

A Concepção Aritmética do Logaritmo no livro dos Irmãos Reis, publicado no final do Oitocentos

The Arithmetic Conception of Logarithm in the Brothers Reis' book, published in the late 19th Century

Elenice de Souza Lodron Zuin
Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais – PUC MINAS/Brasil

Rogéria Teixeira Urzêdo Queiroz
Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais – PUC MINAS/Brasil

RESUMO

Neste artigo, apresentamos o conteúdo logaritmos presente no primeiro volume do *Curso Elementar de Matemática – Arithmetica*, escrito pelos irmãos Aarão Reis e Lucano Reis, identificando a concepção dos autores e o seu enfoque didático. Foi possível, por meio da análise da segunda edição da obra, verificar como esse conteúdo era abordado pelos autores no final do Oitocentos, época do auge do positivismo no Brasil e do início da implantação da Reforma de Instrução Pública de Benjamin Constant. A definição de logaritmo, dada pelos autores, parte das progressões aritmética e geométrica, dentro de uma concepção aritmética. A forma didática do texto é clássica, havendo uma maior atenção para a parte teórica, porém, as abordagens históricas se destacam. O livro pode ser classificado como uma obra que se ancora no positivismo de Comte. Os logaritmos são inseridos nos programas escolares pela reforma educacional de 1890 e certificamos que os irmãos Reis contemplam os conteúdos propostos oficialmente em seu manual de Aritmética. O programa proposto pela legislação para o ensino de Aritmética legitima conteúdos que já estariam estabelecidos no Brasil, pelo menos, em livros-texto de autores estrangeiros e nacionais.

Palavras-chave: História da Educação Matemática. Logaritmo. Século XIX.

ABSTRACT

In this paper, we present the logarithms topic addressed in the first volume of the *Curso Elementar de Matemática – Arithmetica*, written by the brothers Aarão Reis and Lucano Reis. We seek to identify the conception and didactic approach of the authors. The second edition of the book, published in the late 19th century, was analyzed. A time period marked by the positivism in Brazil and when the *Reforma de Instrução Pública de Benjamin Constant* was sanctioned. In the book, the definition of logarithm is arithmetic, based on arithmetic and geometric progressions, there is a greater attention to the theoretical part however, the historical aspects stand out. The book can be classified as a work based on Comte's positivism. The Educational Reform in 1890 introduced the logarithms in the school curricula. The legislation's proposed program legitimizes contents that were already established in Brazil in the manuals of both national and international authors.

Key-words: History of Mathematics Education. Logarithms. 19th century.

Introdução

Da Typographia Nacional, magnificamente impresso e em bonito volume de 718 paginas, acaba de sahir o tomo I de um Curso Elementar de Mathematica que os dous irmãos Dr. Aarão Reis e Lucano Reis

resolverão organizar para prestar serviços, e valioso, à mocidade estudiosa do nosso paiz. Quem, como eu, que de um delles ouvi as sabias lições e de outro fui condiscípulo na Polytechnica, conhecer os dotes intellectuaes e a copia de conhecimentos que possui o Dr. Aarão Reis e a capacidade profissional de Lucano Reis, pode logo a priori affirmar a alta competência e o espírito largo desta obra, destinada sem duvida a marcar brilhante época na nossa litteratura secientifica.

Este é o parágrafo inicial da longa e detalhada apresentação, em mais de seis páginas, do primeiro volume do *Curso Elementar de Mathematica* dos irmãos Reis, assinada por Eugenio Gabaglia, publicada na parte editorial do *Jornal do Commercio*, de 21 de maio de 1893, e transcrita nas páginas iniciais da obra.

No parágrafo seguinte, Gabaglia frisa:

Com attenção e prazer li todo o volume, cujo assumpto tantas relações tem com a cadeira que professo no Gymnasio nacional; a convicção que formei de sua utilidade e valor, fez-me pegar da penna afim de aconselhar a sua leitura, quer aos moços que se preparão nos estudos secundarios, quer mesmos aos meus collegas, professores e lentes de mathematica, que nelle encontrarão optima recordação nas theorias arithmeticas.

Eugenio de Barros Raja Gabaglia (1862-1919) era Engenheiro Civil, Geógrafo, Engenheiro de Minas e Bacharel em Ciências Físicas e Matemáticas pela Escola Politécnica do Rio de Janeiro. Tinha grande prestígio no meio educacional e no campo da engenharia, participando de vários projetos, sendo um deles a construção da capital de Minas Gerais, Belo Horizonte. Lecionava no Ginásio Nacional e na Escola Naval e, entre seus inúmeros trabalhos e cargos, foi autor dos livros *Elementos de Álgebra*, *Elementos de Cosmographia*, *Geometria Projectiva* e *Elementos de Geometria*. Ter uma obra elogiada por Raja Gabaglia, já se constituía em uma grande propaganda para os irmãos Reis e, por isso mesmo, os “aplausos” desse grande engenheiro e professor, mesmo apontando algumas falhas dos autores, ocupam as primeiras páginas do primeiro volume do *Curso Elementar de Mathematica* em sua segunda edição.

Em fins do século XIX, período pós proclamação da República, sob o governo provisório do Marechal Manoel Deodoro Fonseca, ocorre uma reorganização educacional no Distrito Federal, a Reforma que ficou conhecida por Reforma Benjamin Constant – o *Regulamento da Instrucção Primaria e Secundaria do Districto Federal*. Seu autor, Benjamin Constant Botelho de Magalhães (1833-1891), o primeiro-ministro do Ministério da Instrução, Correios e Telégrafos¹⁵. Em 8 de novembro de 1890, é sancionado o Decreto n. 891. Nesta reforma, ocorre a inserção de disciplinas científicas,

¹⁵ Benjamin Constant foi professor da Escola Militar e defensor do princípio positivista em nosso país. No século XIX, as ideias positivistas se faziam presentes na formação intelectual dos estudantes das escolas militares e também influenciaram a constituição e organização da República no Brasil.

preservando-se o Latim e o Grego, com a exclusão da Retórica e da Filosofia. Uma outra novidade: constam, pela primeira vez, no programa escolar, as progressões e logaritmos, para a 1ª classe da escola primária de 2º grau. Para o estudo da Aritmética, neste nível de ensino, o decreto prescreve, entre outros conteúdos:

- Noções das progressões por diferença e por quociente.
- Theoria elementar dos logarithmos e uso das taboas.
- Arithmetica social: juros simples e compostos;
- Capitalisação, amortizações, etc;
- Exercícios variados (BRASIL, 1890).

