – a partir de sua utilização no contexto social e da análise de alguns problemas históricos que motivaram sua construção" (BRASIL, 1998, p. 64), ou seja, o documento aponta a necessidade do uso de problemas históricos.

Os Parâmetros asseguram, ainda, que "As primeiras abordagens dos inteiros podem apoiar-se nas idéias intuitivas que os alunos já têm sobre esses números por vivenciarem situações de perdas e ganhos num jogo, débitos e créditos bancários ou outras situações" (BRASIL, 1998, p. 66). Essas situações podem ser relacionadas às primeiras manifestações de aceitação e operação com esses números, já que Brahmagupta, no século VII, "[...] considerou os números positivos como posses e os números negativos como dívidas" (BERLINGHOFF, GOUVÊA, 2012, p. 96).

Os PCN afirmam que "[..] é desejável que no terceiro ciclo se trabalhe para desenvolver a argumentação, de modo que os alunos não se satisfaçam apenas com a produção de respostas a afirmações, mas assumam a atitude de sempre tentar justificá-las" (BRASIL, 1998, p. 71). Nesse sentido, os alunos devem sempre ser instigados a questionar o porquê dos resultados obtidos e o professor pode fornecer essas justificativas fazendo uso da história.

Tanto na proposta inicial que foi implementada, quanto na proposta reformulada que apresentaremos adiante, tentamos pensar nas atividades e nas maneiras de abordá-las a fim de levar os alunos a perceber padrões que levam às generalizações das regras de sinais. Sobre esse aspecto, os Parâmetros Curriculares Nacionais indicam que

> [...] a ênfase na memorização de regras para efetuar cálculos, geralmente descontextualizados, costuma ser a tônica da abordagem dada aos números inteiros no terceiro e no quarto ciclos. Uma decorrência dessa abordagem é que muitos alunos não chegam a reconhecer os inteiros como extensão dos naturais (BRASIL, 1998, p. 98).

Deste modo, nossa proposta foi evitar tratar diretamente de "regras", a fim de que os alunos as percebessem e as construíssem por conta própria.

História na Educação Matemática

Apontada como uma estratégia para enriquecer o ensino de Matemática, recomendada pelos PCN e um dos aspectos cobrados pelo Guia do Livro Didático, a História da Matemática pode se fazer presente no ensino de diversas maneiras, em diferentes momentos do ensino, oferecendo variadas contribuições. Em geral, é usada na introdução dos conteúdos, como informação, sem estar presente no desenvolvimento do conteúdo, o que é válido, mas pode não ser a melhor maneira de explorá-la.

Miguel (1997), apresenta alguns argumentos reforçadores (assim como questionadores) quanto às potencialidades pedagógicas da História da Matemática. Esses argumentos foram estabelecidos a partir do levantamento e análise de trabalhos de matemáticos, educadores matemáticos e historiadores da matemática. Os argumentos reforçadores são:

> ● A História é uma fonte de motivação para o ensino aprendizagem da matemática;
> ● A história constitui-se numa fonte de objetivos para o ensino da matemática;
> ● A história constitui-se numa fonte de métodos adequados de ensino da Matemática;
> ● A história é uma fonte para a seleção de problemas práticos, curiosos, informativos e recreativos a serem incorporados nas aulas de matemática;
> ● A história é um instrumento que possibilita a desmistificação da matemática e a desalienação de seu ensino;
> ● A história constitui-se num instrumento de formalização de conceitos matemáticos;
> ● A história é um instrumento de promoção do pensamento independente e crítico;
> ● A história é um instrumento unificador dos vários campos da matemática;
> ● A história é um instrumento promotor de atitudes e valores;
> ● A história constitui-se num instrumento de conscientização epistemológica;
> ● A história é um instrumento que pode promover a aprendizagem significativa e compreensiva da matemática;
> ● A história é um instrumento que possibilita o resgate da identidade cultural (MIGUEL, 1997).

Já os argumentos que questionam o uso da História da Matemática são:

> ● Ausência de literatura adeqüada;
> ● Natureza imprópria da literatura disponível;
> ● O elemento histórico é um fator complicador;
> ● Ausência na criança do sentido de progresso histórico (MIGUEL, 1997).

E ainda, Roque (2012), em referência à Tzanakis, Arcavi et al. (2002), fala sobre três maneiras para trabalhar a História da Matemática no ensino, que são:

> 1. aprendizagem histórica pelo fornecimento de informações históricas diretas;
> 2. aprendizagem de tópicos matemáticos, seguindo um processo de ensino aprendizagem inspirado na história;
> 3. desenvolvimento de uma consciência mais profunda, tanto da matemática por ela mesma quanto do contexto social e cultural em que ela tem se desenvolvido (TZANAKIS, ARCAVI et al., 2000, p. 208 *apud* ROQUE, 2012, p. 23).

Apresentaremos a reflexão sobre quais dos argumentos destacados por Miguel (1997) emergiram na análise da implementação da proposta inicial. E ainda, consideramos o primeiro e segundo aspectos (TZANAKIS, ARCAVI et al., 2000, p. 208 apud ROQUE, 2012) na reformulação da proposta que abordou a regra de sinais para multiplicação de números inteiros, já que iniciamos a aula com um texto histórico apresentado por Roque (2012) para trabalharmos algumas atividades elaboradas de modo a levar os alunos a questionar e compreender o motivo da conhecida regra que diz "produto entre dois números de sinais iguais resulta em número positivo, produto entre dois números de sinais diferentes resulta em número negativo".

