

SITUACIÓN ACTUAL DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA EN EL PERÚ

CURRENT STATUS OF MATHEMATICS EDUCATION IN PERU

Jesús Victoria Flores Salazar

Rosa Cecilia Gaita Iparraquirre

Instituto de Investigación sobre Enseñanza de Matemáticas – REM/PUCP/Perú

Resumen

Este artículo presenta la situación actual de la educación matemática en el Perú. Para ello, se da una mirada a la problemática actual en la que se ve inmerso el sistema educativo peruano; los orígenes de la Educación Matemática en el Perú y la influencia, tanto de la Maestría en Enseñanza de las Matemáticas como la del Instituto de Investigación sobre Enseñanza de las Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica del Perú en el desarrollo de esta área. Se presenta los grupos, líneas y proyectos de investigación que actualmente existen y se muestran ejemplos de dos pesquisas en la línea investigación de Tecnologías.

Palabras clave: Educación Matemática, investigación; Tecnologías.

Abstract

This paper presents the current status of mathematics education in Peru. For this, one gives a glimpse at the current problems in which the Peruvian educational system is immersed, the origins of Mathematics Education in Peru, and the influence of the Master course in Teaching Mathematics and the Research Institute of Mathematics Teaching at *Pontificia Universidad Católica del Perú* on the development of this area. The groups, research lines and research projects that currently exist and two examples of investigations in the research line of technologies are presented.

Keywords: Mathematics Education, Research, Technologies.

Una mirada al sistema educativo peruano

En el Perú, la Educación Básica Regular comprende tres niveles: inicial, primaria y secundaria. El organismo encargado de formular la política educativa, normar la gestión pedagógica, así como velar por el cumplimiento de acciones que garanticen su desarrollo es el Ministerio de Educación del Perú, MINEDU.

Además, existe el Sistema Nacional de Evaluación, SINEACE, de quien depende el Instituto Peruano de Evaluación, Acreditación y Certificación de la Calidad de la Educación Básica – IPEBA.

Los modelos educativos sobre los cuales el MINEDU ha realizado propuestas y reformas para el sistema educativo peruano se han basado, por lo general, en modelos provenientes de otros países.

Durante los años 90, fueron promulgadas varias modificaciones legales que se constituyeron en hitos para el sector educativo. En particular, en los últimos años, el modelo constructivista ha sido el soporte del currículo oficial, según se declara en el documento Diseño Curricular Nacional de la Educación Básica regular, publicado en el año 2009 y vigente hasta la fecha.

Sin embargo, en la práctica se encuentran evidencias de la presencia de un modelo conductista muy arraigado en los planes de formación de profesores, en particular, en la formación de profesores de nivel primario y de profesores de matemáticas de nivel secundario. En esa misma línea, Ramirez (2006) manifiesta que existen serias deficiencias en la formación académica de los estudiantes de la carrera de profesor de Educación Primaria y señala, como causa principal de este hecho, los pocos o nulos conocimientos que poseen los docentes en formación sobre la resolución de problemas matemáticos. Así también, Piscocya (2005) manifiesta que muchos profesores de Educación Primaria no llegan a dominar los conceptos básicos ni tampoco las estrategias para enfrentar con éxito la resolución de problemas matemáticos.

Por otro lado, en los textos didácticos de matemáticas, elaborados por diversas editoriales, de amplia difusión y utilizados en los centros educativos particulares y estatales del Perú, los contenidos matemáticos aparecen desconectados unos de otros y, en la mayoría de los casos, los problemas se presentan después del bloque teórico, con la única finalidad de aplicar los saberes aprendidos. Atendiendo a la clasificación que realiza Gascón (2001) de los modelos epistemológicos y docentes, se identifica que los responsables de las políticas educativas y de su implementación poseen una concepción euclidianista de la matemática y un modelo docente tecnicista.

Existen algunos esfuerzos recientes del MINEDU con el fin de proporcionar herramientas a los docentes para que logren llenar los vacíos que presenta su formación, elaborando para ello documentos tales como Rutas para el aprendizaje. También, es importante resaltar el trabajo realizado por el IPEBA, mediante el documento Estándares de Aprendizaje de Matemáticas en el que se establecen los aprendizajes matemáticos que los estudiantes peruanos necesitan en los distintos niveles educativos. Sin embargo, estos documentos todavía no son lo suficientemente concretos y la responsabilidad de generar competencias en sus estudiantes sigue recayendo directamente en el docente.

