

A EMERGÊNCIA DE UMA NOVA TÉCNICA E O DISCURSO TECNOLÓGICO-TEÓRICO EVIDENCIADO POR PROFESSORES EM FORMAÇÃO

THE EMERGENCE OF A NEW TECHNIQUE AND SPEECH TECHNOLOGY-THEORETICAL EVIDENCED BY TEACHERS IN TRAINING

Gilson Bispo de Jesus

Universidade Federal do Recôncavo da Bahia – UFRB – Brasil

Resumo

Este trabalho trata do processo de elaboração, por parte do sujeito, de uma nova técnica de construção geométrica. Estudos teóricos a respeito da Teoria Antropológica do Didático têm evidenciado que o discurso tecnológico-teórico pode contribuir para esse processo. O nosso objetivo é evidenciar como os aportes tecnológico-teóricos que circundam o objeto matemático mediatrix e a técnica utilizada para a sua construção foram explicitados como elementos constitutivos de uma nova técnica de construção geométrica. A análise das tarefas apresentadas e a emergência das técnicas e do discurso tecnológico-teórico fez perceber que a organização didática favoreceu que os professores desenvolvessem técnicas diferentes apoiadas no discurso tecnológico-teórico, ao solucionarem as tarefas de construção geométrica propostas nessa organização.

Palavras-chave: Mediatrix. Técnica. Discurso Tecnológico-teórico. Organização Didática.

Abstract

This work deals with the development process, by the subject of a new technique for geometric construction. Theoretical studies concerning the Anthropological Theory of the Didactic have shown that the technological-theoretical discourse can contribute to this process. Our goal is to show how the contributions technological-theoretical mathematical object that surround the bisector and the technique used for its construction were explained as constituent elements of a new technique for geometric construction. The task analysis presented and the emergence of technical and technological discourse-theoretical did realize that the organization favored teaching that teachers develop different techniques supported in technological discourse-theoretical tasks to solve geometric construction proposed in this organization.

Keywords: Bisector. Technique. Technological-theoretical discourse. Didactic organization.

Introdução

Pesquisas na área de Educação Matemática apontam para a necessidade de trabalhos em Geometria desenvolvidos com professores de matemática, sobretudo envolvendo as justificativas matemáticas. Jesus (2008) infere que o trabalho com essas justificativas pode contribuir de maneira significativa para a abordagem do tema demonstração nas aulas de Geometria. Maioli (2002) concluiu após ter realizado uma pesquisa nessa área que se faz necessário um estudo mais profundo sobre demonstrações. Já Almouloud e Manrique (2001), além de defenderem a necessidade de uma formação sólida em Geometria por parte dos professores relatam também que uma das dificuldades observadas foi a falta da competência da demonstração por parte deles.

Motivados por esses trabalhos, buscamos perceber como os aportes tecnológico-teóricos que circundam o tema mediatrix e a técnica do seu processo de construção contribuíram para a emergência de uma nova técnica de construção geométrica na resolução de um “novo” problema do campo da Geometria. Desta forma, usamos os trabalhos de Chevallard (1999) no que se refere a Teoria Antropológica do Didático e aos critérios de avaliação das tarefas e técnicas e do discurso tecnológico-teórico.

Tomamos por base uma sequência de tarefas desenvolvidas em uma formação de professores e focamos nossas análises em uma das tarefas de construção geométrica proposta, nas técnicas elaboradas para solucioná-las e nos discursos tecnológico-teóricos que justificam essas técnicas. Dessa forma, pudemos evidenciar a elaboração de uma nova técnica de construção geométrica e, ao final, tecermos algumas considerações finais a respeito do trabalho do desenvolvido.

Fundamentação Teórica

Os antropólogos partem de um princípio em que a Matemática é vista como um produto de uma atividade humana. Assim, de acordo com Artigue (2002), as produções e a forma de pensar dos matemáticos são vistas como dependentes do social e do contexto em que elas se desenvolveram. Como consequência, os objetos matemáticos não são absolutos, e sim entidades que surgem com base nas práticas das instituições, destacando-se as didáticas, como aquelas dedicadas a uma aprendizagem intencional de conteúdos específicos.

Para Chevallard (1996), a didática da matemática, assim como todas as didáticas, insere-se no campo da antropologia social, isto é, no campo de estudo do homem. O autor propõe a elaboração de uma antropologia didática com o objetivo de estudar o professor e o aluno diante de um problema matemático. Nesse sentido, o autor desenvolveu a Teoria Antropológica do Didático – TAD REMATEC, Natal (RN), Ano 8, n.13, Mai-Ago 2013

–, considerando que qualquer ação humana pode ser analisada em um sistema que ele denominou de praxeologia ou organização praxeológica, que considera os objetos matemáticos, como entidades que emergem de sistemas de práticas que existem em dadas instituições. Um ponto a evidenciar dessa teoria é que tudo é objeto, destacando-se três, em especial as pessoas (**X**), as instituições (**I**) e as posições que as pessoas ocupam nas instituições, além do objeto do saber (**O**). O pesquisador afirma que um objeto (**O**) existe, a partir do momento que uma instituição (**I**) ou uma pessoa (**X**) reconhece-o como existente. Entra em cena a ideia de relação:

- **O** existe para **X** se existir uma relação pessoal entre **O** e **X** – **R(X, O)**, ou seja, **R(X, O) ⇔ X** conhece **O**.
- **O** existe para **I** se existir uma relação institucional entre **O** e **I** – **R(I, O)**, ou seja, **R(I, O) ⇔ I** conhece **O**.

