

## ¿QUÉ ES LA MATEMÁTICA EDUCATIVA?

### WHAT IS THE EDUCATIVE MATHEMATICS?

Ricardo Cantoral

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional –  
CINVESTAV – México

#### Resumen

En este artículo se presenta una mirada sintética del proceso de *disciplinización* de la Matemática Educativa como campo científico. Desarrolla en particular el caso de la escuela mexicana y no aspira a constituirse en un estudio exhaustivo del tema, sino que analiza, desde un punto de vista personal y situado, su proceso de constitución a través de ejemplos en los que me he visto involucrado. Inicia con datos anecdóticos sobre el origen de la profesión del matemático educativo, para concluir con una narrativa del surgimiento de una teoría contemporánea, una epistemología del sur que denominamos como Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa.

**Palabras clave:** Disciplinarización, Matemática Educativa, socioepistemología y campo científico.

#### Abstract

This article presents a synthetic view of the process of disciplining of Mathematics Education as a scientific field. It develops in particular the case of the Mexican school and aspires to become a comprehensive study of the subject, but analyzes, from a personal point of view and located, the process of constitution through examples in which I have been involved. Starts with anecdotal evidence on the origin of the mathematical education profession, concluding with a narrative of the emergence of a contemporary theory, an epistemology which we call South socioepistemological Theory of Mathematics Education.

**Keywords:** Disciplinarization, Mathematics Education, socioepistemology and scientific field.

#### Resumo

Neste artigo se apresenta uma visão sintética do processo de *disciplinarização* da Matemática Educativa como campo científico. Desenvolve-se, em particular, o caso da escola mexicana e embora não se aspire a constituir-se em um estudo

exaustivo do tema, analisa-se, a partir de um ponto de vista pessoal e situado, seu processo de constituição através de exemplos nos quais me vejo envolvido. Inicia com dados anedóticos sobre a origem da profissão do matemático educativo, para concluir com uma narrativa do surgimento de uma teoria contemporânea, uma epistemologia do sul que denominamos como Teoria Socioepistemológica da Matemática Educativa.

**Palavras-chave:** Disciplinarização, Matemática Educativa, socioepistemologia e campo científico.

*In memoriam*

Carlos Ímaz Jahnke (1932 – 2010)

Carlos fue para mí un ser humano de múltiples roles: un maestro, un amigo, un colega, un cómplice, un consejero, un crítico, un faro, un ser humano generoso ... aún recuerdo nuestras grandes charlas sobre matemáticas, ciencia, sociedad, política o la vida ... que terminaban con la célebre cuestión ¿cómo ves? *Ahora preguntaré al viento y el viento soplará...*

R. Cantoral

## Presentación

Durante los trabajos de la Primera Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa en el año de 1987 (antecedente histórico de la *Relme – Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa*), en la ciudad de Mérida, Yucatán, México, mi profesor y amigo el Dr. Carlos Ímaz Jahnke pronunció una conferencia plenaria con el mismo título: ¿Qué es la Matemática Educativa? Siempre me intrigó el reto que él se puso a sí mismo y a 27 años de distancia me gustaría mostrar la evolución de un dominio académico multidisciplinario, que forma parte de las Matemáticas, pero también es componente de las Ciencias Sociales y las Humanidades, una campo científico con futuro y proyección.

En estos años, la generación de investigadores activos se ocupó fuertemente por caracterizar las filiaciones, rupturas y segmentaciones entre Matemáticas, Matemática Escolar y Matemática Educativa para dar lugar al llamado *programa socioepistemológico*, que al día de hoy ha alcanzado una notoriedad conceptual desde un punto de vista teórico.

En aquella charla, el Profesor Ímaz señalaba:

La pretensión de contestar a la pregunta formada en el título no responde a un interés de tipo filosófico ni de orden metodológico, es bastante más prag-

mática y modesta que todo eso. La intención es proponer una primera concepción global y esquemática del área de matemática educativa, tal concepción es por necesidad de naturaleza subjetiva y no generalizada, pero puede servir de catalizadora hacia otras más amplias. Puede, en última instancia, serle útil a quienes inician, o van a iniciar, estudios o trabajos en dicha área.

Para empezar voy a proponer una definición de Matemática Educativa (ME) de corte similar a la que Cantor daba para los números cardinales. Esto sería una definición del tipo: ME es lo que surge cuando, haciendo cierto tipo de abstracciones, abordamos a la matemática como un problema de comunicación, entendida esta última en su sentido moderno, es decir, como emisión y recepción de mensajes que deben producir cambios conductuales observables en los receptores y que, en caso de que estos cambios no se producen o no suceden en la forma deseada, deben producir cambios en la conducta de los emisores, continuando el proceso hasta que se consiguen los *objetivos* deseados originalmente u otros objetivos alternos (ÍMAZ, 1987, p. 267).

Analicemos sus palabras a través de lo que llamaremos *las demarcaciones*, o las delimitaciones teóricas que resultaron necesarias para la emergencia de un campo académico. Llamaré a éstas por simplicidad D1, D2 y D3; la cita anterior corresponde sólo a la primera de las demarcaciones. D1. En esta cita, se destaca con cierta claridad un rol fundamental del matemático educativo, del profesional que es capaz de "... producir cambios en las conductas de los emisores...", es decir, que puede producir cambios en la práctica del profesor quien se enfrenta en las aulas al rechazo hacia las matemáticas de parte de sus alumnos y también a la insistente evidencia experimental de su no aprendizaje. Digámoslo en un sentido moderno, el profesional de la matemática educativa debe lograr que los profesores tomen bajo su control y se *adueñen del saber que enseñan, se empoderen*. Esta demarcación permite distinguirse de los educadores en un sentido general para quienes, el saber a comunicar es inalterable.

D2. En los albores de la investigación de nuestra área, dominaban los estudios sobre dificultades en el aprendizaje de las matemáticas y se elaboraban taxonomías de "errores" para tipificar *conductas* y *competencias* tanto de estudiantes como de docentes en temas matemáticos específicos, se ponderaba el logro educativo como una medida de la distancia existente entre el desempeño y los tratamientos didácticos esperados, descritos tanto en textos escolares como en programas de estudio. Posteriormente, las investigaciones con componentes epistemológica y didáctica permitieron *descentrar* la atención en el "error" y orientaron su mirada hacia la noción de *obstáculo*. Este cambio – del error al *obstáculo* – produjo, casi sin saberlo, la emergencia de un *campo científico* que en diversas latitudes denominamos Matemática Educativa.

D3. En la última década, un cambio más operó en el proceso de constitución y de desarrollo del *campo de la Matemática Educativa*. La mayor producción

de investigaciones de corte sociocultural en nuestra comunidad hizo posible una segunda transición, tan profunda como la anterior, que permitiera pasar del examen de la aprehensión del objeto *en sí* (el conocimiento matemático en situación áulica) al análisis en profundidad del uso social de dicho objeto (el saber situado en escenarios socioculturales), esto es al estudio del objeto *para sí*. Esto planteó la necesidad de un mayor detalle y nuevos encuadres metodológicos para el examen de las prácticas normadas y situadas en escenarios, fortaleciéndose con ello la aparición de nociones como *discurso, uso, actividad, práctica* (profesional, matemática y social), *comunidad, conocimiento, saber y contexto* abriendo con ello mayores posibilidades al anhelado ideal de “mejora educativa” en el campo de las matemáticas.

### 1. Los orígenes de la *disciplinización*

A contracorriente de algunas narrativas históricas que circulan en las redes sociales de nuestros días en las que se pretende atribuir el origen de la reforma de la matemática moderna al singular papel del famoso lanzamiento del Sputnik por parte de la URSS, el llamado “efecto Sputnik”, considero personalmente que esta “historia imperial” nunca me ha parecido certera, no sólo por la clara ausencia de evidencia empírica suficiente para sustentarla, sino porque tuve el honor de conocer y trabajar personalmente con el Profr. Carlos Ímaz Jahnke, quien fue, sin duda alguna, un innovador, un visionario que no sólo condujo a la creación de la Matemática Educativa en México, sino que participó en la fundación del Departamento de Matemáticas del Cinvestav (equivalente al IMPA brasileño). Sus iniciativas abrieron, para la comunidad matemática, un campo académico de investigación científica con profundo impacto social: la Matemática Educativa.

