

**PAPEL DA MATEMÁTICA (OU DE MODELOS MATEMÁTICOS) EM
AMBIENTES DE MODELAGEM: A PROPOSTA DE RAFAEL**

**ROLE OF MATHEMATICS (OR OF MATHEMATICAL MODELS) IN MILIEUS
OF MODELLING: THE PROPOSAL OF RAFAEL**

Jussara de Loiola Araújo
Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG - Brasil
Ana Paula Rocha
Universidade Federal de Minas Gerais - UFMG - Brasil
Danielle Alves Martins
Escola Estadual Walt Disney - Minas Gerais - Brasil

Resumo

Neste artigo, discutimos o papel da matemática (ou de modelos matemáticos) na proposta feita por um estudante para modelar matematicamente uma situação com referência à realidade e confrontamos a proposta com a perspectiva sociocrítica que orientou o ambiente de aprendizagem de modelagem. Utilizamos uma abordagem qualitativa e crítica de pesquisa e a construção dos dados foi realizada por meio de observações videogravadas e registros de relatórios *on-line*. Na análise dos dados, fizemos uso do estudo de caso, em que o caso focalizado foi a proposta feita pelo sujeito Rafael. Tal proposta consistia em prever as preferências de uma pessoa na compra de um imóvel com base no histórico de vida dela. Concluímos que o papel da matemática (ou de modelos matemáticos), na proposta de Rafael, era fazer previsões sobre o futuro, de forma mais precisa, com menos erros, e que tal proposta estava em conflito com a perspectiva de modelagem que orientou o ambiente de aprendizagem.

Palavras-chave: Educação Matemática Crítica. Modelagem Matemática. Ideologia da Certeza. Situação Arranjada.

Abstract

In this paper, we discuss the role of mathematics (or of mathematical models) in the proposal made by a student to model mathematically a situation with reference to reality and we confront the proposal with the socio-critical perspective that guided the learning milieu of modelling. We used a qualitative and critical approach of research and the construction of data was made by means of video recorded observations and records from online reports. In the analysis, we used case study, in which the case focused was the proposal made by the subject Rafael. Such a proposal consisted in predicting the preferences of a person to purchase a property, based on his/her history of life. We conclude that the role of mathematics (or of mathematical models), in Rafael's proposal, was making predictions about the future, more accurately, with fewer mistakes, and that such proposal was in conflict with the perspective of modelling that guided the learning milieu.

Keywords: Critical Mathematics Education. Mathematical Modelling. Ideology of certainty. Arranged Situation.

Introdução

Modelagem matemática é uma das tendências atuais da educação matemática. Neste artigo, compreendemos modelagem na educação matemática como um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a investigar situações com referência à realidade por meio da matemática (BARBOSA, 2007). Na organização desses ambientes, são considerados desde aspectos logísticos, como o material a ser usado e o tempo previsto para as aulas, até aspectos mais filosóficos, como o referencial teórico que fundamenta a concepção de tal ambiente. Diferenças entre esses vários aspectos levam a uma não homogeneidade de “compreensões de modelagem [na educação matemática] e seus fundamentos epistemológicos na discussão internacional sobre modelagem” (KAISER; SRIRAMAN, 2006, p. 302).

Essas diversas maneiras de compreender modelagem foram analisadas por Kaiser e Sriraman (2006), ao proporem diferentes perspectivas de modelagem na educação matemática: a realística, a contextual, a educacional, a sociocrítica, a epistemológica e uma metaperspectiva, a cognitiva. Cada uma dessas perspectivas coloca ênfase em um diferente objetivo na organização de um ambiente de aprendizagem de modelagem.

Neste artigo, nosso foco são ambientes de modelagem classificados na perspectiva sociocrítica, que têm, como objetivo, o desenvolvimento de uma “compreensão crítica sobre o mundo à nossa volta” (KAISER; SRIRAMAN, 2006, p. 304).

Freitas (2013), ao descrever trabalhos de modelagem na educação matemática desenvolvidos segundo a perspectiva sociocrítica, chama a atenção para o fato de, nesses trabalhos, a crítica se voltar para a situação com referência à realidade investigada (problemas relacionados com o meio ambiente, economia, política, contextos sociais etc.) e que, na maioria das vezes, o tratamento matemático da situação fica de fora dessa crítica.

O estudo aqui descrito teve como contexto o desenvolvimento, por um grupo de cinco estudantes, de um projeto de modelagem² na perspectiva sociocrítica. Com a intenção de focalizar a crítica no tratamento matemático realizado no projeto, nosso objetivo é discutir o papel da matemática (ou de modelos matemáticos)³ na proposta feita por um dos estudantes (o Rafael), para modelar matematicamente a situação com referência à realidade investigada no projeto de modelagem, e confrontar sua proposta com a perspectiva que orientou o ambiente de aprendizagem.

Para tal, iniciamos, na próxima seção, com uma discussão teórica sobre a modelagem segundo a educação matemática crítica (SKOVSMOSE, 2005; ARAÚJO, 2009), vertente sociocrítica da modelagem que escolhemos para orientar o projeto. Depois, na seção 3,

² Vamos utilizar os termos “ambiente de aprendizagem de modelagem” e “projeto de modelagem” como sinônimos, a fim de evitar o uso repetitivo de um mesmo termo.

³ Na seção 2, ficará mais claro porque estamos falando, indiferentemente, de papel da matemática ou de modelos matemáticos.

apresentamos os aspectos metodológicos da pesquisa: construção dos dados para o estudo, o contexto de realização da pesquisa e os sujeitos que dela participaram e os aspectos metodológicos para análise de dados - o estudo de caso. Optamos por realizar a análise dessa forma porque, como ficará claro mais à frente, a proposta de Rafael se configura como um caso que merece uma atenção especial (PONTE, 2006). Apresentamos essa proposta na seção 4 e, logo em seguida, na seção 5, trazemos dados empíricos em que Rafael esclarece e defende sua proposta. Na seção 6, ao construirmos nossa análise, colocamos a proposta de Rafael lado a lado com a perspectiva sociocrítica de modelagem que orientou a organização do ambiente de aprendizagem, para, na seção 7, traçarmos nossas considerações finais.