A Proposta Inicial: Uma Aula sobre Números Negativos

Nesta seção indicamos alguns aspectos do planejamento e da implementação da proposta inicial. Não nos estenderemos nessas etapas, pois os equívocos e reflexões que foram consequentes dessa proposta serão nosso foco de discussão nas seções seguintes.

Tema: Números Negativos
Sujeitos escolhidos: Alunos do PIBID matemática/UEM
Data: 18/10/2016
Duração da Atividade: 2h
Estratégia: História da Matemática
Materiais: Slides e marcadores (tampinhas de garrafa pet)
Objetivo geral: Utilizar a História da Matemática como estratégia de ensino de Números Negativos, para os alunos do PIBID, com o intuito de ser uma sugestão de aula, que pode ser trabalhada por eles, quando professores.
Objetivos específicos: Apresentar o conteúdo dos Números Negativos, utilizando a estratégia de ensino História da Matemática; situar as dificuldades que os matemáticos do passado tiveram para o entendimento e a aceitação dos números negativos utilizando contadores (tampinhas de garrafas pet); mostrar como a construção histórica de um determinado tema não é linear.
Descrição da atividade: Apresentação do percurso histórico dos números negativos (como apresentado na sessão "Breve Contexto Histórico da Aceitação dos Números Negativos").
Resolução de operações envolvendo números inteiros fazendo uso de marcadores (tampinhas de garrafa pet), seguindo propostas indicadas no livro de Jonh A. Van de Walle "Matemática no ensino fundamental".

Para realizarmos a atividade, utilizamos uma das reuniões semanais do projeto PIBID- Matemática. Na data, havia 22 alunos e 6 professoras, sendo 4 supervisoras e 2 coordenadoras do projeto. Os participantes foram acomodados em 8 grupos com 3 pessoas cada e 1 um grupo com 4 integrantes. Entregamos uma folha em branco para cada grupo, em que deveriam colocar o nome e série de cada integrante e fazer os registros ali, com suas resoluções e procedimentos.

A aula teve início com uma apresentação em slides com informações sobre a aceitação histórica dos números negativos. Concomitantemente os participantes foram sendo questionados com alguns pontos que intrigaram os matemáticos no passado, como: É possível algo menor do que nada? Como se pode ter uma medida ou uma contagem com valor negativo?

Apresentamos o percurso histórico deste desenvolvimento, sem que houvesse questionamentos por parte dos alunos. Ao falarmos que as primeiras aparições dos números negativos se deram na resolução de equações, levantamos o seguinte problema retirado de Berlinghoff e Gouvêa (2012. p.95): "*Eu tenho 7 anos de idade e minha irmã 2. Quando eu terei exatamente o dobro da idade de minha irmã?"*. O objetivo eradebater esta questão para chegar a um entendimento sobre o que seriam "anos negativos", que aparecem em um segundo momento desse problema, quando alteramos as idades dos irmãos para *18* e *11*, respectivamente.

Percebemos que muitos grupos tiveram dificuldades para formalizar o problema. Alguns resolveram apenas por tentativa e erro, sem montar uma equação. Então fomos até o quadro e formalizamos, levando em consideração o que os alunos tinham nos informado. Questionamo-los sobre a ideia principal do problema, que era o significado dos "anos negativos", e neste momento quase a turma toda respondeu, de uma só vez, que se tratavam de anos que já haviam passado. Ao final desta discussão ressaltamos o fato de que a princípio as equações não eram escritas da forma algébrica na forma que concebemos hoje, mas por extenso, deixando os alunos um pouco surpresos ao mostrarmos a eles um exemplo de escrita de equação retirado de um texto de Bhaskara. Continuamos a aula dando sequência a "abordagem histórica".

Ao citarmos o problema que Leonhard Euler levantou em relação a créditos e débitos, relacionamos a contextualização histórica ao ensino do números negativos em sala de aula e explicamos a atividade[35] que seria desenvolvida.

Entregamos tampinhas brancas e coloridas aos alunos, que significavam as quantidades positivas e negativas respectivamente. Não alertamos nenhum dos grupos a respeito do fato de uma tampinha branca cancelar uma colorida, mas logo nas primeiras operações os alunos perceberam essa propriedade.

Todas as ações seguintes foram relacionadas ao uso desse material concreto. Trabalhamos com operações de adição de dois números positivos, de um número positivo e um negativo, adição de dois números negativos.

Ao trabalharmos com as operações envolvendo multiplicação e divisão, percebemos mais dificuldade por parte dos participantes em compreender os métodos de resolução utilizando os marcadores.

[35]Atividade baseada em Van de Walle, Jonh A. Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6ª edição Porto Alegre: Artmed, 2009, páginas 534 a 538.

