

A PRESENÇA DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE ÁREA E SUA MEDIDA

THE PRESENCE OF HISTORY OF MATHEMATICS IN THE CONSTRUCTION OF CONCEPT THE AREA AND YOUR MEASUREMENT

Edilene Simões Costa dos Santos
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – UFMS/Brasil

RESUMO

Este artigo apresenta um recorte da pesquisa de doutorado que analisou o uso da história da matemática na concepção de circunstâncias produtoras e sistematizadoras do conceito de área como grandeza autônoma. Para tal elaboramos e analisamos uma sequência de atividades desenvolvida em duas turmas de quinto ano do ensino fundamental, em duas escolas da rede de ensino público do Distrito Federal. Trabalhamos com a pesquisa-ação. Constatamos o crescimento gradativo do aluno na construção do conceito e na compreensão que os conhecimentos são construídos em processo que envolve tempo, conhecimentos, contextos e pessoas. Ao final os alunos demonstraram identificar área como grandeza, não confundindo superfície com sua área e nem área com número.

Palavras-chave: História da matemática. Pesquisa-ação. Grandeza. Área.

ABSTRACT

This article presents part of doctoral research which analyzes the use of history of mathematics in the conception of circumstances that produce and systematize the concept of area as an autonomous greatness. The method used was research-action. The completion of the proposed work took place through the organization, implementation and analysis of a sequence of activities held in two fifth grade classes in two schools in the public schools of Distrito Federal. We noted the gradual growth of the student in the construction concept and in the understanding that knowledge is constructed process that involves time, knowledge, contexts and people. At the end the students demonstrated identify the area as autonomous greatness, did not confusing surface with your area and neither area with number.

Keywords: History of mathematics. Research-action. Greatness. Area.

INTRODUÇÃO

Este artigo tem por objetivo apresentar um estudo que tem como objeto a potencialidade da história da matemática como elemento norteador de decisão quanto aos procedimentos pedagógicos a serem utilizados na construção do conceito pelo aluno, ou seja, um instrumento que permeia todo o processo de ensino e aprendizagem de determinado conteúdo. Debruçamo-nos sobre o conceito de área como grandeza autônoma e sua medida por meio de uma proposta de atividades fundamentadas nas concepções históricas da matemática para o ensino e aprendizagem desse conceito no 5º ano do ensino

fundamental. Dessa forma, a proposta foi validada por meio da aplicação de atividades a dois grupos de alunos de quinto ano de duas escolas da rede pública do Distrito Federal.

Ao iniciar este trabalho, julgamos importante realizar uma pequena análise entre o papel do historiador e do educador nesse contexto. O historiador, a partir de um conjunto de fontes primárias, elabora uma história. A depender de seu interesse, o professor faz uso dessa história para tomar decisões pedagógicas relativas ao ensino de determinado conteúdo. Essa ação pode ser sempre reelaborante e tem como pano de fundo os objetivos didáticos pedagógicos que visam não à assimilação da história da matemática em si, mas à aprendizagem do desenvolvimento epistemológico de conceitos e de procedimentos matemáticos, por meio de atividades didáticas baseadas na conexão entre a resolução de problemas e o contexto histórico de proposição de superação de tais problemas.

Mendes et.al (2009, p. 10) apresentam algumas dificuldades na utilização da história no ensino da matemática, dentre as quais queremos considerar nesse momento: “o despreparo dos professores que não tiveram tanto em sua formação inicial quanto na continuada, oportunidades de estudo da história da matemática e de análise das possibilidades de inserção desta história em suas práticas pedagógicas”.

Mendes (2009a, p. 78) afirma: “o uso didático da história da matemática em sala de aula requer um entendimento profundo da própria matemática e do seu desenvolvimento histórico-epistemológico para que assim seja garantido o significado dessa abordagem pedagógica”.

Ao nos pautarmos nos aspectos históricos da matemática, visando à construção do conceito de medidas de área, pela experiência direta do aluno no contexto da investigação em sala de aula, foi de fundamental importância levantar informações úteis à nossa ação didática no material histórico existente em diferentes fontes. Então, julgamos interessante tecer um breve comentário sobre a nossa fonte de pesquisa como educador, que difere do historiador.