Por lo descrito, se observa que la problemática actual en la que se ve inmerso el sistema educativo peruano es compleja y se hace necesario establecer un vínculo efectivo entre la Educación Matemática y la puesta en práctica de los resultados que de ella emerjan.

Para fortalecer este vínculo, es necesario que la investigación en Educación Matemática tome un papel protagónico en el sistema educativo del Perú.

Orígenes de la Educación Matemática en el Perú

De acuerdo con Ayzanoa (2003), durante los inicios del siglo XIX, aparecieron personajes ilustres en el campo educativo peruano, como José A. Encinas, Manuel González Prada, entre otros, cuyo principal objetivo fue la inclusión de la comunidad campesina rural del país en la educación. Ellos entendían que la realización de los derechos y libertades del hombre debían darse a través de la educación y la cultura, así como la revalorización del maestro como eje central de todo proceso educativo.

Nos remontaremos 50 años atrás, cuando un grupo de matemáticos liderado por el Dr. José Tola Pasquel, creó el Instituto para la Promoción de la Enseñanza de las Matemáticas (IPEM), entidad de promoción educativa cuya finalidad fue capacitar a profesores de matemáticas en ejercicio. El origen de este instituto estuvo asociado al del Instituto de Matemática de la Universidad de Ingeniería, IMUNI (1962-1968), dedicado a la investigación y a la formación de los líderes de la matemática del país. En ese grupo de matemáticos preocupados por la educación destacó el Dr. César Carranza Saravia,

Debido a la fuerte influencia que recibieron los miembros del IMUNI del grupo Bourbaki, es comprensible que la concepción sobre la matemática que primara en sus miembros fuera la de la matemática moderna. Y esto vino acompañado de una concepción de la educación matemática basada en una formación matemática formalista. Se programaron actividades denominadas Institutos de verano, con varias semanas de duración y dirigidas básicamente a profesores peruanos de matemática de Educación Secundaria de Lima y provincias. En ellos se impartían clases magistrales en las que se presentaban los conceptos considerados como soporte de la estructura matemática: Lógica, Teoría de conjuntos, Álgebra, Topología, Funciones, etc.

La influencia que tuvo el trabajo realizado por este grupo de matemáticos fue muy grande; muestra de ello es que, al finalizar el Cuarto Instituto de Verano, se elaboró un plan de desarrollo futuro de la educación matemática en Latinoamérica.

Esta actividad marcó el inicio de la verdadera reforma de la enseñanza de la matemática en nuestro continente, cuyos frutos más significativos se observan ahora en Argentina, Brasil, Chile, Colombia, Méjico y Uruguay, y que se vio refor-

zada con la ayuda que proporcionaron sus respectivos gobiernos (CARRANZA, 2007, p.12).

Según Carranza (2007), a fines de 1968, una crisis política determinó la desaparición del IMUNI, dándose origen a una nueva etapa en el desarrollo de la matemática en el Perú la que también estuvo intimamente ligada con el desenvolvimiento de la Educación Matemática. Sin embargo esta tuvo un nuevo escenario, el de la Pontificia Universidad Católica del Perú, PUCP.

En este centro de estudios es donde, en los años 80, se crea la Maestría en Enseñanza de las Matemáticas, única en su género en el país. La Maestría en Enseñanza de las Matemáticas responde al modelo educativo adoptado por la PUCP que está orientado a la formación integral del individuo, que ha sido organizado tomando en cuenta los tres componentes esenciales de la universidad: formación, investigación y responsabilidad social.

La maestría en Enseñanza de las Matemáticas se basa en una sólida formación disciplinar que servirá para realizar investigaciones relevantes en el área de la Didáctica de las Matemáticas. Y que, a su vez, serán el punto de apoyo para la elaboración de propuestas para la enseñanza de este tópico fundamental en todas las etapas de formación del ser humano. Este es un ejemplo de cómo el saber científico se pone al alcance del desarrollo de la sociedad.