É nesse contexto do início da Primeira República no Brasil, época do auge do positivismo no Brasil e do início da implantação da Reforma de Instrução Pública de Benjamin Constant, que trazemos a obra dos irmãos Reis. Apresentamos uma descrição e análise do tópico *logaritmos* presente na segunda edição do primeiro do livro *Curso Elementar de Matemática – Arithmetica*.

O estudo aqui apresentado é parte de um dos nossos projetos de pesquisa que objetiva investigar quando o conteúdo logaritmo aparece nas reformas curriculares do Brasil e quais foram as propostas dos autores de textos didáticos para o referido tópico. Nossa opção por apresentarmos o referido livro se dá pelo fato de Aarão Reis ser positivista e uma personalidade do seu tempo, se destacando em várias áreas. Num primeiro momento, elencamos obras editadas posteriormente à Reforma Benjamin Constant e, posteriormente, buscamos livros publicados antes da reforma a fim de verificar se as progressões aritmética e geométrica e os logaritmos também estavam contemplados nos mesmos.

Nossas investigações se inserem no campo da História da Educação Matemática. Acompanhamos o crescimento, em nosso país, dos estudos que tratam da história das disciplinas e conteúdos escolares, tendo como principais fontes os manuais e livros didáticos.¹⁶ Os impressos com destinação escolar nos permitem verificar as semelhanças e diferenças dos conteúdos propostos em cada época; quais tópicos foram incluídos, excluídos ou tiveram sua permanência nos textos didáticos, por intenção do autor ou por força dos programas escolares, estabelecidos oficialmente pelo governo, os quais determinam os currículos a serem seguidos nas instituições escolares (ZUIN, 2007).

Um dos nossos referenciais é André Chevel (1990), um dos principais teóricos no campo das disciplinas escolares, que declara que as mesmas “são o preço que a sociedade deve pagar à sua cultura para poder transmiti-la no contexto da escola ou do colégio.” (p. 222). Os livros didáticos são fontes relevantes para que possamos verificar quais caminhos uma determinada disciplina seguiu. A legislação escolar, igualmente, é uma fonte primária que nos aponta ou ela mesma determina os rumos que uma disciplina deve tomar. Em nosso caso, tomamos o livro dos irmãos Reis e a legislação como fontes para entender a presença dos logaritmos no currículo escolar brasileiro.

¹⁶ Destacamos, aqui, entre outras, as produções do GHEMAT – Grupo de Pesquisa de História da Educação Matemática no Brasil – criado em 2000, sob a coordenação do Prof. Dr. Wagner Rodrigues Valente.

Para Chervel (1990, p. 188), os conteúdos sofrem transformações e a função das disciplinas escolares “consiste em cada caso em colocar um conteúdo de instrução a serviço de uma finalidade educativa.” Na sua concepção, existem duas finalidades: as *finalidades de objetivo* e as *finalidades reais*. As primeiras são estabelecidas pela legislação, enquanto, as últimas, são as escolares, aquelas pelas quais a escola ensina. Dentro deste contexto, Chervel assevera:

A distinção entre finalidades reais e finalidades de objetivo é uma necessidade imperiosa para o historiador das disciplinas. Ele deve aprender distingui-las, mesmo que os textos oficiais tenham tendência a misturar umas e outras. Deve sobretudo tomar consciência de que uma estipulação oficial, num decreto ou numa circular, visa mais frequentemente, mesmo se ela é expressada em termos positivos, corrigir um estado de coisas, modificar ou suprimir certas práticas, do que sancionar oficialmente uma realidade (CHERVEL, 1990, p. 190).

Atualmente, os livros didáticos de Matemática para o Ensino Médio trazem uma abordagem do estudo dos logaritmos pautados em termos algébricos, tendo em vista a ideia de potência e o estudo das funções. No entanto, a definição de logaritmo no livro dos irmãos Reis parte das progressões aritmética e geométrica, dentro de uma concepção aritmética, tal como foi concebida no século XVII, se nos pautarmos nos eventos históricos que envolveram o desenvolvimento desse tópico que se tornou um saber escolar.

Os autores

Temos no *Curso Elementar de Matemática – Arithmetica*, uma obra com uma característica singular, porque foi escrita por dois irmãos, ambos da área de Exatas, filhos de Anna Rosa Leal de Carvalho Reis e Fábio Alexandrino de Carvalho Reis.

Aarão Leal de Carvalho Reis nasceu, em 6 de maio de 1856, em Belém (Santíssima Trindade), na Província do Pará, e faleceu, em 1933, no Rio de Janeiro. Inicialmente, graduou-se como bacharel em Ciências Físicas e Matemáticas na Escola Central¹⁷, antiga Escola Militar do Rio de Janeiro (Escola Politécnica, a partir de 1874). Um ano depois, formou-se em Engenharia Civil na mesma instituição (SALGUEIRO, 1997). Ele teve outras ocupações, também atuando como engenheiro geógrafo, professor, urbanista e político, foi eleito deputado federal em duas ocasiões, em 1911 e 1927.