Para México, la Matemática Educativa debe su origen a una generación de matemáticos preocupados por la educación en matemáticas de los estudiantes mexicanos, que en su contexto fueron partícipes de la situación política nacional derivada de los acontecimientos estudiantiles de 1968 (el recordado, *movimiento del 68*) y de una profunda necesidad de acción social de académicos en la toma de decisiones educativas al más alto nivel de gobierno. En el mismo tono fundacional, después de esos años se ayudó a la creación de instituciones educativas innovadoras: Fue así que durante los años 70 se acepta el reto, ofrecido por la SEP, de preparar los materiales didácticos para la educación matemática del nivel básico del Sistema Educativo Nacional. De esta empresa, surgen las versiones de los textos didácticos para millones de niñas y niños mexicanos, así como la elaboración de auxiliares didácticos para el maestro de educación primaria, coordinó al grupo de matemáticas en el estudio y proyecto de los colegios nacionales de Ciencias y Humanidades, entre 1970 y 1971; y dirigió el área de matemáticas de los libros de texto gratuito de la SEP, de 1972 a 1976; de 1978 a 1980, fue secretario académico de la Universidad Autónoma de Guerrero, desde donde apoyó la fundación

de la maestría en Matemática Educativa. Entre mayo de 1981 y abril de 1982, fue coordinador de la maestría de Educación Matemática de la Unidad Académica del Ciclo Profesional y de Posgrado del CCH de la UNAM; coordinó al grupo de matemáticas para el estudio sobre la ciencia en México, realizado y publicado por el Instituto Nacional de la Investigación Científica (INIC) en 1970–1971. En la década de los 80, las publicaciones del doctor Ímaz se extienden hacia el estudio de los modelos infinitesimales, donde propuso un nuevo modelo para el cálculo y su enseñanza, sin seguir la lógica non–standard de A. Robinson. De sus publicaciones más representativas del periodo, citamos (GONZÁLEZ, SALCIDO, ÍMAZ, 1984; ÍMAZ, 1991). Fue en los últimos veinte años de su vida que publicó ensayos teóricos y de revisión sobre la investigación del campo que había impulsado y constituido, la Matemática Educativa, citamos entre éstos (ÍMAZ, 1987; CANTORAL, CORDERO, FARFÁN, ÍMAZ, 1990; ÍMAZ, 2001). Era un polemista agudo y mordaz, sus opiniones resonaban en varios ámbitos. A fin de testificar su estilo, transcribo a continuación un recuerdo que nos comparte el doctor Javier González Garza, sobre el movimiento estudiantil de 1968:

Para entonces, Díaz Ordaz había ya espetado su frase aquella de el odio no ha nacido en mí, extendiendo mi mano a todos los estudiantes inconformes...”. En respuesta discutimos la elaboración de la manta que llevaríamos a la siguiente manifestación. Carlos propuso y se aprobó, la consigna “exigimos la prueba de parafina a la mano extendida”, firmada por el Cinvestav. Otra propuesta que salió de aquel grupo, fue la realización de una marcha silenciosa. La propuesta se llevó al CNH y se aprobó (GONZÁLEZ GARZA, 2010).

En síntesis, los elementos descritos en los párrafos precedentes permitieron la emergencia de una generación de matemáticos educativos con fuerte preocupación social y con una búsqueda de identidad disciplinar muy marcada. Teóricamente para constituirse en un campo científico, precisaron de lo que denominaré la *triple demarcación* de la Matemática Educativa, que sirve a su vez de pauta para el inicio de su disciplinarización científica. La demarcación primera (D1) que ubica a la Matemática Educativa como ciencia experimental, no filosófica, ni metodológica, sino *pragmática*. La demarcación segunda (D2) que lleva del análisis del *error* al examen del *obstáculo*, y la demarcación tercera (D3) que posibilita el pasaje de *lo – en sí*, hacia *lo – para sí*. Esta triple demarcación permite el pasaje del *conocimiento* al *saber* y de ahí, el paso del *sujeto epistémico* al *sujeto histórico*, o más ampliamente el pasaje de los *objetos* a las *prácticas*.

Bajo esa triple demarcación surgieron distintos enfoques teóricos que han sabido compartir y cohabitar en pluralidad, ello como una muestra de la madurez del campo y de su proceso de constitución disciplinar. La Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME) es una de ellas y se ocupa es-

pecíficamente del problema que plantea la *construcción social del conocimiento matemático* y el de su *difusión institucional*. La TSME asume que dado que este conocimiento se ha constituido socialmente, en ámbitos no escolares, su difusión hacia y desde el sistema de enseñanza le obliga a una serie de modificaciones que afectan directamente su estructura y su funcionamiento, de manera que afectan también a las relaciones que se establecen entre los estudiantes y su profesor. La investigación de corte socioepistemológico identifica prácticas diversas. Se enfoca a delimitar el papel que juega el escenario histórico, cultural e institucional en la actividad humana. El problema que motiva a la investigación puede ser la dificultad de los estudiantes para aprender algún concepto; sin embargo, estudiarlo desde la perspectiva socioepistemológica persigue el fin de contribuir a una visión alternativa que contemple las prácticas sociales relacionadas (CABAÑAS, CANTORAL, 2009; CANTORAL, 2013).

Bajo esta perspectiva se localiza una necesidad de reconstrucción del conocimiento matemático con propósitos didácticos amplios, una reconstrucción radical que implique un *rediseño del discurso Matemático Escolar*, es decir, un cambio de paradigma didáctico donde se incluya el hecho fundamental que caracteriza al sistema de educación:

Más aún, y tal vez incluso más importante: la matemática escolar está al servicio de otros dominios científicos y otras prácticas de referencia, de donde adquiere sentido y significación (CANTORAL, FARFÁN, 2003B, P. 265).

En esta forma, la metáfora para la reconstrucción didáctica del conocimiento matemático debe orientarse por un *rediseño del Discurso Matemático Escolar*, que no se reduce a la elaboración de una nueva currícula o de unidades temáticas de enseñanza, sino que plantea una reconstrucción racional del cuerpo teórico. Como punto de partida para esta precisión, considero importante enfatizar la distinción, en este enfoque, de los términos *Matemáticas*, *Matemática Escolar* y *Matemática Educativa*, en virtud de que desempeñan roles claramente diferenciados. Con el primero se alude a una rama del saber científico establecido, con sólidos criterios de verdad y comunidades internacionalmente robustas, el segundo es un subproducto derivado de los procesos de transposición hacia el ámbito escolar y es, por así decirlo, una escenificación ficticia del primero en el ambiente escolar, el tercero finalmente es visto como una disciplina científica que estudia fenómenos didácticos ligados al saber matemático. Lo didáctico en este enfoque, no habrá de restringirse al ámbito escolar, pues se utiliza en un sentido extendido: como acción de construcción de significados compartidos, como acto de enseñanza. Digamos que la dimensión didáctica está presente en toda clase de actividad humana, escolares y no escolares, cuando se pretende enseñar, ya sea la escuela, los oficios, las tradiciones, las prácticas, entre otros.

