

Creación de Problemas. Avances y Desafíos en la Educación Matemática

Formulação de Problemas. Avanços e Desafios na Educação Matemática

Uldarico Malaspina Jurado
Pontificia Universidad Católica del Perú – IREM – Peru

RESUMEN

Presentamos una mirada panorámica de los avances en investigaciones y experiencias didácticas en creación de problemas tomando como referencias fundamentales el trabajo de Kilpatrick (1987); las publicaciones en la edición especial de *Educational Studies in Mathematics* (2013); los libros sobre este campo editados por F. Singer, N. Ellerton y J. Cai (2015) y por P. Felmer, E. Pehkonen, y J. Kilpatrick (2016); y algunas investigaciones que se vienen haciendo en Iberoamérica. Las investigaciones que referimos y los puntos de vista e interrogantes que destacamos, consideramos que son estímulos y retos para continuar investigando y favoreciendo el involucramiento de la creación de problemas en los sistemas educativos.

Palabras clave: Educación matemática, Creación de problemas, Solución de problemas.

RESUMO

Apresentamos uma visão panorâmica dos avanços nas pesquisas e experimentos de ensino em formulação de problemas tomando como referências fundamentais os trabalhos de Kilpatrick (1987); as publicações na edição especial de *Educational Studies in Mathematics* (2013); os livros sobre essa temática, editados por F. Singer, N. Ellerton e J. Cai (2015) e por P. Felmer, E. Pehkonen e J. Kilpatrick (2016); e algumas pesquisas que têm sido realizadas na América Latina. As pesquisas às quais nos referimos e os pontos de vista e questões que destacamos são considerados como estímulos e desafios para que se continue pesquisando e favorecendo o envolvimento com a formulação de problemas nos sistemas de ensino.

Palavras-Chave: Educação matemática, Formulação de problemas, Resolução de problemas.

Introducción

Una pregunta natural en el marco del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas con énfasis en la resolución de problemas, es ¿por qué nuestros aprendizajes y enseñanzas de matemáticas resolviendo problemas tienen que estar restringidos a problemas que fueron creados por otras personas? Ciertamente, hay muy buenos problemas creados por matemáticos y educadores matemáticos y pueden ser muy útiles para determinadas circunstancias de enseñanza o aprendizaje; sin embargo, cada clase, cada conjunto de alumnos tiene sus propias particularidades, motivaciones, dificultades y requerimientos, así como su propio entorno socio cultural y su conjunto de experiencias y saberes previos. Todo esto requiere una atención particular del docente y – evidentemente – el uso de problemas adecuados para cada conjunto de alumnos. Así, emerge claramente un gran reto para el profesor: crear esos problemas. Problemas que estén relacionados con ese contexto educativo concreto y que favorezcan el aprendizaje; más aún, que con la experiencia que el profesor

tenga en la creación de problemas para sus alumnos, estimule a estos a crear problemas y que la creación de problemas sea otra forma de aprendizaje, de mejorar las actitudes hacia la matemática, de estimular la creatividad, de ampliar conocimientos y de investigar. En ese sentido, por su importancia en la formación de profesores, destacamos la afirmación de Abu-Elwan (1999, p. 1):

Mientras que los formadores de profesores reconocen en general que los futuros profesores requieren orientación en el dominio de la capacidad para enfrentar y resolver los problemas, lo que a menudo se pasa por alto es el hecho fundamental que, como profesores, deben ser capaces de ir más allá del papel de solucionadores de problemas. Es decir, con el fin de promover una situación de clase, cuyo foco central sea la solución creativa de problemas, el orientador debe ser diestro en el descubrimiento y en la correcta creación de problemas que requieran soluciones.

Cabe mencionar que científicos como Einstein e Infeld, reconocidos no solo por sus aportes notables en los campos que trabajaron sino por sus reflexiones sobre la actividad científica, hicieron notar la importancia de la creación de problemas (Einstein and Infeld, 1938, p.92); asimismo, matemáticos destacados se refirieron a este tema, en particular Halmos (1980) que – destacando que los problemas son el corazón de las matemáticas – exhorta a los profesores a formar estudiantes que sean mejores solucionadores y mejores creadores de problemas que nosotros (p. 524).