Como professor, Aarão Reis exerceu a docência em estabelecimentos particulares e também na Inspeção-Geral de Instrução Pública do Rio de Janeiro. Foi professor na

¹⁷ A Escola Central era a antiga Academia Real Militar que passou a ser assim denominada a partir de 1858. “O ensino nessa Escola abrangia três cursos distintos: um curso teórico de Ciências Matemáticas, Físicas e Naturais, um curso de Engenharia e Ciências Militares, e um curso de Engenharia Civil voltado para as técnicas de construção de estradas, pontes, canais e edifícios, ministrado aos não-militares, ou seja, aos civis que freqüentavam as aulas. O nome *civil* ainda não tinha sido empregado, nem mencionado na Carta Régia que instituiu a Academia. Em 1874, a Escola Central transferiu-se do Ministério do Exército para o Ministério do Império, com o nome de Escola Politécnica” (http://www.poli.ufrj.br/politecnica_historia.php).

mesma instituição onde estudou, a Escola Politécnica do Rio de Janeiro, assumindo as cadeiras: Economia Política, Estatística, Direito Administrativo e Princípios de Contabilidade e Administração. Na área da Engenharia, ocupou muitos cargos públicos; atuou como chefe da comissão responsável por construir a capital de Minas Gerais, trabalhou no projeto urbanístico e realizou, entre os anos de 1894 e 1897, o planejamento de planimetria, arquitetura e construção de Belo Horizonte. Outra cidade planejada por ele foi Soure, na Ilha de Marajó, no estado do Pará.

Sobre Lucano Leal de Carvalho Reis, temos poucas informações. Ele atuou como professor de Matemática Elementar e foi oficial da Contadoria Geral da Guerra. Em um dos números da *Revista Brasileira de Estatística*, publicada em 1942, ele é mencionado como um dos vultos da Estatística no Brasil.

No preâmbulo do livro, denominado “Advertência”, é Lucano Reis quem escreve que o objetivo da obra é atingir simultaneamente os candidatos à matrícula nos diversos estabelecimentos de ensino superior e os alunos das Escolas Naval e Normal, e também aqueles que “desejarem seguir a carreira commercial, ou a nobre profissão de engenheiros agrimensores, que tão importante é, de presente, no Brasil” (p. XVIII).

Os irmãos Lucano e Aarão compartilham a tarefa de escrever o *Curso Elementos de matemática*, dividido em quatro volumes independentes, segundo a ordem: Aritmética, Álgebra elementar, Geometria preliminar e Trigonometria retilínea e esférica. Na mesma “Advertência”, Lucano destaca que acrescentaria outros três complementos que tratariam de noções gerais de Astronomia, Física e Mecânica. Essa proposta, de ter as disciplinas separadas – Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria – sendo lecionadas, muitas vezes, por professores distintos, seguia exatamente um modelo que era instituído no ensino secundário no Brasil e em outros países. O ensino secundário habilitava os estudantes para chamados “exames preparatórios” para a admissão ao Ensino Superior.

O “curso elementar de matemática – arithmetica”

Antes de apresentarmos uma descrição do livro dos irmãos Reis, é importante fazermos uma menção a algumas ideias positivistas que circulavam na época da proclamação da República no Brasil, as quais vão comparecer na reforma educacional realizada em 1890.

O francês Auguste Comte¹⁸ elaborou uma hierarquia dos conhecimentos para o estudo da filosofia positiva. “As seis ciências fundamentais”, classificadas por ele, eram a Matemática, a Astronomia, a Física, a Química, a Fisiologia e a Física Social. Afirmou que tais conhecimentos representavam “a fórmula enciclopédica que, dentre o grande número de classificações que comportam as seis ciências fundamentais, é a única logicamente conforme à hierarquia natural e invariável dos fenômenos” (COMTE, 1996., p.68). O destaque fica com as ciências matemáticas e experimentais. O que Comte denomina *estado positivo* se caracteriza pela submissão tanto da argumentação como da imaginação à observação. Em relação à Matemática, Comte assegurava que ela tem um

¹⁸ Isidore Auguste Marie François Xavier Comte (1798-1857) foi um filósofo francês, fundador da Sociologia e do Positivismo, trabalhou intensamente na criação de uma filosofia positiva.

maior grau de generalidade e “que deve constituir-se o ponto de partida de toda educação científica racional” (1996, p. 68).

Comte (1996, p. 53) ressalta que “toda ciência pode ser exposta mediante dois caminhos essencialmente distintos: o *caminho histórico* e o *caminho dogmático*. Qualquer outro modo de exposição não será mais do que sua combinação”. Em relação ao primeiro, acredita que “expomos sucessivamente os conhecimentos na mesma ordem efetiva, segundo a qual o espírito humano os obteve realmente, adotando, tanto quanto possível, as mesmas vias”. Além disso, o caminho histórico seria “aquele pelo qual começa, com toda necessidade, o estudo de cada ciência nascente, pois apresenta a propriedade de não exigir, para a exposição dos conhecimentos, nenhum novo trabalho distinto daquele de sua formação”.

O livro dos irmãos Reis pode ser classificado como uma obra que se ancora no positivismo de Comte, tão propagado no século XIX por Benjamin Constant. Apesar de não ser nosso foco tratar deste aspecto em particular, consideramos pertinente trazer as análises de Gomes avaliando que:

Aarão Reis foi um adepto do positivismo em todos os campos que atuou, e suas obras para o ensino de matemática pertencem a um conjunto de publicações claramente inspiradas nas idéias de Comte, as quais se multiplicaram no Brasil desde a década de 1870 (GOMES, 2008, p. 86).

O título completo do livro, que consta na folha de rosto, é “*Curso Elementar de Matemática – theorico, pratico e applicado*”, sendo este o primeiro volume “*Arithmetica (calculo dos valores)*”, com a informação adicional de que foi organizado de acordo com os melhores autores. Não há nenhuma referência aos programas estabelecidos pela Reforma Benjamin Constant.

As datas impressas ao longo do livro não nos levam a ter uma certeza do ano em que a segunda edição foi publicada. É dito que a primeira edição é de 1892, porém, encontramos a nota de “Advertencia à segunda edição”, nas quais os autores explicam:

O acolhimento que mereceu a 1ª edição deste Curso elementar d’Arithmetica, exposta á venda em Junho de 1894 e já esgotada, determina os auctores a offerecer a mocidade estudiosa do seu paiz esta 2ª edição, corrigida cuidadosamente, e impressa com toda nitidez.