El plan de estudios de esta maestría ha conocido tres cambios, atendiendo a la visión que, en su momento, tenían las personas que la dirigían. Inicialmente el plan de estudios estaba formado, casi en su totalidad, por un conjunto de cursos de Matemáticas puras, con un nivel de exigencia igual o menor al que tenían los estudiantes de una maestría en Matemáticas y sólo había un curso de investigación al final del mismo. Esto se correspondía con una visión de los matemáticos de la época que consideraba como condición suficiente para ser un buen profesor de Matemáticas, el saber Matemáticas. Lo que, a su vez, porque en la formación de profesores en los Institutos Pedagógicos y en las facultades de educación de centros universitarios, se estudiaban un gran número de cursos de pedagogía general, de psicología, y muy pocos de la disciplina Matemáticas.

Sin embargo, en los últimos años, la Educación Matemática y, en particular, la Didáctica de las Matemáticas, se ha ido consolidando como una disciplina cuyo foco de atención son las Matemáticas, a las que se concibe como una construcción humana y en los procesos de construcción, comunicación y validación de conocimientos que se generan en ambientes de aprendizaje. Complementa este cambio de paradigma, la consideración de las nuevas condiciones en las que los maestros deben atender a sus alumnos, que son muy distintos a los estudiantes de hace un par de décadas.

La última vez que el plan de estudios fue modificado fue en el año 2006; a partir de esa fecha, se adoptó una postura distinta sobre la Didáctica de la Matemática lo que, a su vez, significó un punto de quiebre entre lo que se hacía antes

y a partir de esa fecha. Esta postura se mantiene hasta la actualidad, con algunos ajustes que se realizan al interior de las asignaturas, pero sin que esto implique cambios de estructura.

A diferencia de lo que se buscaba en el plan de estudios anterior, en donde el objetivo era sólo que los profesores adquirieran sólidos conocimientos matemáticos y en el que se adoptaba una postura euclidianista respecto al saber matemático, en el plan actual, se ha adoptado una postura constructivista respecto a la matemática y su enseñanza.

Así, se propusieron como ejes fundamentales cursos de Matemáticas y espacios para que los estudiantes pudieran iniciarse en la investigación a través del estudio de marcos teóricos y metodológicos propios de la Educación Matemática. De esta manera, la maestría fue concebida como una maestría académica que buscaba generar conocimiento a partir del ya existente.

El nuevo plan fue presentado a las instancias correspondientes en la universidad y fue aprobado. Es así como, desde el año 2006, la maestría adoptó un nuevo rumbo y se empieza a tomar contacto con investigadores internacionales, artífices de esta nueva disciplina científica, para invitarlos a participar en algunas de las etapas del desarrollo de este renovado programa.

Una persona muy importante para este cambio de paradigma ha sido el Dr. Uldarico Malaspina Jurado quien a través de la publicación y difusión de sus trabajos sobre Resolución y Creación de Problemas (2013a; 2013b), ha podido establecer contactos con otros destacados investigadores del área. Ellos han visitado el Perú, impartido clases en la Maestría en Enseñanza de las Matemáticas de la PUCP, codirigido tesis de maestría y establecido grupos conjuntos de investigación que permiten que podamos hablar de una nueva etapa de la investigación en la Educación Matemática en el Perú.

Cabe resaltar también que el Dr. Malaspina es el fundador y director del Instituto de Investigación sobre Enseñanza de las Matemáticas – IREM creado en el año 2000 con sede en la Pontificia Universidad Católica del Perú. Recordemos que, en el año 1968, fue creado en Francia, el primer Instituto de Investigación para la Enseñanza de las Matemáticas *Institut de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques* – IREM y que, en la actualidad, el IREM es una red de institutos cuyos miembros son profesores de matemática de diferentes niveles educativos (primaria, secundaria y superior) y que trabajan, tanto en la formación de profesores, como en investigación en enseñanza de las matemáticas. En el caso del IREM-PUCP, sus miembros son profesores-investigadores y exalumnos de la maestría en enseñanza de las matemáticas.

Además, El IREM-PUCP, al igual que todos los institutos de la red, tiene como misión centrarse en problemas específicos y perspectivas de investigación que aparecen en los diferentes niveles educativos; contribuir con la formación de profesores, por medio de acciones que dependen, tanto de la investigación básica,

como de la aplicada y; producir y divulgar materiales educativos como, artículos, manuales, revistas, documentos digitales, etc.