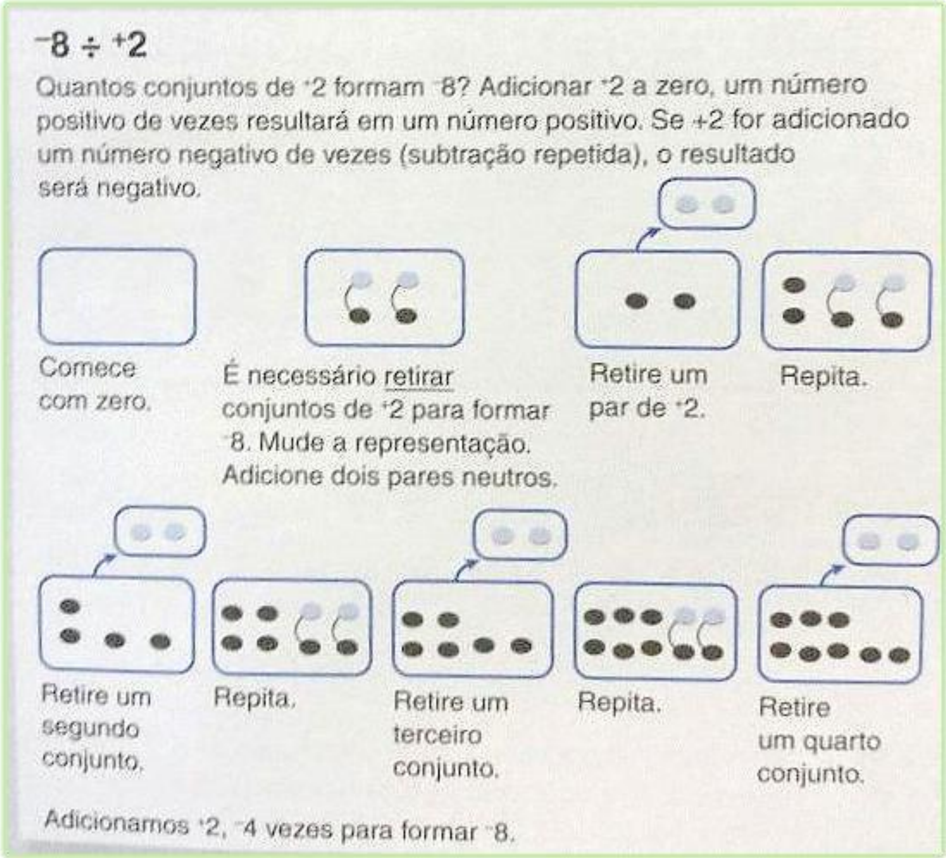

Figura 1: Divisão com marcadores. Fonte: Vande Walle (2009 p. 538).

Próximo ao horário de término da reunião, finalizamos a atividade retomando as informações históricas e tentando ressaltar que todo aquele viés histórico que havíamos informado era para evidenciar como a história não é linear, como muitos pensam, mas um processo de construção ao longo do tempo, das gerações e civilizações. Também destacamos a importância de, ao se trabalhar com o conteúdo de números negativos, ter uma certa cautela e paciência com os alunos, visto que dentre os vários obstáculos encontrados por eles nesta compreensão, muitos vem ao encontro dos que foram vivenciados pelos matemáticos antigos no decorrer da história.

As primeiras reflexões sobre a proposta implementada

Nossas considerações sobre a proposta implementada foram direcionadas pelas questões a seguir. Ao tentar responder essas questões e analisar nossos objetivos, percebemos a lacuna que se fez em nossa proposta. Equívocos que poderiam ser justificados por falta de experiência em sala de aula, dificuldade de encontrar material que nos norteasse na preparação das atividades, dificuldade de associar a teoria estudada e colocá-la em prática, etc.

As atividades trataram dos Números Negativos?

O nosso intuito era o de trabalhar com os números negativos, apresentando o seu percurso histórico e situar os alunos da dificuldades que foi a sua aceitação, porém ao aplicarmos a atividade de operações com os marcadores, estávamos tratando de números inteiros e não apenas de números negativos.

Atingimos nosso objetivo de utilizar a História da Matemática como estratégia de ensino do conteúdo de Números Negativos?

Não consideramos que a História da Matemática foi trabalhada na sala de aula, já que as informações históricas foram apenas expostas apresentadas de forma isolada da atividade com os marcadores, que por sua vez, tornou-se o foco principal da aula.

Elaborar uma referência para professores e outros interessados?

Aos participantes foi exposto o processo de aceitação dos números negativos e também uma atividade com materiais manipuláveis para se trabalhar esse tema. Informações e material que podem ser utilizados por eles quando convier, porém, como já citamos, a proposta era usar devidamente a História da Matemática como estratégia de ensino. Dessa maneira, não consideramos que conseguimos aproximar esses professores em formação inicial desta estratégia, nem norteá-los e/ou despertá-los ao interesse de incorporá-la em suas aulas. *A atividade utilizando os marcadores, situou os alunos da dificuldade que os matemáticos do passado tiveram para o entendimento e a aceitação dos números negativos?*

A atividade com os marcadores se fez distante da apresentação histórica. Não houve a conexão devida, ou seja, podem ser trabalhadas separadamente sem nenhum prejuízo.

Mostrar que a construção histórica de um determinado tema matemático não é linear?

Apesar de não termos conseguido finalizar a aula como gostaríamos, destacando os pontos principais desta não linearidade na construção dos conhecimentos, ao apresentar o percurso histórico, passar por diversas civilizações em diferentes períodos e pelas várias maneiras de se tratar esse assunto, acreditamos ter iniciado a descaracterizar ideias de que a construção dos conceitos matemáticos é imediata, facilmente demarcada e que segue uma ordem cronológica linear.

