

RECURSOS TECNOLÓGICOS E MODELAGEM MATEMÁTICA: TRÊS EXPERIÊNCIAS NA SALA DE AULA

TECHNOLOGICAL RESOURCES AND MATHEMATICAL MODELLING: THREE EXPERIENCES IN THE CLASSROOM

Denise Helena Lombardo Ferreira
Otávio Roberto Jacobini
PUC-Campinas, Brasil
Celso Ribeiro Campos
PUC-São Paulo, Brasil
Maria Lúcia Lorenzetti Wodewotzki
UNESP-Rio Claro, Brasil

Resumo

As diversas inovações tecnológicas que vêm ocorrendo atualmente demandam novas atitudes em sala de aula. Nessa linha, este trabalho apresenta o desenvolvimento de três cenários incorporando modelagem matemática e tecnologia em sala de aula. Com base nesses cenários buscamos analisar as possibilidades pedagógicas da tecnologia, baseada em softwares aplicados no ensino de conteúdos matemáticos ou estatísticos, em ambientes centrados na modelagem matemática. Observamos que temas cotidianos ou profissionais, geralmente do interesse dos alunos e apoiados pela tecnologia, contribuem para minimizar o sentimento de irrelevância de disciplinas da área de matemática e também contribuem para o crescimento dos estudantes tanto em relação à aprendizagem dos conceitos estudados e à aplicabilidade das ferramentas disponíveis no Excel e LINGO. Também, detectamos que os estudantes tornaram mais críticos e envolvidos com os temas aqui trabalhados.

Palavras-chave: Tecnologia educacional, Projetos de modelagem, Ambiente de trabalho, Conteúdos matemáticos e estatísticos.

Abstract

The various technological innovations taking place currently require new attitudes in the classroom. In this line, this paper presents the development of three scenarios incorporating mathematical modeling and technology in the classroom. Based on these three scenarios we analyze the pedagogical possibilities of technology, based on software applied in the teaching of mathematical or statistical content, in environments focused on mathematical modelling. We observed that on everyday topics or professional, usually of interest to students and supported by technology contributing to minimize the

feeling of irrelevance towards disciplines from the field of mathematics and also contribute to the growth of students the relation in the learning and the concepts studied and the applicability of the tools available in Excel and LINGO. Also, we detected that the students to become more critical and involved with the issues that they have worked here.

Keywords: Educational technology, Modelling projects, Working environment, Mathematical and statistical contents.

Introdução

Nas últimas décadas diversas pesquisas têm sido desenvolvidas com o propósito de buscar pedagogias que contribuam para tornar menos árduo o ensino e a aprendizagem de conteúdos matemáticos. Diversas razões fundamentam essa busca e, dentre elas, encontra-se o fato da matemática ser considerada pelos alunos como a disciplina mais difícil da grade curricular, em qualquer nível de ensino, e, como consequência dessa dificuldade, é ela a que gera maiores índices de reprovação. Nessas pesquisas notamos um crescente interesse pedagógico pela utilização da tecnologia nas aulas de matemática, mormente quando essa tecnologia é inserida em ambientes construídos com base no trabalho com a modelagem matemática.

A evolução na multiplicação do conhecimento e a rapidez com que esse conhecimento é transmitido se devem, principalmente, à expansão tecnológica ocorrida nos últimos anos. Com mais conhecimento, mais rapidamente a tecnologia se desenvolve e, assim, o círculo científico se completa e se expande exponencialmente. A sala de aula precisa acompanhar essa evolução e essa revolução. Além disso, como acentua Penteadó (2004), a significativa presença da tecnologia e da informática no cotidiano das pessoas, resultante dessa evolução tecnológica, é responsável por rearranjos em suas vidas e esses rearranjos acabam por transformar o cenário da própria escola, exigindo uma revisão dos sistemas de hierarquia, de conduta pedagógica e das prioridades tradicionalmente estabelecidas na profissão docente, na qual o professor passa a ter o papel de mediador da aprendizagem.

Vemos a tecnologia como parte de uma estratégia colaboradora na medida em que, graças à implementação de algoritmos, viabiliza o trabalho com problemas diversos que envolvem diferentes níveis de complexidade algébrica e grande quantidade de dados. A tecnologia é também facilitadora, já que, ao possibilitar uma ampla visualização de imagens, contribui tanto para a melhor aprendizagem de conceitos e de algoritmos quanto para aplicações da Matemática. Além disso, a utilização do computador com a finalidade de explorar conteúdos matemáticos pode produzir mudanças na sala de aula, pois abre caminhos para a construção de ambientes nos quais o aluno é incentivado

a buscar informações, a formular problemas e a resolvê-los com base nos conceitos matemáticos presentes na estrutura curricular. Nessa perspectiva, o uso do computador na sala de aula, na medida em que permite realizar simulações, revisões e adaptações, pode proporcionar um campo pedagógico fértil quer na abordagem de problemas interessantes e instigadores, quer na análise de dados, em argumentações e em tomadas de decisão.

E, desse modo, o estudante é conduzido a refletir tanto sobre as informações obtidas quanto sobre as respostas encontradas para os problemas formulados. Assim, a tecnologia centrada no computador pode ser vista como um meio de aprender fazendo, investigando, pensando, refletindo e argumentando. Além disso, a presença dessa tecnologia contribui para transformar o aluno em um ator ativo em seu processo de aprendizagem, rompendo com um sistema tradicional, frequente no cotidiano escolar, no qual ele recebe o conteúdo da aula didaticamente explicado pelo professor, sem precisar se esforçar em investigações e na busca de dados e de informações.

Nessa direção Valente (2008) vê a presença do computador na educação, em todas as modalidades e níveis de ensino, como uma forma objetiva de integrar os conceitos curriculares, contribuindo assim como um elo facilitador no processo de construção do conhecimento do aluno. Igualmente, Borba e Villarreal (2005) destacam que nós, seres humanos, não pensamos sozinhos, pois nosso desenvolvimento cognitivo é condicionado pelas mídias ou tecnologias da inteligência (oralidade, escrita e informática).

Ademais, como lembram Borba e Penteado (2007), a inserção da tecnologia informática no ambiente escolar tem sido vista como um potencializador das ideias de se quebrar a hegemonia das disciplinas e impulsionar a interdisciplinaridade.