2. Modelagem segundo a educação matemática crítica

No contexto educacional, "atividades de modelagem matemática assumem, contudentemente, diferentes formas à medida que são institucionalizadas em todo o mundo." (LINGERFJÄRD, 2011, p. 9). Por exemplo, para Blum (2011), modelagem na educação matemática é uma tarefa cuja demanda principal é a tradução entre realidade e matemática e, baseado em Pollak (1979)⁴, entende realidade como o resto do mundo que está fora da matemática. Neves, Silva e Teodoro (2011), por sua vez, enfatizam as qualidades da aprendizagem de ciências e matemática no que eles denominam modelagem computacional exploratória e interativa.

A título de ilustração da diversidade, no contexto brasileiro, citamos Almeida, Tortola e Merli (2012, p. 217), por exemplo, que entendem modelagem matemática como a busca de soluções para problemas por meio de modelos matemáticos. Modelo matemático, para os autores, "é o que 'dá forma' à solução do problema e a Modelagem Matemática é a 'atividade' de busca por esta solução." (ênfases no original). E Borba e Villarreal (2005, p. 29), que voltam sua atenção para os estudantes, ao entenderem modelagem como uma "abordagem pedagógica que enfatiza a escolha, por parte dos estudantes, de um problema a ser investigado na sala de aula."

Neste estudo, trataremos de projetos de modelagem segundo a educação matemática crítica (ARAÚJO, 2009), entendidos como ambientes de aprendizagem (BARBOSA, 2007) orientados por um referencial crítico de educação matemática (SKOVSMOSE, 2005). Essa concepção de modelagem pode ser classificada na perspectiva sociocrítica de modelagem (KAISER; SRIRAMAN, 2006), que tem seus objetivos pedagógicos voltados para a compreensão crítica do mundo.

Levando em conta essas orientações, os estudantes são convidados a investigar, por

⁴ POLLAK, H. O. The interaction between mathematics and other school subjects. In: UNESCO (Ed.) **New trends in mathematics teaching**. Paris: UNESCO, 1979. p. 232-248.



meio da matemática, situações com referência à realidade e, ao mesmo tempo, a refletir sobre, e questionar, a forma como a matemática é usada como instrumento e linguagem de poder (ARAÚJO, 2009; 2012). O objetivo não é, simplesmente, desenvolver habilidades de cálculos matemáticos, mas também promover a participação crítica dos estudantes/cidadãos na sociedade, discutindo questões políticas, econômicas, ambientais, nas quais a matemática serve como suporte tecnológico. Nesse mesmo sentido, Meyer, Caldeira e Malheiros (2011, p. 110) afirmam que “ao se propor um trabalho de modelagem em sala de aula, com base em situações de interesse dos alunos que fazem parte do seu dia a dia, se está possibilitando ao estudante compreender o papel da matemática na sociedade.”

Seguindo essa mesma compreensão de modelagem na educação matemática, Barbosa (2006, p. 294) ressalta que, “à medida que argumentos e decisões na sociedade são baseados em modelos matemáticos, é importante que os estudantes tenham a oportunidade de discutir [na escola] a natureza e o papel de modelos matemáticos”, o que o aproxima do foco deste artigo: o tratamento matemático realizado, por meio de modelos, em um ambiente de aprendizagem de modelagem. Assim, para voltarmos nossa atenção para esse foco, passamos a apresentar como estamos compreendendo o papel de modelos matemáticos em espaços educacionais.

Modelos matemáticos não estão presentes, apenas, na sala de aula de matemática. Exatamente por ter o objetivo de abordar problemas com referência à realidade (o que inclui problemas de outras áreas do conhecimento), modelagem matemática pode fazer parte das aulas de física, biologia, geografia e outras disciplinas. Entendendo modelo matemático como uma representação de fenômenos científicos por meio de elementos matemáticos (funções, gráficos, tabelas etc.), Barbosa (2009) aponta três possíveis papéis para os modelos matemáticos na prática pedagógica da educação científica: i) para justificar a introdução ou apresentação de um novo conceito científico; ii) para definir ou criar um novo conceito científico; e iii) para estruturar algum fenômeno científico, “oferecendo estruturas para serem aplicadas na descrição e prescrição de fenômenos”. (BARBOSA; 2009, p. 79). Assim, com a ajuda de modelos matemáticos nas aulas de física, química ou outras disciplinas, a matemática passa a fazer parte do discurso pedagógico científico e “tal discurso ensina que a matemática oferece bases sólidas para o estabelecimento do conhecimento científico” (BARBOSA, 2009, p. 81). Esse processo fortalece o que Borba e Skovsmose (1997) denominam ideologia da certeza da matemática. Segundo os autores, a ideologia da certeza sustenta o caráter de neutralidade dessa ciência, atribuindo a ela o poder de detentora do argumento definitivo em diversos debates na sociedade. Assim, a matemática é utilizada na produção científica ou na apresentação de decisões políticas sugerindo, por exemplo, que o método ou a decisão tomada apontam o

melhor caminho a ser seguido, sem deixar margens para contra-argumentações, o que caracteriza seu uso como linguagem de poder. Questionar a ideologia da certeza é um dos objetivos da educação matemática crítica.

Parece, portanto, que os atores envolvidos em contextos escolares imprimem, em modelos matemáticos, um papel que carrega em si concepções de matemática enraizadas na sociedade (e questionadas pela educação matemática crítica). Isso nos remete para uma discussão sobre o papel de modelos matemáticos na sociedade.

Apoiado em Davis e Hersh (1988)⁵, Skovsmose (1990) afirma que modelos matemáticos, em nossa sociedade, podem ser construídos com diferentes intenções: i) para descrever aspectos da realidade; ii) para fazer previsões sobre o que pode ocorrer no futuro; e iii) para prescrever ações a serem realizadas na sociedade.