Nesta nota, é possível que o tipógrafo tenha se enganado no ano de 1894. As palavras laudativas de Raja Gabaglia, como vimos, foram publicadas no *Jornal do Commercio* em maio de 1993. Os autores dedicam o livro aos seus pais e a data impressa é 13 de outubro de 1892. Tudo leva a crer que foi aproveitada a página contida na primeira edição para a edição posterior. Feitas estas ressalvas, presumimos que a segunda edição foi publicada em 1894 ou após. Por esta incerteza em relação à data de publicação da segunda edição, optamos por não incluir o ano do livro nas citações e só indicaremos a página.

O manual está dividido em cinco seções, sendo estas subdivididas em partes denominadas “Livros”, os quais, por sua vez, estão desmembrados em capítulos, perfazendo um total de setecentas e nove páginas. A *Introdução Geral* é seguida das cinco seções a saber: Números Inteiros, Números Fracionários (frações ordinárias, decimais, contínuas), Números Incomensuráveis, Comparação dos Números (razão, proporção, progressões e logaritmos) e Aplicações Sociais (metrologia, regra de três, juros e descontos). A obra, em sua segunda edição, foi impressa no Rio de Janeiro pela editora Francisco Alves & Cia.

Na apresentação do livro, Lucano Reis afirma que o *Curso Elementar de Matemática – Arithmetica* foi escrito com o objetivo de ser útil aos estudantes, pois, no Brasil, eram inúmeros os manuais estrangeiros, sobretudo, os franceses. Reforça que o livro de Ottoni¹⁹ era o único compêndio nacional e o mesmo, considerado excelente quando foi organizado e publicado, já estava “um tanto insuficiente para os estudos” daquela época (p. XIX). Para Valente (2000), essa posição de Lucano Reis “estaria ligada, sobretudo, ao desenvolvimento dado ao tema *Números Incomensuráveis* não encontrado em Ottoni” (p. 207).

O manual dos irmãos Reis se apresenta, na sua composição, com um texto dividido em tópicos numerados, em ordem sequencial; algo muito comum nos livros editados naquele tempo. As páginas iniciais, que formam a introdução geral, incluem as principais definições e ideias gerais, padrão também seguido por outros autores.

Em relação à História da Matemática, verificamos que os irmãos Reis incluem diversas abordagens históricas no livro – um ponto valorizado por Comte. Essas abordagens, de uma forma geral, são dispostas durante a exposição dos conteúdos; em notas de rodapé, sendo algumas delas bem detalhadas e, também, aparecem em alguns problemas, nos quais os enunciados remetem a personagens ou a situações históricas.

Logo no início do capítulo sobre Logaritmos, há, em notas de rodapé, descrições rápidas e objetivas da vida de John Neper²⁰, a quem os autores aportuguesaram os nomes, denominam “*Neper (João)*” e de Henry Briggs, a quem denominam “*Briggs (Henrique)*”. Da mesma maneira, encontram-se inúmeras notas de rodapé de teor biográfico. O conteúdo consiste, em geral, em datas e locais de nascimento e morte do personagem relevante em relação ao conhecimento que é focalizado, de suas contribuições para o seu desenvolvimento e, eventualmente, de referências a curiosidades de sua vida ou a trabalhos por ele publicados. A respeito de Neper, os autores escreveram:

¹⁹ Trata-se do mineiro Christiano Benedito Ottoni (1811-1896), senador do Império e professor de matemática na Academia Real dos Guardas-Marinha, que escreveu manuais de Aritmética, Álgebra, Geometria e Trigonometria se referendando em autores franceses. Para a Aritmética e Álgebra, baseou-se em Bourdon e, para a Geometria, em Vincent. Os livros de Ottoni foram adotados no Ginásio Nacional (Colégio Pedro II), na Academia da Marinha e em outras instituições escolares “Durante grande parte da segunda metade do século XIX, a Matemática escolar orientou-se pelas obras compiladas” por Ottoni. Ele figurou como “primeiro autor de livros didáticos de aceitação e adoção nacional” (VALENTE, 2000, p. 205).

²⁰ A grafia correta é Napier e não Neper, porém manteremos a forma como os autores apresentaram em sua obra.

Neper (João), – Barão de Merchiston, nascido em 1550 na Escócia e falecido em 1617. Parece ter sido o primeiro matemático que substituiu o cálculo das fracções ordinárias pelas das decimaes, mas a sua descoberta dos logarítmose é o facto mais importante da sua vida e que o torna digno da veneração universal (p. 610).

Enaltecendo a grande contribuição de Briggs, destacam em outra nota de rodapé:

Briggs (Henrique), – nascido em Yorkshire em 1556 e falecido em Oxford em 1630, em cuja universidade ensinava geometria. Notável aperfeiçoador da grande descoberta de Neper, foi quem propoz a base usual dos logaritmos, apresentando ao mesmo tempo um trabalho completo a esse respeito (p. 610).

Os aspectos históricos são muito valorizados ao longo de todo o livro. Os autores demonstram sua concepção, recorrendo da História, com muitas indicações, incluindo informações de vários matemáticos da Antiguidade até o século XIX, juntamente com dados biográficos em uma ou mais notas de rodapé.

Na página 611, há uma recomendação dos autores para que seja realizada uma leitura do livro “Elementos de Álgebra – excelente trabalho philosophico assaz recomendavel ao estudo dos que possuam já noções claras de cálculo algébrico” (p.611).

Como não citam o autor dos “Elementos de Álgebra”, ao qual se referem, julgamos que poderia ser a compilação de Cristiano Benedito Ottoni do livro de Louis Pierre Marie Bourdon (1779-1854). Essa e outras obras de Ottoni foram adotadas no Colégio Pedro II, desde o decreto de 24 de janeiro de 1856 até os programas de 1870, de acordo com Valente (2002). A recomendação dos irmãos Reis revelaria a importância da obra de Ottoni e o respeito que os autores teriam por ele, apesar de que, na apresentação do *Curso de Matemática*, Lucano Reis considera que a obra de Ottoni estava ultrapassada, como já nos referimos anteriormente. Seja a obra de Ottoni ou outro autor, a sugestão dos autores indica que eles, em suas notas de rodapé, vão além de incluir apenas notas históricas.