La importancia de la creación de problemas ha sido destacada por un buen número de investigadores en educación matemática y actualmente contamos con numerosas y muy importantes publicaciones tratando diversos aspectos de la creación de problemas, vinculados con la formación matemática de los estudiantes en todos los niveles educativos y con la formación de profesores. Espinoza, Lupiañez y Segovia (2014) aportan con información valiosa sobre investigaciones sobre creación de problemas – ellos llaman invención de problemas – realizadas en diversos campos de la educación matemática hasta el 2012, sobre todo con estudiantes de educación básica. En este artículo presentamos una mirada panorámica de los avances en investigaciones y experiencias didácticas en creación de problemas tomando como referencias fundamentales el trabajo de Kilpatrick (1987); las publicaciones en la edición especial de *Educational Studies in Mathematics* (2013); el libro sobre este campo editado por Singer, Ellerton y Cai (2015); y algunas investigaciones que se vienen haciendo en Iberoamérica.

Un Artículo Pionero

Jeremy Kilpatrick, en 1987, escribió *Problem formulating: Where do good problems come from?*, como el capítulo 5 del libro *Cognitive science and mathematics education*, editado por Alan Schoenfeld y marcó un hito en la historia de la investigación relacionada con la creación de problemas. Una muestra de ello es que es citado en numerosos artículos de investigación y tesis de maestría y doctorado sobre creación de problemas. En él propone que la formulación de problemas debe ser vista no solo como un *objetivo* de la formación sino también como un *medio* de formación (1987, p 123) y enfatiza que a todos los estudiantes, como parte de su educación, debería brindársele oportunidades de vivir la experiencia de descubrir y crear sus propios problemas. Llamando la atención sobre los pocos estudios

sistemáticos sobre creación de problemas realizados hasta entonces, Kilpatrick aporta a definir algunos aspectos que se requerían estudiar e investigar como pasos previos a la construcción de un edificio teórico. Cabe destacar que él mismo hace la sabia reflexión que los intentos de enseñar habilidades de creación de problemas, no requieren, desde luego, esperar una teoría. (p. 124).

Una sección importante del capítulo 5 es “Source of problems” y en ella hace notar cómo prácticamente todos los problemas que resuelve un estudiante han sido propuestos por otra persona; sin embargo, en la vida real muchos problemas, si no la mayoría, deben ser creados o descubiertos por el que los resuelve, quien da al problema una formulación inicial (p. 124). También hace notar que los problemas se van reformulando mientras se van resolviendo y relaciona esto con las investigaciones, recordando que Davis (1985) afirma, que lo que es típico que ocurra en una investigación prolongada, es que la formulación de problemas y la solución de problemas van “de la mano”, cada uno provocando al otro, conforme la investigación va progresando (p. 23). Relaciona también la creación de problemas con las experiencias de los diseñadores de software que formulan una secuencia adecuada de subproblemas para resolver un problema. Plantea que un asunto a examinar por profesores e investigadores es “si orientando la atención de los estudiantes a los procesos de reformulación y proporcionándoles práctica en esto, podemos mejorar su desempeño en la resolución de problemas” (p. 130) Indica también que los problemas pueden ser una formulación matemática resultante de la exploración de una situación y en ese sentido, “los ejercicios escolares en la construcción de modelos matemáticos de una situación presentada por el profesor, están destinados a proveer a los estudiantes experiencias en formulación de problemas” (p. 131).

Otra sección importante del trabajo de Kilpatrick (1987) es “Processes of problem formulating”, en la que considera a la asociación, la analogía, la generalización y la contradicción. Opina que el uso de mapas conceptuales para representar la organización de conceptos, como lo sugieren científicos cognitivistas como Novak y Gowin podría ayudar a la comprensión de tales conceptos, a estimular el pensamiento creativo acerca de ellos y a complementar las ideas que dan Brown y Walter (1983) para la creación de problemas por asociación. Al referirse a la analogía recuerda que Polya (1954) mostró que ésta puede ser un campo fértil para nuevos problemas. En cuanto a la generalización, comenta casos de generalización inspirados en solo un caso; la destaca como una posible fuente de nuevos problemas, pero advierte que es un asunto todavía virtualmente inexplorado. En cuanto al proceso de contradicción, se refiere a la estrategia denominada “what if not” propuesta por Brown y Walter (1983), que genera nuevos problemas por contradicción de una o más partes de una afirmación en un problema dado y en general, a modificaciones a un problema dado.

En su sección “Instruction in problem formulating”, luego de presentar y comentar casos muy interesantes con niños, plantea las preguntas: “¿Las habilidades de formulación de problemas deberían ser enseñadas explícitamente o por descubrimiento? ¿Cuán general debería ser la enseñanza en la formulación de problemas? ¿Cómo podría interactuar la enseñanza en la formulación de problemas con la enseñanza en la resolución de problemas? ” (p. 141). Finaliza esta sección refiriéndose en términos favorables al trabajo en grupo y conjeturando que el trabajo colaborativo ayudará a los estudiantes a mejorar su desempeño en la formulación de problemas.