O historiador pode realizar seu trabalho via fonte primária ou secundária. Quando o acesso é possível, ele vai a essas fontes para construir uma história. Ele utiliza um conjunto de fontes primárias e, a partir do seu olhar sobre as mesmas, por meio alguma metodologia, por exemplo, os positivistas agrupam os fatos cronologicamente, analisam os documentos e contam a história a partir dessa documentação. É factível, também, “fazer” a história na qual há mais liberdade para tirar conclusões, levantar conjecturas e tentar construir uma história. Ele está interessado nas provas que estas podem fornecer e contribuir para o desenvolvimento do conhecimento por meio da produção de fontes secundárias.

No caso da secundária, busca-se aproximar o máximo possível de uma fonte primária, por exemplo, não temos acesso a uma história egípcia, temos acesso a livros, como de Gillings (1972), que é considerado quase uma fonte primária por ser referencial à grande maioria dos livros de tal tema. Então, por não ter acesso a fontes primárias, o pesquisador vai a textos que foram escritos a partir de tais fontes. Nós, educadores, teremos, por fonte de pesquisa, o material produzido pelos historiadores e por professores pesquisadores, além do material de origem didática. E a nossa metodologia, para análise de tais fontes, não será a da história. No entanto, o zelo para não transmitir fatos históricos

errados é essencial e ético. Assim, nos apropriamos das fontes que são da confiança da atual comunidade científica e confiamos nelas para fazer o nosso trabalho.

Quanto ao material de origem histórica, este pode orientar na estrutura da sequência de atividades, mas, por serem fontes secundárias, ou elaboradas a partir delas, torna-se imprescindível a realização de análises das informações. Quando se tem uma informação histórica na fonte didática, é necessário confirmá-la na fonte histórica por ela indicada, pois, na fonte didática, o autor pode ter usado sua criatividade para abordar o fato histórico e ter elaborado reflexões que não são necessariamente uma fonte.

FONTES HISTÓRICAS E O EDUCADOR MATEMÁTICO

Para Benjamin (1994, p. 229), “a história é objeto de uma construção cujo lugar não é o tempo homogêneo e vazio, mas um tempo saturado de agoras”. Segundo esse autor, articular o passado historicamente não significa conhecer como ele foi e sim apropriar-se de uma reminiscência, tal como ela retorna em dado momento.

Em que pese uma história não ser o fato em si e, sim, a narrativa de alguém de acordo com suas perspectivas, é interessante refletirmos sobre o que “acrescenta” o professor que reelabora fatos a partir de objetivos didático-pedagógicos e que não é historiador, mas se apropria da produção deste levando em conta que:

- é educador, e tem por fonte a produção de historiadores, e pressupõe que o conteúdo do texto histórico é uma “verdade”;
- transforma o texto, o contexto e o fato certificando a produção histórica com a pedagogia voltada à aprendizagem de conceitos matemáticos contextualizados;
- há uma carga pesada de transposição didática, buscando motivar o aluno para a aprendizagem matemática pelo interesse e pelo conhecimento dos contextos de produção histórica da matemática;
- corre sempre o risco de transformar a história da matemática, que deveria ser o pano de fundo do processo de aprendizagem, em objeto de conhecimento a ser ensinado, desvirtuando o objetivo primeiro e confundindo meios e fins.

Segundo Tzanakis e Arcavi (2000), o estudo em história da matemática tem como material de referência três tipos de fontes: (a) material de fonte primária, documentos matemáticos originais; (b) material de fonte secundária, que podem ser livros com narrativas da história, interpretações, reconstruções entre outros; (c) material de origem didática, literaturas elaboradas a partir dos escritos primários e secundários com uma abordagem didática e com o olhar inspirado pela história. Para esses autores, das três categorias apresentadas, a mais carente no campo educacional é a terceira, material como recurso didático. Professores e educadores matemáticos são encorajados a desenvolver, individualmente ou em colaboração, o seu próprio material nesta categoria e torná-lo disponível para toda a comunidade.

Sendo assim, o “olhar” na pesquisa não foi de historiador, mas de educador, pois tratou de uma apropriação da história. Nesse trabalho não buscamos escrever uma história, mas, a partir dela, apresentar uma proposta de ensino e aprendizagem para a matemática sem ficarmos amarradas a conceitos e processos históricos, pois também não desejamos ensinar história da matemática aos alunos do 5º ano. Fauvel e Van Maanen (2000) afirmam

que há diferença entre ensinar história da matemática e utilizar a história para ensinar matemática; Brolezzi (1991) considera:

Fazer uso da história da matemática para ensinar matemática elementar não se reduz ao simples ato de contar histórias: é necessário captar a forma de pensar, a lógica da construção matemática. Isso faz com que seja fundamental para quem queira fazer uso didático da história da matemática, conhecer primeiro suas fontes (BROLEZZI, 1991, p. 7).

