ASPECTOS EPISTEMOLÓGICOS DOS NÚMEROS DECIMAIS

EPISTEMOLOGICAL ASPECTS DECIMAL NUMBERS

Rosineide de Sousa Jucá

Universidade do Estado do Pará – UEPA/Brasil

Pedro Franco de Sá

Universidade do Estado do Pará – UEPA/Brasil

RESUMO

Neste artigo apresentamos alguns aspectos histórico-epistemológicos dos números decimais, com o intuito de analisarmos as concepções que os números decimais foram adquirindo ao longo do tempo e como se estabeleceram no currículo escolar. Para isso revisamos alguns estudos referentes ao tema e analisamos alguns livros didáticos antigos (1890 – 1960). Pelas análises dos livros percebemos que as concepções dos decimais durante muito tempo mantiveram uma forte relação com os números inteiros e com o sistema de medidas, e bem pouca com as frações decimais.

Palavras-chave: História do ensino da matemática. Epistemologia e história. Números decimais.

ABSTRACT

This work presents some historical and epistemological aspects of decimal numbers, in order to analyze the conceptions that decimal numbers have built up over time and as they settled into the school curriculum. For this review some studies on the topic and analyze some old textbooks (1890-1960). By analysis of the books we realize that the conceptions of decimal long maintained a strong relationship with the integers and the measurement system, and very little with decimal fractions.

Keywords: mathematics teaching of history. Epistemology and history. Decimal numbers.

INTRODUÇÃO

A análise epistemológica apoia-se no desenvolvimento histórico do conceito. Assim, permite identificar as diferentes concepções sobre um determinado objeto, como também permite agrupá-las em classes pertinentes para que se possa fazer uma análise didática. Este tipo de análise permite aos pesquisadores compreender melhor as relações entre os objetos matemáticos e as variáveis didáticas relacionadas ao processo de ensino e aprendizagem. (ALMOULOU, 2007, p.156)

Para Artigue (1990) em um primeiro nível, a análise epistemológica é necessária para que o pesquisador em didática consiga se colocar a distância e controlar as representações epistemológicas das matemáticas para o ensino. Além disso:

Proporciona uma historicidade aos conceitos matemáticos que o ensino usual tende a apresentar como objetos universais tanto no tempo como no espaço.

Proporciona as vezes, uma historicidade, às noções matemáticas, já que o ensino usual cultiva a ficção de um rigor eterno e perfeito das matemáticas. (ARTIGUE, 1990, p.4, tradução nossa)

Sendo assim, a análise epistemológica coloca em evidencia a construção histórica e a evolução do objeto matemático no decorrer do tempo e sua dependência e relações com outros objetos matemáticos. Neste sentido, nos propomos neste estudo a apresentar alguns aspectos histórico-epistemológicos dos números decimais, para analisarmos as concepções que os números decimais foram adquirindo ao longo do tempo e como se estabeleceram no currículo escolar.

Após a sistematização de Stevin (1548-1620), para os números decimais, estes passaram a ser objeto de estudo de muitos pesquisadores, mais especificamente de Brousseau (1981, 2004), tais estudos mostraram que ao longo do tempo os números decimais foram apresentando uma variedade de concepções e que tais concepções acabaram por produzir dificuldades no processo de ensino e aprendizagem para os alunos e até mesmo professores.

A forma como os decimais passaram a ser abordados ao longo do tempo nos programas oficiais de ensino da França, nos permite compreender as diferentes concepções que os decimais foram adquirindo, ora relacionados aos números inteiros naturais, ora aos sistemas de medidas, e poucas vezes as frações decimais. Sendo que tais concepções acabaram por influenciar o ensino dos decimais no Brasil.

Para compreendermos os aspectos epistemológicos dos números decimais realizamos uma revisão de estudos referentes ao tema e nos debruçamos sobre manuais didáticos que remetem ao período anterior a matemática moderna. A escolha pela análise desses manuais didáticos se justifica por representar um modelo de ensino ou concepção de uma dada época. Pois segundo Silva:

Os manuais pedagógicos são assim denominados por terem sido escritos a fim de desenvolverem os temas previstos para o ensino de disciplinas profissionalizantes dos currículos relacionadas com questões de formação docente, no caso aquelas diretamente relacionadas com questões educacionais, a saber, a pedagogia didática, a metodologia e a prática de ensino (SILVA, 2003, p.30).

Neste contexto, essas fontes documentais são relevantes para a pesquisa e representam os discursos orientadores de práticas, presentes na cultura escolar, referente ao ensino dos decimais na França e no Brasil no período de 1890 a 1960, sendo este último, o que antecedeu o movimento da matemática moderna. Ao analisar os livros didáticos é possível elucidar como os números decimais foram abordados em diferentes épocas e como sobreviveram ou se modificaram dentro do currículo escolar, às diferentes reformas de ensino.