O autor nos alerta, entretanto, para o que pode estar por trás de cada um desses papéis. Se o papel de modelos matemáticos for descrever aspectos da realidade, então devemos refletir sobre que aspectos da realidade podem ser descritos por meio da linguagem matemática. Daí, se a intenção for fazer previsões, elas dependerão dos aspectos que foram descritos por meio da matemática, já que “a confiabilidade de uma previsão depende das bases teóricas [usadas] para a interpretação da realidade” (SKOVSMOSE, 1990, p. 772). Na terceira possibilidade, para a prescrição de ações na sociedade, o autor lembra que grande parte dos recursos tecnológicos e, de maneira geral, dos artefatos, presentes na sociedade, é construída com o apoio da matemática. E a matemática está integrada de uma forma tão natural que, nem sempre, nos damos conta de sua presença. Por isso, é importante discutir sobre os interesses que estão por trás de cada um dos possíveis papéis de modelos matemáticos na sociedade, o que é uma das preocupações da educação matemática crítica.

Embora haja “diferenças entre a modelagem matemática conduzida pelos cientistas e profissionais e aquela que ocorre na arena escolar” (BARBOSA, 2009, p. 74), há algumas similaridades entre o que fundamenta ou o que se espera dos modelos em cada uma dessas práticas. Por exemplo, modelos matemáticos para estruturar fenômenos científicos, em práticas pedagógicas, têm estreitas relações com modelos matemáticos para prescrever ações na sociedade, já que ambos se baseiam na matemática para criar ou dar forma a algo. Ao nosso ver, é natural que seja assim, já que os atores envolvidos em ambas as práticas vivem em uma sociedade que, de certa forma, sustenta uma compreensão da matemática como uma ciência neutra, absoluta e precisa (SKOVSMOSE; BORBA, 1997). Por isso mesmo, tanto Barbosa (2009) quanto Skovsmose (1990) defendem a importância de se discutir e problematizar o papel de modelos matemáticos nas práticas escolares, o que é um

⁵ DAVIS, P. J.; HERSH, R. **Descartes dream: the world according to mathematics**. London: Penguin, 1988.

dos propósitos da modelagem segundo a educação matemática crítica (ARAÚJO, 2009).

Um ambiente de aprendizagem, seguindo tais orientações, foi construído para a realização da pesquisa aqui relatada. Nesse tipo de ambiente, a matemática se faz presente com a intenção de investigar situações com referência à realidade (BARBOSA, 2007), por meio de modelos matemáticos. Assim, em tais ambientes, discutir o papel de modelos matemáticos equivale a discutir o papel da matemática. Caminhamos em direção a esse objetivo por meio dos aspectos metodológicos descritos na próxima seção.

3. Aspectos metodológicos

3.1. Construção dos dados

A pesquisa foi desenvolvida segundo uma abordagem qualitativa e foi utilizada uma triangulação de procedimentos (ALVES-MAZZOTTI, 1998), de tal forma que os dados foram construídos por meio de diferentes ações, visando uma maior consistência no caminho para a análise e conclusões. Três diferentes procedimentos foram utilizados:

1) observações do tipo participante (ALVES-MAZZOTTI, 1998), já que as pesquisadoras atuaram e entrevistaram no ambiente de aprendizagem de modelagem criado para a realização da pesquisa. As observações foram registradas por meio de notas de campo e filmagens.

2) registro das atividades em um editor de texto *online*. Foi solicitado aos sujeitos da pesquisa que registrassem relatórios do desenvolvimento do projeto em um documento compartilhado, por eles e pelas pesquisadoras, no pacote de aplicativos Google Drive⁶.

3) entrevistas coletivas e/ou individuais, para construir compreensões mais profundas sobre episódios criados a partir dos vídeos (procedimento 1) ou sobre o texto produzido *online* (procedimento 2). As entrevistas foram do tipo semi-estruturadas (FONTANA; FREY, 1994), pois havia algumas perguntas planejadas previamente, mas várias outras foram elaboradas ao sabor do andamento da entrevista. O registro das entrevistas também foi feito por meio de filmagens.

Esses procedimentos foram utilizados para a construção dos dados da pesquisa realizada no ambiente de aprendizagem de modelagem desenvolvido especialmente para esse fim. Foi nesse ambiente que atuou Rafael, sujeito da pesquisa, cuja proposta é o caso que será analisado aqui. Mas antes de discutirmos a proposta de Rafael, é necessário descrever o contexto em que este estudo foi desenvolvido, o que faremos a seguir.

3.2. Contexto e sujeitos: o projeto de modelagem

O ambiente de aprendizagem de modelagem, contexto da realização da pesquisa, foi desenvolvido em um laboratório de computadores do Departamento de Matemática do

⁶ drive.google.com



Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal de Minas Gerais (ICEx-UFMG). A pesquisadora Jussara realizou um convite para que ex-alunos seus participassem voluntariamente da pesquisa, em ambientes de aprendizagem de modelagem realizados fora do contexto de disciplinas formais da universidade. Na verdade, o desenvolvimento de projetos de modelagem orientados pela educação matemática crítica não é comum no cotidiano das aulas de matemática no ICEx. Essas aulas se caracterizam segundo a prática comum de aulas de matemática no ensino superior, com aulas expositivas, exercícios e provas. Esse contexto educacional, já existente antes da realização da pesquisa, é o que Skovsmose e Borba (2004) denominam situação corrente (SC).

Para esses autores, “fazer pesquisa crítica também significa explorar *o que não existe e o que não é real*”, o que significa investigar “*o que poderia ser*. A pesquisa crítica dá atenção especial a situações hipotéticas, embora ainda leve em conta o que é real. A pesquisa crítica investiga alternativas.” (SKOVSMOSE; BORBA, 2004, p. 211, grifos dos autores).

Um ambiente de aprendizagem, inserido nas aulas de matemática do ICEx, no qual os alunos desenvolveriam um projeto de modelagem segundo uma perspectiva crítica de educação matemática, pode ser entendido como uma situação imaginada (SI) (Skovsmose; Borba, 2004). Situações imaginadas são “visões sobre as possibilidades de alternativas” (p. 213) para a situação corrente.

Mas imaginar alternativas para uma situação corrente não significa que elas serão concretizadas da forma como a idealizamos. Desenvolvemos o projeto de modelagem em ambientes de aprendizagem que ocorreram à parte das disciplinas cursadas pelos sujeitos da pesquisa, dando origem ao que Skovsmose e Borba (2004) denominam situação arranjada (AS). Elas são “uma alternativa prática que emerge da negociação envolvendo os pesquisadores e os professores” (p. 214) e também os estudantes. A situação arranjada é uma alternativa à situação corrente, tendo em mente a situação imaginada.