Dicho esto habrá que reconocer que un docente, tiene como objeto de enseñanza a la matemática escolar, no propiamente a las matemáticas. En este sentido, se abre para la comunidad educativa una posibilidad de intervención formidable. La matemática escolar es susceptible de rediseños con fines de aprendizaje. El matemático educativo entonces no sólo discute cómo enseñar, sino qué enseñar, a quién enseñar y cuándo enseñar. Un profesor que tome como saber teórico de referencia a la Matemática Educativa, no en el sentido de contenidos curriculares (pues ello hablaría de un rediseño curricular más que de un rediseño del discurso Matemático Escolar), sino que ante ciertos contenidos curriculares tome decisiones sobre argumentaciones y procedimientos que pondrían en juego sus estudiantes, atendiendo sus racionalidades contextualizadas y el relativismo epistemológico correspondiente estará haciendo Matemática Educativa. De este modo, habrá aceptado, por tanto que es posible *rediseñar el discurso Matemático Escolar*. Podrá intervenir sobre el qué enseñar, aceptará por tanto que es posible *rediseñar el discurso Matemático Escolar*. Lo hace, no sólo analizando lo que acontece en un aula sino en lo que pasa en el aula extendida, el aula de la vida cotidiana.

## 2. Matemáticas, matemática escolar y matemática educativa

En la más reciente edición de la Relme, en Buenos Aires Argentina, la 27 Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, presenté la conferencia titulada: *Matemáticas, Matemática Escolar y Matemática Educativa. ¿Quiénes son los actores del cambio educativo?*, en remembranza de la conferencia que realicé en la Habana, Cuba, en 1995. Al hacerlo quise retomar la discusión del papel de las teorías en Matemática Educativa y sobre todo, discutir su papel en la intervención educativa, reconociendo al profesor como actor principal en el *rediseño*, o en un sentido más amplio, del *empoderamiento docente* como se denomina en (REYES-GASPERINI, 2011).

La Matemática Educativa no es la enseñanza de la matemática, ni la matemática escolar una simplificación de la matemática”. Su objeto de estudio son “los procesos de transmisión y adquisición de los diferentes contenidos matemáticos en situación escolar.” [...] “No nos reducimos a la búsqueda de una “buena manera de enseñar” una cierta noción previamente fijada, sino que nos permitimos asumir como objeto de estudio, por ejemplo, la organización de una actividad cuya intención declarada sea el aprendizaje de un cierto saber (CANTORAL, 1995, p. 2).

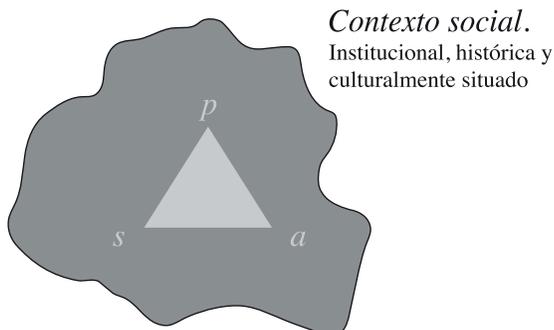
En la década reciente se operó, como dijimos, un cambio fundamental al pasar del *sujeto* al *grupo* y de ahí a la *comunidad*, o en un sentido más amplio de la *institución* a la *cultura*. Se transitó del *psicologismo* a las explicaciones de naturaleza *sociocultural*. Estos tránsitos se expresaron en los fundamentos de la

teoría. El origen etimológico de fundamentos deriva del latín *fundamentum*, y hace referencia al conjunto de principios iniciales a partir de los cuales se elabora, establece o crea una **cosa**, mientras que los fundamentos son los elementos básicos de un arte o ciencia. Por su parte el método, del latín *methōdus* y este del griego *μέθοδος* alude a un modo de decir o hacer con orden, el procedimiento que se sigue en las ciencias para hallar la verdad y enseñarla. La Teoría Socioepistemológica tiene por objeto de estudio la *construcción social del conocimiento matemático* y su *difusión institucional*, se caracteriza por ser una teoría *contextualizada, relativista, pragmática y funcional*. Toma en cuenta la complejidad de la *naturaleza del saber* y su *funcionamiento cognitivo, didáctico, epistemológico y social* en la vida de los seres humanos mostrando los procesos de adaptabilidad, empíricamente comprobables, que nos permiten alcanzar algún grado de satisfacción en nuestros actos de conocer. Al develar la relación entre saber y vida cotidiana en general, la Socioepistemología, como perspectiva del saber responde a las preguntas: ¿qué es conocer?, ¿qué hacemos cuando construimos y usamos al conocimiento?, ¿cómo construimos nuestros sistemas conceptuales?

La Socioepistemología (del latín *socialis* y el griego *επιστήμη*, *episteme*, “conocimiento” o “saber”, y *λόγος*, *logos*, “razonamiento” o “discurso”), también conocida como epistemología de las prácticas o filosofía de las experiencias, es considerada como una rama de la epistemología que estudia la construcción social del conocimiento. Mientras en la epistemología clásica el conocimiento se estudiaba, por lo general, independientemente de las circunstancias sociales de su producción, en la Socioepistemología se aborda la consideración de los mecanismos de institucionalización que lo afectan, vía la organización social de la enseñanza, el aprendizaje y la investigación. Está, por tanto, íntimamente relacionada con la sociología de la educación y de la ciencia. El método socioepistemológico es de naturaleza sistémica, pues permite tratar los fenómenos de producción y de difusión del conocimiento desde una perspectiva múltiple, al estudiar la interacción entre epistemología, dimensión sociocultural, procesos cognitivos asociados y mecanismos de institucionalización vía la enseñanza. Plantea el estudio del conocimiento, social, histórica y culturalmente situado. Para mayores detalles, véase también (Bagni, 2004; Cantoral, 2013; Crespo, 2007; Farfán, Ferrari, 2010; Buendía, Montiel, 2011).

La Matemática Educativa tomó hace varias décadas al triángulo didáctico como base del *sistema didáctico*, sus polos {S, A, P}: el *saber*, el *profesor* y el *alumno* caracterizaron a los actores del sistema (D'Amore, Fandiño, 2002). La articulación de diversos sistemas didácticos particulares caracteriza al funcionamiento del sistema educativo. De modo que el paso de los polos a sus relaciones (las aristas) lleva directamente al estudio del sistema educativo en matemáticas. En nuestro modelo se amplía la idea de alumno, como sujeto individual o sujeto colectivo, al profesor como individuo o como institución escolar personificada y al saber en tanto saber popular, técnico o culto, como sabiduría. En el siguiente

diseño, quise poner en evidencia que cada uno de los polos del triángulo didáctico clásico (saber, alumno y profesor), así como las relaciones por parejas (saber – profesor, saber – alumno y alumno – profesor) se modificaban al mirarlos desde la tesitura social, cuya naturaleza, al ser institucional, histórica y culturalmente situada, modificaba a su vez las ideas de aprendizaje, enseñanza y animación, así como al saber, al profesor y al alumno.



*Ilustración.* El triángulo didáctico extendido. (CANTORAL, 1998).

Algunos autores señalan que la relación profesor – alumno se caracteriza por la *animación*, mientras que las relaciones profesor – saber por la *enseñanza* y alumno – saber por el *aprendizaje*. Este ejercicio dio lugar a un diseño más actualizado que sintetiza el anterior, pero conserva polos, aristas y contextos como se muestra en la siguiente *Ilustración*. En el esquema extendido, la Socioepistemología incorpora contextos sociales y perspectivas culturales para la significación, aparecen ahora como principales actores de los procesos didácticos, el *aprendiz*, el *saber* – en tanto *conocimiento en uso* o como *construcción social del conocimiento* – y los entornos socioculturales portadores del mundo real, cuyas relaciones son orientadas por *prácticas de referencia* y normadas por *prácticas sociales*. En este modelo una idea de aprendizaje, como práctica intencional normada, coloca en interacción al aprendiz con el entorno regulado y normado. Es decir, se suple la idea de aprendizaje como adquisición, para dar lugar a otra más cercana a la noción de práctica que modifica al individuo en colectividad ante tareas y situaciones concretas de su entorno vivencial: el aula extendida es fundamental para entender esta idea de aprendizaje. Digamos que el artesano ante la pregunta qué eres tú, dice, soy artesano. Su misma identidad es determinada por su práctica. De este modo tomamos al triángulo como base del desarrollo teórico.

