ARGUMENTAÇÃO NO ENSINO DA MATEMÁTICA: PERSPECTIVA METODOLÓGICA

ARGUMENTATION IN TEACHING MATH: METHODOLOGICAL PERSPECTIVE

José Messildo Viana Nunes
Universidade Federal do Pará – UFPA – Brasil
Saddo Ag Almouloud
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP – Brasil

Resumo
Este artigo trata da prática da argumentação como método de ensino, focando os conceitos de área e perímetro de figuras planas. Temos como objetivo evidenciar a prática da argumentação como método que favoreça a compreensão de conceitos em matemática, tomando como referência o caso da área e perímetro de figuras planas. Para alcançar nosso objetivo propomos uma sequência de atividades modelada e analisada com base nas fases que compõem o processo argumentativo segundo Toulmin. A metodologia do estudo apoiou-se em pressupostos da Etnografia, a intervenção foi efetivada com alunos do quinto ano do Ensino Fundamental (alunos de 10 a 11 anos), utilizando duas instituições argumentativas: a sala de aula e o laboratório de informática, no qual usamos o *software* Geogebra. As análises das atividades evidenciaram que a prática da argumentação favoreceu a compreensão dos conceitos de área e perímetro de figuras planas, habilitando essa prática como método de ensino.

Palavras-chave: Argumentação, Matemática, Geometria, Método.

Abstract
This paper treats the practice of the argumentation as teaching method, focusing the concepts of area perimeter of plane figures. We purpose was to demonstrate the practice of the argumentation can present itself as method that contributes to the comprehension of concepts in mathematics taking as reference the case of the area and the perimeter of plane figures. To achieve our goal, we propose a sequence of activities sequence modeled and analyzed with basis in the phases that compose the argumentative process, according to Toulmin. The methodology of the study has been supported in ethnography purposes, the intervention have been effectuated with pupils at the fifth grade in basic education (students aged 10-11), using two argumentative institutions: the classroom and the informatics laboratory where we used the Geogebra software. The analysis of the activities have evidenced that the practice of the

argumentation contribute to the comprehension of the concepts of area and perimeter of plane figures, habilitating this practice as teaching method.

Keywords: Argument, Mathematics, Geometry, Method

Introdução

O raciocínio argumentativo deveria ser parte consistente da experiência matemática durante toda a escolaridade. Tal hábito se desenvolve mediante o uso coerente de muitos contextos[17]. Em nossos estudos, sobre o tema, constatamos que o uso de atividades direcionadas ao envolvimento dos discentes em contextos que requeiram argumentação[18] em matemática, em geral, não são habituais em salas de aula. Apesar de muitas pesquisas, principalmente em fórum internacional, discorrerem a respeito da importância de se implementar, em sala de aula, tarefas que conduzam o aluno a experimentar, conjecturar e provar, não vislumbramos tais ações se desenvolverem no cotidiano escolar. Com efeito, há necessidade de propostas que possam contribuir efetivamente para um ensino que priorize a argumentação em matemática (BOA VIDA, 2005; NUNES, 2011).

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997) é necessário desenvolvermos em sala de aula de matemática situações que favoreçam o discente argumentar e defender seu ponto de vista, sobre proposições enunciadas no decorrer de soluções de problemas. Os PCN indicam também que os professores de matemática devem possibilitar aos alunos experiências que provoquem conjecturas, refutações e validações de asserções.

Nesse sentido, nosso objetivo neste artigo foi o de constituir a argumentação como um processo que favoreça a apropriação de conhecimentos matemáticos, mais precisamente de área e perímetro de figuras planas, evidenciando as fases necessárias para que tal processo se estabeleça. Assim, vamos buscar o entendimento das argumentações em matemática, não só de um ponto de vista didático, mas, também, compreender sua complexidade enquanto método de ensino.

---

[17] Relacionamos o termo contextos à concepção de Tufano (2001, p. 40) de contextualizar: "[...] Colocar alguém a par de algo, alguma coisa, uma ação premeditada para situar um indivíduo em um lugar no tempo e no espaço desejado, encadear ideias em um escrito, constituir o texto no seu todo, argumentar".