Cinco sujeitos, alunos de três diferentes cursos da área de Ciências Exatas da UFMG, aceitaram o convite para participar da pesquisa: Alberto, do curso de Engenharia de Sistemas; Pedro e Rafael, do curso de Física; Natália e Débora, do curso de Matemática. Além deles, três pesquisadoras também participaram das reuniões para desenvolver a pesquisa: Jussara Araújo, Ana Paula Rocha (autoras deste artigo) e Ilaine Campos. O desenvolvimento da pesquisa ocorreu de outubro de 2012 a junho de 2013, em nove encontros. Esse grupo atuou no ambiente de aprendizagem de modelagem, orientado por questões da educação matemática crítica, para cujo desenvolvimento o sujeito Rafael fez sua proposta de encaminhamento.



3.3. Análise de dados: estudo de caso

Nossa opção pelo estudo de caso se justifica na medida em que identificamos na proposta de Rafael um “caso que aparece-nos pela frente, e sentimo-nos obrigados a tomá-lo como objeto de estudo” (STAKE, 2005, p. 16). Ponte (2006) argumenta que o estudo de caso se caracteriza por objetivar a análise de uma situação única ou especial, pelos menos em certos aspectos, buscando desvelar o que há nela de mais essencial e característico e, desse modo, possibilitar uma compreensão global de certo fenômeno de interesse.

Conscientes das críticas relacionadas à generalização em estudos de casos, salientamos que não temos a intenção de formular generalizações, e sim de produzir conhecimento sobre um caso particular. Na visão de Stake (2005), a partir dos casos particulares, as pessoas podem aprender muitas coisas que são gerais. Yin (1984) argumenta que os estudos de caso não fazem generalizações para uma população mais ampla, mas sim ajudam a fazer surgir novas teorias ou a confirmar, ou infirmar, as teorias existentes.

Neste artigo, utilizamos o estudo de caso para compreender as especificidades da proposta feita por Rafael para modelar matematicamente a situação com referência à realidade investigada no projeto.

Rafael, na época da pesquisa, cursava o 3º período do curso de Licenciatura em Física na UFMG. Atuava como professor de Física e de Matemática em uma escola da rede particular. Rafael manifestou que gostava de ambas as disciplinas, tanto como aluno quanto como professor. Segundo Rafael, sua participação na pesquisa estava vinculada ao desejo de ter contato com um campo de pesquisa, e poder identificar seus erros em relação às ideias expostas e ver o que as outras pessoas envolvidas esperavam dele. A proposta feita por Rafael é apresentada na próxima seção.

4. O projeto de modelagem e a proposta de Rafael

A situação com referência à realidade, abordada no projeto de modelagem desenvolvido pelo grupo, foi a compra de um imóvel. O objetivo era estabelecer uma classificação dos fatores considerados importantes e relevantes por pessoas que pretendem comprar imóveis. Para identificar os fatores que influenciam uma pessoa na escolha de um imóvel, o grupo optou pela elaboração de um questionário. Nesse questionário, foram incluídas perguntas mais técnicas, referentes a nome, cidade em que reside, estado civil etc., e perguntas relacionadas à importância que o indivíduo atribui a morar próximo a hospitais, escolas, centro da cidade, local de trabalho, áreas de lazer, à importância do valor financeiro do imóvel, facilidade de aquisição, dentre outros.

Durante a elaboração do questionário, os integrantes do grupo encontraram dificuldades em selecionar fatores que deveriam ser contemplados nas perguntas, pois foi feito o levantamento de vários (culturais, subjetivos, ambientais, geográficos,



infraestrutura, localização, meios de transportes etc.) e muitos outros poderiam estar incluídos. Diante dessa dificuldade, Rafael lançou uma proposta. Em seu entendimento, sua proposta demandaria, apenas, informações sobre quatro fatores: educacionais, familiares, geo-socio-econômicos e o que ele denominava de fatores “bioquímicos”, que estavam relacionados a características biológicas ou químicas das pessoas.

Segundo a proposta, o questionário deveria levantar informações específicas sobre a vida pregressa do indivíduo e, a partir delas, o grupo poderia fazer inferências sobre as predileções dessa pessoa no que diz respeito à escolha de um imóvel. Por exemplo, se no primeiro questionário o grupo perguntaria sobre o nível de importância que a pessoa atribuiu para o item distância até escolas, no questionário, proposto por Rafael, deveria ser perguntado em quais escolas, e em que períodos de tempo, essa pessoa estudou ao longo da vida. Com essas informações em mãos, o grupo buscaria o valor do IDEB (Índice de Desenvolvimento da Educação Básica) para cada escola, nos respectivos períodos em que o indivíduo lá estudou, e esses dados seriam inseridos no modelo matemático que o grupo criaria.

Após a elaboração e aplicação do questionário, caberia ao grupo criar um modelo matemático que, a partir da inserção dos dados numéricos relacionados à trajetória de vida da pessoa, deveria informar sobre quais seriam suas escolhas futuras.⁷

Descrita essa síntese da proposta de Rafael passamos a apresentar episódios extraídos dos vídeos (filmagem das reuniões) em momentos nos quais a proposta era discutida.

5. Apresentando os dados: Rafael esclarece e defende sua proposta

Para a apresentação dos dados, construímos dois episódios (ARAÚJO, 2002) a partir de trechos das filmagens de dois encontros distintos do grupo: i) o segundo encontro, ocorrido no dia 27/10/2012, com a presença das pesquisadoras Jussara e Ana Paula e dos participantes Rafael, Pedro, Natália e Débora; ii) o sexto encontro, em 23/03/2013, no qual estavam presentes as pesquisadoras Jussara, Ana Paula e Ilaine, e os participantes Rafael, Pedro, Alberto e Natália. A seguir, apresentamos o episódio 1.

⁷ A fim de esclarecer o desfecho ao leitor, relatamos que o grupo não chegou a elaborar um questionário seguindo a proposta do Rafael. Boa parte dos integrantes não concordava com a proposta e Rafael não compareceu aos dois últimos encontros, dedicados à construção de um modelo matemático. O projeto foi finalizado segundo o objetivo inicial: identificar que fatores são relevantes para uma pessoa na compra de um imóvel. Para tal, o grupo considerou a lista de vários fatores, construída por seus próprios componentes, atribuiu pesos a cada fator e realizou uma média aritmética ponderada. Não apresentaremos maiores detalhes do desenvolvimento do projeto por não estar atrelado ao objetivo deste artigo.