ASPECTOS HISTÓRICOS E EPISTEMOLÓGICOS DOS DECIMAIS

As noções matemáticas são objetos de conhecimento construídos, suscetíveis de ser ensinados e utilizados em aplicações práticas. Segundo Chevallard (2005, p. 58), a partir

de uma noção matemática, são desenvolvidas outras noções, a paramatemática e a protomatemática. As noções paramatemática, são noções ferramentas que se utilizam conscientemente na atividade matemática, mas que não são consideradas objetos de estudos em si mesma. A noção protomatemática são aquelas cuja as propriedades são utilizadas para resolver certos problemas, mas a noção não é reconhecida como objeto de estudo e nem como ferramenta útil para o estudo de outros objetos.

Neste sentido, observando-se a trajetória histórica do número decimal, percebemos distintas concepções a respeito destes números. Nos tempos antigos os decimais foram utilizados como medições e representações de quantidades, isto é, eram tratados como uma noção protomatemática. Sua estrutura era mobilizada para usos práticos e suas propriedades para resolver problemas, mas não eram reconhecidos como ferramentas e nem como objeto de estudo. Posteriormente, o número decimal passou a ser uma noção paramatemática, reconhecido como ferramenta, mas não era tratado como objeto de estudo. (BROUSSEAU, 2004, p.206). É com Simon Stevin que os decimais ascendem a uma noção matemática e passam a ser considerados objetos de saber e objeto de saber a ser ensinado.

Simon Stevin (1548-1620) deu o primeiro tratamento sistemático às frações decimais. Ele se dispôs a explicar o sistema de modo elementar e completo. Ele queria ensinar como efetuar, com mais facilidade, as computações por meio de inteiros sem frações. Ele não só compreendeu as frações decimais, mas também lhes deu um sentido, mostrando sua importância para os cálculos dos “números quebrados”. A sistematização de Stevin (1548-1620), no *La Disme* (1585), para as operações com os números decimais, principalmente estabelecendo relações com as operações dos inteiros, facilitou em muito os cálculos da época. Pois ele descreveu em termos expressivos as vantagens, não só das frações decimais, mas também da divisão decimal dos sistemas de peso e medidas.

Este trabalho, intitulado em francês *La Disme*, estabeleceu o método pelo qual todos os cálculos de negócios envolvendo frações podem ser feitos tão facilmente como se envolvesse apenas inteiros. Ele foi o primeiro a estabelecer regras definitivas para as operações com frações decimais. (SMITH, 1958, p.240, tradução nossa).

O *La Disme* de Stevin teve grande influência na prática comercial, na engenharia e na notação matemática. O livro explicava as frações decimais, a notação para as representações decimais, regras para as operações aritméticas e suas justificativas. Essa obra consta de duas partes: *definitions & operations*, a primeira apresenta as quatro definições; e a segunda as quatro operações fundamentais. A definição I enuncia que, o *La Disme* é uma espécie de aritmética que permite efetuar todas as contas e medidas utilizando unicamente inteiros, e as outras definições classificam as posições decimais da progressão. As outras três definições se referem a como escrever os números, usando as simbologias propostas por Stevin, que representou os números decimais da seguinte forma: a unidade é seguida do símbolo (0), o décimo é seguido do (1), o centésimo do (2), e assim por diante. Stevin escrevia 37,875 do seguinte modo:

$$\begin{array}{ccccccc} & (0) & (1) & (2) & (3) & & \\ \mathbf{3} & \mathbf{7} & \mathbf{8} & \mathbf{7} & \mathbf{5} & \text{ ou } & \mathbf{37} & (0) & \mathbf{8} & (1) & \mathbf{7} & (2) & \mathbf{5} & (3) \end{array}$$

Em vez das palavras décimos, centésimos, etc. Stevin usava primo, segundo, etc. O número 3,759 era escrito como 3₍₁₎ 7₍₂₎ 5₍₃₎ 9₍₄₎ e sua leitura era 3 primeira 7 segunda 5 terceira 9 quarto, e, analogamente, este número escrito na forma das frações decimais:

$$\frac{3}{10} \frac{7}{100} \frac{5}{1000} \frac{9}{10000} \quad (\text{STEVIN, 1997, p. 2}).$$

Na segunda parte do *La Disme*, Stevin expõe como podem ser aplicadas de maneira natural as quatro operações fundamentais a esse novo conjunto de números, e demonstra rigorosamente as distintas regras aritméticas. Por último, em um apêndice, se propôs a demonstrar em seus artigos que os cálculos e as medidas podem simplificar-se consideravelmente, introduzindo os números decimais.