Aprendendo com os Equívocos e a Elaboração da Nova Proposta

Poderíamos encerrar nossas reflexões ao reconhecer os erros e, no futuro, ao nos deparamos com a necessidade de trabalhar uma aula com essa temática, faríamos as devidas correções. Porém, trouxemos esse futuro para o agora, para o “aqui”, e confirmamos a necessidade de se aprender com os erros, nos colocando a aprender a partir de novas reflexões. Desse modo, segue o processo de reformulação da proposta e alguns passos essenciais desse processo.

Foi realizada uma busca sobre os trabalhos que tratassem do conteúdo de números inteiros, com a finalidade de nos situar sobre o que vem sendo produzido a respeito e nos nortear na realização da nova proposta utilizando a História da Matemática como estratégia. Para tanto, buscamos por trabalhos no site do banco de teses e dissertações da

Capes[36]. Foi feita uma seleção e identificação prévia de trabalhos que pudessem contribuir com a elaboração da nova proposta.

Assim, considerando os equívocos e as lacunas identificados na implementação da primeira proposta, assim como a incorporação de referenciais que tratam do ensino de números inteiros (utilizando a estratégia metodológica da história da matemática), elaboramos uma **proposta de ensino para esse conteúdo, que abrange o percurso histórico e as regras de sinais para a multiplicação com esses números**. Desta vez, outros aspectos precisavam estar bem delimitados.

Em determinados casos, as representações de situações cotidianas podem não ser suficientes para explicar alguns padrões, por exemplo no caso de débitos e créditos, que é uma situação satisfatória para se ensinar as operações de soma e subtração entre inteiros, mas não se estende para as operações de multiplicação e divisão. De acordo com os PCN,

> Ao buscar as orientações para trabalhar com os números inteiros, deve-se ter presente que as atividades propostas não podem se limitar às que se apóiam apenas em situações concretas, pois nem sempre essas concretizações explicam os significados das noções envolvidas (BRASIL, 1998, p. 100)

Ainda nesse sentido, os Parâmetros afirmam que “ É preciso ir um pouco além e possibilitar, pela extensão dos conhecimentos já construídos para os naturais, compreender e justificar algumas das propriedades dos números inteiros” (BRASIL, 1998, p. 100). Deste modo, elaboramos nossas atividades com o objetivo de estender os conhecimentos já adquiridos com os números naturais, também ao conjunto dos inteiros.

De acordo com Moretti (2012), essa ideia de prolongamento vem de um princípio que orienta o pensamento intelectual do homem, o princípio de extensão. Esse autor traz ainda que

> [...] o homem tem tendência a generalizar e estender todas as aquisições do seu pensamento, seja qual for o caminho pelo qual essas aquisições se obtêm, e a procurar o maior rendimento possível dessas generalizações pela exploração metódica de todas as suas consequências. (CARAÇA, 1951, p. 10, apud MORETTI, 2012, p. 696).

Assim, se o homem já possui uma regra para lidar com determinada situação, quando se depara com uma nova, é natural que tente utilizar a mesma regra, a fim de poupar esforços.

O registro de números negativos mais antigo atualmente conhecido vem da “obra chinesa *“Nove Capítulos sobre a Arte Matemática”*, cerca de 200 a.C, devida provavelmente a Chang Tsang” (HOLLINGDALE, 1989, apud MEDEIROS, MEDEIROS, 1992, p. 2). Na Europa, no século III, teria surgido com Diofanto de Alexandria “O germe da regra dos sinais para a multiplicação” que dizia que “Menos multiplicado por menos é

---

[36]Na busca, foram utilizadas as palavras-chave “História da Matemática”, “Números Negativos” e “Números Inteiros”. Os trabalhos encontrados se expandiam por diversas vertentes dentro dos temas, selecionamos os trabalhos mediante a leitura dos títulos e resumos, e focalizamos naqueles que tratavam de alguma forma da História da Matemática. Para um refinamento, fizemos o uso da classificação dos campos da História da Matemática de Miguel &Miorim (2002) nos limitamos aos 3 primeiros campos: História da Matemática, História da Educação Matemática e História na Educação Matemática.

mais e menos por mais é menos" (MORETTI, 2012, p. 692). Ainda assim, a regra da multiplicação levou cerca de dezesseis séculos para ser provada.

De acordo com Medeiros e Medeiros (1992), apenas no século XVIII George Peacock (1791 -1858) teria sugerido uma justificativa para a "regra" que alguns matemáticos já haviam enunciado ao estender para esses números as regras já usadas para os demais, sendo que "as principais, tomadas como axiomas na álgebra clássica, podem ser expressas como:

1. $a + b = b + a$
2. $(a + b) + c = a + (b + c)$
3. $ab = ba$
4. $(ab)c = a(bc)$
5. $a(a + c) = ab + ac$" (p. 8).

No entanto, essa regra "[...] só muito mais tarde, em 1867, foi demonstrada por Hankel como sendo a única das regras possíveis, aquela que preserva as distributividades à esquerda e à direita" (MORETTI, 2012, p. 693).

Moretti (2012) apresenta diversos modelos para se explicar as regras de sinais, dentre os quais adotamos o que permite aos alunos a percepção do prolongamento e da permanência de regras já conhecidas e utilizadas. Esse modelo foi considerado por estar presente em três trabalhos obtidos a partir da busca junto ao banco de teses e dissertações da Capes (PONTES, 2010; DEIXA, 2014; e HILLESHEIM, 2013).