Episódio 1: Rafael esclarece sua proposta

Este episódio é composto por trechos dos dois encontros. Nele, o integrante Rafael apresentou sua proposta e esclareceu as dúvidas do grupo quanto à mesma. O episódio iniciou-se com o Rafael definindo, em moldes de dicionário, o que entendia por atitude e por escolha, e defendendo que as escolhas não são autônomas. Em suas palavras:

(1) Rafael: *Atitude: ação tomada pelo indivíduo que define, em um intervalo de tempo, a sua própria vida. [...] Escolha: ato de definir uma atitude. União entre meio, indivíduo, espaço e tempo. Não é algo autônomo [...] As pessoas não escolhem as coisas. Por exemplo, tudo que você é, é interação entre as variáveis que foram condicionadas a você. Se você tivesse mudado o meio geográfico, mudado as condições sociais dos pais, a pessoa teria uma outra individualidade. Então eu estou colocando escolha como algo que a gente não escolhe. O que a gente faz é tomar atitudes. E a escolha é construída na cultura, no meio, no espaço e tempo. [...] O indivíduo tem as influências que ele sofre e as escolhas que ele toma. Considerando que as escolhas que esse indivíduo faz não é ele que toma, ele foi moldado daquela forma, então, na verdade, essas escolhas já estão definidas.* [transcrição vídeo 27/10/2012; 00:20:29]

Assim, para Rafael, as escolhas do indivíduo já estão determinadas a partir da sua trajetória de vida. De acordo com ele, na verdade, o que são variáveis são as influências que esse indivíduo sofreu ao longo da vida. As influências seriam classificadas em quatro fatores: educacionais, familiares, geo-socio-econômicos e bioquímicos. Na visão dele, não precisaríamos fazer nenhuma escala de grau de importância para os fatores, já que tal importância estaria determinada por índices oficiais, como o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) e o Índice de Desenvolvimento Humano (IDH):

(2) Rafael: *Fatores educacionais, familiares, geo-socio-econômicos e bioquímicos. Por que eu citei eles? A gente não precisa fazer escala nenhuma para estes tipos de fatores, porque existe já a escala para cada fator deste. [...]* [transcrição do vídeo 27/10/2012; 00:40:31]

(3) Rafael: *Fatores educacionais daria para medir por exemplo, claro que a grosso modo [...] Você tem provas o tempo todo que mostram o rendimento de uma pessoa e esse rendimento vai ser o que identifica, em grande parte, se o cara vai ou não se dar bem na vida.* [transcrição do vídeo 27/10/2012; 01:01:33]



Para esclarecer o uso de dados quantitativos, Rafael acabou falando de pesquisas qualitativas e quantitativas, dando pistas sobre qual seria, para ele, o papel de cada uma dessas abordagens metodológicas. Para ele, a preocupação com os dados quantitativos deveria ser algo posterior à análise qualitativa:

(4) Rafael: *Por exemplo, quando o cara esfregou lá o pente no cabelo, ele não tinha proporção nenhuma de quantidade de carga elétrica que tinha ali. Aquele início, de análise quantitativa ali, era fora do comum. Podia, sim, afirmar que atrai ou repele. Passou um tempo e aí a gente começou a calcular [medir] isso [...]*[transcrição vídeo 23/03/2013; 00:35:46]

Ao longo das tentativas do grupo para entender a proposta de Rafael, Alberto fez uma síntese esclarecedora:

(5) Alberto: *Eu tenho a laranja A e a laranja B. Eu vou pegar a laranja A porque eu quero. A ideia é: eu vou pegar a laranja A, porque tudo que eu já vivi vai me influenciar a pegar a laranja A. Entendeu? Assim o foco da pesquisa não seria perguntar que tipo de laranja você quer, mas como foi sua vida até agora, onde você viveu, onde você estudou, o que você faz da vida, como foi sua criação, se sua família é grande, se ela é pequena, se ela é do interior. Aí, com base nessas informações, eu vou falar que você vai escolher a laranja A.* [transcrição do vídeo 23/03/2013; 00:31:42]

Em síntese, a proposta de Rafael consistia em:

- i) perguntar para a pessoa dados relacionados à sua vida, que Rafael classificava em quatro fatores (educacionais, familiares, geo-socio-econômicos e bioquímicos);
- ii) buscar os índices oficiais referentes a esses fatores, nos respectivos períodos de tempo em que a pessoa sofreu a referida influência;
- iii) inserir os índices no modelo matemático a ser construído no projeto;
- iv) obter a resposta dada pelo modelo, a qual diria que escolhas sobre imóveis o indivíduo faria.

Ao grupo, caberia a tarefa de encontrar o modelo matemático para ser usado na proposta. Entretanto, não houve uma aceitação espontânea da proposta de Rafael pelo grupo e ele teve que defendê-la, o que é apresentado no episódio 2.

Episódio 2: Rafael defende sua proposta

Este episódio contém trechos, apenas, do sexto encontro. No início desse encontro, a pesquisadora Jussara realizou a primeira entrevista coletiva com o grupo de participantes. Uma das questões era a seguinte:

(6) Jussara: *Agora nós vamos dar um tratamento matemático aos dados que coletamos. O que vocês esperam dessa parte e como cada um de vocês pretende atuar?* [transcrição do vídeo 23/03/2013; 00:16:05]

A intenção dessa questão era provocar no grupo um momento de reflexão sobre qual era, para cada um, o papel da matemática (ou de modelos matemáticos) no projeto de modelagem. As possíveis respostas dependeriam da decisão de seguir, ou não, a proposta de Rafael, o que levou o grupo a discutir a proposta novamente. Nesse momento, a pesquisadora afirmou que percebia certa resistência por parte de alguns integrantes do grupo à proposta de Rafael. Ele, então, argumentou, em favor de suas ideias:

(7) Rafael: *Então, seria uma maneira, isso é, uma coisa que eu tenho comigo, por isso que eu repassei aqui. [...] esse negócio de falar assim: você é físico, você não pode tratar um dado humano com física. Isso é uma falácia [...] Tratar de uma forma humana [segundo um ponto de vista das ciências humanas] ou uma forma física [segundo um ponto de vista da física], na verdade, é só o tipo de detalhamento que eu vou dar pra minha pesquisa.* [transcrição do vídeo 23/03/2013; 00:33:26]

Ele continuou dizendo que acreditava que uma abordagem humana estaria relacionada à análise qualitativa e que ela não é ruim, mas não dá um bom nível de precisão. Assim, para Rafael, o ideal seria aplicar ideias matemáticas às relações humanas:

(8) Rafael: *Se a gente conseguisse correlacionar essas informações humanas a dados matemáticos, isso seria [...] ao invés de simplesmente ver o que é a tendência estatística.*

(9) Jussara: *O que você está esperando então da matemática?*

(10) Rafael: *O que eu estou esperando da matemática? Eu espero muita coisa da matemática. A matemática é a matemática, você sabe.*

(11) Jussara: *Não sei não. Quero saber.*

(12) Rafael: *Mas como assim?*

(13) Jussara: *Você falou assim: [a análise qualitativa] é meio simplista, mas se você pega essa coisa que a gente já tem, essa percepção qualitativa, e...*



- (14) Rafael: ... *adiciona números. Ficaria mais exato.*
(15) Jussara: *E qual é a vantagem disso?*
(16) Rafael: *A vantagem disso? Diminuir o erro.*
(17) Jussara: *Agora aqui, tem você, que quer provar isso, e tem a Ilaine, que quer provar que você está errado. Aí cada um pode forçar para matemática provar o que quer ser provado, o que quer provar. Como é que vocês ficam nisso?* [transcrição do vídeo 23/03/2013; 00:38:23]

O episódio prossegue com o grupo pensativo a respeito do último questionamento e com a pesquisadora Jussara esclarecendo que a pergunta sobre como o grupo pretendia atuar matematicamente estava relacionada a aceitar ou não a proposta do Rafael. O trecho a seguir decorre de tal discussão:

- (18) Ilaine: *Eu acho que o que me assustou, na verdade, não foi a ideia de matematizar esses dados e chegar a um resultado, mas é o que se espera disso aí. É como se, depois, a gente fosse, a partir desse modelinho, conseguir prever tudo que vai acontecer.*
(19) Rafael: *A própria ideia do que eu falo já está sendo aplicada a você [Ilaine]. Por exemplo, você tem a opinião de que é complicado você prever ações como essa.*
(20) Ilaine: *As ações humanas.*
(21) Rafael: *Isso. As ações humanas. Isso é um senso comum, onde pessoas falaram isso e você tomou isso como verdade. Então, automaticamente, você está entrando numa linha onde a maioria das pessoas já acredita nisso e não se prova nem que sim nem que não. É neutro.*
(22) Ilaine: *Depende do que você está tomando como provar.*
(23) Rafael: *Uai, prova empírica.*
(24) Jussara: *É a matemática que vai provar isso?*
(25) Ilaine: *Mas Rafael, o que seria o provar?*
(26) Rafael: *Provar é você ver que funciona [...] provar é você ver que é possível matematizar essas informações de uma maneira que se tenha um senso de certeza [...].*[transcrição do vídeo 23/03/2013; 00:42:40]

Neste episódio, a pesquisadora Jussara questionou o grupo sobre como seria realizado o tratamento matemático no projeto de modelagem matemática desenvolvido pelo grupo. Rafael reafirmou sua crença de que a matemática daria respostas com mais certeza, ou com menos erros, aos objetivos do projeto, e defendeu suas ideias em um debate com as pesquisadoras Jussara e Ilaine.



6. A proposta de Rafael e o que foi planejado para o ambiente de aprendizagem de modelagem: confrontando ideias

Nos dois episódios, apresentados na seção anterior, podemos encontrar elementos que mostram qual seria, na proposta feita por Rafael, o papel da matemática ou de modelos matemáticos.

No primeiro episódio, Rafael apresentou sua proposta, composta por definições, na fala (1), e detalhamentos, nas falas (2) e (3), e começou a esboçar suas ideias sobre pesquisas com abordagens qualitativas e quantitativas, na fala (4). Alberto sintetizou a proposta de Rafael, na fala (5).

O assunto abordagens metodológicas na física e em ciências humanas foi retomado na fala (7), do segundo episódio, em resposta à pergunta da pesquisadora Jussara (fala 6). Para Rafael, essa escolha era um detalhe no projeto que o grupo desenvolvia. Rafael destacou o que esperava da matemática, em sua proposta, nas falas (8) a (16), em um diálogo com a pesquisadora Jussara. Na fala (17), a pesquisadora Jussara provocou um debate entre Rafael e a pesquisadora Ilaine, a qual, na fala (18), afirmou que era importante ter clareza sobre a diferença entre modelar matematicamente e as intenções que estão por trás dessa modelagem. Rafael, por sua vez, defendeu suas hipóteses, nas falas (19) a (21), exemplificando sua proposta com as ideias defendidas pela pesquisadora Ilaine. A discussão entre eles tomou um rumo mais abstrato nas falas (22) a (25), quando eles tematizaram a prova científica e o papel da matemática nela. Por fim, na fala (26), Rafael reafirmou sua maior confiança em provas que se baseiam em argumentos matemáticos.

Podemos concluir, então, que, para Rafael, se o grupo se baseasse em ideias matemáticas, sua análise sobre a escolha de imóveis “ficaria mais exat[a]” (fala 14), o que levaria a uma “diminui[ção d]o erro” (fala 16) na solução obtida. Mais que isso, Rafael acreditava que, dessa forma, seria possível fazer previsões mais precisas sobre que imóveis uma pessoa escolheria para comprar, já que “na verdade, essas escolhas já estão definidas” (fala 1). Ou seja, para Rafael, o papel da matemática (ou de modelos matemáticos) seria fazer previsões sobre o que pode acontecer no futuro (SKOVSMOSE, 1990), e a matemática imprimiria uma maior certeza em tais previsões. Essas ideias se alinham com a ideologia da certeza da matemática (BORBA; SKOVSMOSE, 1997).