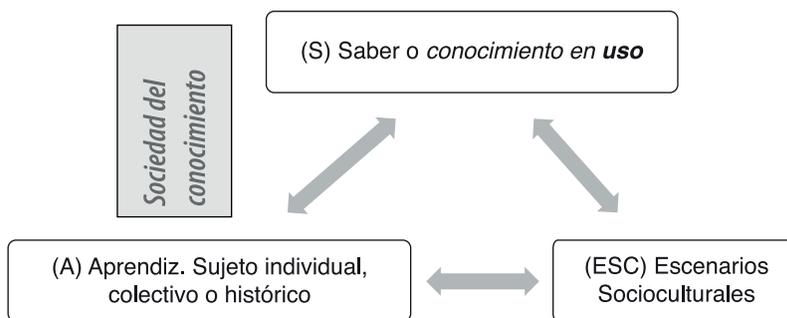


Ilustración. El triángulo didáctico en la Socioepistemología. (CANTORAL, 2013).

Un elemento adicional en esta narrativa. - La Socioepistemología nace como una epistemología del Sur, con la pretensión de dar identidad a las investigaciones desde y para Latinoamérica, una visión que reivindicara lo propio (SILVA-CROCCI, CORDERO, 2012). Sin embargo, progresivamente su influencia ha ido en ascenso al nivel internacional. Se procuró desde un origen, que las publicaciones de Socioepistemología si bien circularan en nuestra región, fueran progresivamente llegando a diferentes esferas de la ciencia mundial, se han publicado sus resultados en las principales revistas internacionales, sin duda se trata de una teoría emergente en fase de consolidación (ARTIGUE, 2011).

La palabra Socioepistemología plantea en sí misma, una relación al saber, una analogía de naturaleza social que ubica al saber en tanto construcción social del conocimiento. Ahora bien, dado que el saber matemático se ha constituido socialmente en ámbitos no escolares, su introducción al sistema didáctico le obliga a una serie de modificaciones sobre su estructura y su funcionamiento; lo cual afecta también a las relaciones que se establecen entre estudiantes y profesor. Al introducir como objeto didáctico el saber matemático al aula, se producen discursos que faciliten la comunicación de conceptos y procedimientos matemáticos y, en consecuencia, el saber se despersonaliza y descontextualiza reduciéndose a temas secuenciados, con el fin de favorecer la formación de consensos. Dichos consensos se alcanzan a costa de una pérdida del sentido y del significado original, reduciendo el saber a temas aislados y secuenciados, a menudo denominados conocimientos: “contenidos” o “unidades temáticas” de una asignatura. Los discursos que validan la introducción del saber matemático al sistema didáctico, y que legitiman un nuevo sistema de razón, reciben el nombre genérico, en esta teoría, de discurso Matemático Escolar y son vistos como medio para lograr una participación consensuada en el ámbito didáctico. El consenso, de este modo, es logrado a través de ciertas pérdidas que desafortunadamente son antesala de formas de exclusión derivadas de la propia hegemonía que conlleva.

Los grupos de colegas que investigan bajo el programa socioepistemológico se han propuesto el *rediseño del discurso Matemático Escolar* como una forma

de atender, sin soslayar, problemas sociales y culturales que acompañan la actividad didáctica en Matemáticas. Por ejemplo, interesa atender al fenómeno de masificación de los sistemas educativos, sin considerarlo, a priori, un rasgo negativo de la educación contemporánea. Incursionamos también en el análisis del impacto que produce la traducción de obras educativas de una cultura o una lengua a otras, más ampliamente al estudio de los procesos de subordinación colonia-metrópoli. Realizamos también investigaciones sobre los mecanismos del empoderamiento docente relativos al saber para enfrentar a la exclusión que produce el discurso Matemático Escolar y las que se derivan también de cuestiones del género, la etnia, la condición física, social o laboral.

Bajo este programa de investigación los conceptos y procesos matemáticos que se ponen en funcionamiento en un acto didáctico pueden no ser objetos matemáticos en el sentido clásico, formas de saber culto aceptados por la comunidad matemática o por la noosfera educativa expresados en el currículo oficial, ya sea explícita o tácitamente. Pueden ser nociones, preconceptos, ideas en su fase germinal, acciones, actividades y prácticas que participan de otros ámbitos de la actividad humana como la construcción de artefactos, las innovaciones tecnológicas, diseños de ingeniería, del ámbito de las ciencias, las técnicas, las artesanías, las actividades comerciales y así un largo etcétera. Esto es así porque las Matemáticas desde la mirada socioepistemológica son consideradas parte esencial de la cultura, un elemento “vivo” que se crea “fuera” del aula, pero se recrea “dentro” de ella: las Matemáticas no se inventaron para ser enseñadas y sin embargo se enseñan, se las usa en distintos escenarios, digamos que “viven” a través de las acciones más básicas de toda actividad humana: construcción de vivienda, actividades de siembra y tejido, elaboración de protocolos para el empleo de fármacos o de tóxicos, elaboración de recetas de cocina, diseño de depósitos de vino, cálculo de dosis médicas, explicitación de conjeturas matemáticas, coordinación de movimientos de un piloto al aterrizar en una pista complicada, matematización de fenómenos biológicos, toma de decisiones para inversiones financieras, interpretaciones de la opinión pública, simulación de flujos continuos, trueque en mercados tradicionales, estudio de la consolidación de suelos finos saturados, de mecanismos regulatorios de temperatura en la industria química... Están presentes también en la educación formal, en las aulas de ciencias, física, química, biología, tecnología, taller, lectura y comprensión... y, por supuesto, en la clase de matemáticas. Están presentes en las prácticas cotidianas de todos los seres humanos cuando clasifican, predicen, narran, comparan, transforman, estiman, ajustan, distribuyen, representan, construyen, interpretan, justifican, localizan, diseñan, juegan, explican, cuentan o miden.

Esta narrativa, basada en el libro (CANTORAL, 2013), recrea las contribuciones científicas de partida del programa socioepistemológico de los años 90's relativas a tres prácticas específicas: predicción, estabilidad y acumulación que fueron respectivamente desarrolladas por R. Cantoral, R.-M. Farfán y F. Cordero.

Dichas prácticas se han ocupado para diseñar intervenciones didácticas que modifican la comprensión de nociones teóricas clásicas en Matemática Educativa, como ejemplo las nociones de aprendizaje o contrato se amplían hacia un ámbito didáctico no escolarizado donde puede no corresponderles un saber matemático institucional (aula extendida). Así el aprendizaje es una noción polisémica que igual es utilizada por el programa conductista (aprendizaje como cambio de conducta), los enfoques cognitivos (aprendizaje como cambio de representación) o los encuadres socioculturales (aprendizaje como cambio de práctica). El contrato, por su parte, concierne a las relaciones explícitas o implícitas entre profesor y alumno cuando un saber escolar está en curso de constitución; se incluyen ahora con la Socioepistemología consideraciones de orden social y cultural que contemplan circunstancias históricas, culturales e institucionales para la construcción y difusión de significados. Desde esta compleja perspectiva, cabe cuestionarse qué ideas, estrategias o procedimientos matemáticos surgen en la mente del estudiante antes de que estas sean enseñadas o compartidas por alguien más, y en tal caso, cuáles de estas ideas han sido desarrolladas en el marco de diversas culturas y en distintos momentos, o cuáles deben su existencia al adelanto tecnológico de una época en particular. Al respecto, pregunté lo siguiente en una conferencia sin obtener respuesta: “Si en la comunidad científica se desarrollaron los principios del cálculo infinitesimal hacia la segunda mitad del Siglo XVII, ¿cuál es entonces la razón por la que consideramos conveniente su enseñanza a jóvenes de entre 17 y 20 años?, ¿por qué no antes?, ¿por qué no después?, ¿acaso se debe a políticas públicas en el ámbito educativo? En cualquier caso, ¿qué acciones de intervención educativa son necesarias para que estos jóvenes vinculen la experiencia de su vida con el saber escolar que provee la teoría de fluxiones?” Estas y otras preguntas, aunadas a la evidencia empírica acumulada por nuestras investigaciones, han sido la guía para la reflexión académica durante las tres últimas décadas de incesante labor científica.