A seguir apresentamos a proposta detalhada, com orientações (em *itálico*) que podem direcionar o trabalho do professor.

Público alvo: Alunos do sétimo ano do ensino fundamental
Tema: Multiplicação entre números inteiros
Pré-requisitos: Os alunos devem ser capazes de realizar soma e subtração de números inteiros, assim como compreender a relação entre maior e menor; também devem ser capazes de trabalhar com os marcadores para realizar operações com números inteiros.
Estratégia: História da Matemática.
Desenvolvimento da sequência de atividades: As ações serão iniciadas com a leitura e discussão de um texto, retirado de Roque (2012, p. 137-138), que chamaremos de Atividade 1. A autora sugere que o texto seja lido pela classe, com cada aluno lendo um trecho, e que ao final da leitura seja feita uma discussão acerca do processo e da dificuldade da aceitação desses números, a fim de mostrar aos alunos as incertezas que cercam os conhecimentos matemáticos até que eles se estabeleçam (ROQUE, 2012).

Atividade 1: leitura e discussão do texto

Um pouco de história: *Os números negativos*

A noção de número negativo demorou muito a surgir na História da Matemática.

Até onde se sabe, a aparição dos números negativos na Matemática aconteceu na antiga China, há cerca de dois milênios. Na obra *Nove Capítulos da Arte Matemática* (séc. III a.C.), que continha todos os conhecimentos matemáticos chineses daquele tempo, já se encontram enunciadas as regras para adicionar e subtrair números negativos.

Os chineses pensavam os números negativos como um valor a ser pago. Uma quantidade de dinheiro recebida era representada por um número positivo e uma quantidade de dinheiro gasta com um número negativo.

Mas, como os chineses faziam para distinguir os números negativos dos positivos? Na China, há muito tempo atrás, havia se desenvolvido a prática de calcular com barras de bambu estendidas sobre um tabuleiro. E, para distinguir número positivo de negativo, foi adotada a seguinte convenção: barras pretas indicavam os negativos e barras vermelhas, os positivos.

Depois dos chineses, acredita-se que os hindus foram o primeiro povo a trabalhar com os números negativos. Na Índia antiga, as pessoas se interessavam pela matemática por dois principais motivos: primeiro para entender astronomia e astrologia e segundo para ajudar os negócios comerciais. No comércio, os números negativos representavam dívidas e números positivos representavam bens.

Brahmagupta, nascido no ano 625 d.C, foi um dos primeiros matemáticos indianos a lidar com números negativos. Ele enunciou a regra de sinais para a multiplicação e divisão.

Os árabes construíram um vasto império, dominando muitos povos, dentre eles os hindus. A partir da segunda metade do século VIII, houve um grande intercâmbio cultural no império árabe, do qual fazia parte a Península Ibérica. Foi através dos árabes que o nosso sistema de numeração tornou-se conhecido na Europa e, por isso, veio a ser chamado de *sistema de numeração indo-arábico* (criado pelos indianos e difundido pelos árabes).

Os números negativos também foram assimilados pelos árabes, porém não eram tão usados.

Durante a Idade Média, nem a matemática árabe, nem a europeia reconheceram o avanço dos matemáticos indianos de considerar as diferenças "impossíveis" como possíveis, introduzindo para elas os números negativos. Ex: 4 – 7 = ?

No Renascimento, os matemáticos europeus deram um tremendo salto, motivados pela astronomia, navegação, ciências físicas, indústria da guerra, comércio e outras aplicações. Apesar desse progresso, continuava a haver resistência aos números negativos. Quando os negativos apareciam como solução de equações, por exemplo, x + 5 = 3, eles eram considerados "fictícios", "falsos", ou "absurdos". Talvez o nome "NEGATIVO" venha dessa época, já que eles eram valores negados quando eram obtidos como solução de problemas e equações.

Somente no início do século XVII, a situação começou a mudar. À medida que a utilidade dos números negativos se torna óbvia demais para ser ignorada, alguns matemáticos europeus passaram a usar os números negativos em seu trabalho. Apesar de serem utilizados, a rejeição pelos negativos persistiu por algum tempo, devido à dificuldade de encontrar um significado intuitivo e prático para eles.

Para se ter uma ideia, as Américas já estavam sendo colonizadas, nos séculos XVII e XVIIII, e os números negativos ainda não haviam sido totalmente aceitos.

René Descartes (1596-1650), importante matemático francês que, dentre outras coisas, contribuiu para a criação do Plano Cartesiano, não compreendia bem o conceito de números negativos. Ele dizia que: "Não podem existir números menores do que nada."

No século XIX, a Matemática foi se tornando mais abstrata, ou seja, mais desligada da realidade e, assim, o significado "real" dos números passou a ser menos importante. Os números negativos se tornaram elementos importantes dos sistemas numéricos e as dúvidas sobre sua legitimidade simplesmente desapareceram.

Após sua aceitação, os números negativos começaram a ser úteis em várias situações do mundo real.

Após a discussão do texto, a Atividade 2 pode ser trabalhada sem que o professor faça considerações sobre o sinal do produto entre inteiros.