Não sabemos quanto tempo demoraram Aarão e Lucano Reis para escrever o primeiro volume do *Curso Elementar de Mathematica*. Porém, a publicação da primeira edição acontece quase dois anos após ser sancionado o Decreto 891. Constatamos que a obra integrava os tópicos: progressão aritmética, progressão geométrica e logaritmos, exatamente nesta seqüência, incluindo as tábuas de logaritmos.²¹ Uma análise fixada apenas neste livro, poderia induzir-nos a uma conclusão de que os autores estavam simplesmente incorporando à sua obra conteúdos prescritos pela legislação.

Logaritmos no Tomo I do “curso elementar de matemática – arithmetica”

²¹ Não tivemos acesso à primeira edição da obra, no entanto, Gabaglia, na sua apreciação do *Curso Elementar de Mathematica*, na época que veio a lume, indica conteúdos, os quais verificamos serem os mesmos que estão presentes na segunda edição.

Reis & Reis concentram, em quatorze páginas, o capítulo I composto pela teoria das progressões aritméticas e geométricas. Nesta parte, esclarecem:

No domínio da Arithmetica cabe, em rigor, sómente o estudo das progressões por differença, também chamadas arithmeticas, que são aquellas em que um termo qualquer deduz-se do precedente adicionando-lhe, ou subtrahindo-lhe, um numero constante denominado RAZÃO.

Entretanto, como complemento usualmente consagrado pelos auctores, estudaremos também as progressões geometricas, ou por quociente, isto é, aquellas em que um termo qualquer deduz-se do precedente, multiplicando-o, ou dividido-o, por um numero constante, denominado ainda RAZÃO.

As progressões – quer arithmeticas, quer geométricas – podem ser CRESCENTES ou DECRESCENTES, conforme os seus termos vam successivamente augmentando, ou diminuindo, sempre segundo uma mesma lei, que é a LEI DA SÉRIE (p. 593).

É necessário mencionar que, as progressões aritmética e geométrica são os pré-requisitos fundamentais para que os autores possam se apoiar na definição aritmética de logaritmo.

O capítulo II, num total de vinte e sete páginas, é dedicado aos Logaritmos, sendo iniciado com informações históricas. Seguidamente ao título, os autores informam, em três linhas, o sumário, dispondo, em ordem de apresentação, os assuntos a serem abordados no capítulo como parágrafos; denota-se, dessa forma, uma preocupação em apresentar ao leitor uma informação do que será abordado no capítulo e, ao mesmo tempo, possibilitar uma leitura geral dos principais ítems necessários ao conhecimento do conteúdo.

O desenvolvimento de cada um dos parágrafos é colocado em tópicos numerados, que, nesse capítulo, já principia em 674.

Os autores iniciam o capítulo através de um parágrafo intitulado “Preliminares”, ressaltando as origens dos logaritmos: uma aritmética, que resulta da comparação das duas progressões existentes (aritmética e geométrica) e outra algébrica, onde são considerados como expoentes. Nesse mesmo parágrafo, reforça-se a importância dos logaritmos para o progresso de outras áreas do saber, tendo como objetivo, provavelmente, mostrar ao leitor a relevância do conhecimento. Não deixam de destacar os idealizadores dos logaritmos (Neper e Briggs):

Os progressos da Astronomia, a necessidade de uma navegação mais exacta, determinada pelas exigências de uma sociabilidade mais desenvolvida, exigindo cálculos muito laboriosos, - levaram o espirito humano a indagar de um meio como que os pudesse simplificar e d’ahi a descoberta dos logarithmos.

Essa descoberta foi feita por Neper no século XVII e, mais tarde, definitivamente completada por Briggs (p. 610).

Os autores indicam uma comparação oportuna, feita por Neper entre logaritmos, progressão aritmética e geométrica e uma suposição do movimento de dois pontos:

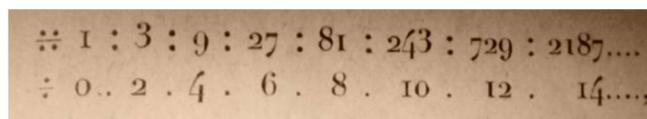
Neper deduziu a noção de logarithmo da comparação de uma progressão geometrica com uma progressão arithmetica, as quaes elle obtinha pela suposição do movimento de dois pontos, um com uma velocidade proporcional á sua distancia a uma origem determinada, e o outro com uma velocidade uniforme, sendo esta egual á do 1º, de modo que o 1º percorria espaços em progressão geométrica enquanto o 2º percorria-os em progressão arithmetica (p. 611).

Lembrando essa suposição, os autores, provavelmente, pretendiam reforçar a associação entre matemática e a mecânica clássica que, no final do século XIX, era a base de todo o desenvolvimento tecnológico.

Nos dois tópicos que se seguem, 675 e 676, os autores associam os logaritmos aos termos das progressões aritmética e geométrica. Quando tratam de logaritmo de um número e da base de um logaritmo, nessas definições, utilizam o termo *progressão por diferença* e *progressão por quociente*, respectivamente, para progressão aritmética e geométrica.

A definição de logaritmo é assim apresentada:

Considerando as duas progressões:

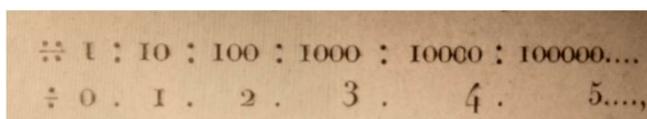


$$\begin{array}{l} \div\div 1 : 3 : 9 : 27 : 81 : 243 : 729 : 2187 \dots \\ \div 0 . 2 . 4 . 6 . 8 . 10 . 12 . 14 \dots \end{array}$$

Chamam-se *logarithmos* dos termos da progressão geométrica, que começa por 1, os termos *correspondentes* da arithmetica, que começa por 0.

Assim, no caso figurado, o logarithmo de 1 é 0; o de 3 é 2; o de 729 é 12; e, assim por diante.