Para Briand e Peltier (2010, p. 387) a invenção de Stevin, é uma convenção de escritura e ela conduz a criação de um novo conjunto de números “Les nombres de Disme”, estritamente incluso no conjunto dos racionais. A partir da construção de Stevin, os decimais passam a ter um status de noção matemática.

Stevin introduziu sistematicamente os números geométricos e as funções polinomiais para unificar a noção de números e as soluções dos problemas dos problemas algébricos de sua época. Os decimais aparecem como uma produção concluída desta teoria. Eles tornam-se então um objeto de conhecimento suscetível de ser ensinado e utilizado nas aplicações práticas, nos cálculos, nas constituições de tabelas. (BRIAND E PELTIER, 2010, p. 384, Tradução nossa)

Para Briand e Peltier (2010, p.387) o fato é que a construção dos decimais seja historicamente, tanto uma resposta as questões mais matemáticas, tanto as questões de ordem sócio econômica, seu estudo tem chamado a atenção de muitos pesquisadores.

Segundo Bolon (1993, p. 58), após a revolução francesa, o uso dos decimais foi introduzido no ensino para impor um sistema unificado de medidas e de grandezas. Dessa forma, o uso dos decimais, associado ao sistema métrico, servia para enfatizar os benefícios que eles contêm para os cálculos. Entretanto, recorrendo ao sistema métrico ou aos inteiros para introduzir os decimais, o ensino favoreceu a ideia que os decimais são constituídos de uma parte inteira e de uma parte fracionária e que deve se tratados como inteiros.

Assim os números decimais, apesar de terem sua origem nas frações decimais, ao entrarem nos currículos escolares franceses, tiveram seu ensino por muito tempo relacionados aos sistemas de medidas ou a resolução de problemas práticos do cotidiano. Essa escolha do ensino pelo sistema métrico, favoreceu a popularização dos decimais e essas intenções revolucionárias conduziram ao ensino das mecanizações, independentes das justificações matemáticas. Somente após várias modificações curriculares, observa-se que os números decimais passaram a ganhar espaço nos currículos franceses.

Para Brousseau (2004, p.130) essas escolhas do século XIX vão criar obstáculos no século XX, onde não se trata mais de comunicar apenas instruções, mas de educar, fazer compreender o sentido. Os métodos ativos aplicados ao sistema métrico foram progressivamente desaparecendo à medida que o decimal foi relacionado com a fração, restou alguma coisa sobre mudança de unidades, mas a eficácia para alguns, e a não

diretividade para outros, contribuíram para o desaparecimento dos últimos discursos justificadores.

Essa popularização dos decimais na França, segundo Brousseau (2004, p. 130), tornou-se um problema de didática. Ele apresenta algumas situações relacionadas as definições dos decimais. Cita primeiramente a obra de Bossut de 1784, na qual os decimais são apresentados como inteiros com uma vírgula, servindo para representar as medidas. Para Brousseau (ibid.) anuncia-se neste momento uma quebra entre as frações decimais e os números decimais.

(..) O aspecto fração decimal é relegado em um “apêndice”. Uma ruptura se anuncia entre as frações decimais e os “decimais populares”, os algoritmos maravilhosamente simples, que vão permitir vulgarizar totalmente a contabilidade comercial. (BROSSEAU, 2004, p. 130. Tradução nossa)

Observa-se que neste momento, os decimais passam a se desvincular das frações decimais, e serem associados aos inteiros, uma mudança de concepção é anunciada neste período. Bronneer (1997, p. 339) apresenta a evolução dos programas e instruções oficiais para o ensino dos decimais na França desde 1887 a 1980.

- ❖ Programa de 1887 - frações decimais e sistema métrico;
- ❖ Programa de 1923 - escrituras com a vírgula e o sistema métrico;
- ❖ Programa de 1945 – recordar a escritura complexa de uma grandeza;
- ❖ Programa de 1970 – a vírgula traduz uma mudança de unidade no caso das grandezas discretas;
- ❖ Programa que vigorou a partir de 1980 – os decimais são considerados números novos cuja a introdução é motivada pela insuficiência dos inteiros e para certos problemas tendo em conta diferentes quadros.

Outras considerações importantes sobre a construção dos números decimais são apresentadas por Bronner (1997, p.336):

- ❖ O sentido dos decimais vem da noção de fração como dos matemáticos árabes da idade média, ou como da construção de Stevin;
- ❖ A notação decimal é uma convenção que se estende em geral aos inteiros e fornece uma extensão acessível dos algoritmos.

Para Bronneer (1997) é preciso estabelecer um debate para saber qual a melhor ordem de introdução das frações e dos decimais, pois os livros didáticos privilegiam atualmente a introdução das frações para os decimais, mas nem sempre foi assim, é preciso mostrar os interesses e conveniências das diferentes abordagens. Bronneer (1997) ao se referir ao saber sábio constituído, faz referência a duas construções de **D** (decimais) que podem ser possíveis:

- ❖ **D** visto com uma extensão dos inteiros naturais **N**, e neste caso a nova estrutura é a ruptura significativa com aquela de **N**;

- ❖ **D** como parte de **Q**, construiu-se como extensão de **N**, e neste caso, existe restrições de propriedades de **Q**. **D** indica os decimais finitos.