Finalmente, en la sección “Understanding and developing problem formulating abilities”, plantea varias preguntas, como “Quizás la cuestión central desde el punto de vista de la ciencia cognitiva es ¿qué pasa cuando alguien formula un problema? (...) ¿Cuál es la relación entre formulación de problemas, resolución de problemas y conocimiento de base estructurado? ¿Cuán rico debe ser un conocimiento de base para formular problemas? (...) ¿Cómo añade al conocimiento de base la experiencia en formular problemas? (...) ¿Qué procesos metacognitivos se requieren para formular problemas?”

Es interesante notar que algunas de estas preguntas están entre las preguntas no respondidas que proponen y analizan Cai et al (2015), en el capítulo 1 del libro *Mathematical Problem Posing*. Cabe destacar el énfasis en la necesidad de conocer los procesos cognitivos en la creación de problemas, aspecto que ya lo planteaba Kilpatrick en 1987, como acabamos de ver.

Investigaciones y Experiencias Didácticas

Actualmente hay un gran número de publicaciones relacionadas con creación de problemas; muchas de ellas son investigaciones y experiencias didácticas que recogen las cuestiones planteadas por Kilpatrick, que acabamos de comentar. Otras surgieron de manera natural, como reflexiones suscitadas en el marco de trabajos sobre resolución de problemas, ante el requerimiento natural de tener problemas adecuados para usar investigaciones sobre resolución de problemas o respondiendo a una actitud reflexiva de no conformarse con resolver y pedir a los estudiantes que resuelvan problemas siempre creados por otras personas.

Tres publicaciones resumen bien el estado de la cuestión en investigaciones sobre creación de problemas: el número 83, de mayo del 2013, de la reconocida revista *Educational Studies in Mathematics*, dedicado íntegramente a este tema, que en sus 162 páginas contiene 12 artículos; y dos libros publicados recientemente por la editorial Springer en su serie *Research in Mathematics Education*. Estos son el publicado en el 2015: *Mathematical Problem Posing. From Research to Effective Practice*, editado por Singer, Ellerton y Cai (2015), que en sus 569 páginas contiene 26 capítulos; y el publicado en mayo del 2016: *Posing and solving mathematical problems. Advances and new perspectives*, editado por Felmer, Pehkonen y Kilpatrick (2016), que en sus 402 páginas contiene 22 artículos.

Un Marco para la Investigación sobre Creación de Problemas de Matemáticas

La revista *Educational Studies in Mathematics*, publicó en mayo del 2013 su volumen 83: *Problem Posing in Mathematics Teaching and Learning: Establishing a Framework for Research*, íntegramente dedicado a creación de problemas. El primer artículo, *Problem-posing research in mathematics education: new questions and directions*, de Singer, Ellerton y Cai (2013), antes de referirse a las nuevas perspectivas de investigación sobre creación de problemas contenidas en la publicación, da una visión amplia, con referencias específicas, de las investigaciones realizadas en este campo entre 1987 y 2012. Se refiere a investigaciones que vinculan creación de problemas con la formación matemática general y con el desarrollo de habilidades, de actitudes y de la creatividad. También a su interrelación con creación de problemas y a estudios sobre cuándo y cómo debería integrarse sesiones de creación de

problemas. Asimismo, da información sobre investigaciones realizadas acerca de formas de generar nuevos problemas y acerca de la necesidad que los profesores desarrollen habilidades para manejar situaciones complejas en contextos de creación de problemas.

Como manifiestan Singer, Ellerton y Cai (2013) en su artículo introductorio a esta publicación, los artículos orientan a nuevas direcciones de investigación; así, algunos ponen énfasis en el diseño de tareas de creación de problemas a partir de marcos (frameworks) de problem solving o mediante situaciones significativas involucrando artefactos culturales:

- A problem-solving conceptual framework and its implications in designing problem-posing tasks, de Florence Mihaela Singer y Cristian Voica;
- When a problem is more than a teacher's question, de Jo Clay Olson y Libby Knott;
- Artifacts as sources for problem-posing activities, de Cinzia Bonotto.

Otros artículos ponen énfasis en la comprensión de la naturaleza de la creación de problemas, mediante estudios comparativos.

- Mathematical problem posing as a measure of curricular effect on students' learning, de Jinfa Cai, John C. Moyer, Ning Wang y Stephen Hwang;
- Dissecting success stories on mathematical problem posing: a case of the Billiard Task, de Boris Koichu y Igor Kontorovich.