[18] Em nossa concepção o termo argumentação significa, sobretudo, os raciocínios expressos de forma oral, escrita ou gestual utilizados para justificar conjecturas e convencer interlocutores. Esta concepção foi influenciada por nossas investigações sobre o tema.

Para alcançar tal objetivo, elaboramos uma sequência de atividades inspirada nas concepções de área e perímetro de Wagman (1975), Douady e Perrin-Glorian (1989), Romero, Carretero, Cuadra (1993), Franchi et al. (1992) e Baltar (1996) das quais apresentaremos cinco que em nosso entendimento é suficiente para dar sustentação a nossa proposta.

A investigação teve como sujeitos alunos do 5º ano do ensino Fundamental de uma escola municipal, localizada em Belém do Pará. Os discentes foram organizados em dois grupos aqui identificados como grupos "A" e "B", os recortes das comunicações de ideias apresentados neste artigo referem-se apenas a quatro alunos que são identificados por letras do alfabeto grego "α", "β", "γ" e "δ".

A intervenção que realizamos nos colocou em contato direto com a situação estudada, isso provocou o estabelecimento de novas relações, tanto do pesquisador quanto dos sujeitos da pesquisa, com os objetos matemáticos estudados, a interação constante que vivenciamos teve como foco o processo vivenciado e não o produto ou os resultados. Tais características são indícios que nossa pesquisa se enquadra como uma investigação de natureza qualitativa etnográfica. As evidências são reforçadas pelo fato de que o pesquisador faz uso de uma grande quantidade de dados descritivos: situações, pessoas, ambientes, depoimentos, diálogos, que são reconstruídos em formas de palavras ou transcrições literais (ANDRÉ, 2003).

As análises das atividades foram concebidas por meio de critérios estabelecidos a partir das estruturas e fases que compõem uma argumentação, inspiradas em Toulmin (2006); contemplando a experiência de referência de Douek e Scali (2000); a convergência argumentativa de Perelman e Olbrechts-Tyteca (2005); os tipos de argumentos, segundo Pedemonte (2002) e Cabassut (2005) e as funções de validação de argumentos na perspectiva desse último autor.

Perspectivas de uso da Argumentação para o Ensino da Matemática

Para Douek e Scali (2000), a argumentação permite a separação entre os invariantes operatórios[19] e representações simbólicas entre conceitos similares como, por exemplo, os de área e perímetro, que muitas das vezes são confundidos pelos estudantes.

A fim de por em prática sua proposta, Douek e Scali (2000) propuseram uma experiência de referência. Inicialmente, os estudantes tiveram que medir pés de trigo em um campo, para, em seguida, acompanhar o crescimento das plantas em diferentes épocas, em um vaso dentro de sala de aula, utilizando

[19] Segundo Vergnaud (1996), os invariantes operatórios são representados por: proposições, função proposicional e inferências, que podem ser explicitadas por argumentos ou por uma cadeia de argumentações.

suas réguas para medirem a altura da planta. A dificuldade era que as réguas geralmente não têm a marca zero na extremidade, e não era permitido ao aluno empurrar a régua na terra.

A primeira atividade consistiu em uma discussão direta com o professor para tentar encontrar como medir as plantas no vaso. A finalidade desta discussão era evidenciar as soluções dos alunos sob a forma de conjecturas. As discussões giraram em torno de como ir além da descoberta que a medida lida na régua não é a altura da planta. Com a interação com o professor, a maioria de estudantes superou as dificuldades, com estratégias diferentes.

A segunda atividade consistiu em uma produção escrita individual. Esta tarefa teve como objetivo socializar as soluções produzidas na sala de aula. A terceira atividade constitui-se em uma discussão na sala de aula, a fim de validar ou refutar as soluções. Duas estratégias foram evidenciadas: primeiramente a solução de "translação", deslocamento dos números ao longo da reta; em seguida, a solução por "aditividade", medindo a parte não graduada e adicionando esta medida à indicação da régua.