Asimismo, debemos señalar que, en el Perú, existe también la Sociedad Peruana de Educación Matemática – SOPEMAT, que es una asociación compuesta por educadores del área de matemática que tiene como finalidad: contribuir al mejoramiento de la calidad de la educación matemática en el Perú. Asimismo, esta sociedad es miembro de la Federación Iberoamericana de Sociedades de Educación Matemática y participa en eventos internacionales del área.

Investigación en Educación Matemática: una nueva etapa

Tanto el Instituto de Investigación sobre Enseñanza de las Matemáticas, como la Maestría en Enseñanza de las Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica del Perú, realizan investigaciones que tienen como objetivo el desarrollo de la Educación Matemática en el Perú. Para ello, trabajan en tres frentes y/o líneas de investigación que presentamos a seguir:

Tecnologías y medios de expresión en enseñanza de las matemáticas: estudia el papel de la incorporación de las tecnologías, especialmente, del uso de la tecnología informática en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. Se plantea como principal problema de investigación el identificar bajo qué condiciones el uso de las tecnologías permite un acceso democrático y eficiente para el desarrollo de contenidos y competencias matemáticas.

Esta línea tiene entre sus principales objetivos: analizar, desde una perspectiva teórica y práctica, cuestiones referentes a la enseñanza y aprendizaje de la matemática cuando se utiliza tecnología; promover el uso de la tecnología en el proceso de enseñanza aprendizaje en los diferentes niveles educativos; ser un referente nacional en la investigación y aplicación de las tecnologías en la enseñanza de la matemática en la Educación Básica Regular y Superior.

Didáctica de la Matemática e Historia: esta línea de investigación analiza la interrelación entre la historia y la didáctica de la matemáticas, con el objetivo de mejorar la comprensión de los fenómenos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje, la relación entre los saberes científico y escolar y la constitución histórica-cultural de la Matemática.

Currículo y Formación de profesores: se centra en el estudio del currículo de matemáticas y de la formación de profesores de Educación Básica Regular del Perú (nivel primario - entre los 6 y 11 años; y secundario- entre 11-16 años de edad). Se apoya en modelos teóricos y examina la coherencia entre sus distintos elementos. También estudia el rol que desempeña el profesor de matemáticas en la Educación Básica Regular para reorientar su práctica docente.

Además de las líneas de investigación, se formaron grupos de investigación y, actualmente, se están desarrollando proyectos de investigación.

Grupos y proyectos de investigación

En el año 2011, por la iniciativa de investigadores y estudiantes de la Maestría en Enseñanza de las Matemáticas de la PUCP, se creó el grupo de estudios Tecnologías y Educación Matemática – TEM, que tiene como objetivo principal propiciar un espacio de discusión sobre la mediación de ambientes tecnológicos en la enseñanza de las matemáticas; es decir, hacer básicamente una reflexión teórica de algunos enfoques que cimentan el uso de la tecnología informática en la clase de matemática y cómo el buen uso de ésta trae como resultado otra manera de enseñar y aprender matemática.

En ese contexto, se desarrollaron algunas actividades de formación de profesores y reflexiones teóricas, como por ejemplo, el primer seminario taller en el que participaron profesores de nivel secundario de colegios públicos y particulares de Lima. Con el desarrollo de este seminario, se dio un primer paso para el fortalecimiento de la línea de investigación de tecnologías.

También, en este seminario, se explicaron algunas posturas sobre el uso de la tecnología, como la de Lévy (2002) que afirma que la tecnología engloba tres polos: la oralidad, la escritura y la informática.

Asimismo, en el seminario se desarrolló el tercer polo; es decir, el polo de la tecnología informática, se reflexionó específicamente sobre el uso de los ambientes de geometría dinámica como el Geogebra, Cabri II y Cabri 3D, porque estos ambientes informáticos pueden tornar el proceso de enseñanza y de aprendizaje de la matemática, más dinámico ya que disponen de diversas herramientas, funciones y recursos para manipular y visualizar representaciones de objetos matemáticos. (SALAZAR, 2011, p. 123).

Se tomaron como referencia el enfoque Instrumental de Rabardel (1995) y la teoría de Registros de Representación Semiótica de Duval (1995). El desarrollo del seminario se realizó en dos etapas. En la primera etapa, se introdujeron algunas definiciones de tecnología y se desarrollaron actividades en las que la tecnología informática puede facilitar o dificultar el proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática. En la segunda etapa, se presentaron diversas formas en las que la tecnología informática puede ser utilizada desde la perspectiva de la didáctica de la matemática. Por fin, se reflexionó sobre la importancia del buen uso de la tecnología informática en la enseñanza y aprendizaje de matemática.