A tecnologia é essencial no processo de visualização e ela, por sua vez, ocupa um papel pedagógico fundamental na compreensão de conteúdos matemáticos. A visualização, para Arcavi (2003), pode ser caracterizada não apenas como um objeto ou uma imagem, mas também como um processo ou uma atividade. Além disso, a visualização gráfica mediada pela tecnologia e possibilitada por diversos *softwares* é uma dessas alternativas na sala de aula, ainda mais se levarmos em conta que este recurso pode contribuir para que o aluno tenha uma visão mais ampliada sobre o uso de determinada ferramenta (o Excel, ou o LINGO - Language for Interactive General Optimizer, por exemplo) e como direcioná-la para aplicações reais. Nessa perspectiva Stewart (2009), ao enfatizar a compreensão dos conceitos no ensino de Cálculo, lembra que a visualização e as experiências numéricas e gráficas, por exemplo, alteram fundamentalmente a forma como ensinamos os raciocínios conceituais.

A visualização obtida por intermédio dos recursos computacionais constitui um elemento fundamental em outras formas de produzir o conhecimento. Lévy (1999), em seus primeiros ensaios sobre mudanças

comportamentais e na forma de pensar advindas do acesso do homem aos meios tecnológicos, ressalta as possibilidades de novas estratégias e critérios que são necessários para a construção do conhecimento. Além da visualização, os recursos computacionais possibilitam que cálculos sejam feitos de forma rápida e segura. Como lembra Salsburg (2009) ao contar a história da estatística matemática, o computador não é concorrente do cérebro humano, mas ele é um grande e paciente mastigador de números que não se aborrece, não fica sonolento e nem comete erros.

Contribuições coincidentes com as de Lévy e de Salsburg são apresentadas por Moran, Masetto e Behrens (2000) – para quem a tecnologia auxilia a compreender os dados levantados em uma determinada situação problema e por Croenwald e Ruiz (2006) – que, complementarmente, afirmam que a tecnologia deve ser usada para produzir conhecimento e para incentivar a criatividade e a descoberta.

É no contexto de evolução tecnológica e de resultados que dela decorrem que as contribuições desses autores inserem-se no núcleo de um processo educacional que se deseja dinâmico, ativo e participativo. Conseqüentemente, reflexões sobre formas pedagógicas que acompanhem as mudanças comportamentais e formativas em um ambiente escolar incluso nesse novo cenário tecnológico são, evidentemente, necessárias. E, mais ainda, entendemos que essas reflexões devem desaguar em ações que possam produzir alterações substanciais no sistema educacional, contribuindo criticamente para a expansão do conhecimento, buscando fazer com que ela seja voltada para o bem estar da sociedade e, conseqüentemente, tentando evitar que ela seja dirigida exclusivamente para interesses econômicos.

Vemos a modelagem matemática como uma dessas ações, principalmente pelo fato dela possibilitar a exploração de questões relacionadas à realidade e ao interesse dos alunos, fornecendo significado aos conteúdos matemáticos estudados. Em ambientes de modelagem matemática, questões curriculares integram-se com situações provenientes do cotidiano e de outras áreas do conhecimento. Neles, explicitam-se conexões entre o ambiente escolar e o mundo cotidiano e criam-se condições para que os alunos possam, com base na matemática, intervir na própria realidade. Como lembra Barbosa (2006), com a modelagem é possível valorizar uma perspectiva social e crítica no trabalho pedagógico de conteúdos matemáticos e, como consequência, construir um cenário na sala de aula no qual os alunos possam refletir sobre o papel da matemática na sociedade.

A modelagem matemática como um ambiente de aprendizagem pode possibilitar a exploração de questões relacionadas com aplicações práticas do interesse dos alunos, fornecendo significado aos conteúdos matemáticos estudados. Em ambientes de modelagem matemática integram-se aos conteúdos curriculares situações provenientes do cotidiano e de outras áreas do

conhecimento (multidisciplinaridade) e criam-se condições para que os alunos possam, com base na matemática, intervir na própria realidade.

Em nosso grupo de pesquisa vemos essa conduta pedagógica com a modelagem matemática como um instrumento de ação que possibilita ao aluno vivenciar situações nas quais ele tenha que avaliar resultados, questionar informações e desenvolver atitudes críticas e criativas. Agindo dessa forma pensamos em um ambiente de aprendizagem, centrado na modelagem matemática, que busca, no particular, favorecer o desenvolvimento de habilidades para lidar com os conceitos programáticos tanto nos procedimentos relacionados com a aprendizagem quanto no cotidiano e, no geral, contribuir fortemente para a formação de um cidadão crítico e consciente das suas obrigações sociais e políticas.

Em consonância com este propósito buscamos, neste estudo, analisar as possibilidades pedagógicas da tecnologia, baseada em softwares aplicados no ensino de conteúdos matemáticos ou estatísticos, em ambientes centrados na modelagem matemática.

Na seção seguinte apresentamos os ambientes que construímos em três salas de aula distintas.

Ambientes na sala de aula com modelagem matemática e tecnologia

Na maioria das vezes a conexão entre atividades na sala de aula com problemas do cotidiano exige dos alunos mais esforço e mais envolvimento do que em aulas tradicionais centradas na explicação do professor. E também, como mostram alguns estudos (CROUCH; HAINES (2004); GALGRAITH; STILMAN (2006)), a transição de problemas reais para modelos matemáticos é uma dificuldade para os alunos. Mesmo assim, entendemos que questões cotidianas trazidas para a sala de aula possibilitam uma aprendizagem mais significativa e, conseqüentemente, menos estressante.

Nessa linha de ação pedagógica apresentamos três cenários que construímos em momentos distintos, nos quais os alunos, atuando em grupos, escolheram problemas relacionados com o que estava sendo ensinado na disciplina, pesquisaram dados, modelaram seus problemas, isto é, **escolheram** representações matemáticas adequadas a eles, buscaram soluções utilizando *softwares* apropriados e disponíveis, analisaram e validaram, quando possível, as soluções encontradas.