A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Ao refletir acerca da função da história da matemática na educação matemática, encontram-se algumas proposições e argumentações favoráveis e outras questionadoras. O interesse desse trabalho é argumentar a favor, pois aprender matemática como conhecimento e instrumento de desenvolvimento humano pode ser expresso em uma perspectiva mais ampla do que o domínio da didática da matemática, se as atividades matemáticas forem inspiradas em situações problemas e os temas de estudo tiverem significado social, político e cultural para o aluno.

Miguel e Miorim (2004) destacam algumas potencialidades da história da matemática, dentre elas a sua utilização como instrumento de promoção da aprendizagem significativa e compreensiva da matemática. Esses autores elencam alguns argumentos de natureza epistemológica e outros de natureza ética para justificar o uso da história no ensino e aprendizagem da matemática.

O valor metodológico da história, também, é considerado por Brolezzi:

A ordem lógica mais adequada para o ensino de matemática não é a do conhecimento matemático sistematizado, mas sim aquela que revela a matemática enquanto Ciência em construção. O recurso à história da matemática tem, portanto, um papel decisivo na organização do conteúdo que se quer ensinar, iluminando-o, por assim dizer, com o modo de raciocinar próprio do conhecimento que se quer construir. (BROLEZZI, 1991, p.2)

Gaspar (2003) analisa a possibilidade de a história da matemática mudar a percepção e entendimento dos professores sobre a matemática, influenciando na maneira como ela é ensinada e, finalmente, afetando o modo como os estudantes a percebem e a entendem. Para promover o ensino e aprendizagem de maneira política, histórica e social, o educador matemático deve compreender o seu real papel nesse processo e considerar que a matemática é prática cultural de um povo. Assim, como entender que aprender matemática é muito mais que decorar fórmulas, repetir modelos, exercitar técnicas; é necessário compreender que a matemática não pode ser vista apenas em seu caráter formal.

Ainda concordando com Gaspar (Ibid., p. 38), “uma jornada por meio dessa história instrumentalizaria os estudantes a construir significados matemáticos e a apoiarem suas novas concepções sobre a matemática, mudando suas crenças e atitudes com relação à disciplina e seu ensino”.

Em Mendes (2006), o uso pedagógico das informações históricas baseia-se no ensino de matemática centrado na investigação, direcionando o professor e o aluno à

compreensão das estruturas cognitivas estabelecidas pelo homem no seu contexto sociocultural e histórico, na busca de respostas às questões ligadas ao campo da matemática como uma das formas de explicar e compreender os fenômenos da natureza e da cultura.

Pelas ideias de Tzanakis e Arcavi (2000), existem três formas nas quais a história da matemática pode ser integrada à educação matemática: (1) aprendizagem da história por meio do fornecimento direto de informações históricas; (2) ensino e aprendizagem de temas matemáticos inspirados pela história; (3) desenvolvimento de uma consciência mais profunda, tanto da própria matemática como dos contextos culturais e sociais nos quais a matemática tem sido desenvolvida.

Miguel (1997) destaca algumas potencialidades da história da matemática, dentre elas sua utilização como instrumento de promoção da aprendizagem significativa e compreensiva da matemática. Todavia, como ressaltado anteriormente, existem alguns argumentos questionadores em relação ao uso da história, no ensino e na aprendizagem de conceitos matemáticos, fundamentados na possibilidade de ela vir a ser um obstáculo à aprendizagem. A título de exemplo, dois fatores que consideramos relevantes nesse trabalho: o fato de o elemento histórico ser um fator complicador e a ausência do sentido do tempo/processo histórico na criança e no jovem.

Podemos citar outros autores como Vianna (1995), Miguel e Miorim (2004), que consideram alguns argumentos questionadores das potencialidades pedagógicas e didáticas da história. Tzanakis e Arcavi (Ibid., p. 203) os classificam em filosóficos e de natureza prática.

Com base nessas concepções, as informações podem ser usadas na produção de matemática escolar, desde que o professor consiga desenvolver em suas aulas uma dinâmica experimental investigatória como princípio científico e educativo por meio de levantamento e verificação de suas hipóteses acerca de atividades manipulativas extraídas da história da matemática. Para este trabalho tomamos por base autores que defendem suas potencialidades como Mendes (2006, 2009a, 2009b), Miguel e Miorim (2004), Fauvel e Van Maanen (2000), entre outros. Para as concepções históricas desse estudo, o conceito da grandeza área e de medida de área, as referências básicas foram autores pesquisadores de fatos históricos como Amma (1979), Gillings (1972), Katz (1998), Sarasvati (1987).