Atividade 2: Efetue as operações abaixo, utilizando os marcadores (faça os exercícios na sequência, de baixo para cima ou de cima para baixo):

a)

(+4).(+3)=
(+4).(+2)=
(+4).(+1)=
(+4).(0)=
(+4).(-1)=
(+4).(-2)=
(+4).(-3)=

b)

(+5). (-3)=
(+5).(-2)=
(+5).(-1)=
(+5).(0)=
(+5).(+1)=
(+5).(+2)=
(+5).(+3)=

Questionamentos que o professor pode incentivar com os alunos:

- Vocês acham que o resultado da quinta operação vai ser positivo ou negativo? Por que? *(Anotar algumas respostas no quadro para que possa haver discussão).*
- O que foi acontecendo com os resultados de uma linha para outra? Escreva suas justificativas (*Foram diminuindo quatro unidades quando os números que estavam sendo multiplicados por quatro foram decrescendo, e aumentando cinco unidades quando os números que estavam sendo multiplicados por cinco crescem*).
- Você conseguiria obter os resultados sem o uso das tampinhas? Como? (*Vendo o padrão de aumento/diminuição de um número fixo: se estavam sendo diminuídas quatro unidades quando multiplicávamos números positivos, a regra deve se manter. O mesmo vale para o caso em que o cinco é multiplicado. Esse padrão é importante, já que os matemáticos aceitaram essa "regra de sinal" pelo fato de ela preservar as propriedades da álgebra já vigentes).*

É interessante que o professor destaque a importância dos padrões percebidos para a generalização das regras de sinais.

Em seguida, podem ser trabalhados outros exemplos envolvendo multiplicação de números negativos por números positivos para então generalizar que o produto de números negativos por números positivos resulta em um número negativo.

Atividade 3: Efetue as operações abaixo:

(-4).(+3)=
(-4).(+2)=
(-4).(+1)=
(-4).(0)=
(-4).(-1)=
(-4).(-2)=
(-4).(-3)=

Considerando que os alunos já tenham compreendido que o produto de um número negativo por um número positivo será um número negativo, espera-se que eles novamente identifiquem um padrão, agora, de aumento de quatro unidades. Nesse momento, pode ser que alguns alunos já deduzam que o resultado de (-4).(-1) será +4, já que de uma linha para outra, foram aumentando quatro unidades. Ainda assim, são sugeridos os seguintes questionamentos:

Quais foram os resultados obtidos na tabela?

Como vocês resolveram a atividade da quinta linha? E as da sexta e sétima linha? (*Espera-se que eles vejam que de uma linha para outra os resultados foram aumentando* *quatro unidades conforme os números que foram sendo multiplicados por manos quatro foram aumentando. Se os números foram aumentando, esse padrão precisa se manter. Destacar que da necessidade de conservar padrões veio a aceitação do produto entre negativos)*

Qual foi o sinal desse produto, positivo ou negativo? Porque? (*Espera-se que eles percebam que será positivo devido ao padrão de ir diminuído quatro do resultado anterior para obter o resultado seguinte*).

A atividade 4 tem o intuito de retomar a propriedade distributiva da multiplicação em relação à soma para os números naturais, para então utilizá-la com os números negativos e verificar o que ocorre caso consideremos – x – = – (MORETTI, 2012). Essa propriedade (e outras) são válidas com os números naturais, e a adoção de – x – = + decorre da necessidade de mantê-las.

Atividade 4: Resolva as atividades abaixo:

a) 2.(3 + 1)=
b) 2.3 + 2.1=
c) 4.(1 + 2)=
d) 4.1 + 4.2=

Ressaltar que as operações dos itens (a) e (b) são equivalentes entre si, assim como as dos itens (c) e (d).

Atividade 5:

Efetue as operações abaixo de duas maneiras: considerando que o produto entre dois números negativos tem resultado negativo, e considerando que o produto entre sois números negativos tem resultado positivo.

Considerando – x – = –	Considerando – x – = +
(-1).(1+(-1)) =	(-1).(1+(-1)) =
(-1)(1)+(-1)(-1)=	(-1)(1)+(-1)(-1)=
(-2)(3+(-1))=	(-2)(3+(-1))=
(-2).(3)+(-2).(-1)=	(-2).(3)+(-2).(-1)=
(-5).(1+(-2))=	(-5).(1+(-2))=
(-5).(1)+(-5).(-2)=	(-5).(1)+(-5).(-2)=

O professor pode destacar que, como visto na Atividade 4, as operações da primeira linha são equivalentes às da segunda linha, assim como as da terceira linha são equivalentes às da quarta, e as da quinta linha são equivalentes às da sexta.
Assim que os alunos completarem a tabela, é valido resolver no quadro para que os que puderem ter resolvido sem seguir todas as instruções o façam, e tenham o registro correto.

Retomando a Atividade 4, o professor pode destacar que os alunos precisam, primeiramente, efetuar a operação que está entre os parênteses, e que os resultados das operações equivalentes não serão os mesmos na primeira coluna, ou seja, a propriedade até então válida, seria quebrada. Uma informação útil é que, para evitar esse dilema, os matemáticos optaram por adotar o produto de dois números negativos como positivo, conseguindo assim utilizar as regras que já valiam para os números positivos, também com os números negativos.