Do exposto, podemos afirmar que existe **O**, se existir, pelo menos, para uma instituição **I** ou uma pessoa **X**, alguma relação com esse objeto. Nesse caso, dizemos que **X** e **I** conhecem o objeto **O**, um objeto **O** só existe, porque é um objeto de conhecimento. O autor salienta que a relação pessoal **R(X, O)** só pode ser estabelecida, quando a pessoa **X** faz parte da instituição **I** e destaca que as praxeologias são descritas em torno de quatro noções: **tipos de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias**.

Tipo de tarefa

Para Chevallard, Bosch e Gascón (2001, p. 123), “toda obra, e toda obra matemática, em particular, surge como resposta a uma questão ou conjunto de questões problemáticas”, que podem não parecer matemáticas, como dividir doces entre amigos ou podem surgir dentro da própria Matemática, como calcular a medida da área da superfície limitada por uma elipse. Estas questões problemáticas são denominadas pelos autores de tarefas. Nesse contexto, é necessário diferenciar: *tarefa*, *tipo de tarefa* e *gênero de tarefa*.

De acordo com Chevallard (1999), um *gênero de tarefa* é uma forma de agrupar vários *tipos de tarefas*, cujo conteúdo está bem definido e uma *tarefa* é a especificação de um tipo de tarefa. Assim, por exemplo, um *gênero de tarefa* seria **construir**, um *tipo de tarefa* desse gênero seria **construir a mediatriz**, e uma *tarefa* desse tipo, seria **construir a mediatriz de AB**. Desta forma, podemos dizer que se uma *tarefa* **t** faz parte de um *tipo de tarefa* **T**, então, **t ∈ T**.

O autor acrescenta que as tarefas, os tipos de tarefa e os gêneros de tarefas não são dados na natureza, são obras de uma instituição, cuja reconstrução em outra instituição, por exemplo, em um grupo de professores que está em formação continuada, é um problema, objeto de estudo da didática.

Para resolver as tarefas devemos dispor e/ou construir uma “maneira de fazer” que permita realizar as tarefas de forma segura. Estamos falando da técnica.

Técnica

Para Chevallard (1999), se **T** é um tipo de tarefa, uma praxeologia relativa a **T** requer, em princípio, um modo de realizar as tarefas **t**, desse tipo que damos o nome de técnica e representamos por τ . O bloco formado por $[T/\tau]$ é denominado bloco prático-técnico e identifica-se com um saber-fazer.

O pesquisador afirma que, em uma instituição **I**, quando se propõe um tipo de tarefa **T**, existe, em geral, um conjunto de técnicas que resolvem **T** ou, pelo menos uma técnica institucionalmente reconhecida, eventualmente, excluem-se algumas técnicas alternativas que podem existir em outras instituições. Acrescenta que é como se existisse uma “verdadeira paixão institucional pelas técnicas que habitam naquela instituição” (CHEVALLARD, 1999, p. 224, tradução nossa). Em nossa vivência deparamo-nos, geralmente, com essa prática nas aulas de Matemática, quando uma técnica pode ser mais utilizada, imperando absoluta em detrimento de outras, às vezes, mais apropriadas. Para Chevallard, Bosch e Gascón (2001), uma técnica para ser usada deve ser correta, compreensível e justificada, isto é, sua existência pressupõe um discurso interpretativo que a legitima, é a tecnologia.

Tecnologia

De acordo com Chevallard (1999), entende-se por tecnologia, que indicaremos por θ , um discurso racional sobre a técnica τ . O primeiro objetivo deste discurso é justificá-la racionalmente, assegurando que ela permitirá realizar as tarefas do tipo **T**, isto é, expor porque a técnica é correta; outro seria a função de produzir “novas” técnicas. O pesquisador pontua que, em numerosos casos, a técnica confunde-se com a tecnologia, sobretudo nos assuntos mais elementares.

É a integração entre a tecnologia e a técnica que permite que esta seja mais compreensível e eficaz. Por exemplo, na vida escolar, a técnica que permite realizar a tarefa de circunscrever uma circunferência a um triângulo ABC é geralmente apresentada de forma dissociada da tecnologia que justifica e explica essa técnica. Os professores, em geral, apresentam a tarefa e informam os passos de construção a serem seguidos, não discutindo com os alunos a pertinência desses passos, assim, os alunos passam a reproduzir essa técnica em outras tarefas similares. É o caso da técnica pela técnica.

Em síntese, de acordo com a TAD, o saber matemático disponibiliza as possíveis técnicas que podem ser mobilizadas pelo sujeito e suas respectivas tecnologias para resolver uma determinada tarefa; por outro lado, é o conhecimento didático que privilegia uma técnica em detrimento de outras e apresenta ou não as tecnologias correspondentes. Por exemplo, no caso da

tarefa: *construir a mediatriz do segmento AB*, um sujeito pode utilizar a técnica: *centro da circunferência em A e raio maior que a metade da medida do segmento AB, descreve-se um arco de circunferência; centro da circunferência em B e com mesmo raio descreve-se outro arco de circunferência, a reta determinada pelos pontos de intersecção dos arcos é a mediatriz do segmento AB*, que pode ser justificada com base no losango determinado em que uma das diagonais é o segmento AB dado e a mediatriz é a reta suporte da outra diagonal, uma vez que as diagonais de um losango são perpendiculares e se interceptam no ponto médio; ou nos pontos serem equidistantes das extremidades do segmento. No entanto, acreditamos que muitos não conseguem fazer tais justificativas, pois não dispõem em seu repertório cognitivo de esquemas que podem mobilizar nessas justificativas, nem mesmo a possibilidade de construí-los.