AS ATIVIDADES

Adotamos, na pesquisa, o construto teórico do conceito de área como grandeza autônoma, pertencente ao campo das grandezas geométricas definida por Douady & Perrin-Glorian (1989). Segundo estas autoras, o conceito de área pode ser classificado conforme duas concepções, as geométricas, que se caracterizam pela confusão entre área e superfície, perímetro e contorno; e as numéricas, que tratam os aspectos pertinentes ao cálculo. As autoras referem-se à área como uma grandeza, distinguindo área de figura, pois figuras distintas podem ter mesma área; também distinguindo área de número, pois ao medirmos a área de uma figura com diferentes unidades, obtemos números diferentes para expressar a medida de área. Ou seja, tomamos área como uma grandeza autônoma, pertencente ao campo das grandezas geométricas.

A abordagem de área como grandeza articula-se, do ponto de vista do desenvolvimento cognitivo, com a ideia de conservação, e permite aos alunos o estabelecimento das relações necessárias entre os quadros geométrico e numérico. Logo, em nosso trabalho, houve uma prevalência do tratamento do conceito de área vinculando o quadro numérico ao quadro geométrico (DOUADY, 1992).

Elaboramos uma sequência de atividades tomando por base situações e concepções históricas da construção do conceito de área e sua medida, sem utilizar a história para revisar como o conceito foi construído por meio das civilizações e seguindo todos os processos cronológicos na construção de tal conhecimento. Buscamos elementos que indicassem essa construção e, a partir dessa compreensão, definimos escolhas de conhecimentos e procedimentos para a elaboração de atividades que favorecessem aos alunos a construção do conceito de área como grandeza autônoma e sua medida.

A sequência de atividades compreendeu quatro etapas: estudos e análises preliminares, concepção das atividades, desenvolvimento das atividades em sala de aula e análise das produções dos alunos.

Para estruturar a ordem de aplicação das atividades, tomou-se como referência o trabalho desenvolvido por Douady e Perrin-Glorian (1989), que distingue três pontos na aprendizagem de área: (1) Construir a noção de área como grandeza autônoma pela comparação direta de duas superfícies por inclusão ou indireta por recorte e colagem; (2) estender a aplicação de medida às áreas de superfícies que não podem ser recobertas por quadrados de medida de área unitária, ou seja, por quadrados de lado iguais a uma unidade; (3) apontar as diferenças entre comprimentos e área.

Elaboramos uma relação das atividades que compõem a sequência:

Quadro 1: Sequência de atividades

Atividade	Eixo	Objetivo
1	Eixo 1: comparação direta de superfícies por meio da inclusão.	Perceber que se uma figura ²⁹ está contida na outra por isometria, então a área da primeira é menor do que a área da segunda.
2	Eixo 1: comparação direta de superfícies por meio da inclusão.	Perceber que, se uma figura é obtida de outra, retirando parte da primeira, a segunda está contida na primeira e a área da segunda é menor do que a área da primeira.
3	Eixo 1: comparação direta de superfícies por meio da inclusão.	Comparar as áreas de um conjunto de figuras e colocá-las em ordem crescente da área.
4	Eixo 1: comparação direta de superfícies por meio da inclusão	Perceber que: - dados dois quadrados, o que tem a maior área é aquele que tem o maior lado. - dados dois polígonos regulares de mesmo número de lados, tem a maior área aquele que tem o maior lado.

²⁹ Figura, neste trabalho, é uma superfície limitada e fechada contida no plano.