Utilizamos esses cenários para analisar as possibilidades pedagógicas da interação entre tecnologia e modelagem. Obtivemos nossos dados observando as ações dos estudantes na sala de aula, nas suas apresentações para os pares, e nos relatórios elaborados por eles e entregues nas conclusões dos seus trabalhos. Esses dados, juntamente com as entrevistas que realizamos com alguns estudantes, foram utilizados na análise dos procedimentos e como subsídios para nossos resultados.

Ambiente construído na disciplina de Matemática em um curso de Administração

Nesse primeiro ambiente os alunos tiveram a oportunidade de visualizar, durante as aulas, vários exemplos de aplicações de conteúdos matemáticos na área de administração, tais como aqueles relacionados com as funções custo, receita, lucro, demanda e oferta⁴⁹. Embora nesses exemplos os problemas já estivessem formulados (muitos deles encontrados em livros textos), eles foram úteis tanto no auxílio aos alunos no processo de execução do projeto prático quanto na orientação docente aos grupos em alguns períodos da aula.

Essa disciplina é ministrada para alunos ingressantes e eles, trabalhando em grupos, foram incentivados a aplicar, em situações de seus cotidianos, os conteúdos matemáticos que estavam sendo trabalhados durante as aulas. A maioria dos grupos optou por projetos que contemplavam conteúdos relacionados com custo fixo, custo variável, receita, lucro e ponto de equilíbrio entre o custo e a receita. Além desses tópicos, alguns grupos optaram por trabalhos que envolviam pontos de mínimo e de máximo e curvas de tendência, além de características relacionadas com a demanda e com a oferta. Os gráficos, obtidos com o Excel, relacionados com os conteúdos descritos acima auxiliaram os alunos tanto no processo de análise dos dados quanto na fundamentação de suas conclusões.

Alguns grupos escolheram seus trabalhos a partir das necessidades das empresas em que um dos participantes trabalhava. Dentre eles destacamos: (1) o estudo sobre a viabilidade da compra de tocadores de DVD e televisores para uma escola particular de ensino básico. Nele, os alunos propuseram a venda de salgadinhos e doces como alternativa para a obtenção da receita para a aquisição dos equipamentos. (2) o estudo sobre uma empresa administradora de imóveis, mais especificamente de apartamentos para estudantes. No desenvolvimento de ambos os trabalhos os alunos usaram conceitos de custo fixo, custo variável, oferta, demanda e ponto de equilíbrio. (3) o estudo sobre aspectos contábeis de uma empresa de consultoria em comércio exterior.

Outros grupos buscaram seus temas de trabalho em empresas de amigos ou de familiares. Dentre eles trazemos para este artigo o estudo para maximizar a receita proveniente da venda de antenas para Internet via rádio de uma empresa que atua no ramo de tecnologia em comunicação. A empresa, de propriedade de um amigo de um dos integrantes do grupo, tinha tido no mês que antecedeu à realização do projeto um prejuízo de cerca de R\$ 7.000,00 com a venda das antenas. Os alunos, buscando solucionar este problema da empresa, formularam três questões:

⁴⁹Mais detalhes sobre este ambiente pode ser encontrado em FERREIRA, D. H. L.; JACOBINI, O. R. Modelagem Matemática e ambiente de trabalho: uma contribuição pedagógica voltada para a aprendizagem, *RenCiMa*, v. 1, n. 1, 2010, p. 9-26. REMATEC, Natal (RN), Ano 8/ n.14/ Set-Dez, 2013

- 1) Quantas unidades a empresa precisaria vender para não ter mais prejuízo?
- 2) Quantas unidades a empresa precisaria vender para que, nesse mês, além de não apresentar mais prejuízo, ela pudesse suprir o prejuízo do mês anterior?
- 3) Quantas unidades a empresa precisaria vender para alcançar a sua meta mensal que era de R\$ 50.000,00 de lucro?

No desenvolvimento do trabalho o grupo obteve as seguintes informações:

Custo fixo = R\$ 16.000,00 e custo variável = R\$ 370,00 (custo médio por antena);

Preço de venda por antena = R\$ 690,00.

Para responder à primeira questão os alunos calcularam a quantidade de antenas a ser vendida para que o lucro pudesse ser maior ou igual a zero. Assim, obtiveram

$$\text{Custo Total (CT)} = \text{Custo fixo} + \text{Custo variável} = \\ \text{R\$ } 16.000,00 + 370,00 x,$$

no qual x representa a quantidade de antenas a ser produzida.

Depois, considerando que tudo o que é produzido deve ser vendido, obtiveram

$$\text{Receita Total (RT)} = \text{R\$ } 690,00 x.$$

E, então,

$$\text{Lucro Total (LT)} = \text{RT} - \text{CT} = 690 x - (370 x + 16000)$$

Para a empresa não ter prejuízo, assumiram que $LT \geq 0$, e, resolvendo essa inequação, encontraram que ela deveria vender 50 ou mais unidades de antenas. Para responder à segunda questão, os alunos assumiram que teriam que resolver a inequação $LT \geq 7000,00$, pois o prejuízo do mês anterior havia sido de R\$ 7.000,00. Assim, resolvendo a inequação linear $690x - (370x + 16000) \geq 7000$, encontraram como solução $x \geq 71,88$, e, assim, concluíram que a empresa precisaria vender 72 ou mais unidades de antenas.

Para responder à terceira questão (lucro mensal de R\$ 50.000,00), os alunos resolveram a equação linear $690x - (370x + 16000) = 50000$, e obtiveram como solução $x = 206,25$. Eles concluíram, assim, que a empresa precisaria vender, no mínimo, 207 unidades mensais de antenas. Observamos neste momento que, por ser linear e crescente, a função lucro indica que, quanto mais antenas forem produzidas, mais alto será o lucro a ser obtido com a venda (no caso de todas as unidades serem vendidas).