Un tercer grupo de artículos enfoca su atención a las relaciones entre los conocimientos matemáticos de los estudiantes con sus habilidades en la creación de problemas:

- Engaging pre-service middle-school teacher-education students in mathematical problem posing: development of an active learning framework, de Nerida F. Ellerton;
- Teachers implementing mathematical problem posing in the classroom: challenges and strategies, de Shuk-kwan S. Leung;
- An investigation of relationships between students' mathematical problem-posing abilities and their mathematical content knowledge, de Xianwei Y. Van Harpen y Norma C. Presmeg.

El cuarto grupo de artículos presenta y orienta investigaciones sobre el efecto en los procesos de instrucción, de las situaciones de aprendizaje basadas en la creación de problemas:

- Developing teachers' subject didactic competence through problem posing, de Marie Tichá y Alena Hošpesová;
- Problem posing based on investigation activities by university students, de João Pedro da Ponte y Ana Henriques.

El décimo segundo artículo, Problem-posing research in mathematics education: looking back, looking around, and looking ahead, de Edward Silver, presenta perspectivas globales sobre la creación de problemas de matemáticas; así, plantea la pregunta ¿Creación de problemas por quienes y con qué propósito?, trata sobre la interrelación entre la resolución de problemas y la creación de problemas y hace notar la necesidad de explorar las formas en que las tareas de creación de problemas podrían usarse como evaluaciones (assessments) de resultados deseados de aprendizajes (p. 161).

Creación de Problemas Matemáticos: de la investigación a la práctica efectiva

En los primeros siete capítulos de este libro, Singer, Ellerton y Cai (2015), se define el campo de la creación de problemas en el contexto de la educación matemática. Profundizan aspectos de la creación de problemas en la perspectiva de considerarlo un medio para comprender y mejorar el aprendizaje de matemáticas de los estudiantes (Jinfa Cai et al); examinan perspectivas de modelamiento – entre ellas modelamiento mediante conjeturas (R. Hansen y G. Hana); conceptualizan creación de problemas en el marco de las transformaciones de problemas dados y de representaciones (J. Milinković); proponen cómo usar la tecnología digital en actividades de creación de problemas (S. Abramovich y E.K. Cho); enfocan la relación entre creación de problemas, resolución de problemas y creatividad en la educación primaria (C. Bonotto y L. Del Santo); y exploran medios y brindan elementos teóricos para ir más allá de la rutina en las clases de matemáticas, estimulando la creatividad mediante creación de problemas (V. Matsko y J. Thomas, Cap. 6 y F. Singer y C. Voica, Cap. 7).

Destacamos el capítulo 1 denominado *Problem-posing research in mathematics education: some answered and unanswered questions* desarrollado por Cai et al (2015). En el que se presenta aspectos importantes para investigar sobre la creación de problemas. Una de las preguntas – relacionada con las reflexiones de Kilpatrick (1987) – se refiere a cuánto conocemos acerca de los procesos cognitivos relacionados con la creación de problemas. Se hace mención a los procesos recursivos de cadenas de solución y creación descritos por Cai y Cifarelli (2005) y al trabajo de Pittalis, Christou, Mousoulides, y Pitta-Pantazi (2004) en el que proponen un modelo de procesos cognitivos involucrados en la creación de problemas. Este modelo considera cuatro procesos: La edición de problemas a partir de estímulos icónicos o simbólicos, el filtrado de información importante y crítica, la comprensión de relaciones estructurales en la información cuantitativa, y la traducción de información cuantitativa de un modo a otro. En base a estudios experimentales, Pittalis et. al. (2004) afirman que estos procesos corresponden a diferentes tipos de tareas de creación de problemas, enfatizando la importancia del filtrado y la edición. Este modelo tuvo una aplicación por Christou, Mousoulides, Pittalis, and Sriraman (2005) que conllevó al desarrollo de una taxonomía de los procesos de creación de problemas relacionados a distintos tipos de tareas.

Los ocho capítulos siguientes del libro son dedicados fundamentalmente a ejemplos prácticos de sesiones de trabajo en clases usando creación de problemas. Dos de ellos enfatizan la relación entre creación de problemas y resolución de problemas (V. Cifarelli y V. Sevin, Cap. 8; y S. Gade y C. Blomqvist, Cap. 9); otros dos focalizan más su atención en el aspecto formativo de la creación de problemas, no como un fin en sí mismo, sino como un medio para mejorar procesos de aprendizaje (K. Klaassen y M. Doorman, Cap. 10; y M.L. Kwek, Cap. 13). El capítulo 11 está dedicado a la creación de problemas y la enseñanza y aprendizaje de la estadística en la educación básica (L. English y J. Watson). El capítulo 12 es en clases de secundaria y de nivel superior, usando computadoras (M. Imaoka, T. Shimomura y E. Kanno). Los dos siguientes capítulos muestran estudios sobre habilidades y actitudes de estudiantes de China y Estados Unidos en relación a la creación de problemas de matemáticas (X. V. Harpen y N. Presmeg, Cap. 14; y L. Chen, V. Dooren y L. Verschaffel, Cap. 15).