Atividade 6: Elaborar uma linha do tempo com os principais acontecimentos desde os primeiros registros dos números negativos até sua aceitação e incorporação, usando como base o texto discutido, assim como informações extras discutidas em aula ou pesquisadas em casa.
O objetivo dessa atividade é levar os alunos a retomar, depois de terem aprendido a respeito da regra de sinais para a multiplicação entre inteiros, a difícil aceitação e incorporação desses números pelos matemáticos ao longo dos séculos.

Reflexões acerca da nova proposta

Levando em conta os argumentos reforçadores e questionadores do uso da História de Matemática no ensino apresentados por Miguel (1997) anteriormente citados, podemos identificar alguns deles emergindo dessa nova proposta. Os argumentos reforçadores percebidos por nós foram:

História da Matemática como fonte de métodos de ensino: a disposição e escolha das atividades foi desenvolvida de modo a levar os estudantes a fazer questionamentos que os ajudem a compreender a dificuldade da aceitação dos números inteiros, usando um problema histórico enfrentado pelos matemáticos: considerar – x – = + ou – x – = –, para então generalizar as regras utilizadas na multiplicação de números inteiros.

História da Matemática como instrumento para a desmistificação da matemática: a nova proposta incentiva que os alunos façam as mesmas considerações que, segundo Moretti (2012), os matemáticos tiveram que fazer para entender e chegar ao consenso de que o produto entre dois números negativos deveria ser um número positivo, assim como conservar as "leis fundamentais dos velhos números da aritmética eram preservados para os novos números" (MEDEIROS, MEDEIROS, p. 8, 1992). Além disso, por meio do texto apresentado por Roque (2012), evidencia-se algumas das dificuldades enfrentadas pelos matemáticos ao longo do tempo.

A história é um instrumento que pode promover a aprendizagem significativa e compreensiva da matemática: Em referência a Zuñiga, Miguel (1997) coloca que a ordem histórica deve ser utilizada na construção da matemática "para facilitar uma melhor assimilação durante a reconstrução teórica. Isso é central. [...] Esse decurso concreto põe em evidencia os obstáculos que surgiram em sua edificação e compreensão"(ZUÑIGA, 1988, p. 34, apud MIGUEL, 1997, p. 90). Nesse sentido, os exercícios são elencados em uma ordem que parte de regras que os alunos já dominam, para então partir para constatações que conserva as regras já conhecidas.

Ainda nesse argumento, Miguel (1997), em referência a Jones (1969), traz "três categorias de porquês que deveriam ser levados em conta por todos que se propõem a ensinar matemática: os porquês cronológicos, os porquês lógicos e os porquês pedagógicos" (JONES, 1969, apud MIGUEL, 1997, p. 91)". O produto de dois inteiros negativos resultando em um inteiro positivo é classificado por Miguel como porquê lógico, o que pode se mostrar mais compreensível por meio da nova proposta, e aponta que Jones (1969) atribui à história a ligação entre as explicações dadas por esses "porquês".

Entre os argumentos questionadores, destacamos, por ora, a *Ausência de literatura adequada*: A palavra "ausência" soa um pouco extrema, mas devemos levar em conta que essa referência tem quase 20 anos, e, conforme constatamos em nossa busca, é possível encontrar alguns trabalhos com propostas voltadas para o ensino na educação básica utilizando a História da Matemática. Mesmo assim, o principal material que usamos como referência nessa nova proposta (Moretti, 2012), foi citado em dois trabalhos selecionados por nós depois da busca por "números inteiros" no banco de teses e dissertações da Capes, e um terceiro trabalho usou Medeiros e Medeiros (1992) como uma de suas referências, e apresenta atividades parecidas com a que propusemos aqui, o que nos leva a supor que ainda há a necessidade de materiais que proponham outras abordagens desse conteúdo na educação básica.

Considerações Finais

Embora a primeira proposta não tenha atingido seus objetivos de ensino, ela foi essencial para a reflexão e elaboração da nova proposta aqui apresentada. Apesar de ter contato com leituras sobre a História da Matemática, sobre a História da Matemática na Educação Matemática, foram cometidos equívocos na tentativa de sua utilização, mas essa falha foi utilizada como uma oportunidade para melhorar. A nova proposta não é perfeita nem fechada, inserções e adaptações podem ser feitas de acordo com a turma em que ela for ser trabalhada, mas acreditamos que a intenção de propor uma sequência pensada a partir da História da Matemática foi aperfeiçoada. Da mesma maneira que fizemos a reflexão com a implementação, outras pessoas podem identificar outros argumentos, outras possibilidades que possam enriquecer essa sequência de atividades.

É importante a realização de trabalhos que tragam propostas pedagógicas da utilização da História da Matemática em sala de aula. No caso dos números inteiros, essa se mostra uma opção coerente e plausível com a própria construção deste conhecimento, podendo ser uma estratégia significativa para a aprendizagem que o professor pode utilizar em sua prática.

Por fim, destacamos a importância de se fazer uma auto-avaliação. Reflexões sobre aulas, revisões dos objetivos que se quer alcançar, estratégias utilizadas, sempre podem contribuir para a qualidade do processo de ensino e de aprendizagem.

Referências

BERLINGHOFF, William P.; GOUVÊA, Fernando Q.. **A matemática através dos tempos:** um guia fácil e prático para professores e entusiastas. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2012. Tradução de Elza F. Gomide e Helena Castro.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:Matemática.** Brasília: MEC/SEF - Terceiro e quarto ciclos, 1998. 148 p.