Observa-se que duas concepções são introduzidas para os decimais, um referente as frações decimais, outro referente aos inteiros. Mas o autor chama a atenção para a construção dos decimais como racional, pois podem ser representados por frações decimais. O conceito matemático de "Decimal" é construído a partir desse significado.

Os estudos realizados por Brousseau (2004) dos currículos franceses dos anos 60 e 70, mostram as modificações curriculares dos decimais. Estes currículos marcam a entrada do estudo dos decimais e das frações ordinárias nos programas da escola elementar da França (CM1: 9-10 anos e o CM2: 10-11anos), e também as práticas dos professores nos anos 60 e 70, época da consolidação do Movimento da Matemática Moderna. Nesta análise Brousseau (ibid.) se propõe a mostrar o tratamento recebido pelos decimais nestes currículos, suas consequências ao processo de aprendizagem e o efeito epistemológico da reforma de 1970 sobre as concepções dos professores e estudantes em relação aos decimais.

Brousseau (ibid) inicia a análise do currículo dos anos 60, por um livro de 1936, *Arithmétique nouvelle au cours moyen*, o qual descreve como era o ensino dos números decimais da época. Inicialmente fazia-se uma introdução utilizando-se problemas práticos de medidas para fazer as operações de adição, subtração e multiplicação, também se apresentavam os múltiplos e submúltiplos do metro. E a mesma coisa acontecia para o ensino das demais grandezas. Todas as atividades ou lições tratava-se de calcular preço, comprimento, área, volume, etc. onde os decimais eram utilizados. Dessa forma, observa-se que os decimais eram utilizados apenas nas relações ao sistema de medidas e que a obra condiz com o currículo de 1923, exposto anteriormente. Segundo Brousseau (2004, p.31) Nesta obra a palavra 'inteiro' aparece nestes textos pela primeira vez apenas para distinguir o número sem parte decimal em oposição ao número decimal.

Em relação as operações, seguia-se as regras dos números inteiros naturais. Este tipo de ensino provocou assimilações errôneas que causaram grandes confusões e obstáculos no ensino dos decimais. Principalmente na operação de multiplicação, pois apresentava sentido em algumas situações, no caso de multiplicar $3,25m \times 4$, se justificava pela adição sucessivas de parcelas iguais; mas na multiplicação $4m \times 3,25$ a mesma regra não justificava a operação, além do que, $4m \times 3,25 = 3,25m \times 4$ não representava a equivalência, assim a propriedade comutativa aplicada para os naturais, não podia ser aplicada nesta situação.

Brousseau (2004, p.171) apresenta as consequências deste tipo de ensino e as concepções dominantes sobre os decimais na década de 60, quais sejam:

- ❖ Os números decimais eram expressos como expressões de medidas,
- ❖ Estas medições estavam relacionadas a um sistema métrico;
- ❖ Os decimais eram definidos como números naturais munidos de uma indicação da unidade e de uma virgula que indicava os algarismos desta unidade;
- ❖ Os algoritmos das operações são apresentados como dos naturais, completados somente com indicações relativos a virgula.
- ❖ Em relação a multiplicação, a operação ficava com limitações e sem sentido, pois um decimal sem unidades não tinha sentido na época.

Em relação a estes problemas expostos no currículo dos anos 60, surgiu na França, a reforma dos anos 70, que Segundo Brousseau (2004, p.189) esta reforma visava principalmente a modificação do conteúdo, a formulação, organização e ordem introdutória dos conhecimentos matemáticos ensinados. No currículo dos anos 70, A introdução dos decimais é feita da mesma forma que as anteriores, mas agora utiliza-se como recursos a medida de área. O decimal é sempre introduzido para representar uma medida, e as ideias do Educador Zoltan Dienes são fortemente utilizadas.