Esta discussão teve seqüência quando os alunos aproximaram a receita por uma função do 2º grau, considerando, no modelo, a função demanda das antenas, dada por $p = 690 - x$, na qual p é o preço e x é a quantidade

demandada. A quantidade demandada ou o preço demandado de determinado produto pode ser influenciada(o) por diversos fatores. No exemplo em questão, os alunos assumiram que a variação do preço unitário (p) em relação à quantidade demandada (x) apresentava regularidade, e, dessa forma, usaram a função linear para representar este comportamento. A análise realizada pelos alunos indicou ser 1 a taxa de variação média do preço unitário em relação à quantidade demandada, ou seja, a queda de R\$ 1,00 no preço unitário corresponde um aumento de uma unidade na quantidade demandada. A análise também revelou ser R\$ 690,00 o preço unitário máximo da antena, isto é, se quantidade demandada é nula ($x = 0$), o preço unitário é R\$ 690,00. Dessa forma, considerando a função demanda, a função Receita Total (RT) é dada por:

$$RT = px = (690 - x)x = 690x - x^2$$

Como a função é quadrática os alunos determinaram que a quantidade de antenas que maximiza a receita ocorre no vértice da parábola, $x_v = \frac{-b}{2a}$, ou seja, $x_v = \frac{-690}{2(-1)} = 345$ antenas. Consequentemente a Receita Total máxima é

R\$ 119.025,00 (Figura 1). Mantivemos a Figura 1 como ela foi apresentada pelos alunos, incluindo os valores negativos para a Receita Total, o que não ocorre na situação real. Este fato foi bastante discutido entre os pares no momento da apresentação dos trabalhos. O mesmo ocorreu para o gráfico do Lucro Total (Figura 2).

E o Lucro Total (LT), considerando a função demanda, é também uma função do 2º grau, dada por:

$$LT = RT - CT = 690x - x^2 - (370x + 16000) = x^2 + 320x - 16000$$

A quantidade de antenas que maximiza o lucro é obtida, igualmente, por $x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-320}{2(-1)} = 160$ antenas. E, neste caso, o Lucro Total máximo é R\$ 60.800,00 (Figura 2).

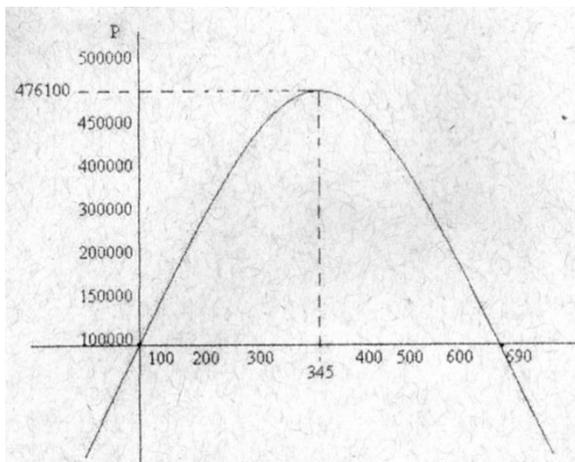


Figura 1. Receita máxima da venda de antenas

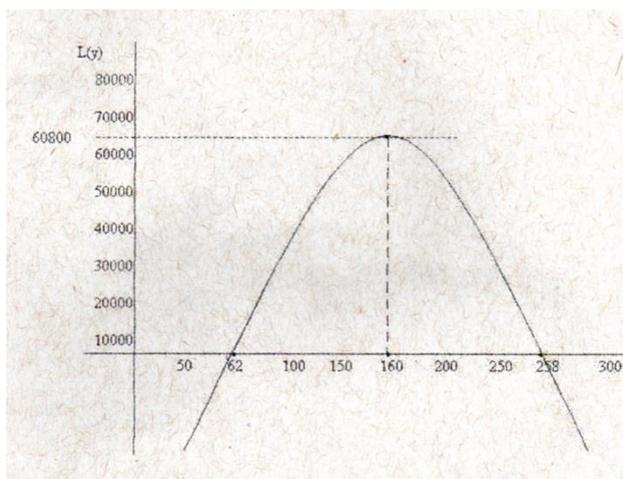


Figura 2. Lucro máximo da venda de antenas

Os alunos realizaram várias simulações alterando os dados de custo fixo, custo unitário, preço de venda unitário das antenas e função demanda das antenas, obtidos inicialmente para, no final, encontrar outras possíveis soluções. A visualização gráfica obtida pelo *software* Excel teve um papel importante nas simulações realizadas, pois à medida que os alunos alteravam os dados previamente fixados, os gráficos resultantes dessas alterações, obtidos pelo Excel, apresentavam novas respostas. Essas ações possibilitaram a obtenção de melhores soluções para os problemas propostos, bem como a realização de REMATEC, Natal (RN), Ano 8/ n.14/ Set-Dez, 2013

estudos de casos, o surgimento de novas conjecturas e a valorização da aprendizagem de conteúdos matemáticos. Ressaltamos, com a intenção de valorizar o papel da ferramenta tecnológica utilizada, que os alunos vêm do ensino médio com dificuldades para desenhar gráficos, para representar analiticamente uma função, e, principalmente, para representar (e interpretar) duas ou mais funções em um mesmo gráfico. Similarmente ao percebido por Allevato (2005), notamos que os alunos ficaram entusiasmados quando descobriram que, com base na visualização gráfica, conseguiam responder às questões dos problemas.

A realização do trabalho em todas as suas etapas, aliada à apresentação dos resultados para os colegas de classe contribuiu, de um lado, para que os estudantes aprendessem conceitos externos à matemática e diretamente relacionados com suas futuras atividades profissionais. Citamos como exemplo dessa aprendizagem a melhor compreensão, por parte de alguns alunos, do significado de pró-labore e de alguns impostos decorrentes das atividades de uma empresa, bem como dos conceitos de custo fixo e de custo variável, de receita e de lucro, de oferta e de demanda, além de ponto de equilíbrio. E, de outro lado, ela contribuiu para que os estudantes adquirissem conhecimentos (ou ampliassem os que já possuíam) sobre a utilização de ferramentas computacionais, sobretudo o uso do Excel. A colaboração entre os próprios alunos (uns ajudando aos outros) e entre eles e o professor facilitou a representação gráfica de situações particulares inerentes aos seus projetos, que permitiu, em alguns casos, a visualização das funções custo, receita, lucro, oferta, demanda, e o ponto de equilíbrio. Em outros casos, os estudantes realizaram previsões com base nas curvas disponibilizadas pela ferramenta *análise de tendência* do Excel. À medida que os alunos aprendiam a utilizar o *software*, desenvolviam seus trabalhos de forma mais independente.