Nessa discussão, emergiram fatos, como o de que o procedimento de translação era fácil de executar somente no caso de um comprimento de 1 cm, ou eventualmente 2 cm, e o da aditividade consistia em um método fácil de se usar em todos os casos.

Conforme os autores, os dados evidenciaram algumas potencialidades da argumentação, a saber: a atividade de argumentação com o professor possibilitou a transformação da experiência em uma possível "experiência de referência", para os invariantes operatórios envolvidos do conceito de medida. Os argumentos do professor obrigaram os estudantes a imaginarem as ações físicas que possibilitaram operações envolvendo invariantes operatórios do mesmo conceito. Durante a discussão na sala de aula, a argumentação cumpriu diferentes funções: serviu para tornar explícitos dois diferentes invariantes operacionais relativos à medida de comprimento - invariância por translação e aditividade. No decorrer da última atividade, segundo os autores, a argumentação pessoal explanada realçou a internalização dos conceitos em jogo.

Segundo Boero, Douek e Ferrari (2008), as pesquisas que abordam temáticas como: argumentação, prova e demonstração em matemática exigem dos professores grande atenção, tanto em relação à apropriação, pelos estudantes, do conceito em jogo, como no desenvolvimento de competências linguísticas para produção, comparação, discussão de conjecturas, de provas, e soluções de problemas matemáticos.

Os autores relatam uma investigação realizada com calouros do curso de ciência da computação da Universidade de Piemonte Oriental. Durante a intervenção, foi solicitado aos alunos que explicassem suas respostas sobre resoluções de problemas aritméticos simples da Escola Básica; não houve

menção a produção de texto escrito, mas quase todos escreveram embaixo da questão um argumento em palavras.

Boero, Douek e Ferrari (2008) concluem que os argumentos permitem que os discentes tornem explícitos conhecimentos que em geral guardam para si no desenvolvimento de estratégias na solução de problemas. De acordo com eles para por em funcionamento esse método é necessário que o professor solicite aos estudantes que descrevam e discutam os procedimentos utilizados em determinadas atividades. As revelações dos conhecimentos e estratégias que os discentes utilizam para tratar de uma dada problemática, que lhe seja posta, podem ser relacionadas às representações simbólicas apropriadas, assim revelando aspectos importantes da construção do saber em questão.

Por sua vez, Pedemonte (2002) apresenta em suas pesquisas análises de alguns aspectos estruturais que relacionam a argumentação e a prova em geometria, ela considera que as argumentações podem apresentar estruturas abdutivas[20] e indutivas. Analisa as continuidades e distanciamentos estruturais entre argumentações e provas indutivas e dedutivas em matemática, com objetivo de mostrar que, de um ponto de vista cognitivo, ao lado dos casos da continuidade entre a argumentação e a prova, há frequentemente uma distância estrutural entre os dois. A autora usa como ferramenta metodológica o modelo de Toulmin para analisar as relações entre a argumentação e sua respectiva prova, comparando o conteúdo da argumentação conectada a uma conjectura e o conteúdo de sua prova.

Entendemos que as pesquisas envolvendo ações dos alunos sobre atividades que requeiram tomadas de decisão, justificativas de asserções, debates na tentativa de defender ou refutar proposições possibilitam a emergência de respectivos processos de argumentação e validação. Consequentemente, tal prática pode favorecer a compreensão dos conceitos em jogo.