A ideia do decimal que prevalece neste currículo é sempre a de um natural concreto, ao contrário, o sistema métrico foi rejeitado como significado principal do decimal. Em relação aos algoritmos, são apresentados de forma clássica, mas a justificação do cálculo implica um papel muito mais importante. Os decimais seguem sendo introduzidos como medições com campos de unidades e posteriormente a “evaporação” das mesmas. Sendo assim, os decimais não existem como entidades matemáticas, senão como uma transcrição de uma entidade conhecida. (BROUSSEAU, 2004, p.186)

Em relação as operações de adição e multiplicação de um natural por um decimal eram estudadas junto com a medida de área das figuras, após isso os alunos aprendiam as multiplicações por 10, 100, 1000; que consistia em deslocar as peças de um material concreto utilizado para seu ensino. A operação era justificada pelo deslocamento das peças de um lugar para outro imediatamente superior. Para a divisão se aplicava o algoritmo inverso. Por fim, observa-se que as características dos métodos dos anos 60 são, na maior parte, conservadas nas obras apresentadas como novas. (BROUSSEAU, 2004, P.186)

De forma geral, os programas de 1970 na França tinha por objetivo preparar para a vida prática e assegurar uma aproximação e uma compreensão real das noções matemática ligadas as técnicas de resolução de problemas. Desde então, os programas franceses de ensino, apresentaram diversas mudanças em relação ao ensino dos decimais. Tanto que no programa de 2008, do CM1 e CM2, que pertencem ao ensino elementar (corresponde aos anos finais do ensino fundamental I no Brasil) e os do college 6° e 5° ano (corresponde aos anos iniciais do fundamental II no Brasil) observa-se que os números decimais, são ensinados levando-se em consideração suas diferentes representações, seja a escrita com a vírgula ou a fracionária; além do estudo de propriedades das operações.

No Brasil, o ensino dos decimais se faz com uma forte associação aos números inteiros positivos. Nos parece que isso está relacionado a forma de como os decimais passam a figurar nos currículos escolares brasileiros a partir das influências dos livros ou manuais de aritmética franceses que circulavam no Brasil em décadas passadas. No século XIX muitos manuais franceses circulavam no Brasil, de tal forma que alguns livros didáticos eram traduções dos livros de matemática da França, sendo assim muitas das ideias de ensinar os decimais relacionados aos números inteiros, provêm da influência do ensino francês que era adotado na época. Pois os antigos manuais franceses faziam uma forte associação dos decimais aos inteiros ou ao sistema de medidas.

Esta influência do ensino Francês no Brasil, é exposta por Valente (2004, p. 63), pois com a modernização do ensino da matemática, os velhos livros da F.I.C. (Frères de l’instruction Chrétienne), precisavam ser substituídos pelos livros didáticos modernos de matemática que circulavam na França. Era preciso, pois, adaptar o País ao que estava acontecendo na França, nosso ponto cardeal no ensino. Os livros didáticos da F.C.I, foram

traduzidos por Eugenio Raja Gabaglia e utilizados no Brasil, na virada do século XX. As traduções desses livros foram publicadas no Brasil com o nome de *Curso de Matemáticas elementares*. Estes livros foram usados no Brasil até meados de 1950. (VALENTE, 2007, p.185),

No início do século XX, no Brasil, os F.I.C., e, posteriormente, a coleção F.T.D., representaram a melhor síntese pedagógica da matemática escolar tradicional clássica. Essa inovação, veio do século XIX por meio dos manuais das congregações católicas francesas. Outro livro que circulava no Brasil, era *Lição de Aritmética* de Euclides Roxo, tradução do livro francês *Leçons d'arithmétique* de Jules Tannery de 1906, sendo que este foi utilizado em todo o Brasil. (VALENTE, 2004, p 65).

Neste contexto, ao longo dos anos, os decimais foram sendo desconectados das frações decimais (as quais lhes deram origem), de tal modo que, as concepções dos professores foram sendo construídas como se os decimais fossem números inteiros com vírgula, e isso de certa forma, justifica a associação que os professores e conseqüentemente os alunos, fazem dos decimais com os inteiros.

E este tipo de práticas são explicadas por D'Amore (2007, p.10), pois a epistemologia espontânea do professor tem suas raízes numa prática antiga, dado que a tendência para comunicar experiências de uma geração para a sucessiva é característica da própria humanidade. Pois a fim de tomar decisões em sala de aula, os professores utilizam, explícita ou implicitamente, qualquer tipo de conhecimentos, métodos e convicções sobre a maneira de encontrar, aprender ou organizar um saber. E que essa bagagem epistemológica é essencialmente construída de modo empírico para satisfazer as necessidades didáticas. (D'AMORE 2007, p. 10),

Para compreender melhor como os decimais figuraram nos programas de ensino do Brasil, apresentamos um “recorte” de alguns dos programas oficiais, até a época do movimento da matemática moderna. Percebe-se nestes programas de ensino que os decimais aparecem diluídos nos estudos das frações decimais e do sistema métrico.

- ❖ Programa de 1915 a 1928 – frações decimais e números decimais: definição e notação, operações, conversões, dizimas.
- ❖ Programa de 1929 - Frações decimais. As quatro operações com frações decimais. Conversão de frações. Dizimas periódicas.
- ❖ Programa de 1931 – Reforma Francico Campos – frações ordinárias e decimais. Operações com frações.
- ❖ Programa de 1942 - Reforma Capanema – frações ordinárias e decimais
- ❖ Programa de 1951 - Reforma de 51 – números fracionários. Frações decimais; números decimais. Propriedades dos decimais, operações, conversão de número decimal em fração ordinária e vice versa. Número decimal periódico.