En el capítulo 13, denominado *Using problem posing as a formative assessment tool* (M. L. Kwek) se explora el uso de la creación de problemas como un instrumento de evaluación formativa para examinar los procesos de pensamiento de los estudiantes, así como sus comprensiones y competencias matemáticas. Mediante la implementación de actividades de creación de problemas y análisis de los problemas creados por 75 alumnos de secundaria de altas habilidades, la autora manifiesta que el estudio identificó varios factores cognitivos relacionados a la creación de problemas: la habilidad de los estudiantes para identificar la estructura matemática de un problema, su familiaridad con estrategias de pensamiento creativo, técnicas de ingeniería inversa, modelación matemática con situaciones de la vida real, tolerancia hacia la ambigüedad, y pensamiento productivo y comunicación mediante la redacción de un problema de matemáticas (p.291).

Los diez capítulos siguientes brindan valiosos elementos para incluir creación de problemas en los programas de formación inicial y continua de profesores. Los capítulos 16 y 17 ponen énfasis en la relación entre creación de problemas y resolución de problemas (R. Rosli et al Cap. 16; y B. Prabhu y B. Czarnocha, Cap 17); los capítulos 18 y 19 tratan la creación de problemas en entornos de geometría dinámica (R. Leikin, Cap 18 y I. Lavy, Cap 19); los capítulos 20, 21 y 22 muestran diversos trabajos sobre creación de problemas en la formación de profesores de matemáticas para la educación primaria y secundaria (T. Grundmeier, Cap 20; A. Hospesová y M. Tichá, Cap 21; y M. Klinshtern, B. Koichu y A. Berman, Cap. 22). El capítulo 23 es una mirada general sobre creación de problemas en la formación de profesores (H. Osana y I. Pelezer); el capítulo 24 expone experiencias y reflexiones para potenciar las sesiones de trabajo con profesores, empleando creación de problemas a nivel individual y grupal (S. Crespo); y el capítulo 25 presenta un estudio con profesores de educación secundaria en formación y en ejercicio en la perspectiva de integrar creación de problemas en los currícula de formación de profesores e introduce el concepto de *Pedagogy of Problem Posing* (N. Ellerton).

En el capítulo 26, los editores nos presentan una mirada general acerca de las contribuciones especiales del libro sobre la creación de problemas. En palabras de ellos: “comentamos aquí cómo el libro toma en consideración literatura anterior, da energía a las prácticas actuales y mira hacia futuros emprendimientos sobre aprendizaje, enseñanza e investigación” (p. x).

Creación y Resolución de Problemas Matemáticos: avances y nuevas perspectivas

El libro, Felmer, Pehkonen y Kilpatrick (2016), tiene 3 partes: (I) Creación y resolución de problemas hoy, que tiene 7 artículos; (II) Estudiantes, creación de problemas y resolución de problemas, que tiene 8 artículos; y (III) Profesores, creación de problemas y resolución de problemas, que tiene 7 artículos. El último de los artículos de cada parte, denominado Reacción (de la parte correspondiente), es una mirada global y comentada de los artículos anteriores. Las Reacciones correspondientes a los artículos de las partes I, II y III han sido escritas por John Mason, Masami Isoda y Kaye Stacey, respectivamente.

Como puede deducirse del título del libro y de sus partes, en general se destaca la interrelación entre la creación y la resolución de problemas de matemáticas. Hay cuatro artículos que tratan más específicamente sobre la creación de problemas

En la Parte I:

- How do textbooks incorporate mathematical problem posing? An international comparative study, de Jinfa Cai, Chunlian Jiang, Stephen Hwang, Bikai Nie y Dianshun Hu.
- Problem-posing and questioning: Two tools to help solve problems, de José Carrillo y Jorge Cruz.
- Reformulating: approaching mathematical problem solving as inquiry, de Jeremy Kilpatrick.

En la Parte III:

- Mathematical problem posing: a case of elementary school teachers developing tasks and designing instructions in Taiwan, de Shuk-Kwan S. Leung.