### **3 Relación crítica con otros programas de investigación**

En las investigaciones de los años noventa sobre pensamiento matemático avanzado, se enfatizaba el problema del pasaje de la imagen mental de una noción entre los estudiantes, a la constitución de una definición conceptual de naturaleza formal susceptible de operaciones a nivel simbólico. El trabajo de Tall y Vinner (1981) sobre la imagen del concepto y la definición del concepto resultaron seminales para el *programa psicologista* y fueron ampliamente usados entre nosotros. El paso de la imagen del concepto a su definición, denominado en nuestras investigaciones como reificación, estuvo presente en varios estudios de ámbito local e internacional, donde se reportaban éxitos en la adquisición de nociones matemáticas como azar, forma, espacio, medida, cambio, fracción, razón, proporción, número, función, continuidad, infinito, límite, convergencia, transfor-

mación, grupo, base o espacio vectorial, entre otras. Así se explicó el origen de las dificultades de aprendizaje entre los estudiantes y se elaboraron propuestas de enseñanza curricularmente innovadoras. Pero no se alcanzaron objetivos relativos a la democratización del aprendizaje matemático. Se precisaban paradigmas que incorporasen dimensiones adicionales al conocimiento, que si bien consideraban los aspectos epistemológicos y cognitivos habrían de incorporar, con igual jerarquía, los asuntos didácticos y los provenientes de su textura social y cultural. En síntesis, en aquellas primeras décadas de investigación científica faltaba una explicación satisfactoria del papel que juegan las Matemáticas en la vida misma y en consecuencia, una delimitación relativa a su función cultural. Esta podía ser la base para el cambio, pasar del *conocimiento* al *saber* (CANTORAL, 2013; CANTORAL, FARFÁN, 2003a).

Cuando el programa socioepistemológico fue cobrando notoriedad internacional, se incrementaron con ello las señales de adhesión y simultáneamente de crítica. En ese momento, decidimos postergar la publicación de libros e incrementar los estudios de campo sobre las distintas formas del saber matemático, es decir, sobre la construcción social del conocimiento matemático. Asumimos que en esa medida, fortaleceríamos el enfoque. Thomas Kuhn influyó en toda mi generación al modificar nuestra mirada sobre la noción de cambio científico o más específicamente sobre la idea de progreso. En el origen del programa socioepistemológico, nos preguntamos sistemáticamente qué significa mejorar los procesos de aprendizaje matemático, cuáles son las condiciones que los favorecen y cuáles las que los obstaculizan. Así emerge la noción de discurso, primero como *discurso matemático para la escuela* (ÍMAZ, 1987) y como *discurso Matemático Escolar* (CANTORAL, 1987); en ambos casos como forma de articular, problematizando, las nociones de progreso y aprendizaje que brindaron la posibilidad de intervención educativa. También influyeron en nuestra mirada, Freire, Piaget, Varela, Ímaz y Artigue; y con la misma fuerza Struik, Koyré, Lakatos, Toulmin y Bachelard, por su enfoque de la historia y la filosofía de las matemáticas, o más ampliamente de la epistemología de las ciencias, centrado en aspectos contextuales, conceptuales y procedimentales, más que en logros y progresos en el terreno conceptual. Estos autores resultaron cruciales para el desarrollo del programa socioepistemológico. Nos ayudaron a explorar cómo entender el aprendizaje matemático sin atribuir un sentido de verdad absoluto y universal (*programa deductivista*) o una única racionalidad válida (*racionalidad positivista*). Desde esta posición, se argumentó que la evolución de una teoría científica no proviene de la acumulación de hechos ordenados, sino de la lucha entre paradigmas, lo cual señaló el potencial intelectual de la noción de cambio.

Pronto se planteó en el programa socioepistemológico, la necesidad de una reconstrucción racional del saber matemático que se apoyase en una racionalidad contextualizada de quién aprende, que acompañase al programa del relativismo epistemológico acerca del qué, cómo, cuándo y por qué lo aprende. De este modo

se articuló la noción de cambio con una concepción del aprendizaje relativa a los contextos y prácticas de referencia. La noción de práctica de referencia se extrae de las investigaciones impulsadas por Farfán (2012) sobre los procesos de *matematización* de la Ingeniería en el Siglo XVIII. La *práctica de referencia* está *estructurada* y *estructura* al quehacer matemático y científico de una época que va de la conformación de la École Polytechnique en la Francia napoleónica, hasta el surgimiento de la figura del matemático profesional tras la Primera Guerra Mundial. Con estos hallazgos y mediante una gran cantidad y variedad de evidencia empírica, el *programa socioepistemológico* fortalece su mirada crítica hacia la *tradición formalista* y el *enfoque constructivista* de entonces. Ni la tradición formalista, con su énfasis en el problema del conocimiento desde el punto de vista de los fundamentos o de la estructura formal, ni el enfoque constructivista, que si bien relativiza el asunto de la lógica de la demostración e indica las heurísticas del descubrimiento, no abandona su predilección por el conocimiento matemático como centro de metáforas teóricas, parecieron entonces adecuados.

Los formalistas se ocupan de las relaciones asociadas a la afirmación  $p \rightarrow q$ , donde  $p$  y  $q$  podrían ser hipótesis y tesis de una implicación lógica, pero representan los papeles de antecedente y consecuente en una secuenciación temática de estudios. Ante  $p \rightarrow q$ , los constructivistas preguntan sobre las condiciones de suficiencia de  $q$ . Ambos, formalistas y constructivistas, dan prioridad a la validez de las implicaciones y/o consecuencias. En concreto, el programa formalista no trata la cuestión de las heurísticas, ni de las condiciones sociales de producción del conocimiento. Sus derivaciones educativas, textos escolares y sistemas de evaluación del aprendizaje, en tanto que formas culturalmente aceptadas para la difusión del saber, usan verbos en los que se refleja esta visión de base: demostrar, aplicar, calcular, deducir, verificar... Con estas expresiones se difunde una noción de matemática escolar centrada en objetos y en el carácter lógico-estructural según una axiomática. A diferencia de los anteriores, los programas socioculturales asumen los procesos sociales de producción de significado como centrales de la actividad humana. En (Cantoral, 2013) se analizan diez tesis que sirvieron para el debate sobre el programa socioepistemológico en la década pasada. Una lectura conjunta de estas tesis permite anticipar la estructuración teórica que ha tomado la Socioepistemología:

Tabla . Diez tesis fundacionales de la TSME

1. El conocimiento matemático, así como el científico, no se diseñó para ser enseñado.
2. El saber matemático debe su origen, razón de ser y significación a otras prácticas de referencia.
3. Las prácticas sociales son la base y orientación del conocimiento humano.
4. La difusión institucional del conocimiento matemático está regido por ideologías: búsqueda de consensos, mecanismos de hegemonía y coerción.
5. La enseñanza de la matemática se ha usado para expulsar alumnos del sistema escolar.
6. La Socioepistemología no trata de una epistemología social o socio-epistemología, sino de una “episteme” de lo social.
7. La Socioepistemología ha usado temporalmente términos contruidos por otros enfoques o disciplinas, pero debe reconsiderar estos constructos según la evidencia empírica acumulada.
8. La actividad y la práctica son elementos de articulación teórica.
9. La redimensión del saber requiere significación colectiva y re-significación teórica.
10. El respeto a la diversidad cultural, teórica y metodológica es una necesidad.