Teoria

Para Chevallard (1999), a teoria, Θ , representa um nível superior de justificativa e explicação, desempenhando com relação à tecnologia papel equivalente que esta tem com relação à técnica. Para Gascón (2003, p. 16), a teoria pode “ser encarada como a tecnologia da tecnologia”. Como podemos notar no exemplo supracitado, a tecnologia e a teoria estão imbricadas, assim fizemos a opção de nos referir ao discurso tecnológico-teórico. Assim, dada uma **tarefa** matemática existe uma **técnica** para resolvê-la, e associada a esta, tem-se uma **tecnologia** que a justifica e interpreta e, por último, existe uma **teoria** que serve de fundamento para essa tecnologia.

De acordo com Chevallard (1999), uma praxeologia ou organização praxeológica indicada por $[T/\tau/\theta/\Theta]$ é constituída por dois blocos: um bloco prático-técnico, $[T/\tau]$, que é o *saber-fazer* e por um bloco tecnológico-teórico, $[\theta/\Theta]$, que é o *saber*. Para o autor, uma teoria, Θ , pode justificar várias tecnologias θ_j , e cada uma dessas tecnologias pode justificar várias técnicas, τ_{ij} , que realizam outras tantas tarefas, T_{ij} . Assim, as organizações pontuais, $[T/\tau/\theta/\Theta]$, combinam-se para formar organizações locais $[T_i/\tau_i/\theta_i/\Theta]$, que estão centradas em uma teoria, Θ , que justifica uma tecnologia, θ . Essas organizações locais, por sua vez, podem formar organizações regionais, $[T_{ij}/\tau_{ij}/\theta_j/\Theta]$, formadas ao redor de uma teoria Θ , que justifica várias tecnologias.

Artigue (2002) ressalta que as técnicas são com frequência avaliadas em termos de seu potencial produtivo, eficiência, custo, campo de validade, para resolver uma determinada tarefa, ou seja, em seu valor pragmático. Contudo, elas têm valor epistemológico, pois contribuem para a compreensão dos objetos matemáticos que as envolvem, podemos dizer que as técnicas favorecem a geração de perguntas a respeito do saber matemático. Por outro lado, o avanço do conhecimento em qualquer instituição requer que algumas técnicas se tornem rotineiras, o que acarreta que o discurso tecnológico-teórico, associado REMATEC, Natal (RN), Ano 8, n.13, Mai-Ago 2013

a essa técnica, se enfraqueça. A pesquisadora afirma que se deve atentar para a importância desse processo de rotina, porque por meio dele as técnicas podem perder sua “nobreza” matemática e tornarem-se simples atos, o que pode influenciar a visão de Matemática e sua aprendizagem. Baseada em sua pesquisa a autora complementa que:

[...] o discurso tecnológico-teórico desenvolvido com uso de instrumentos tinha sido bastante pobre, pontual e não tinha uma estrutura clara. Não era saber relevante para o trabalho matemático no ambiente papel e lápis. Estas características não ajudaram as técnicas instrumentadas a ganhar o estatuto de matemática e tenderam a reduzir seu valor epistemológico (ARTIGUE, 2002, p. 262, tradução nossa).

Chevallard (1999) afirma que as praxeologias envelhecem, pois seus componentes teóricos e tecnológicos perdem o crédito e com o passar do tempo, emergem novas tecnologias, que geram novas técnicas que se sobrepõem às técnicas já estabelecidas, além disso, em um universo de tarefas rotineiras, podem surgir tarefas problemáticas, que não tenham técnicas para realizá-las, fazendo surgir novas praxeologias.

Para o autor, existem duas classes para os tipos de objetos. Dado um tema matemático de estudo pode-se considerar: a realidade matemática que pode ser construída em um grupo de alunos em que se estuda um tema matemático em questão, que o pesquisador chama de organização matemática (**OM**) ou o modo que essa realidade matemática pode ser construída, o que ele denomina de organização didática (**OD**).

De acordo com o pesquisador, a **OM** é uma organização praxeológica constituída em torno de um ou vários tipos de tarefas matemáticas, que requerem a criação de técnicas mais ou menos adaptadas que podem ser justificadas por tecnologias.

A tarefa de colocar uma **OM** em prática por um professor, por exemplo, requer técnicas didáticas, e como toda atividade humana pode ser modelada sob a forma de uma praxeologia. Para Chevallard (1999), a **OD** é compreendida como sendo o conjunto de todas as técnicas, tecnologias e teorias mobilizadas pelo professor para conduzir o estudo de dado tipo de tarefa no quadro da instituição.

No que diz respeito às organizações didáticas no ambiente escolar, o autor ressalta que elas não são restritas ao trabalho do professor e nem ao trabalho realizado na sala de aula, incluem-se também as atividades de preparação das aulas – realizadas antes das aulas –, e as atividades feitas depois das aulas, bem como as atividades realizadas pelos alunos fora da sala de aula.

Nesse estudo, fizemos uma análise das tarefas propostas na organização didática posta à prova, das técnicas e discursos tecnológico-teóricos mobilizados pelos professores na organização matemática que estavam

vivenciando. Acreditávamos que uma das dificuldades que poderíamos encontrar, dizia respeito ao registro mais detalhado dos processos e dos caminhos percorridos na construção do conhecimento matemático. No entanto, o fato de grande parte das atividades de construções geométricas, que foram solicitadas aos professores, terem como *tipo de tarefa* descrever o processo de construção, permitiu a explicitação da *técnica* utilizada e favoreceu a construção do entorno *tecnológico-teórico*.