5.1	Eixo 1: comparação indireta de superfícies por recorte e colagem	Instrumentalizar os alunos para resolverem o problema de transformar um quadrado em um retângulo de mesma área. Levar o aluno a perceber que, quando decompos uma figura e reorganizamos as partes sem superposição, a figura resultante tem a mesma área da primeira e essa área é igual à soma das áreas das partes
5.2	Eixo 1: comparação indireta de superfícies por recorte e colagem	Levar os alunos a perceberem que, quando decompos uma figura e reorganizamos as partes sem superposição, a figura resultante tem a mesma área da primeira e, essa área é igual à soma das áreas das partes. Transformar um retângulo em quadrado de mesma área. Transformar o quadrado em retângulo de mesma área
6	Eixo 1: comparação indireta de superfícies por recorte e colagem	Perceber, por recorte e colagem, que figuras diferentes podem ter a mesma área. Rever os conhecimentos trabalhados nas atividades anteriores.
7	Eixo 1: comparação indireta de superfícies por recorte e colagem	Identificar o quadrado e seus atributos. Perceber que a área de um quadrado é igual ao dobro da área do triângulo que se obtém cortando o quadrado ao longo de uma das suas diagonais. Perceber que é possível decompor o quadrado em dois retângulos de mesma área e que é possível construir um quadrado que tenha a metade da área de um quadrado dado.
8	Eixo 1: comparação indireta de superfícies por recorte e colagem	Resolver o problema da duplicação do quadrado. Reconhecer que a área do quadrado construído sobre a diagonal de um quadrado é o dobro da área do quadrado dado.
9	Eixo 1: comparação indireta de superfícies por recorte e colagem	Trabalhar com a duplicação do quadrado. Construir um quadrado igual em a um triângulo isósceles dado. Verificar a conservação de área na transformação do triângulo isósceles em quadrado.
10.1	Eixo 1: comparação indireta de superfícies por recorte e colagem	Identificar formas geométricas, comparar áreas.
10.2	Eixo 1: comparação indireta de superfícies	Perceber que a área de uma figura não muda, mas sua medida depende da unidade de medida

	por recorte e colagem	escolhida. Transformar uma superfície não pavimentada em pavimentada. Calcular área por pavimentação tendo uma unidade de medida definida
10.3	Eixo 1: comparação indireta de superfícies por recorte e colagem Eixo:3 apontar as diferenças entre comprimentos e área.	Construir figuras com as peças do tangram e comparar as áreas. Trabalhar o conceito de perímetro.
11	Eixo 1: comparação indireta de superfícies por recorte e colagem	Evidenciar a natureza de uma unidade quadrada de área. Calcular a área da figura utilizando como unidade o quadrado. Escolher uma subunidade do quadrado para medir a área. Calcular a área de cada figura, adotando, como unidade de medida, o quadrado da malha na qual ela está desenhada.
12	Eixo 2: estender a aplicação de medida às áreas de superfícies que não podem ser recobertas por quadrados de área unitária.	Por recorte e colagem, transformar uma superfície não pavimentada em superfície pavimentada.
13.1	Eixo 1: comparação indireta de superfícies por recorte e colagem Eixo 2: estender a aplicação de medida às áreas de superfícies que não podem ser recobertas por quadrados de área unitária.	Trabalhar com a unidade quadrada. Construir, no geoplano, polígonos cujo perímetro é dado. Comparar as áreas.
13.2	Eixo: 3 apontar as diferenças entre comprimentos e área.	Perceber que polígonos de mesmo perímetro podem ter áreas iguais ou diferentes. Entender que a medida do perímetro não tem relação com a medida da área. A unidade utilizada, para a medida do perímetro, é a distância entre dois pregos e não a diagonal do quadrado formado por eles.
13.3	Eixo: 3 apontar as diferenças entre	Identificar área e perímetro de figuras não convexas.

	comprimentos e área.	
13.4	Eixo 2: estender a aplicação de medida às áreas de superfícies que não podem ser recobertas por quadrados de área unitária.	Consolidar os conceitos de área.
14	Eixo 2: estender a aplicação de medida às áreas de superfícies que não podem ser recobertas por quadrados de área unitária.	Promover situações que provoquem no aluno procedimentos para a medição de área para além da contagem de quadradinhos; transformar uma superfície não pavimentada em superfície pavimentada; tomar a decisão de fazer uma contagem por aproximação.
15	Eixos: 1,2 e 3	Compreender que a área de um quadrado é uma unidade de medida e essa unidade varia de acordo com a medida do lado do quadrado. Compreender o metro quadrado como unidade padrão. Analisar algumas relações entre as unidades de medidas do sistema métrico decimal.

Uma vez construídas as atividades, questionamos: como verificar se o aluno construiu o conceito, como analisar seus procedimentos para ao final garantirmos que por meio da história ele constrói conhecimentos? Optamos pela Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990,1996). Então, as atividades apresentavam situações de desestabilização fundamentadas na concepção histórica da matemática.