CARAÇA, Bento de Jesus. **Conceitos fundamentais da matemática**. Lisboa: Bertrand, 1951

DEIXA, Geraldo Vernijo. **Uma Abordagem dos Números Inteiros Relativos na 8ª Classe:** indicadores para uma proposta de formação de professores. 2014. 153 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014. Disponível em: <http://www.bibliotecadigital.uel.br/document/?code=vtls000191933>. Acesso em: 24 nov. 2016.

FAUVEL, John (Ed.). **History in the mathematics class room:** The IREM Papers. Leicester: Mathematical Association, 1990.

FAUVEL, John. UsingHistory in MathematicsEducation. **For The Learning OfMathematics,** Edmonton, v. 11, n. 2, p.3-6, jun. 1991. SpecialIssueonHistory in MathematicsEducation. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/40248010>. Acesso em: 29 jul. 2015.

FAUVEL, John; FASANELLI, Florence. HistoryoftheInternationalStudyGroupontheRelationsBetweentheHistoryandPedagogyof Mathematics: thefirsttwentyfiveyears, 1976-2000. In: ICME, 10., 2004, Greece. **Proceedingsof HPM 2004 & ESU 4: ICME 10.** Greece: UniversityOfCrete, 2006. p. 5 - 28. Disponível em: <http://www.clab.edc.uoc.gr/HPM/HPMhistory.pdf>. Acesso em: 29 jul. 2015.

HILLESHEIM, Selma Felisbino. **Os números inteiros relativos em sala de aula: perspectivas de ensino para a regra de sinais**. 2013. 2016 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Educação Científica e Tecnológica, Centro de Ciências Físicas e Matemáticas, Centro de Ciências da Educação, Centro de Ciências Biológicas, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2013. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/107422>. Acesso em: 24 nov. 2016.

HOLLINGDALE, Stuart. **Makersof Mathematics**. London, Penguin Books, 1989.

JANKVIST, Uffe Thomas. Notices - Proceedings HPM2004&ESU4: Empiricalresearchonusinghistoryofmathematics in mathematics education. **Hpm Newsletter,** n. 67, p. 15-18, mar. 2008. Disponível em: <http://www.clab.edc.uoc.gr/hpm/HPM News 67.pdf>. Acesso em 29 jul. 2015.

JONES, P. S. The History of Mathematics as Teaching tool. In: **Historical Topics for the mathematics class room**. Whashington D.C.: National Council of Teachers os Matematics, 1969.

MEDEIROS, Alexandre; MEDEIROS, Cleide. Números Negativos: uma história de incertezas. **Bolema,** Rio Claro (sp), v. 7, n. 8, p.1-11, 1992.

MIGUEL, Antonio. As potencialidades pedagógicas da história da matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. **Zetetiké,** Unicamp, v. 5, n. 8, p.73-105, jul. 1997. Semestral.

MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria Ângela. História da matemática: uma prática social de investigação em construção. **Educação em Revista,** Belo Horizonte, v. 1, n. 36, p.177-203, dez. 2002.

MORETTI, Méricles T.. A Regra dos Sinais para a Multiplicação: ponto de encontro com a noção de congruência semântica e o princípio de extensão em matemática*. **Bolema,** Rio Claro (SP), v. 26, n. 42, p.691-714, abr. 2012.

PONTES, Mércia de Oliveira. **Obstáculos superados pelos matemáticos no passado e vivenciados pelos alunos na atualidade:** a polêmica da multiplicação dos números inteiros. 2010. 158 f. Tese (Doutorado) - Curso de Pós Graduação em Educação, Centro de Ciencias Sociais Aplicadas, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2010. Disponível em: <https://repositorio.ufrn.br/jspui/bitstream/123456789/14378/1/MerciaOP_TESE.pdf>. Acesso em: 24 nov. 2016.

ROQUE, Ana Catarina Cantoni. **Uma Investigação sobre a Participação da História da Matemática em uma Sala de Aula do Ensino Fundamental.** 2012. 148 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós Graduação em Educação, UFMG, Belo Horizonte, 2012. Disponível em: <http://www.ifmg.edu.br/site_campi/g/images/arquivos_governador_valadares/AnaCatarina.pdf>. Acesso em: 16 nov. 2016.

TZANAKIS, Constantinos; ARCAVI, Abraham. Integrating history of mathematics in the class room: an analytic survey. In: FAUVEL, John; VAN MAANEN, Jan (Ed.). **History in Mathematics Education:** The ICMI Study. Netherlands: Springer, 2002. p. 201-240.

VAN DE WALLE, Jonh A. **Matemática no Ensino Fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6ª edição Porto Alegre: Artmed, 2009.

ZUÑIGA, Ángel Ruiz. **La filosofia de las matemáticas: analisis de textos em secundaria**. Editorial de laUniversidad de Costa Rica, 1988.

Vanessa Cristina Rhea
Universidade Estadual de Maringá – UEM
E-mail: vcrhea@gmail.com.

Lorena Carolina Rosa Biffi
Universidade Estadual de Maringá – UEM
E-mail: lorena_carolina_1606@hotmail.com .

Lucieli Trivizoli
Universidade Estadual de Maringá – UEM
E-mail: lmtrivizoli@uem.br