Mas o que pode ter levado Rafael a elaborar tal proposta? Como Borba e Skovsmose (1997) afirmam, a ideologia da certeza está disseminada na sociedade e, nas escolas, os professores fazem parte de uma cadeia que contribui para difundir tal ideologia. Rafael, além de ser estudante, em formação para ser professor de Física, também atuava como professor, de Física e de Matemática. Por isso, ele era influenciado e, talvez, já atuasse como difusor da ideologia da certeza da matemática. Assim, nos espaços educacionais em



que atuava, Rafael poderia estar propondo um modelo matemático para estruturar um fenômeno social (BARBOSA, 2009), a exemplo do que ele já vivia na educação científica, colaborando para a disseminação da ideologia da certeza.

Devemos lembrar, por outro lado, que o ambiente de aprendizagem no qual a pesquisa foi realizada era uma situação arranjada (SKOVSMOSE; BORBA, 2004) e, embora ele estivesse inserido em um contexto escolar, não estava completamente subordinado às regras que ali imperam. Talvez por isso, o estudante Rafael se sentiu livre para dar asas ao físico Rafael, propondo a estruturação (BARBOSA, 2009) de uma situação com referência à realidade, a fim de fazer previsões (SKOVSMOSE, 1990), por meio da matemática, e expandindo essas ideias para uma discussão sobre metodologia de pesquisa científica (falas 4, 7 e 22 a 26).

Essa discussão foi alimentada pelas pesquisadoras Jussara e Ilaine. Em um paradigma crítico de pesquisa (SKOVSMOSE; BORBA, 2004), os pesquisadores não têm a intenção de não interferir no andamento da pesquisa. Ao contrário, por estarem comprometidos com transformações, os pesquisadores interveem propositadamente no contexto da pesquisa. Foi o que fizeram as pesquisadoras Jussara (falas 6 e 17) e Ilaine (fala 18).

Na fala (17), a pesquisadora Jussara explicitou um choque entre as ideias de Rafael e as da pesquisadora Ilaine, provocando uma discussão entre eles. Sua intenção era detectar tensões, conflitos e contradições, vivenciados pelo grupo no ambiente de aprendizagem de modelagem, a fim de analisar a evolução da postura crítica do grupo por meio de enfrentamento de contradições emergentes.⁸

Essa intervenção da pesquisadora Jussara levou a pesquisadora Ilaine a dar visibilidade, na fala (18), ao confronto entre a proposta de Rafael e a perspectiva sociocrítica (KAISER; SRIRAMAN, 2006), que orientou o ambiente de aprendizagem de modelagem: o que a assustou “*não foi a ideia de matematizar esses dados e chegar a um resultado, mas é o que se espera disso aí.*” Como já afirmamos, uma das preocupações da educação matemática crítica é discutir sobre os interesses que estão por trás de cada um dos possíveis papéis de modelos matemáticos na sociedade (SKOVSMOSE, 1990).

De forma sintética, concluímos que o papel da matemática (ou de modelos matemáticos), na proposta de Rafael, era fazer previsões sobre o futuro, de forma mais precisa, com menos erros, e que tal proposta estava em conflito com a perspectiva de

⁸ Esse é um dos objetivos específicos da pesquisa “Aprendizagem expansiva em projetos de modelagem orientados pela educação matemática crítica”, que deu origem a este artigo e tem a Teoria da Atividade como um de seus fundamentos teóricos. Por uma questão de limitação de espaço, não vamos considerar tal teoria neste artigo. Para efeito de esclarecimento, nos limitaremos a informar que, segundo Engeström e Sannino (2010, p. 7), as “contradições tornam-se forças propulsoras reais da aprendizagem expansiva”. Pretendemos abordar essa discussão em um trabalho futuro.



modelagem que orientou o ambiente de aprendizagem.

7. Considerações finais

Apresentamos, aqui, reflexões sobre uma pesquisa que teve como palco uma situação arranjada, a partir da qual pode ser possível vislumbrar como seria a situação imaginada (SKOVSMOSE; BORBA, 2004). Como descrevemos na seção 3, para nós, a situação imaginada seria a inserção de ambientes de aprendizagem de modelagem nas aulas de matemática do Instituto de Ciências Exatas da UFMG, nos quais os alunos desenvolveriam projetos de modelagem orientados pela educação matemática crítica. É necessário, nesse momento, buscar meios para refletir sobre possibilidades para a situação imaginada a partir do que concluímos sobre a situação arranjada. Para tal, Skovsmose e Borba (2004, p. 215) propõem o raciocínio crítico: “o processo analítico de reconsiderar a situação imaginada à luz de experiências relacionadas com a situação arranjada”, o que passamos a desenvolver a seguir.

A situação arranjada, aqui analisada, aconteceu em um espaço escolar, mas as discussões não se restringiram àquelas que são comuns a esse espaço. Ou seja, o grupo ampliou suas discussões para um escopo social mais amplo, o que está em harmonia com as preocupações da educação matemática crítica. As discussões sobre o papel da matemática na sociedade e sobre metodologia de pesquisa são exemplos dessa situação.

Na universidade, alunos de cursos de graduação da área de ciências exatas não costumam viver tal experiência nas disciplinas curriculares. Apenas alunos que se envolvem com iniciação científica podem ter contato com tais discussões e, mesmo assim, em um nível incipiente. Pensando na situação imaginada, tais discussões poderiam dar um caráter diferenciado à formação desses futuros físicos, engenheiros e matemáticos.

Além disso, essas discussões poderiam levar a uma desestabilização das certezas matemáticas ou, pelo menos, a questionamentos a esse respeito. A ideologia da certeza está presente na sociedade e é difundida nas práticas pedagógicas de matemática e de outras disciplinas escolares. A proposta de Rafael foi criada em uma prática pedagógica, mas carrega em si a intenção de um físico que poderia usar a matemática para fazer prescrições na sociedade, alimentando a ideologia da certeza. Essas discussões e reflexões, nos espaços escolares da situação imaginada, poderiam contribuir para a desestabilização da ideologia pelas mãos dos futuros cientistas/cidadãos.

Neste artigo, vislumbramos algumas possibilidades e esperamos que elas tragam contribuições para discussões sobre modelagem segundo a educação matemática crítica, nas quais o foco da crítica se localiza no tratamento matemático em tais ambientes de aprendizagem.