Além dos programas oficiais analisamos alguns livros didáticos Franceses e Brasileiros para verificar de que forma os números decimais foram sendo abordados ao longo do tempo, principalmente dentro dos programas de ensino do Brasil, e quais concepções prevaleceram, se referentes as frações decimais, aos inteiros ou ao sistema métrico. Para tal, procuramos analisar livros referentes ao ano de cada programa do ensino brasileiro, com exceção dos dois primeiros livros franceses. Entretanto, acreditamos que

tais livros representam os conteúdos e abordagens que circulavam no Brasil nas referidas épocas.

O livro *La première année D'arithmétique*, de 1896 do autor Leyssenne. Destinado aos alunos de 9-11 anos. O livro traz a informação que segue o programa de 1887.

O estudo dos números decimais é feito junto com os números inteiros, apresenta-se no capítulo I, a definição dos números inteiros, a representação, leitura e as regras dos números inteiros e em seguida apresenta-se os números decimais. A definição dada pelo livro para os decimais é:

“On appelle nombre décimaux tout nombre composé d’unités entières et de fractions décimaux de l’unité.” (p. 20)

Observa-se que os decimais são relacionados as frações decimais para explicar a parte decimal. No entanto a representação fracionária não é apresentada, apenas a representação decimal com a virgula. Como 0,1; 0, 01 etc. para falar de décimos, centésimos, milésimos etc.

No capítulo II, inicia-se a explicação das quatro operações, primeiramente dos números inteiros, depois dos decimais, estas são explicadas com referência a regra dos inteiros, primeiramente explica-se as regras da adição, subtração, multiplicação e divisão. Observamos ao final da explicação de cada operação dos inteiros aparecem os problemas com estes números, no entanto não percebemos problemas que envolvessem os decimais, que somente irão aparecer nos estudos do sistema métrico.

O livro *Arithmétique cours elementaire* de 1935, dos autores Royer e Court. O livro traz a informação que está de acordo com o programa de 1923.

O estudo dos números decimais é feito junto com os números inteiros, inicialmente se define o que é um número inteiro e depois ele define o que é um número decimal.

“Um nombre décimal est celui qui contient des unités entières et des parties décimales de l’unité.” (p. 40)

Observa-se que não se utiliza as frações decimais para introduzir os números decimais, estas não são citadas no livro. Os números são apresentados pelo sistema posicional decimal para justificar a escrita decimal. A leitura de 23,45 é feita como *23 unités 45 centièmes*

As operações são introduzidas por meio de situações-problemas, as operações são explicadas pelo sistema posicional decimal e em seguida é apresentada as regras das operações. Observa-se que o livro apresenta diversos problemas relacionados aos números decimais.

O livro **Aritmética progressiva**, curso superior de 1942, do autor Antônio Trajano. O livro apresenta a informação “indicado para a mocidade brasileira”.

O estudo dos decimais, se inicia após o estudo das frações ordinárias seguida das frações decimais. Os decimais são introduzidos com o nome de frações decimais, no entanto não aparece a representação fracionária somente a representação decimal com a virgula. Inicialmente o autor explica o que é uma fração decimal e depois apresenta a seguinte definição se referindo aos números decimais.

“A fração decimal escreve-se ao lado direito do número inteiro, separada por uma vírgula, que se chama vírgula decimal.” (p.100)

Os décimos, centésimos e milésimos são apresentados por meio do quadro de ordem do sistema posicional decimal. A leitura é feita da seguinte forma: 2,5 que se lê: *dois e cinco décimos*.

O autor deixa claro que as operações de números decimais “*se operam do mesmo modo que a dos inteiros, não é necessário dar mais esclarecimentos, além da regra.*” (p.106). Sendo assim, as operações são realizadas com referência as operações com os inteiros, sem nenhuma referência as frações decimais. No caso da divisão somente é explorado o caso da divisão de dois inteiros. Após a exposição da regra das operações de adição e subtração, o autor expõe um exemplo resolvido e logo em seguida apresenta uma demonstração da operação realizada para justificar a operação, mas não utiliza as frações decimais, e sim transforma os decimais em frações ordinárias e utiliza a operação com frações. Para a multiplicação utiliza a justificativa da divisão por 10, 100, 1000. Não se observou problemas envolvendo os decimais, somente no capítulo seguinte, o estudo do sistema métrico se observa a utilização dos decimais na resolução de problemas de medidas.

O livro *Aritmética Prática* de 1951, dos autores Nicolau D’Ambrosio e Carlos Calioli. O livro é indicado para o primeiro ano do curso comercial básico e na folha de rosto traz a informação de que está de acordo com o programa de 1946.