Tais situações tinham como função provocar ações de atividade no sujeito nas quais ele organizava o pensamento para a resolução, e a partir de um esquema ele construía novos esquemas. O sujeito só constrói novos esquemas se os mobilizados por ele não dão conta de obter uma resposta desejável, o que desestabiliza o aluno levando-o a novos investimentos. A situação é para o sujeito e o conceito é aquilo de que ele se apropria e reelabora para dar conta de novas situações. Ele realiza uma síntese de conceitos anteriores de forma racional e criativa. Por isso falamos em construção de conhecimentos pelo aluno. Não se trata de conceitos prontos, explicitados em um livro ou no quadro da sala de aula pela professora, ou seja, o conceito e sua formalização não estão restritos ao espaço de uma mensagem linguística.

Verificamos os invariantes operatórios produzidos pelos alunos inseridos nas situações de contexto histórico do conceito de área e sua medida. Nas análises, verificamos as conceitualizações implícitas nas ações dos alunos, os procedimentos de resolução, os erros e os acertos cometidos nas resoluções das situações, uma vez que os invariantes operatórios não são verdadeiros ou falsos, pois o conhecimento em ação nos permite agir

em determinada situação independente de ser apropriado, ou não, segundo um determinado critério científico (VERGNAUD, 1990).

Para analisarmos as representações produzidas pelos alunos, apoiamo-nos na teoria dos registros de representação semiótica de Duval (1994, 2003). A função da representação é ajudar o pensamento e a organização da ação. O registro de representação é um sistema de signos que podem desempenhar as funções de comunicação, processamento e objetivação. Segundo esse autor, só é possível conhecer, compreender e aprender matemática pela utilização das representações semióticas do objeto matemática.

Duval e Vergnaud fundamentam-se em operações cognitivas do pensamento para compreender o processo da conceitualização pelo sujeito. Embora Duval não trate explicitamente da construção do conceito, para ele, estudar o processo de conceitualização em matemática significa considerar a conversão, os tratamentos e a coordenação entre os registros de representação semiótica. A conceitualização implica em uma coordenação de diferentes registros de representação. Nas análises, buscamos interpretar as representações produzidas pelos alunos, o que nos ajudou a realizar intervenções mais adequadas no que se refere à construção do conceito de área como grandeza e a sua medida.

Na aplicação e na análise das atividades, com base nas duas teorias citadas, reconhecemos três princípios. O primeiro é a experiência física e visual por meio da manipulação e experimentação, na qual observamos a manifestação das primeiras impressões do conhecimento apreendido durante a interação sujeito-objeto vivenciada na produção do conhecimento. O segundo é a verbalização, que ocorreu por meio da comunicação verbal dos fatos experimentados e compreendidos pelos alunos, num processo de socialização das ideias apreendidas, ação-reflexão revelando o caráter comunicativo e social do processo de ensino e da aprendizagem. O terceiro é abstração ou tomada de consciência de regras matemáticas, evidenciada pela representação dos resultados obtidos (MENDES, 2001).

CONCLUSÃO

A análise da significação do conhecimento por meio dos desenhos e figuras construídas pelos alunos e da identificação nas situações dos teoremas-em-ação e dos conceitos- em- ação aponta a evolução temporal do conhecimento dos alunos e nos revela a compreensão que os alunos tiveram no processo de formação do conceito de área e sua medida.

Verificamos que, ao longo das atividades, os estudantes foram identificando a área como grandeza, já que, para resolverem as situações dadas, utilizaram a visualização, a decomposição, a composição das figuras e das unidades e, nas tomadas de decisões, para resolução, não confundiram superfície com área, pois apreenderam que a área é uma grandeza associada à superfície. Os alunos também apresentaram estratégias que nos levaram a considerar que eles estavam dominando o conhecimento de que a decomposição e a reconfiguração da figura, sem perda nem acréscimo de partes, conserva a medida de área; então, pode-se transformar a figura em outra figura cuja medida da área já era conhecida.

Os sujeitos calcularam a medida da área pela soma das áreas das subfiguras que preenchiam a figura dada. Adquiriram, de acordo com Duval (1994), que, por meio da apreensão perceptiva, a habilidade de interpretar figuras geométricas pela sobreposição das mesmas, conceitualizando que as figuras podem ter áreas diferentes ou iguais e que, ao compará-las, a que “cabe” dentro da outra tem área menor. A medida da área de uma superfície (uma figura) depende da unidade de medida que está sendo utilizada. Os alunos também evidenciam a compreensão de que, na medida de área, o número está associado à grandeza, ou seja, a medição depende da unidade escolhida. Assim, a área não é igual a um número, pois esse pode mudar de acordo com a unidade escolhida para fazer a contagem.