Agradecimentos

Agradecemos aos sujeitos da pesquisa, por sua participação, e a Célio Melillo, Edmilson Torisu, Francisco Camelo e Ilaine Campos, por sugestões feitas a versões preliminares deste artigo. Agradecemos, também, o apoio financeiro concedido pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq, processo n. 473850/2011-7) e pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG, processo n. PPM 00235/13) para o desenvolvimento da pesquisa.

Referências

ALMEIDA, L. M. W.; TORTOLA, E.; MERLI, R. F. Modelagem matemática - com o que estamos lidando: modelos diferentes ou linguagens diferentes?. **Acta Scientiae**, v. 14, n. 2, p. 215-239, 2012. Disponível em <<http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/230/226>>. Último acesso em: 21 jun. 2014.

ALVES-MAZZOTTI, A. J. O método nas ciências sociais. In: ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa**. São Paulo: Editora Pioneira, 1998. parte II, p. 107-188.

ARAÚJO, J. L. **Cálculo, tecnologias e modelagem matemática: as discussões dos alunos**. 2002. Tese (Doutorado) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

ARAÚJO, J. L. Uma abordagem sócio-crítica da modelagem matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. **Alexandria Revista de Educação em Ciências e Tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 55-68, 2009. Disponível em <<http://alexandria.ppgect.ufsc.br/files/2012/03/jussara.pdf>>. Último acesso em: 12 jun. 2014.

ARAÚJO, J. L. Ser crítico em projetos de modelagem em uma perspectiva crítica de educação matemática. **Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)**, v. 26, n. 43, p. 67-87, 2012. Disponível em <<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/6890/4973>>. Último acesso em: 12 jun. 2014.

BARBOSA, J. C. Mathematical modelling in classroom: a socio-critical and discursive perspective. **ZDM – The International Journal on Mathematics Education**, v. 38, n. 3, p. 293-301, jun., 2006. Disponível em: <<http://link.springer.com/article/10.1007/BF02652812>>. Último acesso em: 01 nov. 2014.

BARBOSA, J. C. A prática dos alunos no ambiente de modelagem matemática: o esboço de um framework. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (Orgs.) **Modelagem matemática na educação matemática brasileira: pesquisas e práticas**



educacionais. Recife: SBEM, 2007. p. 161-174.

BARBOSA, J. C. Modelagem e modelos matemáticos na educação científica. **Alexandria Revista de Educação em Ciências e Tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 69-85, 2009. Disponível em <<http://alexandria.ppgect.ufsc.br/files/2012/03/jonei.pdf>>. Último acesso em: 14 jun. 2014.

BLUM, W. Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. In: KAISER, G.; BLUM, W.; FERRI, R. B.; STILLMAN, G. (Eds.) **Trends in teaching and learning of mathematical modelling**. Dordrecht: Springer, 2011. p. 15-30.

BORBA, M. C.; SKOVSMOSE, O. The ideology of certainty in mathematics education. **For the Learning of Mathematics**, v. 17, n. 3, p. 17-23, 1997.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-with-media and reorganization of mathematical thinking**: information and communication technologies, modeling, visualization and experimentation. New York: Springer Science+Business Media, Inc., 2005.

ENGESTRÖM, Y.; SANNINO, A. Studies of expansive learning: foundations, findings, and future challenges. **Educational Research Review**, v. 5, p. 1-24, 2010. doi: 10.1016/j.edurev.2009.12.002. Último acesso em 02 jul. 2014.

FONTANA, A.; FREY, J. H. Interviewing: The art of science. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. S. (Eds.) **Handbook of qualitative research**. California: Sage Publications, 1994. p. 361-376.

FREITAS, W. S. **A matematização crítica em projetos de modelagem**. 2013. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2013.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **ZDM – The International Journal on Mathematics Education**, v. 38, n. 3, p. 302-310, jun., 2006. Disponível em: <<http://subs.emis.de/journals/ZDM/zdm063a9.pdf>>. Último acesso em: 20 jun. 2014.

LINGERFJÄRD, T. Modelling from primary to upper secondary school: findings of empirical research - overview. In: KAISER, G.; BLUM, W.; FERRI, R. B.; STILLMAN, G. (Eds.) **Trends in teaching and learning of mathematical modelling**. Dordrecht: Springer, 2011. p. 9-14.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

NEVES, R. G.; SILVA, J. C.; TEODORO, V. D. Improving learning in Science and mathematics with exploratory and interactive computational modelling. In: KAISER, G.; BLUM, W.; FERRI, R. B.; STILLMAN, G. (Eds.) **Trends in teaching and learning of mathematical modelling**. Dordrecht: Springer, 2011. p. 331-339.

PONTE, J. P. Estudos de caso em educação matemática. **Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)**, v. 19, n. 25, p. 105-132, 2006. Disponível em



<<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/1880/1657>>. Último acesso em: 14 jun. 2014.

SKOVSMOSE, O. Reflective knowledge: Its relation to the mathematical modelling process. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, v. 21, n. 5, p. 765-779, 1990.

SKOVSMOSE, O. **Travelling through education: uncertainty, mathematics, responsibility**. Rotterdam: Sense Publishers, 2005.

SKOVSMOSE, O.; BORBA, M. C. Research methodology and critical mathematics education. In: VALERO, P.; ZEVENBERGEN, R. (Eds.) **Researching the socio-political dimensions of mathematics education**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2004. p. 207-226.

STAKE, R. E. **Investigación con estudio de casos**. Madrid: Morata, 2005. Tradução do original de 1995, *The art of case study research*, Sage Publications.

YIN, R. **Case study research: Design and methods**. Newbury Park, CA: Sage, 1984.

Jussara de Loiola Araújo

Professora do Departamento de Matemática e do Programa de Pós- Graduação em Educação - UFMG - Brasil

E-mail: jussara@mat.ufmg.br

Ana Paula Rocha

Mestranda do Programa de Pós- Graduação em Educação - UFMG - Brasil

E-mail: anamathematics@ufmg.br

Danielle Alves Martins

Licenciada em Matemática - UFMG - e Professora da Rede Estadual de Minas Gerais - Brasil

E-mail: daniellemartins125@hotmail.com