Para Cabassut (2005), as validações de argumentos em instituições de ensino requerem a associação entre validações de instituições não matemáticas, como a família e instituições matemáticas, como as universidades. Ao referir-se à argumentação em matemática, o autor afirma que ela é produzida na busca do conhecimento da verdade de uma proposição, assim faz uma relação direta entre essa e o processo de validação. O autor caracteriza as argumentações em três tipos: pragmáticas, semânticas e formais, e elenca as funções que as validações argumentativas podem ter no discurso matemático: verificação, explicação, sistematização, descoberta e comunicação. Assim, o autor nos fornece elementos de análises para verificarmos a pertinência de se

[20] A abdução foi introduzida por Peirce [...] como modelo de inferência utilizada no processo de descoberta. Ela é ampliativa porque sua conclusão introduz novos conhecimentos. A busca da solução de um dado problema se constrói frequentemente a partir da conclusão (PEDEMONTE, 2002, p. 67).

implementar, em sala de aula, um contrato didático[21] que priorize as comunicações de ideias e suas respectivas validações.

Por sua vez, para estudar as validações de argumentos, Toulmin (2006) os organiza em uma estrutura que possibilita uma análise minuciosa do processo argumentativo contemplando dados (D), garantias (W), apoio (B), qualificadores (Q), refutação (R) e conclusão (C). Particularmente em matemática, o autor afirma que os argumentos pelos quais se apoiam as asserções podem alcançar em algum momento os mais elevados padrões, e os critérios matemáticos devem ajustar estes argumentos produzidos pelos alunos e mediados pelo professor, para assim poderem ser validados (Figura 1).

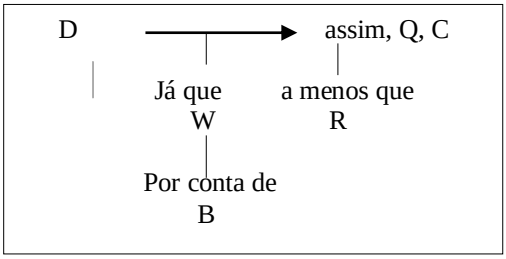


Figura 1. Modelo de Toulmin completo

Segundo Nunes e Almouloud (2013) a organização estrutural proposta por Toulmin (2006) foi inserida na Educação Matemática, com a função de analisar argumentações, por Krummheuer (1995) e utilizada na organização e análise de comunicação de ideias por vários autores da área (INGLIS; MEJIA-RAMOS; SIMPSON, 2007; YACKEL, 2001; HOYLES; KÜCHEMANN, 2002; PEDEMONTE, 2002; KNIPPING, 2003; EVENS; HOUSSART, 2004; WEBER; ALCOCK, 2005). Em relação aos componentes do modelo (dados, garantias, etc.), tais propostas evidenciaram que as argumentações podem contemplar o modelo de forma parcial ou total. Para Nunes (2011) a explicitação desses componentes, em salas de aulas de matemática, depende das atividades propostas, da mediação do professor, do envolvimento dos discentes no processo, além de outros fatores relacionados à dinâmica que circunscreve argumentação como método de ensino.

Propomos que as análises das argumentações, oriundas das comunicações de ideias necessárias às soluções de problemas propostos, possam ser constituídas em duas etapas: a organização dos argumentos no

[21] O referido contrato versa que este "deve estabelecer uma relação que determina explicitamente em pequena parte, mas, sobretudo implicitamente aquilo que cada parceiro - o professor e o aluno, têm a responsabilidade de gerir e pelo qual será de uma maneira ou de outra, responsável perante o outro" (BROUSSEAU, 1996, p. 51).

modelo estrutural, proposto por Toulmin (2006) e nas respectivas análises funcionais destes.

Reflexões Teóricas Sobre o Processo Argumentativo na Perspectiva de Toulmin

Toulmin (2006) assume que o processo argumentativo é composto de duas partes: uma anatômica, na qual se observa a complexidade do processo que inicia com a *colocação de um problema*, passando pelas *discussões* relacionadas à solução do problema, até o *veredicto* que leva à validação ou refutação do argumento; e a parte fisiológica composta pelos elementos essenciais desse processo como os dados, conclusões, justificativas, etc.