El primero de estos (¿Cómo incorporan los libros de texto la creación de problemas? Un estudio comparativo internacional.), destaca la importancia de incluir actividades productivas y robustas de creación de problemas en los materiales de los currícula y brinda a los investigadores, diseñadores de currícula y autores de libros valiosa información para incorporar la creación de problemas en la matemática escolar. Examinan dos series de textos usados en China y dos series de textos usados en EE. UU. , que – en sus respectivos países – representan los textos que más ampliamente han adoptado los materiales del curriculum de las matemáticas elementales. Más allá de la propia comparación y de las reflexiones sobre el curriculum intencional e implementado, es muy interesante la clasificación que hacen para su estudio, de cinco tipos de tareas de creación de problemas: 1) crear un problema que corresponda a la(s) operación(es) aritmética(s) dada(s), 2) formular variaciones a una pregunta, con la misma relación matemática o estructura, 3) formular preguntas adicionales a partir de la información dada y de una pregunta de muestra , 4) formular preguntas en base a información dada, y 5) tareas irrestrictas de creación de problemas.

En el segundo artículo (Creación de problemas y cuestionamientos: dos instrumentos para ayudar a resolver problemas), los autores exponen su experiencia didáctica con reflexiones metacognitivas, realizada con dos estudiantes de 14 años de edad. Ellos resolvieron problemas después de responder un cuestionario adecuadamente elaborado, luego respondieron otro cuestionario y finalmente crearon problemas con la misma estructura de los problemas que resolvieron. Los cuestionarios consideran aspectos de los problemas, de los recursos y estrategias a emplearse para resolverlos y de la experiencia misma luego de haberlos resuelto. Los autores recogieron elementos didácticos muy valiosos y proponen desarrollar experiencias similares por ser favorables a la resolución y a la creación de problemas.

En el tercer artículo (Reformulación: una aproximación a la resolución de problemas matemáticos como indagación), Kilpatrick reliva la importancia de la resolución de problemas en la perspectiva de la indagación y la relación de esta con la formulación y reformulación de problemas. Recomienda que para la formación de profesores en esta línea, se considere preguntas de metacognición y se tenga en cuenta la demanda cognitiva de los problemas. Se refiere con amplitud a experiencias con estos enfoques; en particular al *Promoting Inquiry in Mathematics and Science education across Europe (PRIMAS)*. Enfatiza

que para implementar el aprendizaje basado en la indagación es fundamental considerar la creación de problemas en el marco de la indagación.

En el cuarto artículo (Creación de problemas matemáticos: un caso en el que profesores de educación básica desarrollan tareas y diseñan instrucciones en Taiwan) se presenta un estudio desarrollado con tres profesores seleccionados de un estudio previo sobre métodos factibles para estimular a los niños a crear problemas. Los profesores continuaron en la ruta iniciada, y no solo desarrollaron sus propias tareas, sino también diseñaron sus propias clases sobre creación de problemas. La experiencia didáctica fue llevada a cabo durante un año y el informe incluye estudios de diarios de los profesores, de cuadernos de los niños, de entrevistas, de grupos focales, reflexiones sobre las tareas propuestas en las clases de creación de problemas y diversas sugerencias.

Otros Avances en Creación de Problemas

El estudio meta analítico, con criterios cuantitativos, que hacen R. Rosli , M. Capraro y R. Capraro (2014) sobre los efectos de la creación de problemas en el aprendizaje matemático de los estudiantes, además de sus estimulantes resultados, brinda una visión importante sobre las publicaciones en este campo entre 1989 y 2011.

Algunas investigaciones que conocemos, realizadas en Iberoamérica, las resumimos en el siguiente cuadro:

2002	Estrategia metacognitiva en la formulación de problemas para la enseñanza de la matemática	Instituto Superior Pedagógico	Holguín, Cuba	Tesis Doctoral	Miguel Cruz Ramírez
2011	La invención de problemas y sus ámbitos de investigación	Universidad de Granada	España	Artículo	Encarnación Castro
2012	Invención-resolución de problemas por alumnos de educación primaria	Universidad de Granada	España	Tesis doctoral	María Ayllón
2013	Invención de problemas aritméticos por estudiantes con talento en matemática: un estudio exploratorio	Universidad Nacional de Costa Rica y Universidad de Granada	Costa Rica y España	Artículo presentado en el I CEMACYC	J. Espinoza, J. Lupiáñez, e I. Segovia
2014	Creación de problemas en la docencia e investigación	Pontificia Universidad católica del Perú - IREM	Perú	Artículo en libro	U. Malaspina y E. Vallejo
2015	Inventar problemas para desarrollar la competencia matemática	Universidad Camilo J. Cela y Universidad de Granada	España	Libro	José Fernández y Juan Barbarán
2016	Reflexión sobre el significado de qué es buen problema en la formación inicial de maestros.	Universidad de Barcelona y Pontificia Universidad Católica del Perú	España y Perú	Artículo en <i>Perfiles Educativos</i>	Alberto Mallart, Vicenç Font y Uldarico Malaspina