E si, em vez das progressões dadas tivéssemos



$$\begin{array}{l} \div\div 1 : 10 : 100 : 1000 : 10000 : 100000 \dots \\ \div 0 . 1 . 2 . 3 . 4 . 5 \dots \end{array}$$

o logarithmo de 1 seria 0; o de 10 seria 1; o de 100 seria 2; e assim, por diante. (p. 611, grifos dos autores).

Nesta definição, observa-se uma notação específica para se representar cada uma das progressões, estando em acordo com o que era convencional na época. No primeiro e segundo grupos de progressões, a primeira seqüência – das progressões geométricas – é formada por potências de 3 e potências de 10, respectivamente. Os autores não dão maiores explicações para a utilização das seqüências selecionadas. Verificamos que, o primeiro caso, baseia-se na concepção de Neper e, o segundo, na progressão por quociente na razão décupla proposta por Briggs.

Posteriormente, os autores definem logaritmo de um número e base de um sistema de logaritmos:

Logarithmo d'um numero – é pois, o termo de uma progressão por diferença QUE COMEÇA POR ZÉRO, correspondente a esse numero considerado como termo de uma progressão por quociente QUE COMEÇA PELA UNIDADE.

E cada par de progressões – uma arithmetica começando por 0 e outra geométrica começando por 1, – em que os termos de uma se correspondem respectivamente aos da outra, constitue o que se chama – UM SYSTEMA DE LOGARITHMOS.

Base d'um systema de logarithmos – é o termo da progressão por quociente ao qual corresponde o termo 1 da progressão por diferença.

A base de um systema de logarithmos podendo ser qualquer numero, excepto 1, e sendo infinita a série dos numeros naturaes, é claro que póde haver uma infinidade de systemas de logarithmos. Os mais conhecidos são o de Neper, – por isso chamado *neperiano*, ou impropriamente como observa Lacroix, *hyperbolico*, – cuja base é representada por $e = 2,718281828\dots$; e o de Briggs, – chamado systema de Briggs, ou de logarithmos vulgares, ou decimaes, – cuja base é 10, identica á do systema de numeração usual.

Os logarithmos neperianos, – superiores sob o ponto de vista algébrico, como judiciosamente observam os Drs. Moraes Rego, – costumam designar-se antepondo a letra *l* ao numero dado; e os de Briggs, preferíveis sob o ponto de vista arithmetico, designam-se antepondo as letras *lg* ao numero dado. (p. 611-612, grifos dos autores).

As notações propostas para logaritmo decimal e logaritmo neperiano eram distintas das que utilizamos atualmente.

Os irmãos Reis expõem todas as propriedades operatórias dos logaritmos, denominando-as de 1ª, 2ª, 3ª e 4ª propriedades, que são relativas, respectivamente, ao logaritmo de um produto, ao logaritmo de um quociente, ao logaritmo de uma potência e ao logaritmo de uma raiz, incluindo a demonstração de cada uma delas, de modo simples e objetivo. Apresentam quatro propriedades denominadas de “peculiares”, que norteiam os tópicos seguintes, quando irão expor o parágrafo referente às tábuas de logaritmos. Nessa parte, os autores adotam uma linguagem mais teórica, objetivando algum rigor, porém, em poucas linhas tudo se resolve em uma abordagem acessível.

Sobre as taboas de logaritmos há a seguinte informação:

Toda a importância pratica dos logarithmos deixaria de ser aproveitada si não existissem as tabellas onde procurar-se os logarithmos dos números dados, ou os números correspondentes aos logarithmos dados, pois que evidentemente conviria effectuar, pelo processo respectivo, a mais complicada potenciação e applicar-lhe a

simplificação que permitem os logarithmos, si a destruíssemos pela necessidade, em todos os casos, de calcular os logarithmos necessários. D’ahi a importância das tabellas referidas, que se denominam TABOAS DE LOGARITHMOS das quaes a mais usual entre tantas que existem é a de CALLET²². (p. 617-618).

Os autores ressaltam que a organização de uma tábua de logarithmos, “consistindo em uma avaliação de funções, entra no domínio arithmetico, ou do Calculo dos valores; mas os recursos do Calculo infinitésima, dando lugar a extraordinária simplificação, determinaram o completo abandono do processo arithmetico para a confecção das mesmas” (p. 618). Porém, apesar de terem ciência que a organização da tabela de logarithmos pelo processo aritmético é fastidiosa e uma “perda de tempo e penoso trabalho”, resolvem mostrar como é realizada.

Posteriormente, ensinam como encontrar os logarithmos de números inteiros, das frações ordinárias e frações decimais na *Tabela de Callet*. Em seguida, explicam como obter o número correspondente a um logarithmo dado. Em todos os casos, fazem uso de exemplos.

Na apresentação do capítulo, observa-se que, nem todos os tópicos são seguidos de exemplos numéricos. Em alguns casos, há uma demonstração, utilizando-se recursos algébricos, de alguma propriedade, como apresentada no tópico 693, onde os autores afirmam que:

Desse modo facilmente verifica-se a possibilidade de co-existência de duas progressões – uma arithmética começando por 0 e outra geométrica começando por 1 – ambas crescentes, e em cada uma das quaes a diferença entre dois termos consecutivos pôde ser tão pequena quanto se queira, e sendo os termos da progressão arithmetica os logarithmos dos correspondentes da geométrica (p. 619).

Nem tudo pode não ser tão óbvio para o leitor.

Depois da apresentação dos exemplos, referentes às tábuas de logarithmos, os autores definem os cologaritmos e finalizam o capítulo. Chama nossa atenção a observação deixada ao final do capítulo: “Na Álgebra estudaremos esta theoria com o desenvolvimento que a sua importância requer, e serão elucidados pontos que, aqui, nos limitamos a esboçar ligeiramente e em traços por demais geraes” (p.626). Fica claro que, em vista da abordagem sucinta desse tópico, os autores têm consciência que o mesmo requer um aprofundamento maior do que o explicitado no primeiro volume do *Curso Elementar de Matemática*.