Em relação à parte anatômica, Toulmin (2006) detalha algumas características de cada fase anunciada por ele. Na primeira fase, o autor se limita a afirmar que seja posto um problema. No decorrer da segunda fase, o autor alega haver três estágios, com as seguintes características: dado um problema, inicialmente, haverá uma série de soluções candidatas que, em seguida, serão anunciadas e, finalmente, uma das soluções será tomada como solução específica, após a rejeição das outras, que terão sua força evidenciada por qualificadores modais, como "impossível", "provável" ou "necessário". Na última fase, dar-se-á o veredicto da solução.

Toulmin (2006), ao propor as fases da parte anatômica, não se detém em esmiuçá-la, chamando a atenção para a complexidade que se iria incorrer para esse feito, sobretudo, porque sua proposta busca universalizar a análise do processo argumentativo. Mas, ao focarmos um campo, como o da matemática escolar, percebemos que seria viável, pois entendemos que as características gerais das fases anunciadas pelo autor podem ser modeladas, em termos de experiência de referência, tipos de argumentos e funções da validação, convergência argumentativa.

Em nossa investigação, admitimos que, na primeira fase, o problema assuma a forma de uma experiência de referência, nos moldes de Douek e Scali (2000). Na segunda fase, propomos que o primeiro e segundo estágios se deem em concomitância, em virtude de o processo argumentativo em sala de aula ser composto por vários interlocutores e de as soluções candidatas sofrerem o processo de convergência argumentativa, postulado por Perelman e Olbrechts-Tyteca (2005). Assim, pode haver tanto a eliminação das soluções candidatas, que não estiverem em conformidade com as normas da matemática quanto à composição dessas para se chegar à solução específica. Nesses estágios, sugerimos que sejam classificados os argumentos, a fim de compreendermos, por um lado, a natureza dos argumentos utilizados pelos alunos, se são pragmáticos, semânticos ou formais, e, por outro lado, a natureza do raciocínio produzido por eles, como abdutivo, indutivo ou dedutivo. Para essa categorização, tomamos como referência as classificações de Pedemonte (2002)

e Cabassut (2005). Na última fase, que Toulmin (2006) denomina de veredicto, admitimos como momento de validação e fizemos uso das funções da validação, anunciadas por Cabassut (2005), para que pudéssemos qualificar as validações.

Com relação à parte fisiológica Toulmin (2006) assevera que essa possibilita analisar as operações dos argumentos sentença por sentença, a fim de ver como sua validade ou não validade está conectada ao modo como os dispomos, e que relevância tem esta conexão com a noção tradicional de forma lógica.

Para apresentar sua proposta, o autor faz uma distinção entre a alegação/conclusão (C) e os fatos aos quais recorremos como fundamentos em que o argumento é baseado – que denomina de *dados* (D)[22]; em nosso caso serão construídos a partir das evidências experimentais ou teóricas, fatos, informações oriundas do pesquisador ou material didático, etc., ou seja, da interação do discente com as atividades propostas. Se desafiarmos, por exemplo, alunos que ainda não conhecem as fórmulas para o cálculo da medida de áreas de figuras planas a apresentarem justificativas para determinação da medida da área de um retângulo a partir de uma dada unidade de medida de área, com o seguinte questionamento: o que você tem para seguir em frente? Uma resposta possível é que esses apresentem os dados ou a informação que lhes estejam ao alcance para chegarem a uma solução.

Os qualificadores (Q) indicam a força (grau de confiança) conferida pela garantia a esse passo – verdadeiro, provavelmente verdadeiro, provável; Q designa o qualificador da verdade, necessária ou plausível, enquanto que as condições de refutação (R) indicam circunstância nas quais se tem de deixar de lado a autoridade geral da garantia (Figura 1).

Segundo Toulmin (2006), por vezes nossa garantia pode ser desafiada, precisamos então de fatos adicionais com objetivo de legitimar e auxiliar na validação ou refutação de uma garantia. Temos, dessa forma, um novo elemento no modelo o apoio das garantias (B), que não precisa ser explicitado, "pelo menos para começar, as garantias podem ser aceitas sem desafio, o seu apoio pode ser deixado subentendido" (TOULMIN, 2006, p. 152).