#### 4. Dimensiones y principios de la TSME

La Socioepistemología nace al seno de la escuela mexicana de Matemática Educativa a fines de los ochenta y se extiende hacia Latinoamérica y otras latitudes durante los noventa con el objetivo de atender colectivamente un problema mayor: explorar formas de pensamiento matemático, fuera y dentro de la escuela, que pudiesen difundirse socialmente y ser caracterizadas para su uso efectivo entre la población. Sabíamos que la manera de enseñar está *estructurada* por la institución que lleva a cabo la enseñanza (la acción didáctica en: aula, familia, comunidad, escuela o vida cotidiana) y que esto, a su vez, es *estructurante* de la socialización del conocimiento y, en consecuencia, de los procesos de pensamiento involucrados. En (Cantoral, Farfán, 2003a, 2004) se proclama aquello que se tornaría en consigna: no más una didáctica sin alumnos, pero menos aún una didáctica sin escenarios socioculturales. El nuevo reto era pasar la mirada del *objeto* a las *prácticas*.

Si bien comenzamos con el estudio de fenómenos didácticos de manera sistémica, tomando los tres polos básicos del triángulo didáctico: el contenido de la enseñanza, el sujeto que aprende y el que enseña, regulados por un medio didáctico controlado, pronto advertimos la necesidad de realizar sucesivas reconstrucciones a nivel teórico. A las situaciones de aprendizaje habría que incorporarles dimensiones socioculturales que significasen aquello que originó al conocimiento

matemático, pero sobre todo que sigue de algún modo vivo mediante su uso en los entornos de los que aprenden. Ampliamos las ideas de aula, saber y sociedad para aceptar, sobre la base de evidencia empírica acumulada, que tal reformulación requería incorporar de una cuarta dimensión: la dimensión social y cultural. Con su inserción, las demás dimensiones se transformaban y se abría el estudio sistémico de la constitución del saber matemático desde una perspectiva socioepistemológica, es decir, se enfatizaban los procesos de construcción social del conocimiento y de su difusión institucional.

En esa misma época, cuestionamos también qué, a quién, cuándo y por qué enseñar los contenidos matemáticos (Cantoral, Cordero, Farfán, Ímaz, 1990). Esto produjo un cambio de foco sobre el objeto, dejar de analizar exclusivamente los conceptos matemáticos para incluir en su estudio las prácticas que acompañan la producción de dichos contenidos. Este fue un importante aporte teórico del programa socioepistemológico: la descentración del objeto. Con el tiempo se hizo necesaria la precisión de que dicha *descentración* no implica su abandono. La noción recíproca de *centración*, usada en Psicología y Filosofía, alude a una elección activa, ya sea por cuestiones del desarrollo evolutivo o por paradigmas conceptuales. En nuestro caso, hablamos de la descentración como elección metodológica que enriquece el entendimiento del concepto matemático y de sus propiedades mediante la exploración de prácticas. De ahí surge, en definitiva, la necesidad de incorporar la dimensión social y cultural. El programa queda finalmente conformado por cuatro dimensiones: epistemológica, didáctica, cognitiva y socio-cultural. Ejemplos del modelo ampliado se encuentran en (Reyes–Gasperini, 2011), donde se incorpora al *empoderamiento* a la Socioepistemología; (Carrillo, 2006), donde se atiende al papel de los factores afectivos en la construcción social del conocimiento matemático, (Covián, 2005) quien analiza el carácter *normativo de las prácticas sociales* dando un paso más hacia una caracterización del aprendizaje que vincula al individuo con su colectividad o en (Tuyub, Cantoral, 2012) donde amplían la noción de práctica fuera de lo didáctico proyectándola hacia el campo de las comunidades profesionales.

Actualmente la Socioepistemología postula que para atender la complejidad de la naturaleza del saber y su funcionamiento a nivel cognitivo, didáctico, epistemológico y social, debe problematizar al saber situándolo en el entorno de la vida del aprendiz, lo que exige del rediseño compartido, orientando y estructurando del discurso Matemático Escolar con la conciencia sobre la alta valoración dada a las prácticas sociales. Las Matemáticas, además, se han desarrollado bajo un estigma que las vincula con objetos abstractos, anteriores a la praxis social y externos al individuo, en nuestro programa se revierte esta idea, las Matemáticas como parte de la cultura, se desarrollan por mecanismos sociales de producción de significado. Lo anterior puede ejemplificarse en Química, decimos que hay emergencia de propiedades nuevas en un compuesto, si al combinar dos elementos simples se obtiene o crea algo nuevo. Una molécula de agua es un compuesto

químico inorgánico formado por dos átomos de hidrógeno y uno de oxígeno con propiedades nuevas que no poseían sus componentes: el agua resulta esencial para la vida, mientras que el oxígeno aislado es flamable y el hidrógeno es explosivo. Ocurren fenómenos similares cuando un grupo de amigos se constituyen en sujeto colectivo ante determinadas circunstancias del medio que les rodea. En tal sentido, esos sujetos colectivos no son la unión de sujetos individuales. En otro nivel, las lenguas, las leyes, la moral, la religiosidad son emergentes sociales que no podrían ser creados por sujetos individuales, sino por colectivos normados en el curso de su evolución. Por tanto, surge la pregunta clave sobre qué produce la norma. La norma es en sí misma un emergente social que regula el desarrollo colectivo. Esta idea es la que empleamos al afirmar que la práctica social es un emergente social con nuevas funciones de tipo *normativo*, *identitario*, *pragmático* y *discursivo–reflexivo*.

La noción de *práctica social* con funciones delimitadas es un emergente teórico que aparece al incorporar la dimensión social al sistema “epistemológico–didáctico–cognitivo” de la Didáctica Fundamental y, hoy en día, es una noción integral que sustenta a la teoría misma. Dado que las distintas acepciones que fuimos usando para la práctica social no conseguían explicar toda la complejidad de lo estudiado, se planteó entonces a la propia noción de práctica social como objeto de estudio. Quisimos ubicar con rigor el papel de la práctica social en el paso del conocimiento al saber para hablar con sentido de una Socioepistemología y no de una epistemología en sí. Al respecto, resultó útil asociar “uso” a “conocimiento” para dar lugar al “saber”, sugiriendo así una noción de aprendizaje situacional o aprendizaje en contexto.

Sostenemos que el conocimiento matemático, aun aquel que consideramos avanzado, tiene un origen y una función social asociados a un conjunto de actividades prácticas socialmente valoradas y normadas. Esto no significa que todo conocimiento obedece a una necesidad de naturaleza práctica inmediata, a una cuestión concreta. Los historiadores de la ciencia han documentado suficientemente que algunas nociones matemáticas no provienen de sucesivas abstracciones o generalizaciones de lo empírico. Más bien, nuestra hipótesis tiene una orientación socioepistemológica puesto que establece una filiación entre la naturaleza del conocimiento que los seres humanos producen con las actividades mediante las cuales y en razón de las cuales dichos conocimientos son producidos. Las Matemáticas bajo este enfoque están en la base de la cultura humana igual que lo está el juego, el arte o el lenguaje. Nuestras investigaciones han mostrado, durante los últimos años, la pertinencia y consolidación de esta postura de acuerdo con los resultados obtenidos y la elaboración teórica. Se ha seguido una aproximación sistémica a la investigación que articula las cuatro dimensiones del saber (construcción social del conocimiento): su naturaleza epistemológica (forma en que conocemos), su tesitura sociocultural (énfasis en el valor de uso), los planos de

lo cognitivo (funciones adaptativas) y los modos de transmisión vía la enseñanza (herencia cultural).

El saber, como construcción social del conocimiento, se constituye mediante procesos deliberados para el uso compartido de conocimiento. Se trata de mecanismos constructivos, altamente sofisticados y de carácter social, que producen interacciones, explícitas o implícitas, entre mente, conocimiento y cultura. Para el análisis del saber, éste debe problematizarse. Específicamente, el saber trata de la polifonía entre procesos avanzados de pensamiento, epistemología de las Matemáticas y prácticas humanas especializadas. Así, el saber matemático [**saber sobre algo**], no puede reducirse a una definición formal, declarativa o relacional, a un conocimiento matemático [**conocimiento de algo**], sino que habrá de ocuparse de su *historización* y *dialectización* como mecanismos fundamentales de constitución.