Assim, neste estudo, fizemos a mediatrix fazer parte da instituição de formação onde estávamos inseridos, em seguida, os sujeitos dessa instituição entraram em contato com esse objeto e ampliaram tal contato com o uso da régua e do compasso, só depois entraram em contato com as tarefas que objetivavam ampliar e construir conhecimentos a respeito desse objeto matemático, agora institucionalizado.

Dessa forma, consideramos o grupo de professores em formação (projeto em que se desenvolveu a formação dos professores em conjunto com os pesquisadores e observadores) como a Instituição **I**, a mediatrix e alguns tópicos de Geometria Plana, como o objeto do saber **O**, e os professores que se formavam nesse grupo, bem como os formadores e observadores como as pessoas **X**.

Para a análise das tarefas propostas, das técnicas utilizadas para resolvê-las e do discurso tecnológico-teórico que fundamenta essas técnicas tomamos por base os critérios de avaliação proposto por Chevallard (1999), ou seja, critérios para avaliar os tipos de tarefas, as técnicas e a pertinência do bloco tecnológico-teórico, que passamos a apresentar.

Critérios para avaliar os tipos de tarefas

- *Critério de identificação*: os tipos de tarefas **T** são apresentados de forma clara e bem identificados? Os conhecimentos disponíveis para resolvê-las estão postos de forma adequada? Ou não são conhecidos pelos sujeitos, mas, podem ser construídos por estes?
- *Critério da razão de ser*: a razão de ser dos tipos de tarefas **T** está explicitada? Ou pelo contrário, os tipos de tarefas aparecem sem um objetivo específico?
- *Critério de pertinência*: os tipos de tarefas considerados apresentam uma boa mostra das situações matemáticas encontradas? São pertinentes na visão da necessidade matemática dos alunos atualmente? Ou para o futuro? Ou pelo contrário, aparecem isoladas, sem relação verdadeira ou explícita com o resto da atividade matemática dos alunos?

Com relação a esses critérios, concordamos com Oliveira (2010, p. 115), quando com base em Artaud (1998) afirma que:

[...] o *critério das razões de ser* e o *critério de pertinência* podem ser tidos como complementares, uma vez que a explicitação da razão de ser de um tipo de tarefa pode implicar na sua representatividade para os alunos, tanto na atividade matemática como extramatemática.

CrITÉRIOS para avaliar as técnicas

- As técnicas propostas são efetivamente elaboradas ou somente esboçadas ou servem apenas para aplicação imediata?
- São de fácil utilização?
- O seu alcance é satisfatório?
- São imprescindíveis para o cumprimento do tipo de tarefa proposto?
- São fidedignas e confiáveis, tendo em vista as condições de sua utilização no cumprimento do tipo de tarefa proposto?
- Podem evoluir de forma a ser usada futuramente?

CrITÉRIOS para avaliar a pertinência do bloco tecnológico-teórico

- Dado um enunciado, o problema de sua justificativa está somente colocado ou é considerado tacitamente como pertinente, evidente, natural e bem conhecido?
- As formas de justificativas utilizadas são próximas daquelas matematicamente válidas? São parecidas com as formas canônicas em Matemática?
- Essas justificativas são adequadas, tendo em vista o problema colocado?
- Os argumentos utilizados são cientificamente válidos?
- Os resultados tecnológicos disponíveis são explorados de forma efetiva?
- O resultado tecnológico de uma determinada atividade pode ser explorado para produzir novas técnicas para resolver novas tarefas?

Aspectos metodológicos

Utilizamos a abordagem qualitativa de pesquisa, uma vez que o estudo que realizamos procurava entender o processo através do significado produzido pelos professores. Além disso, a desenvolvemos no projeto: *O raciocínio dedutivo no processo de ensino-aprendizagem da matemática nas séries finais do Ensino Fundamental*, o qual já estava em andamento, sendo que esse estudo tornou-se mais um trabalho a ser desenvolvido com o grupo de professores em formação continuada e, por isso, deveria se adequar aos aspectos metodológicos adotados no projeto.

A metodologia utilizada para a formação dos professores, nesse projeto, é a pesquisa-ação, que destacamos enquanto linha de pesquisa associada a diversas formas de ação coletiva orientada em função da resolução de problemas ou de objetivos de transformação. Acrescentamos ainda que:

A pesquisa-ação é um tipo de pesquisa social com base empírica, que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e participantes representativos da situação e do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo (THIOLLENT, 2003, p. 14).

Desenvolvemos nesse projeto uma sequência de tarefas, construída e analisada de forma que pudesse favorecer a construção do entorno tecnológico-teórico que circunda o tema mediatriz. Além disso, foram utilizadas tarefas com referência a problemas de Geometria que tinham como foco as construções geométricas.

Para operacionalizá-la, contamos com um grupo de professores voluntários que lecionavam matemática nas séries finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. As tarefas foram desenvolvidas em 9 encontros de 3 horas cada no laboratório de Educação Matemática.

As tarefas versaram sobre a construção da definição de mediatriz e justificativa de propriedades decorrentes da definição. A partir dessa definição e/ou propriedade os professores tinham que justificar de maneira formal as construções geométricas (régua e compasso com lápis e papel) envolvidas.