De fato, o que subjaz nossas garantias e as autorizam são os apoios ou como se refere, por vezes o autor, os conhecimentos de base, sem eles nem as próprias garantias teriam autoridade ou vigência. Afirmações de garantias são hipóteses, mas o apoio para as garantias devem ser expresso na forma de afirmações categóricas.

[22] Jiménez Aleixandre et al. (1998) caracterizam os dados do modelo de Toulmin como: dado fornecido (DF) pelo professor, livro, texto, roteiro de experimento ou como um dado obtido (DO). Este último ainda é classificado como um dado empírico (DE), que pode proceder de uma experiência no laboratório, ou como dado hipotético (DH).

A prática da argumentação em matemática, na Escola Básica, pode ser desenvolvida em Aritmética, Álgebra ou Geometria, o que se busca com essa prática em qualquer dessas áreas é que os alunos, a partir de procedimentos empíricos ou não, possam refletir e conjecturar por intuição, observação, analogias, experimentação, etc. Optamos pela Geometria por acreditarmos que esses procedimentos são peculiares à própria natureza geométrica e que o estudo deste campo requer a articulação com a Aritmética e a Álgebra.

Intervenção e Análises

A dinâmica das atividades observadas teve por objetivo, sobretudo, criar um ambiente que favorecesse a prática da argumentação, e, ao mesmo tempo, propiciasse ao discente a compreensão dos conceitos de área e perímetro de figuras planas. As fases do processo argumentativo, que, segundo Toulmin (2006), compõem a parte anatômica dos argumentos, serão recortadas a fim de exibirmos a parte fisiológica. Esta, de acordo com o autor, pode ser organizada em uma estrutura que comporta os elementos essenciais de uma argumentação, o que nos forneceu dados necessários para análise e constatação de que a prática da argumentação leva à compreensão de conceitos em matemática. As análises foram realizadas à luz de critérios estabelecidos por nós em cada fase do processo.

As atividades foram compostas por duas instituições argumentativas: ambiente informatizado e não informatizado. No bloco de sessões do ambiente não informatizado, todas as atividades foram feitas com o uso de lápis, papel e material concreto, no qual as validações foram realizadas, em grande parte, de forma empírica. No segundo bloco, realizado em um laboratório de informática, tendo como recurso o *software* Geogebra, as atividades foram verificadas e validadas por meio de manipulações, possibilitadas pela geometria dinâmica. Em determinados momentos, recorremos a institucionalizações dos conceitos em jogo.

Segundo Toulmin (2006), a primeira fase que se deve considerar para a explicitação de argumentos é a apresentação de um problema. Nessa fase, daremos ênfase à experiência de referência. Assim, propomos uma experiência de referência dentro de um contexto que pudesse favorecer o desencadeamento das atividades subsequentes da pesquisa, pondo em jogo a argumentação como forma de apropriação de saber.

Atividade 1

Tomamos como primeiro momento uma experiência de referência, na qual os discentes produziram um texto a respeito de um animal recém-chegado

ao Bosque Rodrigues Alves[23], e, após socializarem as historinhas, se engajaram no processo argumentativo para obterem as soluções das questões requeridas pelo problema (1. Planeje e desenhe o ambiente (viveiro) no qual o animal ficará; 2. Desenhe o viveiro como se estivéssemos observando-o de cima para baixo. Em seguida, recorte os canudinhos e cole sobre as linhas que representam o cercado, recorte e cole a folha de EVA para representar o gramado do viveiro).

Nessa atividade pretendemos verificar se a questão posta pode ser considerada uma autêntica experiência de referência, se induz à comunicação de ideias relacionadas ao objeto em estudo, se podemos por meio dela transversalizar outras atividades da sequência. E se há indícios de argumentos nessas comunicações, os quais possamos analisar em virtude de força e critérios.

No decorrer da atividade foram utilizadas palavras relacionadas à geometria, como podemos constatar na fala de "α" a seguir.