Ambiente construído na disciplina de Programação Linear em um curso de Sistemas de Informação

Nesse curso a disciplina Programação Linear é ministrada para alunos que se encontram no terceiro ano quando, nesse momento do curso, eles, via de regra, já exercem atividades profissionais. Dessa forma, o tempo dedicado aos afazeres escolares é muito escasso, sobretudo para as disciplinas de matemática que, em geral, são vistas apenas como disciplinas de apoio àquelas que são específicas para a formação do estudante. Essa situação se agrava na medida em que os alunos não visualizam aplicação imediata do que estão aprendendo nas funções que eles exercem nas empresas em que trabalham. Acreditamos que seja essa a principal razão para as dificuldades dos alunos nessas disciplinas e isso acarreta inúmeros desconfortos, tanto para os alunos quanto para o professor. Muitas vezes os alunos dependem apenas dessas disciplinas

para se graduarem no curso e, conseqüentemente, conseguirem melhores funções nas empresas em que atuam.

Com nosso olhar nessa realidade do estudante construímos um ambiente na disciplina no qual os alunos podiam optar por temas gerais de seus interesses ou relacionados com o mundo do trabalho. Para tanto (e como também dissemos em Ferreira e Jacobini (2009)) os alunos poderiam trabalhar com dados reais ou usar informações encontradas em publicações específicas, e deveriam utilizar uma ferramenta computacional apropriada para solucionar o problema representado como Programação Linear. Com relação ao instrumento computacional eles poderiam solicitar licença ao fornecedor para utilizar um *software* específico, como por exemplo, o LINGO – Language for Interactive Optimizer, ou usar os recursos disponíveis no Excel. Pela simplicidade na entrada de dados e depois, no trabalho com esses dados, uma parte dos alunos escolheu o *software* LINGO. A outra parte, pela familiaridade com o *software* e pela facilidade de acesso a ele, optou por utilizar o Excel. Nos projetos, os alunos usaram o Algoritmo Simplex implícito no *solver* escolhido por eles, sem a necessidade de efetuarem cálculos numéricos.

Alguns grupos de alunos escolheram seus trabalhos a partir das necessidades das empresas em que um dos participantes trabalhava. Esses trabalhos relacionavam-se com (1) a otimização da linha de produção de uma fábrica de automóveis; (2) o estudo da expansão de uma empresa têxtil; (3) a otimização da alocação de funcionários de uma empresa de Call Center; (4) a otimização do corte de bobinas de aço.

Além desses alunos que optaram pelo desenvolvimento de projetos diretamente relacionados com seus ambientes de trabalho, alguns outros criaram problemas fictícios, porém relacionados com suas áreas profissionais. Incluímos nesses casos os trabalhos relacionados com (1) a otimização do número de internautas para atingir a meta de propaganda de um determinado produto; (2) a otimização da alocação de projetos em uma empresa de *software*; (3) a otimização da contratação de funcionários para uma empresa de informática.

Outros alunos preferiram criar modelos similares aos exemplos apresentados na sala de aula, mas de certo modo vinculados aos seus interesses, como, por exemplo, os projetos relacionados com (1) a otimização de culturas nas fazendas; (2) a otimização na fabricação de chocolates; (3) o problema de dieta alimentar; (4) a otimização dos recursos usados em uma fazenda; (5) a otimização da escolha do automóvel em função do seu consumo de combustível.

Destacamos aqui o trabalho relacionado com a otimização de culturas nas fazendas. Nele um fazendeiro desejava plantar para próxima safra as seguintes culturas: cana de açúcar, soja, arroz de sequeiro e linho. Para tanto ele contava com uma área de 500 ha, na qual, preferencialmente, deveriam ser

cultivadas com 100 ha com cana e 50 ha com soja e ou arroz. O restante da área era livre para o cultivo de qualquer cultura.

Os custos dos insumos por ha de cada cultura estão na Tabela 1 e os recursos de que o fazendeiro dispunha encontram-se na Tabela 2.

A expectativa de cotação para o mercado era de R\$ 560 por tonelada de arroz de sequeiro, R\$ 630 por tonelada de soja, R\$ 60 por tonelada de cana de açúcar e R\$ 50 por tonelada de linho.

Já a expectativa do fazendeiro baseado no seu conhecimento da terra e das técnicas de cultivo utilizadas era de colher 2.000 kg/ha de arroz de sequeiro, 1.800 kg/ha de soja, 40.000 kg/ha de cana de açúcar e 50.000 kg/ha de linho. O fazendeiro desejava saber qual seria a melhor distribuição das culturas para proporcionar a maior rentabilidade possível.

O grupo responsável por este projeto decidiu utilizar o *software* LINGO, cuja formulação de Programação Linear é apresentada abaixo e a resolução obtida pelo *software* encontra-se no Quadro 1.

Tabela 1. Custos dos insumos das culturas

| Insumos | Cultura | | | |
|---------------------------------|--------------|------|-------------------|-------|
| | C. de Açúcar | Soja | Arroz de sequeiro | Linho |
| Homens (hora/ha) | 40 | 20 | 20 | 25 |
| Trator médio porte (hora/ha) | 10 | 20 | 15 | 10 |
| Colheitadeira grande (hora/ha) | 0 | 2 | 1 | 2 |
| Cortadeira média (hora/ha) | 2 | 0 | 0 | 0 |
| Carreta de transporte (hora/ha) | 2 | 2 | 1 | 2 |
| Adubo nitrogenado (kg/ha) | 50 | 0 | 0 | 10 |
| Adubo potássio (kg/ha) | 50 | 30 | 30 | 5 |
| Adubo fósforo (kg/ha) | 5 | 20 | 20 | 30 |
| Água (m ³ /ha) | 15 | 25 | 25 | 20 |
| Inseticida (kg/ha) | 4 | 10 | 5 | 4 |
| Herbicida (kg/ha) | 4 | 6 | 6 | 2 |