Este seminario y otras actividades, como por ejemplo, los Coloquios Internacionales sobre Enseñanza de las Matemáticas, que cada dos años el IREM y la MEM organizan y en los que participan investigadores, estudiantes de la maestría y profesores de los diferentes niveles educativos del país y del extranjero, son antecedentes para que en el año 2012 investigadores del IREM crearan el grupo de investigación Didáctica de las Matemáticas–DIMAT cuyo objetivo central es investigar los fenómenos didácticos relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de los conceptos matemáticos, en los diferentes niveles educativos del Perú y ana-

lizar, desde una perspectiva teórica y práctica, cuestiones referentes a la enseñanza y aprendizaje de la matemática cuando se utiliza tecnología informática.

Como se observa, la formación de los grupos TEM y DIMAT es fundamental para el avance de investigaciones en el área.

Otro esfuerzo para fortalecer la investigación en Educación Matemática en el Perú, son los proyectos de investigación. Principalmente, se presentan algunos proyectos de investigación que actualmente se encuentran en desarrollo. En estos proyectos, al igual que en los grupos, participan profesores-investigadores y estudiantes de la maestría.

El primer proyecto titulado “Logros de aprendizaje de los estudiantes del ciclo 4 y 6 de la educación básica regular en torno a los temas de Estadística y Probabilidad”, se encuadra en la línea de Didáctica de las Matemática e investiga el nivel del conocimiento en Estadística y Probabilidad de estudiantes de ciclo 4 (cuarto año de educación primaria; estudiantes tienen entre 9 e 10 años) se espera conocer si los conocimientos básicos, en ambos campos, son alcanzados por los estudiantes en los momentos esperados.

Para ello, en este proyecto, se hace uso de los Estándares de Aprendizaje Nacionales de la Educación Básica Regular del Perú, considerando en particular los Mapas de progreso del Aprendizaje, es así como se desea obtener información importante que permita establecer cuáles son los conocimientos que se deberían fortalecer en un primer curso de Estadística a nivel universitario.

Otro proyecto trata de la “La creación de problemas como competencia profesional del profesor de matemáticas: aportes para la formación de profesores” que se enmarca en la línea de investigación de Formación de Profesores. Este proyecto de investigación tiene como objetivo proponer un marco teórico sobre la creación de problemas de matemáticas que pueda ser integrado en la formación de profesores. Se basa en la investigación que el Dr. Malaspina desarrolla ya hace algunos años en este campo.

Este proyecto tiene como una de las consecuencias concretas; por ejemplo, presentar al Ministerio de Educación del Perú resultados de la investigación para que sean útiles a la formación de profesores y, en consecuencia, a la formación de los estudiantes de Educación Básica Regular del Perú.

Por otra parte, la línea de investigación de Tecnologías se ha desarrollado y, sobre todo, fortalecido, estos últimos años. Se afirma esto porque, actualmente existen proyectos de investigación en los que participan profesores, profesores-investigadores y estudiantes de la Maestría en Enseñanza de las Matemáticas de la PUCP. Cabe resaltar que los estudiantes, en su mayoría, son profesores de matemáticas de primaria, secundaria y de nivel universitario. A continuación, presentamos brevemente estos proyectos.

El proyecto “Enseñanza y Aprendizaje de Matemáticas en ambientes de geometría dinámica empleando el Geogebra”, se encuentra en pleno desarrollo y

tiene por objeto estudiar el efecto del uso de ambientes tecnológicos en los que se desarrollan procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Para ello, se propone estrechar los vínculos ya existentes entre investigadores y estudiantes de la maestría en Enseñanza de las Matemáticas de la PUCP e investigadores del grupo *Processos de Ensino e Aprendizagem de Matemática* PEA-MAT de la Pontificia Universidad Católica de Sao Paulo – PUCSP.

Este proyecto toma como antecedente que, en la actualidad, se tienen evidencias, como las de Salazar et al. (2012a; 2012b; 2013) y Silva et al (2012), que el uso adecuado de ambientes tecnológicos, especialmente de geometría dinámica Geogebra, Cabri II y Cabri 3D, facilitan la visualización y la percepción de propiedades de los objetos matemáticos representados que, con otros recursos, podrían no ser evidentes.