Os dados foram coletados pelos observadores, que tinham como função registrar por escrito as ações ocorridas durante o processo de formação, gravar as falas em áudio e redigir as informações obtidas e nos enviar semanalmente. Para analisar os dados, recorreremos às observações enviadas e em muitos momentos nos reportamos ao áudio para sanar possíveis dúvidas.

Sete blocos de tarefas (compostos por uma ou mais tarefas – subtarefas) foram propostos. As tarefas propostas em cada bloco foram:

- **BLOCO 1:** construir o entorno tecnológico-teórico a respeito da mediatriz;
- **BLOCO 2:** construir a mediatriz;
- **BLOCO 3:** resolver problemas de construção geométrica utilizando a mediatriz;
- **BLOCO 4:** ampliar o alcance da técnica de construção da mediatriz;
- **BLOCO 5:** construir uma nova propriedade a respeito da mediatriz;
- **BLOCO 6:** demonstrar propriedades geométricas específicas; e
- **BLOCO 7:** solucionar dois desafios de construção geométrica.

Assim, seria possível perceber a disponibilidade do objeto geométrico mediatriz na solução de problemas de construção geométrica. Neste artigo, analisaremos o BLOCO 5. Inicialmente, explicitaremos as tarefas, faremos a análise dessas tarefas, das técnicas elaboradas pelos professores e do discurso

tecnológico-teórico mobilizado para justificar as técnicas com base nos critérios apresentados.

Apresentação e discussão dos resultados

Após o processo de construção da definição e o levantamento de propriedades, pudemos verificar a disponibilidade do objeto geométrico mediatrix na solução de problemas de construção geométrica ao perceber como os professores faziam uso da definição ou propriedade para justificar as suas construções.

Como já indicamos, faremos uma análise das tarefas propostas na organização didática, das técnicas utilizadas para resolvê-las e do discurso tecnológico-teórico que fundamenta essas técnicas.

No contexto desta pesquisa, a organização didática é entendida, conforme Chevallard (1999), como o conjunto de todas as técnicas, tecnologias e teorias utilizadas pelo formador para pôr em prática um dado tipo de tarefa no quadro da instituição, que era o grupo de professores em formação. O formador não tinha a intenção de discutir suas práticas de formação – embora tenham ocorrido alguns diálogos nesse sentido, pois os professores sempre se remetiam às suas salas de aula de matemática –, mas, sim, favorecer que os professores entrassem em contato com a organização matemática pretendida, ou seja, que possibilitasse a construção de conhecimentos a respeito dos objetos que circundam o tema mediatrix.

Identificamos, assim, os aspectos técnicos e tecnológico-teóricos que foram usados no momento da formação. Em termos gerais, o formador utilizava a técnica de formação com base na Teoria das Situações Didáticas¹³, fazendo com que os professores em formação tomassem para si a responsabilidade de construção de seu conhecimento e, ao final, quando fomentava discussões a respeito das tarefas realizadas, promovia a sistematização dos tópicos emergentes (definições, propriedades, ...), em geral, elementos objetivados na organização didática.

Podemos, então, afirmar que a técnica utilizada pelo formador para colocar em jogo a organização matemática pretendida consistia em apresentar as tarefas aos professores, circular pelos grupos, encorajando-os a assumirem a responsabilidade pela construção de seus conhecimentos, promover momentos de socialização entre os grupos, sistematizar as ideias na lousa, permitindo, assim, que todos os professores pudessem se posicionar e, por fim, fazer a sistematização dos aspectos que pretendia tornar disponíveis, ou seja, explicitava parte da organização matemática almejada e que emergia das discussões em grupo.

¹³ A Teoria das Situações Didáticas não foi exposta neste trabalho, por não ser nosso foco.

Destacamos ainda que as tarefas propostas favoreceram o uso de um discurso tecnológico-teórico para justificar as técnicas utilizadas em sua realização. Assim, as tarefas favoreceram o uso de uma técnica fundamentada. Por exemplo, o fato de termos pedido para se realizar a descrição do processo de construção utilizado na construção da mediatriz e justificar matematicamente a construção efetuada, pode ter possibilitado a emergência do discurso tecnológico-teórico que justificava a técnica utilizada na realização das tarefas.

BLOCO 5

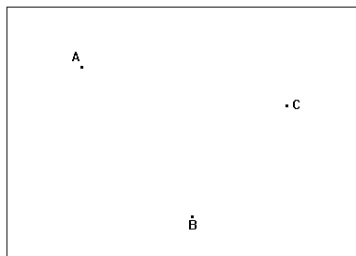
TAREFA 1: Espaço aéreo

Dois países vizinhos, Nenhum e Nada, de uma galáxia distante, não têm boas relações, por isso, eles vigiam muito bem seus espaços aéreos.

Na tela do radar de um avião de caça, aparecem dois indicadores de torre de rádio, denotados por A e B, do país Nenhum e um indicador de torre rádio, denotado por C, do país Nada.

Um avião de Nada deve voar mais próximo de C que de A, e mais próximo de C que de B.

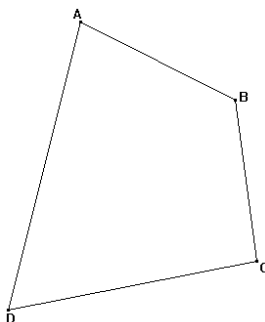
A figura a seguir representa a tela do radar. Qual a parte da tela que representa o espaço aéreo do país Nada?