Os estudantes também demonstraram compreender que, para determinar a medida da área, devemos comparar essa área com a unidade de medida. No entanto, para isso, a medição não depende do recobrimento da figura utilizando uma quantidade finita de áreas unitárias da mesma forma da unidade dada. Se isso não for possível na figura dada, ele pode criar outros procedimentos de medida. Percebemos que os alunos não confundiram contorno com superfície, e o perímetro com área. Compreenderam que medir área é comparar duas áreas entre si, ou seja, verificar quantas vezes uma área tomada como unidade de medida cabe em outra área. Apresentaram a compreensão da relação entre o número e a unidade de medida ao afirmar que a área pode ser a mesma, mas ter medida de área diferente de acordo com a unidade de medida utilizada.

Constatamos ainda que a resolução de uma atividade apresentava a familiarização de procedimentos e de conhecimentos estudados em atividades anteriores da sequência o que aponta o crescimento gradativo do aluno na significação do conceito de área e sua medida.

Assim, com base nas concepções históricas, as informações foram usadas na elaboração de atividades que provocaram ações de atividade no aluno nas quais ele organizava o pensamento para a devida resolução, e a partir de um esquema ele construía novos esquemas. O aluno se apropriava dos conceitos elaborados e os reelaborava para dar conta de novas situações. Ele realizava uma síntese dos conceitos anteriores de maneira racional e criativa. Isso também nos permite falar em construção de conceitos matemáticos pelo aluno a partir de conhecimentos fundamentados na história da matemática.

Para esses estudantes, antes da participação na pesquisa, o mundo da matemática era platônico, sua concepção era de uma realidade matemática independente de nossa prática, de nossa linguagem, de nosso mundo.

O trabalho com as atividades fundamentadas na história da matemática permitiu mostrar ao estudante que a matemática é para todos, apesar de requerer esforço, dedicação – se errar não pode desistir, – que é importante experimentar sempre, que as pessoas as quais elaboraram um teorema, não o fizeram da noite para o dia e, muitas vezes, muitas pessoas pensaram naquele teorema e o melhoraram até ele estar na forma como o conhecemos hoje. Logo, os conhecimentos não são prontos e nem instalados de maneira singular e simplória, mas são construídos num processo que envolve tempo, conhecimentos, contextos e pessoas.

É importante, também, tecer alguns comentários acerca do aspecto da linguagem verbal. O trabalho com a história da matemática trouxe contribuições ao desenvolvimento da matemática como linguagem na elaboração do discurso argumentativo pelo aluno.

Mencionamos, a título de exemplo, o questionamento de uma aluna: “os povos antigos transformavam tudo em quadrado para medir a área, mas os gregos dividiam as figuras em triângulos, dos triângulos em retângulos, os retângulos em quadrados. Então, por que a unidade de medida não é o triângulo? Por que nossa unidade é quadrática?” Como não aguardávamos por tal pergunta, não tínhamos a resposta elaborada. Ela continuou argumentando: “veja bem, se eu junto triângulos, tenho quadrado; se corto quadrados, posso ter triângulos; então, a unidade de medida deveria ser o triângulo”. Resguardadas algumas questões conceituais que discutimos com o grupo, como a questão dos triângulos formarem quadrados, a argumentação era pertinente aos seus conhecimentos.

Ficamos satisfeitos com esses e outros argumentos que consideramos serem forjados no cunho histórico presente nas atividades, respondermos: “o que sabemos é que esses povos utilizavam a transformação das figuras em quadrado como um processo para medir as figuras que eles não conheciam a área. Como eles sabiam calcular a área do quadrado, transformavam a figura em quadrado e comparavam suas áreas. Mas por que e quando começaram a utilizar o quadrado como unidade de medida, não sabemos. Vamos pesquisar na história da matemática. Vocês podem nos ajudar?”

Nesse momento, lançamos uma pergunta para eles: “vocês conhecem alguma coisa na natureza que tenha a forma de quadrado? Então, nós vamos buscar na história da matemática a resposta e vocês buscarão na natureza a resposta para a nossa pergunta”. Assim ficou combinado. Poderíamos ter solicitado a eles a pesquisa na história, mas preferimos fazer como se fosse uma parceria e divisão de tarefas. Esperávamos verificar se haveria o encanto pela busca, sem a obrigatoriedade. Alguns que comentaram que apesar da procura não encontraram a resposta.