Tabela 2. Disponibilidade dos insumos

| Insumo | Recurso disponível |
|---|--------------------|
| Horas homens por dia | 20000 |
| Horas/dia de trabalho dos tratores médio | 15000 |
| Horas/dia de trabalho da colheitadeira grande | 6000 |
| Horas/dia de trabalho da cortadeira média | 700 |
| Horas/dia de carretas de transporte | 30000 |
| Toneladas de adubo nitrogenado | 6 |
| Toneladas de adubo potássio | 12 |
| Toneladas de adubo fósforo | 6 |

| | |
|--|-------|
| m ³ de água disponível na propriedade | 15000 |
| Toneladas de inseticida | 3,2 |
| Toneladas de herbicida | 2 |

Variáveis de decisão:

z = expectativa de ganho;

x_1 = área (ha) de cana de açúcar;

x_2 = área (ha) de soja;

x_3 = área (ha) de arroz de sequeiro;

x_4 = área (ha) de linho;

Max $z = 2400x_1 + 1134x_2 + 1120x_3 + 2500x_4$;

Restrições:

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 500$; Área (ha) plantada;

$x_1 \geq 100$; Área mínima (ha) plantada com cana;

$x_2 + x_3 \geq 50$; Área mínima (ha) plantada de soja e arroz;

$40x_1 + 20x_2 + 20x_3 + 25x_4 \leq 20000$; Horas homens disponíveis;

$10x_1 + 20x_2 + 15x_3 + 10x_4 \leq 15000$; Horas trator médio disponíveis;

$2x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 6000$; Horas colheitadeira disponíveis;

$2x_1 \leq 700$; Horas cortadeira disponíveis;

$2x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 30000$; Horas de carretas de transporte disponíveis;

$50x_1 + 10x_4 \leq 6000$; Quantidade (kg) de adubo nitrogenado disponível;

$50x_1 + 30x_2 + 30x_3 + 5x_4 \leq 12000$; Quantidade (kg) de adubo potássio disponível;

$5x_1 + 20x_2 + 20x_3 + 30x_4 \leq 6000$; Quantidade (kg) de adubo fósforo disponível;

$15x_1 + 25x_2 + 25x_3 + 20x_4 \leq 15000$; Quantidade (m³)de água disponível;

$4x_1 + 10x_2 + 5x_3 + 4x_4 \leq 3200$; Quantidade (kg) de inseticida disponível;

$4x_1 + 6x_2 + 6x_3 + 2x_4 \leq 2000$; Quantidade (kg) de herbicida disponível;

$x_1 x_2 x_3 x_4 \geq 0$

Na representação do problema os alunos necessitaram trabalhar com unidades de medidas, convertendo quilogramas em toneladas. Além disso, foi necessário rever a função objetivo, pois inicialmente os alunos haviam multiplicado a cotação para o mercado da cultura (R\$ por tonelada) pela variável de decisão (ha da cultura), o que não resulta em reais. Os alunos corrigiram esse erro usando a informação dada pelo fazendeiro referente a expectativa do cultivo da cultura (kg por ha).

Como era de se esperar, e em relação a todos os projetos, os alunos apresentaram dificuldades na interpretação da solução emitida pelos *softwares*, na identificação da solução ótima e do valor da função objetivo, na compreensão do significado das variáveis de folga (*slack*) e de excesso

(*surplus*), bem como do *dual price*. Essas dificuldades foram parcialmente solucionadas quando, com base nas discussões em sala de aula, os alunos relacionaram as representações das soluções encontradas com os conceitos estudados ao longo do curso. Citamos como exemplo o momento pedagógico em que os estudantes observaram a aplicação de vários conceitos trabalhados na sala de aula, como aqueles relacionados com as variáveis de folga e de excesso e também com a teoria da Análise de Sensibilidade. O uso dos aplicativos permitiu realizar várias simulações, contribuindo para o entendimento da teoria estudada além de possibilitar fazer comparações entre os *softwares*.

Quadro 1. Solução obtida no *software* LINGO

| Global optimal solution found. | | |
|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------|
| Objective value: | 631750.0 | |
| Total solver iterations: | 4 | |
| Variable | Value | Reduced Cost |
| X1 | 100.0000 | 0.000000 |
| X2 | 125.0000 | 0.000000 |
| X3 | 0.000000 | 14.00000 |
| X4 | 100.0000 | 0.000000 |
| Row | Slack or Surplus ⁵⁰ | Dual Price ⁵¹ |
| 1 | 631750.0 | 1.000000 |
| 2 | 175.0000 | 0.000000 |
| 3 | 0.000000 | -1878.500 |
| 4 | 75.00000 | 0.000000 |
| 5 | 11000.00 | 0.000000 |
| 6 | 10500.00 | 0.000000 |
| 7 | 5550.000 | 0.000000 |
| 8 | 500.0000 | 0.000000 |
| 9 | 29350.00 | 0.000000 |
| 10 | 0.000000 | 79.90000 |
| 11 | 2750.000 | 0.000000 |
| 12 | 0.000000 | 56.70000 |
| 13 | 8375.000 | 0.000000 |
| 14 | 1150.000 | 0.000000 |
| 15 | 650.0000 | 0.000000 |

⁵⁰ *Slack* representa a variável de folga da restrição da inequação \leq , isto é, a folga para se obter a restrição de igualdade e *surplus* representa a variável de excesso da restrição de desigualdade \geq , isto é, o excesso para se obter a restrição de igualdade.

⁵¹ *Dual Price* fornece a informação sobre os recursos (restrições), indicando como quão lucrativo poderia ser o aumento ou a diminuição deles.

As dificuldades na compreensão de conceitos relacionados com a teoria da Análise de Sensibilidade foram parcialmente sanadas na medida em que os alunos, com base nas simulações que eles realizaram com o apoio do LINGO ou do Excel, puderam perceber a praticidade dessa teoria. Isso foi bastante discutido no momento das apresentações dos trabalhos, quando os resultados dessas simulações puderam ser comparados com aqueles encontrados na teoria, o que dificilmente poderia ser comprovado na sala de aula devido a quantidade excessiva de cálculos.

Ambiente construído na disciplina de Estatística em um curso de Administração

O terceiro ambiente foi ministrado no 3º semestre do curso, e nesse caso, os alunos já haviam cursado, no ano anterior, a disciplina Matemática para Administração. Nesse ambiente os alunos, trabalhando em grupos, foram incentivados a aplicar, em problemas de seus interesses (projetos), os conteúdos estatísticos que estavam sendo trabalhados durante as aulas.