A TAREFA 1 proposta neste bloco favoreceu a construção de uma propriedade mais ampla da mediatriz de $\overline{AB}$, ou seja, a mediatriz de $\overline{AB}$ divide o plano em três regiões: uma região na qual todos os pontos são equidistantes de A e B, uma região na qual todos os pontos estão mais próximos de A que de B e uma região na qual todos os pontos estão mais próximos de B que de A. Assim, os professores depararam-se com uma nova tarefa, em que a técnica para resolvê-la ainda não estava construída, ou seja, a técnica habitual da construção da mediatriz não era suficiente para solucioná-la. Mas, eles tinham condições de construir a técnica adequada para resolvê-la e testá-la na TAREFA 2.

TAREFA 2: Zona de construção em uma fazenda

Uma casa será construída em uma fazenda, representada a seguir pelo quadrilátero ABCD. A construção será feita em uma região mais distante de A que de B, mais próxima de B que de C, mais distante de C que de D e mais próxima de D que de A. Pinte a parte da fazenda na qual será construída a casa.



Os professores aceitaram a tarefa proposta não demonstrando haver dúvidas quanto a seu objetivo (destacar na tela do radar a região que representa o espaço aéreo do país Nada). Alguns professores tiveram de ler mais de uma vez, até de fato compreenderem a sua proposta. Em seguida, começaram explorar e a procurar uma técnica para resolvê-la. Durante esse momento, notamos equívocos em sua interpretação, pois houve professores que se remeteram ao contexto e pensaram na propagação de ondas por um radar e que mostrar essas ondas seria o espaço aéreo solicitado. Com a discussão nos grupos e a mediação do formador (pedindo para lerem novamente a tarefa e tentar entender o que de fato era solicitado), eles a compreenderam e partiram para elaboração de uma técnica para sua solução. Nas falas das professoras Paula e Sueli, observamos que entenderam a tarefa, de fato, pois elaboraram uma técnica para resolvê-la.

Paula: As mediatrizes vão delimitar mesmo? Vamos escrever o que fizemos para não esquecer.

Sueli: A solução que fizemos garante os pontos mais próximos, os iguais e os mais distantes. Aqui nessa região (apontando para o semiplano sem a origem) são os pontos mais distantes de A que de B.

No diálogo entre essas professoras, percebemos que a técnica que foi usada já vinha carregada do discurso tecnológico-teórico que a sustenta. Na verdade, foi esse discurso que possibilitou a construção da técnica. Vale observar que a mediatriz permitia encontrar a região procurada, sem, no

entanto, fazer parte da região, tal fato emergente foi discutido e sistematizado, como pode ser observado no diálogo:

Formador: E por que construir a mediatriz?

Rute: Pensei em mediatriz, porque ela é o que dá igual distância.

Sueli: Para saber o que está mais próximo e mais distante, o que precisamos é determinar o que está igual.

Formador: O avião pode voar na mediatriz?

Rute: Não, por isso, fiz as retas tracejadas.

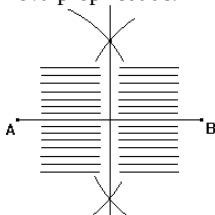
Ainda na sistematização dessa nova propriedade, o formador comentou com os professores:

[...] que, até aquele momento, a mediatriz de um segmento AB havia sido estudada como um conjunto de pontos que estão a igual distância de A e B, porém, diz que as situações que acabaram de vivenciar, permitiam afirmar que a mediatriz de um segmento AB, divide o plano em três regiões, a saber: uma formada pelos pontos que estão a igual distância de A e B, outra pelos pontos que estão mais próximos de A que de B e uma terceira formada pelos pontos que estão mais próximos B que de A. Fazendo na lousa a figura 48¹⁴ e apontando as regiões mencionadas. (JESUS, 2008, p. 174).

Os professores tiveram a oportunidade de trabalhar com a técnica elaborada na resolução da TAREFA 2, uma vez que para solucioná-la tiveram de utilizar a propriedade destacada por quatro vezes e, por último, buscar a intersecção das regiões determinadas e, assim, estabelecerem a região proposta na tarefa.

Ao fazermos uma reflexão a respeito dos critérios de avaliação em relação a esse bloco, inferimos que as tarefas propostas nessas situações mostraram-se pertinentes, bem identificadas e tinham seu objetivo bem posto (a razão de ser, embora implícita para os participantes, estava clara na organização didática), pois, apesar do conhecimento para resolvê-las não estar disponível em sua totalidade (posto pelas tarefas realizadas anteriormente nos BLOCOS 1 a 4) poderia ser construído pelos professores, enquanto realizavam as tarefas. É

¹⁴ Figura 48: Institucionalização da nova propriedade.



o que podemos observar, com relação aos conhecimentos disponíveis, na observação da professora Paula:

Paula: Se eu não tivesse trabalhado com as tarefas anteriores eu não conseguiria fazer. Não teria esse conhecimento.

Como a técnica apresentada pelos professores fez apelo imediato ao discurso tecnológico-teórico, ela foi elaborada de forma efetiva, sendo utilizada, naturalmente, para resolver uma nova tarefa (TAREFA 2). Além disso, a técnica de construir a mediatriz era toda a construção necessária (construção tracejada), ficando a escolha de uma das regiões “à direita ou à esquerda” para finalizá-la. Assim, a nova técnica mostrou-se extremamente necessária ao cumprimento da tarefa proposta e por estar totalmente apoiada no discurso tecnológico-teórico era confiável.