Específicamente, en el proyecto se plantea como objetivo analizar, tanto desde el punto de vista teórico como práctico, cuestiones relacionadas con la complejidad de la inserción del ambiente de geometría dinámica Geogebra en la enseñanza y en el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Básica Regular y, en el nivel universitario, en el aprendizaje de conceptos geométricos y algebraicos. Se adoptó como referencial teórico, elementos de la Teoría de Registros de Representación Semiótica y aspectos relacionados con la Visualización de Duval (1995; 2002); también se consideran elementos de la Teoría de Situaciones Didácticas de Brousseau (1986) y del Enfoque Instrumental de Rabardel (1995). Como metodología de investigación se emplean aspectos de la Ingeniería Didáctica de Artigue (1995).

En lo relacionado a resultados, se espera brindar alcances teóricos a la comunidad de investigadores que trabajan en esta línea, a través de la comunicación de los resultados obtenidos en el proyecto; es decir, mediante la publicación de tesis de maestría, así como de artículos que contengan los resultados de las investigaciones que se desprendan y cuyos autores sean profesores-investigadores y estudiantes. Además, los temas de investigación que se desprendan de estos trabajos serán planteados como temas de futuras tesis de maestría. De esta manera, se espera que este proyecto permita que estudiantes y profesores de la maestría fortalezcan su perfil de investigadores en esta línea.

En cuanto al otro proyecto, de ámbito internacional, trata de la interacción de investigadores de la PUCP y PUCSP en investigaciones relacionadas a los procesos de enseñanza y aprendizaje de matemática en ambientes tecnológicos.

Este proyecto se desarrolla de forma colaborativa por los grupos de investigación *Processos de Ensino e Aprendizagem de Matemática* y Didáctica de las Matemáticas de ambas universidades, siendo el DIMAT grupo colaborador.

El proyecto busca llevar a los profesores en formación inicial o continua, al uso de ambientes tecnológicos y, especialmente, al uso de ambientes de geometría dinámica. Además, espera que estos ambientes sirvan de instrumentos en la

construcción de conjeturas y de resolución de problemas de matemática. Al igual que el proyecto anterior, aspectos de Ingeniería Didáctica de Artigue (1995) son utilizados como metodología de investigación. Asimismo, se utilizarán entrevistas individuales y de observación como instrumentos diagnósticos; también serán utilizados cuestionarios semiestructurados, entrevistas y registro de producciones de los participantes, para identificar las concepciones de profesores de los dos países con relación a los conceptos matemáticos que se investiguen.

Más tarde, con el resultado del diagnóstico, se definirán los caminos para una propuesta y para el desarrollo de una formación continua de profesores y, a partir de ella, se pretende que éstos construyan secuencias didácticas, las apliquen a sus estudiantes y analicen los resultados obtenidos.

Tecnologías y medios de expresión: algunas investigaciones

En lo que se refiere a la línea de Tecnologías y medios de expresión en enseñanza de las matemáticas tanto del IREM como de la maestría en Enseñanza de las Matemáticas, enfatizamos que, además de los proyectos de investigación que están en pleno desarrollo y que fueron presentados anteriormente, en esta línea de investigación se han publicado varias tesis de maestría y artículos que enfatizan, sobre todo, el uso de ambientes de geometría dinámica – Cabri 3D y Geogebra – en la enseñanza y en el aprendizaje de geometría.

Estas investigaciones se justifican porque según las Orientaciones para el Trabajo Pedagógico del Ministerio de Educación, La tecnología desempeña también un papel importante en la enseñanza y el aprendizaje de la geometría. Herramientas, como un programa informático de “Geometría dinámica”, capacitan para modelizar una gran variedad de figuras de dos dimensiones y para tener una experiencia interactiva con ellas. La visualización y el razonamiento espacial se enriquecen mediante la interacción con animaciones de ordenador y en otros contextos tecnológicos (PERÚ, 2010, p.30).

Es así que, en los últimos años, investigadores y estudiantes de la MEM han publicado algunos resultados de sus investigaciones en las que utilizaron ambientes e geometría dinámica como el Cabri 3D y el Geogebra, en foros internacionales como el VI Coloquio Internacional sobre Enseñanza de las Matemáticas, ICME 12, VI IberoCabri y el VIII CIBEM, entre otros congresos internacionales. En este artículo se presentan dos ejemplos concretos de estas investigaciones en la que se ha utilizado el Cabri 3D para explorar aspectos de visualización de representaciones de objetos bi y tri-dimensionales.