Para a realização dos projetos foram feitas algumas recomendações relacionadas com a escolha do tema de trabalho pelos grupos e a respectiva justificativa; os objetivos; a escolha de no mínimo três variáveis qualitativas e três quantitativas; a elaboração de um instrumento de coleta de dados (questionário); a realização de cruzamentos entre as variáveis envolvidas na pesquisa e os seus respectivos gráficos; a obtenção de algumas medidas estatísticas tais como média, moda e mediana, estudo da simetria, desvio padrão e coeficiente de variação; a escolha de variáveis quantitativas discretas para estudar sua correlação e a inserção de gráficos de dispersão exibindo a reta de regressão e o coeficiente de determinação. Os relatórios apresentados pelos grupos seguiram a seguinte estrutura: Introdução; Coleta de dados; Apresentação dos dados; Análise e discussão dos resultados; Conclusões e comentários finais; Referências bibliográficas.

Após cumprir as etapas programadas para o desenvolvimento dos projetos os alunos analisaram e interpretaram os resultados obtidos e, em seguida, compararam esses resultados com os de outras pesquisas disponíveis na internet e nos jornais relacionadas com os seus temas. Os grupos entregaram relatórios parciais nos encerramentos de cada uma das etapas previstas, o que possibilitou a construção de ambientes apropriados para discussões que, em alguns casos, contribuíram para mudanças de direções e para as orientações da professora.

Os seguintes temas foram escolhidos: Alimentação dos estudantes; Bebidas; O uso do Computador; Futebol e Sociedade; Meios de Informação; Mc Donald's; Preocupação com a saúde; Qualidade no transporte público na cidade de Campinas; Viagens; Avaliando o Nível da alimentação.

Os grupos definiram as variáveis a serem pesquisadas, resultando na elaboração de um questionário para posteriormente ser aplicado aos seus entrevistados. A maioria deles continha as seguintes variáveis: gênero, idade, renda e escolaridade. Os alunos puderam observar a importância de se ter um conhecimento claro das variáveis a serem incluídas no questionário, com vistas ao estudo de um possível relacionamento entre elas bem como a sua coerência com os objetivos propostos.

As amostras foram escolhidas por conveniência, principalmente pela facilidade de acesso às pessoas a serem entrevistadas. Os questionários foram aplicados pessoalmente, por telefone ou por e-mail. Em uma das aulas abordamos os softwares que seriam utilizados pelos alunos: a tabela dinâmica do Excel e o EstatD+⁵².

Após a apresentação dos relatórios parciais, os alunos participaram de uma atividade no Laboratório de Informática, centrada na simulação de resultados amostrais e coordenada por um dos autores deste trabalho. Nessa atividade, com base nos resultados das eleições presidenciais de 2010, os alunos puderam vivenciar na prática como são as relações envolvendo tamanho das amostras, margem de erro e nível de confiança.

Observamos, principalmente na etapa dos cruzamentos das variáveis realizada por meio da tabela dinâmica, o envolvimento dos alunos, demonstrando criticidade na leitura dos dados obtidos em suas pesquisas e nas discussões sobre os resultados encontrados. Alguns cruzamentos surpreenderam os próprios alunos, pois mostraram resultados inesperados, enquanto que outros apenas confirmaram o que já era esperado. Isso despertou o interesse dos alunos em confrontar os resultados encontrados com o que a mídia tem revelado sobre os temas, mostrando que a Estatística pode contribuir para a compreensão crítica das informações divulgadas nos diversos meios de comunicação. Nesse sentido, Campos, Wodewotzki e Jacobini (2011) assinalam o papel da Estatística no sentido de valorizar uma postura investigativa, reflexiva e crítica do aluno.

Em relação às medidas estatísticas, todos os grupos usaram o Excel para obter as seguintes medidas para as variáveis idade e renda: média, moda, mediana, desvio padrão e coeficiente de variação. Além dessas variáveis comuns a todos os grupos, foram calculadas as mesmas medidas estatísticas para outras variáveis específicas de cada grupo. Os alunos também usaram o Excel para obter o coeficiente de correlação linear (dado pela raiz quadrada do coeficiente de determinação) e a reta de regressão para algumas variáveis.

Os alunos organizaram os dados, construíram tabelas e gráficos, usaram as ferramentas estatísticas adequadas (medidas de posição e dispersão, variáveis qualitativas e quantitativas, coeficiente de correlação, etc.) por meio

⁵²Esse *software* é livre e pode ser obtido em www.calculo.iq.unesp.br/estatistica.html. REMATEC, Natal (RN), Ano 8/ n.14/ Set-Dez, 2013

da planilha Excel para a descrição e interpretação dos resultados de suas pesquisas.

Um momento significativo no cenário construído evidenciou-se quando alguns grupos discutiram os cruzamentos de seus resultados sobre legislação e políticas públicas com os encontrados na mídia (jornais, revistas, internet), proporcionando um envolvimento mais crítico e uma maior percepção da responsabilidade social. Essa etapa do trabalho foi muito importante para os alunos porque, além do conhecimento adquirido no manuseio com as ferramentas disponíveis no Excel, alguns resultados obtidos favoreceram os debates entre os elementos dos grupos e também entre os demais alunos da classe, principalmente no momento da apresentação de seus resultados.

Citamos como exemplo dessa situação o resultado apresentado no relacionamento entre as variáveis “Conhecimento de Informática” e “Importância do Uso do Computador”, mostrando que a maioria das pessoas acredita que tem conhecimento do computador e considera o seu uso fundamental. Ao compararem os seus resultados com aqueles apresentados pela mídia, observaram que nos anos de 2002 a 2007 o Brasil foi um dos países com maior demanda do número de computadores.

Os alunos observaram a necessidade dos conteúdos estatísticos para a resolução dos problemas levantados. Nessa linha, Batanero e Godino (2005) destacam o papel da Estatística na sociedade moderna, no sentido de prover ferramentas metodológicas para análise dos dados, para descrição e quantificação do relacionamento de variáveis, para o planejamento e análise de estudos e experimentos, para estimação e para tomada de decisões em situações de incerteza.