Cuando hablamos de pensamiento humano, razonamiento, memoria, abstracción o, más ampliamente, de los procesos mentales, dirigimos nuestra mirada hacia la Psicología. Ahí, ¿cómo piensa la gente?, ¿cómo se desarrollan los procesos del pensamiento?, o ¿en qué medida la acción humana adquiere habilidad en la resolución de ciertas tareas?, son preguntas generadoras de reflexión y experiencia cotidiana. Si el pensamiento, como una de las funciones mentales superiores, se estudia sistemática y cotidianamente en diversos escenarios profesionales, ¿de qué podría tratar entonces el pensamiento matemático? Sabemos que la Psicología se ocupa de entender cómo piensa la gente, cómo realizan diversas tareas y cómo se desempeñan en su actividad. De este modo, usamos el término pensamiento matemático para referirnos a la diversidad de formas en que piensan las personas que se interesan por identificar, caracterizar o modelar conceptos y procesos propiamente matemáticos en ámbitos diversos, no sólo escolares. Dado que la actividad humana involucra procesos de razonamiento y factores de experiencia, al hablar de pensamiento matemático ubicamos la actividad matemática como forma de actividad humana en escenarios diversos.

Debemos interesarnos por entender las razones, procedimientos, explicaciones, escrituras y formulaciones que el alumno construye para responder a una tarea matemática, al igual que nos ocupamos por descifrar los mecanismos mediante los cuales la cultura y el medio contribuyen a la formación de pensamiento matemático. Nos interesa entender, aun en el caso de que la respuesta no se corresponda con nuestro conocimiento, las razones por las que su pensamiento matemático opera como lo hace. Habremos de explicar con base en modelos mentales y modelos didácticos, las razones por las que los alumnos de Bachillerato, por ejemplo, interpretan que el binomio  $(a+b)^2$  es igual  $a^2+b^2$  y no, como dicen los textos,  $a^2+2ab+b^2$ .

Si quisiéramos describir el proceso de desarrollo del pensamiento matemático, tendríamos que considerar que éste suele significarse de distintas formas. Por

un lado, se entiende como una reflexión espontánea de los matemáticos sobre la naturaleza de su conocimiento y sobre la naturaleza del proceso de descubrimiento e invención en Matemáticas. Por otro, se entiende como parte de un ambiente científico en el cual los conceptos y técnicas matemáticas surgen en la resolución de tareas. Una tercera visión considera que el pensamiento matemático se desarrolla entre todos los seres humanos al enfrentar cotidianamente múltiples tareas. Desde esta última perspectiva, el pensamiento matemático no se enraíza ni en los fundamentos de las Matemáticas ni en la práctica exclusiva de los matemáticos profesionales, sino que trata de todas las formas posibles de construir nociones matemáticas, incluidas las que provienen de la vida cotidiana de toda persona y comunidad. Por tanto, se asume que la construcción del conocimiento matemático tiene una gama de profundidades. El concepto de volumen, por ejemplo, es construido por los niños a través de comparar recipientes, quitar y agregar líquido y medir el efecto de sus acciones, aún cuando la idea de volumen no esté plenamente clara en su pensamiento. Por otra parte, las relaciones que se pueden encontrar entre longitudes, áreas y volúmenes, se tratan en la escuela cuando los jóvenes tienen entre 15 y 16 años, de manera que el pensamiento matemático sobre la noción de volumen se desarrolla a lo largo de la vida. La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la escuela debería tomar en cuenta dicha evolución.

En un sentido moderno, habremos de entender que el pensamiento matemático incluye pensamiento sobre temas matemáticos y procesos avanzados de pensamiento en situaciones diversas (abstracción, justificación, visualización, estimación o razonamiento bajo hipótesis). Este pensamiento, entonces, debe operar sobre una red compleja de conceptos y procedimientos, unos avanzados y otros más elementales; quizá por ello los estudiantes no logran entender qué significa una ecuación diferencial a menos que, más allá del manejo de las técnicas, entiendan otros conceptos como el de diferencial, integral, función, variable o incluso número; y además los articulen bajo distintos contextos de representación (formas gráficas, ordenamientos numéricos, lenguaje natural, representaciones analíticas o procesamiento icónico y gestual de la información), pero también que hayan desarrollado suficiente vivencia práctica sobre la variación y el cambio en la naturaleza en la vida cotidiana. Los conceptos matemáticos, se acompañan de prácticas.

### **Reflexiones finales**

Este episodio sintetiza el proceso de constitución de un campo científico que puede ser ampliado en (López-Flores, Cantoral, 2011). Aunado a lo anterior de orden teórico, se establecieron en México y algunas países del área programas de grado y posgrado, se constituyeron asociaciones profesionales, redes de producción y difusión del conocimiento que progresivamente se materializaron en publicaciones académicas – libros y revistas –, se organizan reuniones coloquios, simposia, congresos, talleres y una gran cantidad de encuentros académicos, tanto

nacionales como internacionales que fueron dando cobijo a una nueva disciplina científica, la Matemática Educativa. Un papel central en esta narrativa, aunque no lo he mencionado explícitamente, lo juega la existencia del Departamento de Matemática Educativa del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN, pues ha contribuido a la formación de especialistas en investigación, en planeación educativa en el campo de las matemáticas y al desarrollo de propuestas y materiales didácticos altamente innovadores para los distintos niveles del sistema educativo mexicano.

Si bien el posgrado del Departamento inició en 1975 mediante el Programa de Maestría en Ciencias con Especialidad en Matemática Educativa, no es sino hasta una década después que da inicio a su programa de Doctorado en Ciencias. Los graduados se encuentran participando en labores de investigación en diversas instituciones, buscando ser un factor de cambio en los sistemas educativos de varias latitudes. En este sentido, podemos afirmar que el Cinvestav es pionero en México, con amplia influencia mundial, en el desarrollo de la investigación de frontera en el campo de la Matemática Educativa y en la formación de investigadores del más alto nivel.

México fue hace unos años, en algún sentido, la sede mundial de la Matemática Educativa. Pues durante el año 2008 nuestra comunidad, fueron un factor clave para el éxito de la más grande congregación de especialistas de nuestro campo que haya tenido lugar en Latinoamérica. Se llevarán a cabo varios congresos internacionales especializados: el *International Congress on Mathematical Education* (ICME 11) en Monterrey, Nuevo León; el congreso de *Psychology of Mathematics Education* (PME 32) en Morelia, Michoacán; la reunión del grupo internacional sobre *History and Pedagogy of Mathematics*, the HPM Satellite Meeting of ICME (HPM 2008) en la Ciudad de México, Distrito Federal; la *Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa* (Relme 22) en la ciudad de México, Distrito Federal; y el *Joint ICMI / IASE study, Statistics Education in School Mathematics* (IASE) en Monterrey, Nuevo León. En todos ellos, miembros el DME forman parte de los comités de organización y tendrán participaciones como invitados especiales, conferencistas plenarios, ponentes en los grupos temáticos o grupos de discusión. Es de esperarse que este año pueda darse una gran difusión mundial a la labor del Cinvestav en el campo de la Matemática Educativa contemporánea.

Las y los egresados del DME participan en labores de investigación y docencia en diversas instituciones del país y del extranjero, buscando ser un factor de cambio en los sistemas educativos. En este sentido, se puede afirmar que el Cinvestav es pionero en México y Latinoamérica, con amplia influencia mundial, tanto en el desarrollo de investigaciones de frontera como en la formación de investigadores del más alto nivel. Este liderazgo se confirma con la inclusión de nuestros programas de estudio en el Padrón Nacional de Posgrados de Calidad (PNPC) del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (Conacyt): Ambos progra-

mas, el de Maestría en Ciencias y el de Doctorado en Ciencias ostentan el distintivo de Competentes al Nivel Internacional.