Cabe mencionar que Sandra Crespo, natural de República Dominicana, es una destacada investigadora en el campo de la creación de problemas. Sus investigaciones las realiza como Profesora en la Michigan State University.

En la Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP) se viene desarrollando la línea de investigación creación de problemas, desde el 2011. Malaspina es el promotor de esta línea de trabajo y con algunos investigadores del Instituto de Investigación sobre la Enseñanza de las Matemáticas (IREM-PUCP) ha desarrollado talleres de formación de profesores de primaria y secundaria mediante sesiones de trabajo de creación de problemas. Con base en tales experiencias se vienen realizando investigaciones y propuestas de estrategias para estimular la capacidad de creación de problemas de los profesores en formación y en ejercicio y para desarrollar la competencia docente de análisis didáctico. Se han desarrollado experiencias didácticas con la estrategia para crear problemas denominada *Episodio, Problema Pre* y *Problema Pos* (Estrategia EPP) propuesta por Malaspina. Los *Problemas Pre* son problemas que deben crear los profesores, cuyas soluciones favorezcan la mejor comprensión y solución del problema considerado en el episodio en clase que se les presenta en los talleres. En ese sentido, se ha iniciado la investigación sobre la inclusión en la estrategia EPP de una fase de Reflexión Didáctica (Estrategia ERPP) que contribuya a poner más énfasis en consideraciones didácticas que en contenidos para elaborar los *Problemas Pre*. En estas líneas de trabajo se han publicado varios artículos de Malaspina en la *Revista Iberoamericana de Educación Matemática UNIÓN* y otros han sido expuestos en foros internacionales como ICME, PME, CERME, CIBEM y CIAEM. Asimismo, se han escrito dos tesis de maestría en enseñanza de las matemáticas: de la profesora de primaria Catherina Martínez, con el tema Estrategias para estimular la creación de problemas de adición y sustracción de números naturales a profesores de educación primaria, y del profesor de secundaria Carlos Torres, con el tema Creación de problemas sobre funciones cuadráticas por profesores en servicio, mediante una estrategia que integra nociones del análisis didáctico. También se investiga analizando los problemas creados por alumnos, de primaria, empleando los criterios de originalidad, flexibilidad y fluidez. En esta línea de trabajo está la tesis de maestría del profesor de primaria Jorge Cárdenas, con el tema Análisis de problemas de adición, sustracción y multiplicación de expresiones decimales, creados por estudiantes de 6° grado de primaria en una experiencia didáctica, y también la ya mencionada tesis de Catherina Martínez.

Ciertamente, en muchos lugares del mundo hay otras valiosas investigaciones sobre creación de problemas y seguramente hay también profesores que silenciosamente y por iniciativa propia desarrollan interesantes experiencias didácticas con creación de problemas en sus clases. Es un reto para quienes estamos comprometidos con el avance de la educación matemática, a nivel personal e institucional, detectar y apoyar esos esfuerzos.

Comentarios Finales

Esta mirada panorámica, aunque incompleta, nos permite ver parte de lo mucho que se viene haciendo en este campo de investigación y también tomar conciencia de lo mucho que hay por hacer. Una tarea importante es seguir reflexionando sobre las interrogantes planteadas por Kilpatrick (1987) y sobre las que nos dejan las diversas investigaciones mencionadas.

Para seguir avanzando en investigaciones sobre creación de problemas y contribuir a una mayor consolidación de esta línea de investigación, será muy importante que todos los educadores matemáticos le prestemos más atención, busquemos integrar enfoques y resultados e impulsemos trabajos conjuntos e interdisciplinarios. Como dicen Singer, Ellerton y Cai (2013, p. 5), retomando la propuesta de Kilpatrick (1987),

La creación de problemas es una cuestión antigua. Lo que es nuevo es la toma de conciencia de que la creación de problemas necesita impregnarse en los sistemas educativos en todo el mundo, como medio de enseñanza (...) y como objeto de enseñanza (...) con objetivos importantes en situaciones de la vida real.