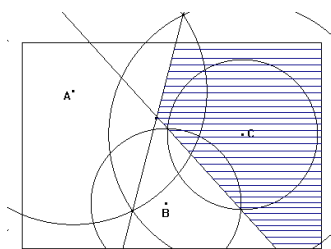
Com relação à pertinência do discurso tecnológico-teórico, percebemos sua importância, desde o momento da elaboração da técnica, uma vez que ela ficou inteiramente imbricada com esse discurso. Assim, a justificativa matemática da construção geométrica executada foi adequada. Além disso, inferimos ser matematicamente válida a justificativa matemática apresentada, apesar de não aparecer canonicamente como uma demonstração formal. Logo, podemos afirmar que os resultados tecnológicos disponíveis foram efetivamente explorados. Em seguida, apresentamos mais detalhes nas ações de dois professores participantes da formação, Mirtes e José.

A professora Mirtes elaborou uma técnica confiável para a resolução da tarefa, e ficou convencida de sua solução, provavelmente, por que se apoiou no discurso tecnológico-teórico que fundamenta a técnica. Conforme Jesus (2008):

[...] Mirtes sempre se colocava no grupo com um respeito aos conhecimentos matemáticos de Maria, isto é, se Maria afirmava alguma coisa, Mirtes, em geral, mudava de ideia e tentava concordar com ela. No entanto, nessa atividade ficou claro o grau de independência que Mirtes atingiu, demonstrando autonomia ao afirmar que a solução proposta por Maria não estava correta e argumentando matematicamente para convencê-la (JESUS, 2008, p. 172).

A professora Mirtes destacou sua técnica passo a passo, ia descrevendo o processo de construção, ao mesmo tempo em que, solucionava a tarefa, chegando à Figura 1.

Figura 1: Construção de Mirtes para a TAREFA 1 do BLOCO 5.



Fonte: Observador da formação.

Mirtes: Construção da mediatriz m_1 do segmento AC fica essa região aqui (os mais próximos de C que de A). Construção da mediatriz m_2 do segmento BC fica essa região aqui (os mais próximos de C que de B). É esta região aqui que é pedida no problema (apontando a região hachurada da Figura 1).

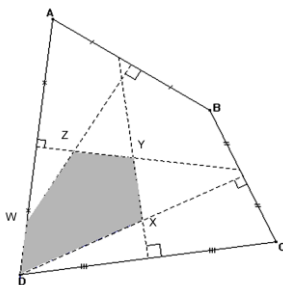
Maria: Não tinha entendido o enunciado.

Mirtes: O espaço aéreo deve ser meio a meio para as cidades, não importando o raio de alcance do radar, porque todos os aviões serão detectados, mas alguns estarão fora do espaço aéreo.

Maria: Você está certa Mirtes, não precisa ficar cuidadosa. Todo mundo pode errar.

A professora Mirtes convidou a professora Maria para resolverem juntas a TAREFA 2, afirmando ser muito parecida. Elas explicitaram a descrição seguinte, apresentando a construção da Figura 2, como solução dessa tarefa.

Figura 2: Construção de Mirtes e Maria para a TAREFA 2 do BLOCO 5.



Fonte: Observador da formação.

Mirtes e Maria

m_1 mediatriz de $\overline{AB}$, temos os semiplanos α_1 e α_2 . $\forall P_1 \in \alpha_1, AP_1 > BP_1$.

m_2 mediatriz de $\overline{BC}$, temos os semiplanos β_1 e β_2 . $\forall P_2 \in \beta_1, BP_2 < CP_2$.

m_3 mediatriz de $\overline{DC}$, temos os semiplanos λ_1 e λ_2 . $\forall P_3 \in \lambda_1, DP_3 < CP_3$.

m_4 mediatriz de $\overline{AD}$, temos os semiplanos γ_1 e γ_2 . $\forall P_4 \in \gamma_1, DP_4 < AP_4$.

$\gamma_1 \cap \alpha_1 \cap \beta_1 \cap \lambda_1$ é o pentágono $XYWZD$, região que atende às condições do enunciado.

O professor José interpretou equivocadamente a TAREFA 1 desse bloco, o formador teve que mediar, para que ele a interpretasse corretamente. Vejamos o que ocorreu:

José: C longe de A é moleza, o problema é ficar longe de B (assinando à mão livre a região).

Formador: Por quê?

José: Não. Espera um pouco. Essas ondas?

Formador: O C longe de A, se não tivesse o B? Como você faria? Como delimitaria o espaço em que C pode voar?

José: Menor que a metade entre A e C.

Formador: Como você acha essa metade?

José: Fazendo a mediatriz do segmento AC. A mediatriz é o limite.

O professor José para um pouco para pensar e afirma:

José: A mediatriz vai delimitar, é o que fica igual. De seus lados, uma parte fica mais distante e a outra fica mais próxima.

Com essa intervenção, o professor José conseguiu elaborar a técnica para resolver a TAREFA 1. E, em seguida, põe a técnica elaborada à prova, solucionando com sucesso a TAREFA 2. No momento da discussão coletiva, o formador perguntou aos participantes como a mediatriz apareceu nessas tarefas, e o professor José respondeu:

José: Só se encontram os pontos equidistantes para delimitar, encontrar o limite, uma região, dividi-la em duas áreas e explorar o mais perto e o mais longe.

Pautados nas ações dos professores José e Mirtes, podemos afirmar que eles elaboraram uma nova técnica que correspondia à solução da tarefa. Na resolução da TAREFA 1, esses professores elaboraram uma nova técnica para resolver uma tarefa em que a mediatriz, entendida apenas como o conjunto de pontos que equidistam das extremidades de um segmento, não dava conta de sua resolução. Os professores mobilizaram a técnica de construção da mediatriz

em sua solução, mas tiveram de ir além, enriquecendo-a e agregando-lhe novas propriedades (pontos mais próximos e pontos mais distantes).