El Programa de Maestría en Ciencias del DME, sentó las bases para la conformación de una red académica, nacional e internacional, que coadyuvó en la formación y consolidación de varios Cuerpos Académicos asociados a programas de licenciatura y posgrado en Matemática Educativa, tanto en México como en otros países. El Programa de Doctorado en Ciencias del DME permitió llevar la investigación hacia las fronteras del conocimiento, posibilitando una mayor visibilidad internacional al quehacer en el campo. Este se puede constatar mediante las citas que reciben los trabajos de investigación de las y los profesores del Departamento y por el impacto de sus resultados de investigación en la marcha de los sistemas educativos. Un dato quizás ejemplifique el impacto referido: Los programas de profesionalización docente más significativos en los años recientes en el ámbito nacional fueron diseñados y operados en Cinvestav, tanto para la educación Secundaria, como del Bachillerato.

Del mismo modo, dos revistas de investigación en Educación que forman parte del padrón de revistas del Conacyt, provienen del campo de la Matemática Educativa: la revista *Educación Matemática* y la *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. Ambas publicaciones deben su existencia y continuidad a la labor sostenida de las y los investigadores del Departamento y de sus egresados. *Relime* ha sido incluida en el JCR del *Social Sciences Citation Index*, ISI Web of Knowledge desde 2008 y a partir del año 2011, en el *European Reference Index for the Humanities* (ERIH), siendo así una de las pocas revistas del área en formar parte de ambos índices.

El horizonte está planteado, la Matemática Educativa mexicana sigue en camino.

## Referencias

ARTIGUE, M. (2011). L'éducation mathématique comme champ de recherche et champ de pratique: résultats et défis. XIII **Conferencia Interamericana de Educación Matemática**, 26–30 junio, Recife, Brasil: CIAEM.

BAGNI, G. (2004). Dall'epistemologia alla socioepistemologia. **La Matemática e la sua Didattica**. Bologna: Pitagora Editrice.

BRAVO, S.; CANTORAL, R. (2012). Los libros de texto de Cálculo y el Fenómeno de la Transposición Didáctica. **Educación Matemática** 24(1), 5 – 36.

BROUSSEAU, G., CABAÑAS, G., CANTORAL, R., OLIVEIRA, H., DA PONTE, J. P., SPAGNOLO, F. (2009). A research on classroom practice: A monograph for topic study group 24, ICME 11. **Quaderni di Ricerca in Didattica Scienze Matematica** 4(19), 1 – 6.

BUENDÍA, G., MONTIEL, G. (2011). Propuesta metodológica para la investigación socioepistemológica. En L. Sosa, R. Rodríguez y E. Aparicio (Eds.), **Memorias de la XIV Escuela de Invierno en Matemática Educativa** (pp. 443–454). México: Red Cimates.

CABAÑAS, G., CANTORAL, R. (2009). Perception of the notions of conservation, comparison and measurement of the area. A study through arguments in the classroom. **Quaderni di Ricerca in Didattica Matematica** S4–19, 97–104.

CANTORAL, R. (1987). Historia del Cálculo y su Enseñanza: El concepto de límite a través de los textos y de su historia. **Memorias de la Primera Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa** 1(1): 231–235.

CANTORAL, R. (1995). Matemática, Matemática Escolar y Matemática Educativa. **Publicación de la Novena Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa** 9(1): 1–10.

CANTORAL, R. (1998). Approccio socioepistemologico alla ricerca in Matematica Educativa: Un programma emergente. En B. D'Amore (Comp.), **Diversi Aspetti e Diversi Àmbiti della Didattica della Matematica** (pp. 15–24). Bologna: Pitagora Editrice.

CANTORAL, R. (2013). **Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento**. Barcelona, España: Gedisa.

CANTORAL, R., CORDERO, F., FARFÁN, R. – M., ÍMAZ, C. (1990). Cálculo-Análisis. Una reseña de la Investigación reciente en México. **Memorias del Simposio Internacional de Educación Matemática**, 55-70. PNFAPM, México: UAEM.

CANTORAL, R., CORDERO, F., FARFÁN, R., ÍMAZ, C. (Eds.) (1990). **Memorias del Simposio Internacional de Educación Matemática en el tema de Cálculo-Análisis**. PNFAPM, México: UAEM.

CANTORAL, R., FARFÁN, R. (2003a). Mathematics Education: A vision of its evolution. **Educational Studies in Mathematics** 53(3), 255 – 270.

CANTORAL, R., FARFÁN, R. (2003b). Matemática Educativa: una visión de su evolución. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa** 6(1), 27–40.

CANTORAL, R., FARFÁN, R. (2004). La sensibilité à la contradiction: logarithmes de nombres négatifs et origine de la variable complexe. **Recherches en Didactique des Mathématiques** 24(2.3), 137 – 168.

- CANTORAL, R., FERRARI, M. (2004). Uno studio socioepistemologico sulla predizione. **La Matematica e la sua Didattica** 18(2), 33–70.
- CARRILLO, C. (2006). **¿Saber sin sentir?** Una introducción al dominio afectivo. Tesis de Maestría. México: Cinvestav.
- COVIÁN, O. (2005). **El papel del conocimiento matemático en la construcción de la vivienda tradicional**: El caso de la Cultura Maya. Tesis de Maestría. México: Cinvestav.
- CROCCI-SILVA, H., CORDERO, F. (2012). Matemática Educativa, Identidad y Latinoamérica: el quehacer y la usanza del conocimiento disciplinar. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa** 15(3), 295–318.
- D'AMORE B., FANDIÑO PINILLA M.-I. (2002). Un acercamiento analítico al “triángulo de la didáctica”. **Educación Matemática** 14(1), 48–61.
- FARFÁN, R.-M. (2012). **Socioepistemología y Ciencia**. El caso del estado estacionario y su matematización. Barcelona: Gedisa Editorial
- FARFÁN, R.-M., Ferrari, M. (2010). Una socioepistemología de lo logarítmico. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa** 13(4), 53–68.
- GONZÁLEZ-GARZA, J. Un mexicano ejemplar. (2010, 30 de octubre), **Diario Reforma**, sección de Opinión, 13.
- GONZÁLEZ, J., SALCIDO, A., ÍMAZ, C. (1984). Calculus: an infinitesimal model for teaching (with J. González & A. Salcido). **UMAP Journal**, Vol. V. No. 4.
- ÍMAZ, C. (1987). ¿Qué es la matemática educativa? **Memorias de la Reunión Centroamericana y del Caribe sobre Formación de Profesores e Investigación en Matemática Educativa** 1(1), 267–272.
- ÍMAZ, C. (1991). Infinitesimal models for real analysis. **Int. J. Math. Educ. Sci. Technol.** 22, 2, 1991.
- ÍMAZ, C. (2001). ¿Qué pasa con el infinito? **Avance y Perspectiva**, Vol. 20, 305–311.
- LÓPEZ-FLORES, I., CANTORAL, R. (2011). La Socioepistemología: Un estudio de su racionalidad. **Paradigma** 31(1), 103 – 122.
- REYES-GASPERINI, D. (2011). **Empoderamiento docente desde una visión Socioepistemológica**: Estudio de los factores de cambio en las prácticas del profesor de matemáticas. Tesis de Maestría. México: Cinvestav.
- TALL, D., VINNER, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. **Educational Studies in Mathematics** 12, 151–169.

TUYUB, I., CANTORAL, R. (2012). Construcción social del conocimiento matemático: obtención de genes en una práctica toxicológica. **Bolema – Boletim de Educação Matemática** 26(42A), 311 – 328.

Ricardo Cantoral  
DME – Cinvestav  
**E-mail:** [rcantor@cinvestav.mx](mailto:rcantor@cinvestav.mx)