²² Em uma nota de rodapé há informações sobre “Callet (João Francisco) – nascido em Versailles em 1744 e falecido em 1798. Celebre mathematico, professor de hydrographia em Dunkerque, publicou em 1773 as suas *Taboas de logarithmos*, com excepcional correcção typographica, pelo processo de stereotypia de Firmin Didot. Além desse, deixou outros trabalhos igualmente recommendaveis, taes como, por exemplo, o Suplemento á trigonometria espherica de Bezout” (REIS & REIS, p. 618).

Uma outra característica que se evidencia da análise é o fato de que os autores não propõem exercícios de fixação ao final do capítulo, mostrando preocupação apenas em apresentar o conteúdo; sendo que o fornecimento de mais exemplos numéricos, bem como a proposição de exercícios, ou qualquer problema aplicado ficaria a cargo do professor. Entretanto, essa não seria uma característica dessa obra, pois a forma de condução de um conteúdo, com nenhum ou poucos exercícios resolvidos ou propostos, era comum em outros autores, quer seja no Brasil ou no exterior.

À guisa de considerações finais

Como bem aponta Bittencourt (2008), no século XIX, no Brasil, houve um estímulo para que os intelectuais e personagens do mundo político se dedicassem à escrita de manuais escolares. Os autores, Aarão Reis e Lucano Reis foram professores consagrados e pessoas de destaque na sociedade, na época da edição do seu livro. Eles se enquadram entre o grupo de docentes e intelectuais que se tornaram autores de livros-texto no Oitocentos.

É evidente a adesão dos irmãos Reis às idéias positivistas, incluindo, no livro, citações de Auguste Comte, – a primeira já se encontra no início do livro – e menções ao positivismo. Outros pontos a serem destacados são: a utilização da história e o capítulo *Idéias e definição de Lógica*, incluídos no manual. Eles também fazem menção a Condorcet²³, um dos autores indicados por Comte.

O “*Curso Elementar de Matemática – Arithmetica*” é escrito tendo, entre seus conteúdos, as progressões aritmética e geométrica, dispostos exatamente antes do capítulo sobre logaritmos, de modo a dar subsídios para o leitor acompanhar o desenvolvimento do tópico subsequente. Na avaliação de Valente (2000, p. 207), “a estruturação do livro procura ser algo original, organizada a partir do fio condutor *números*”, contudo, “do ponto de vista do desenvolvimento do texto” trata-se “de uma Aritmética como a de Ottoni”.

É preciso sublinhar que os irmãos Reis não são os primeiros autores a incluírem as progressões e os logaritmos em um texto destinado ao ensino secundário. Averiguamos esse fato ao analisarmos a 15ª edição, publicada em 1857, dos *Éléments D’Arithmétique* de Louis Pierre Marie Bourdon. Este ao iniciar o capítulo sobre a “*Théorie des Progressions et des Logarithmes*”, ressalta que um tratado de Aritmética seria incompleto se não se referisse, ao menos, às primeiras noções da teoria dos logaritmos.

Ao enveredarmos pela matriz da Aritmética, imposta no século XVIII, pelo francês Étienne Bézout (1730-1783), verificamos que a sua *Arithmétique*²⁴ já contemplava

²³ Trata-se do filósofo e matemático francês Marie Jean Antoine Nicolas de Caritat, marquês de Condorcet (1743 - 1794). Ele participou da Revolução Francesa e é considerado o “pai do positivismo”. Comte exalta a obra de Condorcet, *Esboço de um quadro histórico dos progressos do espírito humano*, e afirma que o marquês teria sido o seu “imediate predecessor” (COMTE, 1996).

²⁴ De acordo com Valente, a Aritmética de Bézout foi impressa em 1764, tornando-se conhecida sob diversos títulos e reedições do século XVIII ao século XIX. Através do catálogo da Bibliothèque Nationale de France, é possível verificar que a obra teve mais de 75 edições, em língua francesa, entre 1770 e 1868, sendo um verdadeiro *best seller*, e também teve várias edições

progression arithmétique, progression géométrique e logarihmes, muito antes de Bourdon. Utilizado no original e, depois, traduzido para o português, o livro de Bézout se tornou uma referência no Brasil.

Pudemos constatar, na análise realizada por Valente (2002) de vários manuais de matemática, a presença de progressões e logaritmos em outros compêndios. Ele também cita, entre os franceses, Bézout e Bourdon, sendo o último reimpresso vinte vezes, entre 1824 e 1872. Bourdon é um dos autores que Ottoni compila, trazendo a público sua primeira edição em 1852, que se torna referência no país. Em relação aos autores brasileiros, as indicações são da *Apostillas de Álgebra*, de Luiz Pedro Drago, de 1868, e o *Tratado de Arithmetica*, de João Antonio Coqueiro, publicado em 1890 (VALENTE, 2002). Nossa análise incluiu a quinta edição do *Explicador de Arithmetica*, de Eduardo Castro, do ano de 1880, e a oitava edição dos *Elementos de Arithmetica*, de Cristiano Benedito Ottoni, publicada em 1888, em ambas, igualmente, se constata a inclusão das progressões por diferença, progressões por quociente e dos logaritmos.

Faz-se necessário destacar que os irmãos Reis, informam ao leitor que os logaritmos apresentam duas origens – uma aritmética, pela qual são comparadas duas progressões aritmética e geométrica, e outra algébrica, na qual os logaritmos são considerados como expoentes capazes de adaptar uma base à representação de todos os números possíveis. Deste modo, eles tinham ciência da segunda maneira de se definir o logaritmo, no entanto, não a apresentam e se fixam apenas na mais tradicional e utilizada em outras obras de Aritmética, até então.

Entendemos que, a definição e construção da ideia de logaritmo, partindo de uma análise do comportamento de séries de progressão geométrica e aritmética, tal como foi pensada inicialmente, fazendo uma associação dos termos dessas progressões, está em conexão com a tradição histórica do seu desenvolvimento. E seria se valendo de várias abordagens históricas que os irmãos Reis enriquecem sua obra, dentro do espírito comtiano de valorização da História das Ciências.