Pela fala dos alunos, pactuamos que durante a pesquisa eles foram alegres, participativos, criativos; iniciaram a prática da autonomia, do ‘experenciado’, da permissão ao erro ao fazer matemática. Refletiram sobre o fazer matemático. Adotamos Paulo Freire (2000) e utilizamos suas palavras como sintetizadoras desse processo único de aprendizagem: participação, criação e autonomia, ações que nos dão a chave da experiência e a permissão de se arriscar na alegria de novas aprendizagens.

Apontamos, pois, a história da matemática, utilizada como recurso didático, como um espaço de alegria, realização, descoberta do potencial de aprendizagem e de ver o mundo como uma obra em permanente construção, além de exercer um importante papel no processo de ensino e aprendizagem, nos procedimentos e na apropriação significativa do conhecimento matemático e permitir ao professor problematizar situações que tornam a aprendizagem significativa para o aluno.

REFERÊNCIAS

- AMMA, T. A. S. *Geometry in Ancient and Medieval India*. 1a. ed. Índia: Motilal Banarsidass, 1979.
- BENJAMIM, W. *Magia e técnica, arte política: ensaios sobre literatura e História da cultura*. 12. reimp, 7. ed. São Paulo: Brasiliense, 1994.

- BROLEZZI, A. C. *A Arte de contar: uma introdução ao estudo do valor didático da história da matemática*. 1991. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo. 1991.
- DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. *Educational Studies in Mathematics* 20: 387-424, 1989. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1989.
- DOUADY, R. Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement. *Repères IREM* V. 6, p.132-158, 1992.
- DUVAL R. Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique Irem de Strasbourg, n. 17, p.121-137, 1994.
- _____. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). *Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica*. Campinas: Papirus, 2003. p.11-33
- FAUVEL, J.; VAN MAANEN, J. *History in mathematics education: the ICMI Study*. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers, v. 6, 2000.
- GASPAR, M. T. J. *Aspectos do desenvolvimento do pensamento geométrico em algumas civilizações e povos e a formação de professores*. 2003. 307 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.
- GILLINGS, R. J. *Mathematics in the Time of the Pharaohs*. New York: Dover Publications Inc., 1972.
- KATZ, V. J. *A history of mathematics: an introduction*. 2. ed. USA: Addison-Wesley Educational Publishers Inc, 1998.
- MENDES, I. A. *O uso da história no ensino da matemática: reflexões teóricas e experiências*. Belém: EDUEPA, 2001.
- MENDES, I. A.; FOSSA, J. A.; VALDÉS, J. E. N. *A História como um agente de cognição na Educação Matemática*. Porto Alegre: Sulina, 2006.
- MENDES I. A. et al. *História da matemática em atividades didáticas*. 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.
- MENDES I. A. *Investigação histórica no ensino de matemática*. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2009a.
- MENDES, I. A. *Matemática e investigação em sala de aula: tecendo redes cognitivas na aprendizagem*. 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009b.
- MIGUEL, A. As potencialidades pedagógicas da história da matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. *Zetetiké*, v.5, n. 8, jul/dez. 1997. P. 73-105.
- MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. *História na educação matemática: propostas e desafios*. 1 ed., 1 reimp. – Belo Horizonte: Autêntica, 2004.
- FREIRE, Paulo. *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. 15. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2000.
- SARASVATI, S.S. P. *Geometry in ancient India*. Índia: Govindran Hasanand, 1987.
- TZANAKIS, C.; ARCAVI, A. Integrating history of mathematics in the classroom: an analytic survey. In FAUVEL, J.; VAN MAANEN, J. *History in Mathematics Education*:

The ICMI Study. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers, v. 6, p. 201-240, 2000.

VERGNAUD, G. La théorie de champs conceptuels. *Recherches en Didactique de Mathématiques*, 1990, vol 10, n°2.3, p. 133-170. Pensée Sauvage: Grenoble, França.

_____. A teoria dos Campos Conceituais. In: BRUNNER, J. *Didáctica das Matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 155-191.

VIANNA, C. R. *Matemática e história: Algumas relações e implicações pedagógicas*. 1995. 228 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Departamento de Metodologia do Ensino e Educação Comparada da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1995.

Edilene Simões Costa dos Santos

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – UFMS/Brasil

E-mail: edilene.santos@ufms.br.