O capítulo V apresenta as frações decimais e sua composição como adição de várias frações decimais para mostrar a representação na forma de número decimal.

$$\frac{238}{1000} = \frac{200}{1000} + \frac{30}{1000} + \frac{8}{1000} = \frac{2}{10} + \frac{3}{100} + \frac{8}{1000} = 0,238$$

Ao final o autor expõe que números representados dessa forma são números decimais. Essa é a única “definição” dada pelo autor. Em seguida explica o que são décimos, centésimo e milésimos, a leitura e as propriedades dos decimais. De forma geral, não se percebe no livro uma relação do estudo dos decimais com as frações decimais, após a introdução do número decimal, as frações decimais são esquecidas.

As operações de adição e subtração são apresentadas e associadas a regra dos inteiros, não se faz referência aos décimos, centésimos e milésimos e não se percebe uma justificativa as regras das operações por meio das frações decimais. A multiplicação dos decimais, é apresentada como a regra dos inteiros a vírgula no produto da multiplicação é justificada como contagem das casas decimais nos fatores e não como décimos, centésimos e milésimos. A divisão apresenta a divisão de dois inteiros, o autor explica como efetuar a divisão, mas não há justificativa da regra pelas frações decimais e nem pela multiplicação dos decimais por 10, 100, 1000. Alguns pouco problemas contextualizados envolvendo decimais são apresentados para serem resolvidos.

O livro, *Segunda Aritmética* de 1953, do autor Souza Lobo, para 1ª e 2ª série ginasiais.

O livro traz uma abordagem diferenciada. O capítulo 1 apresenta um estudo dos números inteiros, as propriedades e operações, e o capítulo 2 apresenta o estudo das frações decimais, diferentemente de outros livros, este estudo não aparece após o estudo das frações ordinárias. O autor define as frações decimais como “*frações decimais são partes da unidade menores do ela na razão décupla, isto é, na razão 10.*” (p.65)

Em seguida explica o que são décimos, centésimos e milésimos como a divisão da unidade por 10,100, 1000, etc. ao final coloca: *“torna-se necessário um sinal que distinga a parte inteira da parte fracionária. Este sinal e a virgula, ficando a sua esquerda a parte inteira e a sua direita a fração decimal ou dizima.”* (p.66)

A forma escrita e da representação dos números decimais é feita da seguinte forma: *“A seguinte fração decimal 43,6747 lê-se 436 mil e 747 décimos milésimos”* (p.66)

Outra diferença deste livro é que o autor não usa o termo número decimal, mas fração decimal para fazer referência aos números decimais, entretanto não utiliza a representação fracionária em nenhum momento, apenas a representação decimal com a virgula. Talvez isso ocorra porque os estudos das frações apareçam em outro capítulo.

As regras das operações de adição e subtração são expostas fazendo referência a décimos, centésimos e milésimos ao final diz que deve proceder como nos números inteiros. A multiplicação é explicada como a operação dos inteiros e a divisão é explicada os casos da divisão de uma fração decimal por outra, de uma fração decimal por um inteiro e de um inteiro por uma fração decimal. O capítulo não apresenta problemas que envolvam decimais, este tipo de problema somente aparece no capítulo seguinte estudo do sistema métrico.

O livro *Matemática* de 1962, de Osvaldo Sangiorgi, é indicado para a 1ª série ginásial. Na folha de rosto aparece a informação que o livro está de acordo com o programa de 1951.

O livro possui um capítulo para o estudo dos números fracionários e números decimais. Os números decimais são introduzidos por meio das frações decimais e traz a definição de decimal como: *“um conjunto de unidades inteiras e decimais.”* (p.159)

A leitura é feita e representação é feita com base no sistema posicional decimal, *4,87 lê-se quatro unidades e oitenta e sete centésimos.* (p. 159)

As operações são apresentadas sempre fazendo referência a regras das operações com os inteiros e não fazendo referência aos décimos, centésimos e milésimos. Para a divisão apresenta alguns casos, como divisão de dois decimais, decimais e inteiros e dois inteiros resultando em decimal. Não se observou no livro referência a resolução de problemas com os decimais. No capítulo referente ao sistema métrico é que se observa alguns poucos problemas que envolvem os números decimais.

Conclusão

O objetivo deste trabalho era apresentar alguns aspectos históricos epistemológicos dos números decimais. Pelo desenvolvimento histórico observamos a sistematização de Stevin (1548-1620), na construção dos números decimais, e como tal construção influenciou o ensino dos decimais na França e conseqüentemente no Brasil.