En la primera investigación, se trabajó una situación en la que se pide al participante que cuente el número de caras de una pirámide regular recta de base cuadrada, cuyas caras laterales son triángulos equiláteros a la que se le ha unido un tetraedro regular cuyas caras son triángulos equiláteros congruentes a las caras laterales de la pirámide; primero, sin el apoyo del software y, luego, se le pide que

use el Cabri 3D. En esta actividad estamos concentrados en el estudio de aspectos de visualización en el sentido de Duval.

Después de trabajar con lápiz y papel, una dupla de participantes afirmó que el nuevo poliedro tiene siete caras. Luego, esta misma dupla construyó el nuevo poliedro con el Cabri 3D (ver figura 1) y verificó que el poliedro construido tiene cinco y no siete caras, como antes habían afirmado al trabajar la actividad con lápiz y papel.

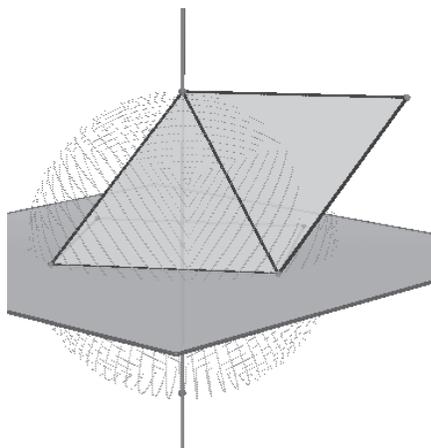


Figura 1. Construcción del nuevo poliedro

Esta investigación validó el supuesto que el uso de un ambiente de geometría dinámica, como el Cabri 3D, para explorar propiedades de representaciones de objetos tri-dimensionales es necesario, porque favorece la visualización de estos objetos. También, se mostró la importancia de emplear el recurso tecnológico en situaciones en las que su uso se hace indispensable.

La segunda investigación, que se presenta como ejemplo, se desarrolló con estudiantes de nivel universitario en un primer curso de matemática, igualmente con la ayuda del ambiente de geometría dinámica Cabri 3D y tuvo por finalidad iniciar el estudio de objetos elementales en la geometría analítica espacial. Los estudiantes tuvieron la oportunidad de manipular representaciones de objetos matemáticos como el punto, la recta, el plano y la esfera.

Las herramientas y recursos que posee este software, permitieron, por ejemplo, ubicar puntos dadas sus coordenadas, identificar ecuaciones de planos paralelos y perpendiculares además de determinar posiciones relativas entre ellos, asociar las ecuaciones a sus representaciones y hacer deducciones sobre las formas y las ecuaciones de sus intersecciones. Para el diseño de las situaciones se tomó en cuenta los niveles de pensamiento geométrico de Parzys.

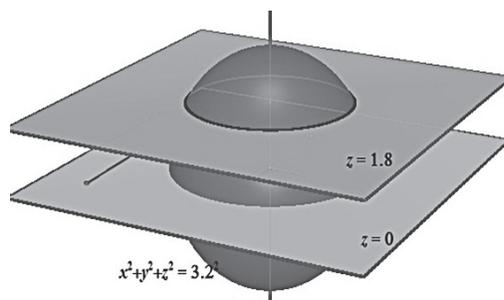


Figura 2. Construcción de plano y esfera y sus respectivas ecuaciones

Los resultados de esta investigación revelaron que las situaciones, en las que el ambiente de geometría dinámica fue utilizado, favorecieron la evolución de los niveles de pensamiento geométrico de los estudiantes universitarios.

Consideraciones finales

En vista de lo presentado anteriormente; es decir, de la formación de grupos y líneas de investigación y el desarrollo de proyectos de investigación que tienen como productos tesis y publicaciones del trabajo realizado, es posible afirmar que la investigación en Educación Matemática en el Perú, fundamentalmente en los últimos años, está en pleno desenvolvimiento.

Referencias

ARTIGUE Michèle. Ingeniería Didáctica. En: ARTIGUE Michele, DOUADY Regine, MORENO Luis. **Ingeniería Didáctica en Educación Matemática: Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas**. Bogotá: editorial Iberoamérica, 1995.