Considerações finais

Com os cenários construídos, tal como preconizado por Skovsmose (2008), valorizamos um processo educacional problematizador, dialógico, estimulando a crítica, a criatividade e a reflexão do aluno sobre os diversos temas por eles escolhidos e que, em alguns casos, tinham relação muito próxima com a sua realidade.

Observamos que ambientes pedagógicos centrados em temas cotidianos ou profissionais, geralmente do interesse dos alunos e apoiados pela tecnologia, contribuem favoravelmente para minimizar o sentimento de irrelevância de disciplinas da área de matemática, comum entre os estudantes, já que neles os alunos podem, via de regra, relacionar conteúdo programático com aplicações do cotidiano do seu mundo do trabalho, atual ou futuro. Além disso, eles podem imergir em conceitos que vão acompanhá-los por toda a sua vida profissional e constatar que essa relação pode auxiliar não apenas na obtenção de resultados para os problemas formulados, mas também em momentos que exigem alguma tomada de decisão.

A realização dos projetos possibilitou o crescimento dos estudantes em vários aspectos e, dentre eles, destacamos a aprendizagem dos conceitos estudados, a aplicabilidade das ferramentas disponíveis no Excel e/ou LINGO e a discussão gerada pelos integrantes dos grupos e entre os grupos, desenvolvendo posturas e atitudes que os tornaram mais críticos, mais colaborativos, mais conscientes e mais envolvidos com os problemas relacionados aos temas que eles trabalharam.

Nessa mesma direção constatamos que o emprego da tecnologia, mais especificamente dos *softwares*, na resolução dos problemas permite uma maior interação entre os alunos, gera mais conhecimento e contribui para a percepção da relação entre conteúdos curriculares inerentes às disciplinas de Matemática, Estatística e Programação Linear com situações reais. Consideramos significativa essa percepção, já que os alunos, de um modo geral, reclamam justamente de que, nas aulas ministradas de forma tradicional, não são perceptíveis relações entre o que aprendem e suas realidades profissionais. Além disso, as ferramentas tecnológicas possibilitam o tratamento de situações reais que envolvem diferentes níveis de complexidade.

Ressaltamos, ao concluir, que a modelagem matemática associada ao uso de tecnologia ajuda a destacar a necessidade dos conteúdos ministrados, podendo minimizar as dificuldades dos alunos e ao mesmo tempo proporcionar uma postura mais reflexiva e crítica e como consequência diminuir a tensão durante as aulas dessas disciplinas.

Referências

- ALLEVATO, N. S. G. **Associando o Computador à Resolução de Problemas Fechados**: Análise de uma Experiência. 2005. 370 f. Tese de Doutorado em Educação Matemática - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2005.
- ARCAVI, A. The role of visual representations in the learning of mathematics. **Education Studies in Mathematics**, v. 52, n. 3, 2003, p. 215-241.
- BARBOSA, J. C. Mathematical Modelling in classroom: a critical and discursive perspective. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, v. 38, n. 3, 2006, p. 293-301.
- BATANERO, C.; GODINO, J. Perspectivas de la educación estadística como área de investigación. In: Luengo, R. (Ed.). **Líneas de investigación en Didáctica de las Matemáticas**, 203-226. Badajoz: Universidad de Extremadura, 2005.
- BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking**: information and communication

technologies, modeling, experimentation and visualization. New York: U.S.A., Springer, v. 39, 2005.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**, 3. ed. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2007.

CAMPOS, C. R.; WODEWOTZKI, M. L. L.; JACOBINI, O. R. **Educação Estatística: teoria e prática em ambientes de modelagem matemática**, Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2011.

CROUCH, R.; HAINES, C. Mathematical modeling: transitions between the real world and the mathematical model. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, v. 35, n. 2, 2004, p. 197-206.

FERREIRA, D. H. L.; JACOBINI, O. R. Mathematical modelling: from classroom to the real world. In: Blomhoj, M.; Carreira, S. (orgs.). *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics*. **IMFUFA tekst**. n. 461, 2009, p. 35-46.

GALGRAITH, P.; STILMAN, G. A framework for identifying student blockages during transitions in the modeling process. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, v. 38, n. 2, 2006, p. 143-162.

GROENWALD, C. L. O.; RUIZ, L. M. Formação de professores de Matemática: uma proposta de ensino com novas tecnologias. **Acta Scientiae**, v. 8, n. 2, 2006, p. 19-28.

LÉVY, P. **Cibercultura**. São Paulo: Editora 34, 1999.

MORAN, J. M.; MASETTO, M. T.; BEHRENS, M. A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 12. ed. Campinas: Editora Papirus, 2000.

PENTEADO, M. G. Redes de trabalho: expansão das possibilidades da informática na educação matemática da escola básica. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (orgs.). **Educação matemática: pesquisa em movimento**, 1 ed. São Paulo: Editora Cortez, 2004, p. 283-295.

SALSBURG, D. **Uma senhora toma chá ...: como a estatística revolucionou a ciência no século XX**. Rio de Janeiro: Editora Zahar, 2009.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica**. Campinas: Editora Papirus, 2008.

STEWART, J. **Cálculo**. 6. ed. São Paulo: Editora Cengage Learning, 2009.

VALENTE, J. A. **Diferentes Usos do Computador na Educação**. Disponível em: www.nied.unicamp.br/publicacoes/separatas/sep1.pdf. Acesso em: 28 maio de 2008, 2008.

Denise Helena Lombardo Ferreira
Pontifícia Universidade de Campinas – PUCAMP – Campinas –
Brasil

E-mail: lombardo@puc-campinas.edu.br

Otávio Roberto Jacobini
Pontifícia Universidade de Campinas – PUCAMP – Campinas –
Brasil

E-mail: otavio@puc-campinas.edu.br

Celso Ribeiro Campos
Pontifícia Universidade de São Paulo – PUCSP – São Paulo – Brasil

E-mail: crcampos@pucsp.br

Maria Lúcia Lorenzetti Wodewotzki
Instituto de Geociências e Ciências Exatas – UNESP – Rio Claro –
Brasil

E-mail: mariallw@rc.unesp.br