Na revisão dos estudos correlatos percebemos a forma como os decimais foram abordados ao longo do tempo no sistema de ensino da França sempre com uma forte referência ao sistema métrico decimal e aos números inteiros. Este tipo de ensino acabou por influenciar o ensino dos decimais no Brasil. Pois segundo Valente (2004) o modelo francês de ensino foi nosso ponto cardeal por algum tempo.

Na análise de alguns livros didáticos usados na França e no Brasil, do período de 1896 até 1962, este último, sendo o período que antecede o Movimento da matemática moderna, observou-se a forma como os decimais foram sendo abordados ao longo do tempo e nos apresentando a formas de ensino que predominou em uma determinada época. A análise destes manuais didáticos mostrou-nos que durante muito tempo os decimais tiveram um forte apelo ao ensino dos inteiros e do sistema métrico decimal, até se constituir como um objeto de estudo independente nos livros didáticos.

Em poucos livros percebemos a relação dos decimais com as frações decimais, principalmente no que se refere as operações, todos os livros analisados fazem referência a operações com os inteiros. Em relação a problemas que envolvessem dos decimais, somente no capítulo do estudo do sistema métrico é que podemos perceber alguns problemas que envolvem a utilização dos decimais. Mostrando que os decimais durante muito tempo foram utilizados como pré-requisito para o estudo do sistema de medidas e apenas para situações práticas do cotidiano.

De forma geral, percebe-se que a construção histórica dos decimais proposta por Stevin (1548-1620) e a sistematização das operações dos decimais com referência aos números inteiros prevaleceu no sistema de ensino, pois nos livros didáticos tem-se este forte apelo as operações dos inteiros, sem nenhuma referência as operações com as frações decimais. No entanto, essa falta de referência acaba por causar problemas no processo de ensino e aprendizagem dos decimais, pois muitas vezes alunos e professores não sabem justificar as regras dessas operações, ou acabam fazendo associações indevidas com os inteiros provocando os chamados obstáculos didáticos já anunciados por Brousseau (2004).

REFERÊNCIAS

- ALMOULOU, S. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: Ed. UFPR, 2007
- ARTIGUE, M. Epistémologie et Didactique. **Recherches en didactique des mathématiques**. Grenoble: La pensée sauvage éditions. Vol.10, n° 23, 1990
- BRIAND, J. & PELTIER, M. E. **Étude de La Disme de Stevin de Bruges**. Version 25 de julho, 2010. Disponível em <http://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00495125>.
- BRONNER, A. Analyse a priori de séquence de formation à propôs des décimaux. **Extrait du Cahier du Formateur**, 1. Perpignan, 1997.
- BROUSSEAU, G. Problemes de l'enseignement des Décimaux. In: **Theorie des Situations didactiques** (2^a edition), Grenoble: La pensée sauvage éditions, 2004. p. 165-197.
- BROUSSEAU G. Problèmes de didactique des décimaux. **Recherches en didactique des mathématiques**. Grenoble: **La pensée sauvage éditions**. Vol.2, n° 3, p. 37-127, 1981
- CALIOLI, C. & D'AMBROSIO, N. **Matemática aritmética prática**. 11^a edição. São Paulo: Companhia editora nacional, 1951
- CHEVALLARD, Y. **La transposición didáctica: del saber sábio al saber enseñado**. 3^a Ed. 2^a reimp. Buenos Aires: Aique grupo Editor, 2005
- LEYSENNE, P. **La Première année D'arithmétique**, Paris: Librairie Armand Colin, 1896.

- LOBO, J.T. de SOUZA. **Segunda Aritmética**. São Paulo: Editora globo, 1953
- ROYER, M & COUT, P. **Arithmetique cours elementaire**. 21^a Édition. Paris: Librairie Armand Colin, 1935
- SANGIORGI, O. **Matemática**. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1962
- SILVA, V. B. **Uma história das leituras para professores: análise da produção e circulação de saberes especializados nos manuais pedagógicos (1930-1971)**. Revista Brasileira de História da Educação, v.6, p. 29-58, 2003
- SMITH, D. E. **History of Mathematics**. Vol. II. New York: Dover Publications, 1958.
- STEVIN, S. **La Disme**. Reedição. Paris: ACL- Editions, 1997. 8p
- TRAJANO, A. **Aritmética progressiva**. Rio de Janeiro: livraria Francisco Alves, 1942
- VALENTE, W.R. **Euclides Roxo e a modernização do ensino da Matemática no Brasil**. Brasília: Editora da Universidade de Brasília, 2004
- VALENTE, W.R. **Uma história da Matemática escolar no Brasil, 1730-1930**. São Paulo: Annablume: FAPESP, 2007.

Rosineide de Sousa Jucá

Universidade do Estado do Pará – UEPA/Brasil

E-mail: rosejuca@gmail.com**Pedro Franco de Sá**

Universidade do Estado do Pará – UEPA/Brasil

E-mail: Pedro.franco.sa2gmail.com