AYZANO, Gerardo del Carpio. **Grandes Educadores Peruanos**: libro dedicado a los maestros del Perú en su día. Lima: editorial de Ministerio de Educación del Perú, 2003.

BROUSSEAU, Guy. **Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques**. Recherches en Didactique des Mathématiques, nro. 7 vol. 2, p. 33-115, 1986.

CARRANZA, Cesar. Historia de la Matemática Peruana. Conferencia presentada en el **Ciclo de Conferencias Matemática y Física Educativa** en Lima, setiembre 17, 2007.

DUVAL, Raymond. **Semiosis et pensée humaine**. Bern: editorial Peter Lang, 1995.

DUVAL, Raymond. Representation, Vision and Visualization: Cognitive Functions in Mathematical Thinking. Basic Issues for Learning. **Representations and Mathematics Visualization**. North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education PME-NA-Cinvestav-IPN.: editorial Fernando Hitt. p. 311-335, 2002.

GASON, Josep. Algunos Problemas de Investigación Relacionados Con la Práctica Docente del Profesor de Matemática [Ponencia presentada en **las XVI Jornadas del SI-IDM celebradas en Huesca** in Barcelona, marzo 30, 2001.

LÉVY, Pierre. **Les Technologies de l'intelligence**: L'avenir de la pensée à l'ère informatique. Paris: editorial La Découverte, 1993.

MALASPINA, Uldarico. **Creación de problemas. Un caso con probabilidades**. UNION - Revista Iberoamericana de Educación Matemática, vol. 33, p. 119 – 124, 2013a.

MALASPINA, Uldarico. **La enseñanza de las matemáticas y el estímulo a la creatividad**. UNO, Revista de Didáctica de las Matemáticas, vol. 63, p. 41 – 49, 2013b.

PERU. Ministerio de Educación. **Orientaciones para el trabajo Pedagógico**. Lima, 2007.

PISCOYA, Luis Hermoza. **Cuánto saben nuestros maestros**. Una entrada a los diez problemas cardinales de la educación peruana. Lima: Fondo Editorial de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, 2005.

RAMÍREZ, Tulio. **Cómo hacer un proyecto de investigación**. Caracas: editorial Júpiter, 2006.

RABARDEL, P. **Les hommes et les technologies**: approche cognitive des instruments contemporains. Paris: editor Armand Colin, 1995.

SALAZAR, Jesus Victoria Flores; SILVA DE ALMEIDA, Talita Carvalho CARVALHO. Geometria dinâmica: um caminho para o estudo de Geometria. **XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática**, in Recife, junio 26, 2011.

SALAZAR, Jesus Victoria Flores; JURADO, Uldarico Malaspina; IPARRAGUIRRE, Rosa Cecilia Gaita; GUERRA, Francisco Javier Ugarte. Three-Dimensional Geometric Transformations Using Dynamic Geometry: A View from the Instrumental Genesis. **12th International Congress on Mathematical Education**, in Korea, julio 8, 2012a.

SALAZAR, Jesus Victoria Flores; IPARRAGUIRRE, Rosa Cecilia Gaita; JURADO, Uldarico Malaspina; GUERRA, Francisco Javier Ugarte. The Use of Technology and Teacher Training: An Alternative for the Teaching of Spatial Geometry.

12th International Congress on Mathematical Education, in Korea, julio 8, 2012b.

SALAZAR, Jesus Victoria Flores; MALPARTIDA, Luis Daniel Chumpitaz. Génesis instrumental: un estudio del proceso de instrumentalización de la función definida por tramos. **VII Congreso Iberoamericano de Educacion Matematica**, in Montevideo, setiembre 16, 2013.

SILVA, Maria José Ferreira da; SALAZAR, Jesus Victoria Flores (2012). Cabri 3D na sala de aula. **VI Congreso Iberoamericano de Cabri**, in Lima, agosto 6, 2012.

Jesús Victoria Flores Salazar
Departamento de Ciencias-Sección Matemática
PUCP – Lima – Perú

E-mail: jvflores@pucp.pe

Rosa Cecilia Gaita Iparraguirre
Departamento de Ciencias-Sección Matemática
PUCP – Lima – Perú

E-mail: cgaita@pucp.edu.pe