Além de Bézout e Bourdon, mencionamos autores nacionais, com publicações anteriores à década de noventa do século XIX, os quais integravam os logaritmos em seus livros apresentando uma definição pautada nas progressões aritmética e geométrica. Esses poucos exemplos citados já são suficientes para uma inferência: a de que Aarão e Lucano Reis, apesar de serem positivistas como Benjamin Constant, muito provavelmente, quando se tratava de elencar um rol de conteúdos e o seu encadeamento no livro, estariam mais comprometidos com o que já estava fixado por outros autores que lhes antecederam. Então, muito mais do que atender a uma legislação ou à vertente histórica dos logaritmos, os irmãos Reis fizeram uma seleção respeitando os saberes pré-estabelecidos dentro da Aritmética. Seria algo inovador para a época, se eles integrassem os logaritmos através de uma definição algébrica, já que a mencionaram em seu livro, porém, não o fizeram e se eximiram de dar maiores detalhes sobre a mesma.

Levando em conta os aspectos citados, dentro do referencial ditado por André Chervel (1990), para este caso específico, teríamos as *finalidades reais* transformadas em

em outros idiomas. Em Portugal, a obra foi traduzida por ordem do Marquês de Pombal (VALENTE, 2002, p. 79-81).

finalidades de objetivo. Tópicos que eram normalmente incluídos em livros estrangeiros, faziam parte dos livros nacionais e já eram ensinados pelos professores no Brasil e, por força da lei, passavam a ser incluídos oficialmente nos programas escolares. Como já explicitado anteriormente, as progressões aritméticas, geométricas e logaritmos foram tópicos incorporados aos saberes escolares, através da Reforma Benjamin Constant, sendo a primeira vez que aparecem efetivamente em uma legislação educacional no ano de 1890.

Constatamos um direcionamento para o currículo da Aritmética, que se tornou oficial através da legislação; esta só legitimou conteúdos que já estariam estabelecidos, pelo menos em algumas instituições escolares e incluídas em manuais de Aritmética. Neste contexto, essa proposta foi seguida por outros autores e, a partir desta reforma, os novos conteúdos foram incorporados, oficial e definitivamente, aos programas escolares.

Atualmente, em relação aos logaritmos, nos livros didáticos de Matemática, os autores partem de uma definição algébrica apoiada na ideia de potência e do estudo das funções. Embora a definição aritmética, baseada nas progressões aritmética e geométrica tenha sido abandonada, segue-se a tradição imposta, primeiramente pelos manuais e, posteriormente, em termos da legislação, no século XIX, para a ordem desses conteúdos. Os livros didáticos continuam apresentando as progressões aritméticas e as geométricas antes dos logaritmos, em uma tradição que se perpetua há mais de um século.

Referências

- BELTRAME, J. **Os Programas de Ensino de Matemática do Colégio Pedro II: 1827-1932**. 2000. 259f. Dissertação (Mestrado em Matemática). Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2000.
- BITTENCOURT, Circe Maria Fernandes. **Livro didático e saber escolar (1810 – 1910)**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2008.
- BLAKE, Augusto Victorino Alves Sacramento. **Diccionario bibliographico brasileiro**. Rio de Janeiro: Typographia Nacional, 1883.
- BRASIL. Decreto 981 de 8/11/1890. In: **Coleção de Leis do Brasil**. Rio de Janeiro: Imprensa Nacional, 1890. Vol. Fasc. XI. p. 3474.
- BÉZOUT, Éiéenne. **Arithmétique a la usage de la Marine et de L'Artillerie**. Paris: Chez C.-F. Patris, 1814.
- BOURDON, Louis Pierre Marie. **Éléments D'Arithmétique**. 15. ed. Paris: Bachelier, 1857.
- CASTRO, Eduardo Sá Pereira de. **Explicador de Arithmetica**. 5. ed. Rio de Janeiro: Nicolao Alves editor, 1880.
- CHERVEL, André. História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. In: **Teoria & Educação**. n. 2, p. 177-229, 1990.
- COMTE, vida e obra. São Paulo: Nova Cultural, 1996. (Os pensadores).
- ENCICLOPÉDIA ITAÚ CULTURAL. Disponível em:
<<http://enciclopedia.itaucultural.org.br/pessoa4987/aarao-reis>>. Acesso em: 5 abr. 2015.

GOMES, Maria Laura de Magalhães. História da matemática e positivismo nos livros didáticos de Aarão Reis. **Revista Brasileira de História da Educação**, n. 18. p. 69-94, set./dez. 2008.

REIS, Aarão; REIS, Lucano. **Curso elementar de matemática: aritmética**. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 189-.

OTTONI, Cristiano Benedito. **Elementos de Arithmetica**. 8. ed. Rio de Janeiro: Laemmert & C., 1888.

REVISTA Brasileira de Estatística, ano III, n. 12, p. 700, out./dez. 1942.

SALGUEIRO, Heliana Angotti. **Engenheiro Aarão Reis: o progresso como missão**. Belo Horizonte: Fundação João Pinheiro/Centro de Estudos Históricos e Culturais, 1997.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO. **Escola Politecnica – História**. Disponível em: <http://www.poli.ufrj.br/politecnica_historia.php>. Acesso em: 30 jul. 2015.

VALENTE, Wagner Rodrigues. **Uma história da matemática escolar no Brasil (1730-1930)**. São Paulo: Annablume/Fapesp, 2002.

VALENTE, Wagner Rodrigues. Positivismo e matemática escolar dos livros didáticos no advento da república. **Cadernos de Pesquisa**, n. 109, p. 201-212, mar. 2000.

ZUIN, Elenice de Souza Lodron. **Livros didáticos como fontes para a escrita da história da matemática escolar**. Guarapuava: SBHMat, 2007. (Coleção História da Matemática para Professores).

Elenice de Souza Lodron Zuin

Instituto de Ciências Exatas e Informática – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais – Minas Gerais/Brasil

E-mail: elenicezuin@gmail.com; elenicez@pucminas.br

Rogéria Teixeira Urzêdo Queiroz

Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais – Minas Gerais/Brasil

E-mail: rogeriatuq@gmail.com