Pontuamos que o professor José precisou de várias mediações do formador para a construção dessa técnica que, provavelmente, foram construídas com referência à coletividade de professores que se encontrava no grupo de formação. Já a professora Mirtes os construiu de forma independente e consistente, pois conseguiu convencer a professora Maria de que a técnica que tinha elaborado era confiável, visto que era fundamentada no discurso tecnológico-teórico.

Além disso, pontuamos que a elaboração da técnica para solucionar a TAREFA 1, evoluiu rapidamente para ser mobilizada na TAREFA 2, pois os professores José e Mirtes identificaram rapidamente os objetivos da tarefa e anteciparam no que diz respeito a como se deveria iniciar a tarefa e começaram a agir, mobilizando a nova propriedade destacada sobre a mediatrix em quatro momentos para solucionar a TAREFA 2.

Com base nas ações dos professores José e Mirtes, podemos afirmar que eles avançaram na construção de novos conhecimentos geométricos, pois conseguiram resolver tarefas de construção geométrica em que a técnica de construção da mediatrix por si só não dava conta. razão Eles tiveram de se apoiar no discurso tecnológico-teórico para avançar na elaborada técnica. Assim, ao agregar nova propriedade ao objeto geométrico mediatrix e utilizar-se dessa propriedade para resolver novas tarefas, podemos afirmar que esses professores avançaram na aprendizagem de tópicos de Geometria Plana.

Considerações finais

Neste artigo procuramos trazer algumas contribuições a respeito de como tarefas que exploram o discurso tecnológico-teórico na elaboração das técnicas podem contribuir para a elaboração de novas técnicas. No caso específico, as tarefas foram desenvolvidas em um grupo de formação professores de matemática que atuavam no Ensino Fundamental e Médio. Na análise desse bloco, pudemos observar que os resultados tecnológicos de uma determinada tarefa podem contribuir para a produção de novas técnicas para resolver novas tarefas, foi o que, de fato, aconteceu.

Observamos que as técnicas foram efetivamente elaboradas, visto que estavam bem fundamentadas no discurso tecnológico-teórico, além de serem abrangentes no que diz respeito a serem usadas para resolver novas tarefas, ampliando o limite de algumas técnicas, foi o que se deu na elaboração para resolver a TAREFA 1 do BLOCO 5 e na mobilização da técnica elaborada para resolver a TAREFA 2 desse BLOCO.

Destaca-se o empenho do formador em fazer com que os professores aceitassem as tarefas propostas, garantindo, dessa forma, que eles tomassem para si a responsabilidade de encontrar uma técnica para solucionar a tarefa.

Podemos, ainda, inferir que a escolha didática por construir em um primeiro momento parte do entorno tecnológico-teórico foi acertada, visto que possibilitou aos professores ampliarem seu discurso tecnológico-teórico, descobrindo novas técnicas e propriedades inerentes ao objeto matemático mediatrix.

Com esse estudo notamos que as construções geométricas podem contribuir para desencadear um processo de justificativas matemáticas em Geometria, pois ao parar para refletirem a respeito do que fundamentava a construção realizada (discurso tecnológico-teórico utilizado para justificar a técnica elaborada para realizar a tarefa), os professores construíam conhecimentos geométricos e potencializavam o trabalho com essas justificativas. Nesse sentido, a Teoria Antropológica do Didático ofereceu-nos os subsídios necessários para analisarmos na organização didática experimentada, as tarefas propostas, as técnicas utilizadas para solucioná-las e o discurso tecnológico-teórico que fundamentava essas técnicas.

Referências

- ALMOULOU, S. A. e MANRIQUE, A. L.. A geometria no ensino fundamental: concepções de professores e alunos. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24, Caxambu, 2001. **Anais...** (CD-ROM). Caxambu: ANPED, 2001.
- ARTIGUE, M. Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. **International Journal of Computers for Mathematical Learning**, v. 7, n. 3, p. 245-274, 2002.
- CHEVALLARD, Y. Conceitos Fundamentais da Didática: as perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica. In: BRUN, J. (Org.). **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: PIAGET, 1996.
- CHEVALLARD, Y. L'analyse des Pratiques Enseignantes em Théorie Anthropologique du Didactique. **Recherche en Didactique des Mathématiques**, v. 19, n. 2, p. 221- 266, 1999.
- CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M. e GASCÓN, J.. **Estudar Matemáticas: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.
- GASCÓN, J. La Necesidad de Utilizar Modelos em Didáctica de las Matemáticas. **Educación Matemática Pesquisa**, v. 5, n. 3, p. 11-37. Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, 2003.
- JESUS, G. B. **Construções Geométricas: uma alternativa para desenvolver conhecimentos acerca da demonstração em uma formação continuada**. 2008. 226f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008.

MAIOLI, M.. **Uma oficina para formação de professores com enfoque em quadriláteros**. 2002. 153f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2002.

OLIVEIRA, A. B. **Prática Pedagógica e Conhecimentos Específicos: um estudo com um professor de matemática em início de docência**. 2010. 169f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2010.

THIOLLENT, M. **Metodologia da pesquisa-ação**. São Paulo: Cortez, 2003.

Gilson Bispo de Jesus Universidade Federal do Recôncavo da Bahia – UFRB – Brasil E-mail: gilbjs@bol.com.br
--