Referencias

- ABU-ELWAN, R. The development of mathematical problem posing skills for prospective middle school teachers. In: International Conference on Mathematical Education into the 21st Century: social challenges, issues and approaches, 2., 1999, Cairo, Egypt. **Proceedings...** Cairo, Egypt, 1999. p. 1-8.
- AYLLÓN, M. F. **Invencción-resolución de problemas por alumnos de educación primaria**. 2012. 532 f. Tesis Doctoral (Didáctica de la Matemática) - Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Granada, Granada, 2012.
- BROWN, S.; WALTER, M. **The art of problem posing**. Philadelphia: Franklin Institute Press, 1983.
- CAI, J. et al. Problem-Posing Research in Mathematics Education: some answered and unanswered questions. In: SINGER, F.; ELLERTON, N.; CAI, J. (Ed.). **Mathematical Problem Posing: from research to effective practice**. New York: Springer, 2015. cap. 1, p. 3-34.
- CASTRO, E. La invención de problemas y sus ámbitos de investigación. In: LUPIÁÑEZ, J. L. et al. **Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de la Matemática y Educación Matemática**. Granada: Universidad de Granada, 2011.
- DAVIS, P. J., What do I Know? A study of mathematical self-awareness. **College Mathematics Journal**, n. 16, p. 22-41, 1985.
- EDUCATIONAL Studies in Mathematics - PME Special Issue: Problem Posing in Mathematics Teaching and Learning: establishing a framework for research, v. 83, n. 1. [S.l.]: Springer, mai. 2013.
- EINSTEIN, A.; INFELD, L. **The evolution of physics**. New York: Simon And Schuster, 1938.
- ELLERTON, N. Engaging pre-service middle-school teacher-education students in mathematical problem posing: development of an active learning framework. **Educational Studies in Mathematics**, v. 83, n. 1, p. 87-101, mai. 2013.
- ESPINOZA, J.; LUPIÁÑEZ, J. L.; SEGOVIA, I. La invención de problemas y sus ámbitos de investigación en educación matemática.. **Revista Digital Matemática, Educación e Internet**, v. 14, n. 2, p. 1-12, 2014.
- FELMER, P.; PEHKONEN, E.; KILPATRICK, J. (Ed.). **Posing and solving mathematical problems: advances and new perspectives**. Switzerland: Springer, 2016.

FERNANDÉZ, J.; BARBARÁN, J. **Inventar problemas para desarrollar la competencia matemática**. Madrid: La Muralla, 2015.

HALMOS, P. The heart of mathematics. **American Mathematical Monthly**, n. 87, p. 519-524, 1980.

KILPATRICK, J. Problem formulating: where do good problem come from?. In: SCHOENFELD, A. H. (Ed.). **Cognitive science and mathematics education**. Hillsdale, N. J.: Erlbaum, 1987. p. 123-147.

MALASPINA, U. Problem posing as a means for developing mathematical thinking. In: International Congress of Mathematicians, 2014, Seoul, Korea. **Abstracts...** Seoul, Korea, p. 658-659.

MALASPINA, U.; VALLEJO, E. Problem posing in pre-service primary school teachers' training. In: OSTERLE, S. et al. (Ed.). **Proceedings of the Joint Meeting of the PME 38 and PME-NA 36**, v. 6. Vancouver, Canadá, p. 159.

MALASPINA, U.; MALLART, A.; FONT, V. Development of teachers' mathematical and didactic competencies by means of problem posing. In: Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, 9th., 2015, Prague, Czech Republic. **Proceedings...** Prague, Czech Republic: Charles University In Prague, 2015. p. 2861-2866.

POLYA, G. **Mathematics and plausible reasoning**. Princeton: Princeton University Press, 1954.

ROSLI, R.; CAPRARO, M. M.; CAPRARO, R. M. The effects of problem posing on student mathematical learning: a meta-analysis. **International Education Studies**, v. 7, n. 13, p. 227-241, 2014.

SILVER, E. A. Problem-posing research in mathematics education: looking back, looking around, and looking ahead. **Educational Studies in Mathematics**, v. 83, n. 1, p.157-162, mai. 2013.

SINGER, F.; ELLERTON, N.; CAI, J. Problem posing research in mathematics education: new questions and directions. **Educational Studies in Mathematics**, v. 83, n. 1, p. 9-26, mai. 2013.

SINGER, F.; ELLERTON, N.; CAI, J. (Ed.). **Mathematical Problem Posing: from research to effective practice**. New York: Springer, 2015.

Uldarico Malaspina Jurado
IREM/PUCP – Pontificia Universidad Católica
del Perú
E-mail: umalasp@pucp.pe