α*: a linha tem que ficar bem reta não pode ficar torta!*

A preocupação do aluno denota a busca de regularidade na construção do desenho e a comunicação de sua ideia, que enseja o termo modal "não pode", conferiu força ao argumento do discente. O que leva seus colegas a atentarem para este fato, descartando outras possibilidades de construção. O critério que subjaz essa assertiva é a própria ideia de reta da geometria euclidiana, provavelmente vista pelos alunos na disciplina de artes que tratava sobre noções da geometria plana. A força do termo modal para Toulmin (2006) pode ser caracterizada pela sua aceitação ou rejeição – por critérios estabelecidos pelo grupo. Nesse caso, evidenciamos a primeira hipótese.

Discussões relacionadas à geometria permearam toda a atividade, ou seja, a questão se constituía como uma experiência de referência, cumprindo seu papel ao vislumbrar elementos dos objetos de estudo em jogo.

α*: tem que tá no mesmo sentido Mary!*
β*: como assim no mesmo sentido.*

O aluno "α" estava se referindo ao paralelismo das grades do viveiro, buscando regularidades na construção de seu desenho. No caso de nos

[23] O Bosque Rodrigues Alves foi criado pela Lei Nº 624 de 22 de novembro de 1870; porém, foi instalado e inaugurado somente em 25 de agosto de 1883. Localizado em uma área central na cidade de Belém-PA, apresenta extensão de 150 mil metros quadrados, em 2002, adquiriu o *status* de primeiro Jardim Botânico da Amazônia, com base na resolução 266 do Conselho Nacional de Meio Ambiente (CONAMA).

perguntarmos se até aqui há de fato argumentações, a resposta seria que, como admitimos a argumentação como processo, então, ela está em vias de constituição. Nesse sentido, Toulmin (2006, p. 34) afirma que "embora não seja um argumento elaborado ou maduro; mas os elementos essenciais estão ali".

O problema encorajou os alunos a trabalharem em conjunto, assim constatamos que a atividade realmente possibilitou a comunicação de ideias envolvendo os alunos em um ambiente de cooperação.

γ: como fazer o desenho?
α: faz o mesmo perímetro da linha tipo um retângulo, com linhas paralelas.

Notamos aqui o uso explícito de palavras que orientam as comunicações das ideias para os objetos que pretendemos focar; os termos "retângulo" e "paralelas" já eram do conhecimento dos alunos que haviam estudado noções de geometria, o resgate delas evidencia que os alunos buscavam fazer relações com seus conhecimentos prévios de geometria plana.

Em seguida, o grupo começou a recortar os canudinhos e as folhas de EVA de acordo com as dimensões do desenho do viveiro. A partir disso, o grupo discute sobre o formato do viveiro visto de cima.

α: *(Pergunta a seus colegas) qual o formato do viveiro que vocês construíram? O meu é um quadrado ou será que posso dizer que a figura é um retângulo? Isso aqui é um quadrado. A de vocês tudo é quadrado?*

Os colegas de "α" responderam que tinha forma de quadrado, mas não tinham certeza, talvez por não identificarem as figuras por suas características. O termo modal "provavelmente" ficou implícito nesta argumentação. De acordo com Toulmin (2006), tal termo fornece força cautelosa ao enunciado e compromete o interlocutor de forma provisória e com ressalvas, expressando assim a relação que o sujeito tem com o objeto em pauta, o que nos leva a aprofundar discussões a respeito das propriedades dessas figuras.

A atividade 1 foi desdobrada em várias subatividades como: recorte e colagem de canudinhos sobre as linhas que representavam o cercado, recorte e colagem de Etil Vinil Acetato (EVA) para representar o gramado do viveiro; indicação do formato dos viveiros; diferenciação das partes que compunham o viveiro (canudinho e região pavimentada por EVA); pavimentação das regiões internas do viveiro a partir de recortes de EVA com diversificadas formas (quadrado, retângulo, triângulo e círculos), nessa ação o quadrado foi eleito pelos alunos como melhor forma de pavimentação (com exceção de um dos

viveiros); contagem dos recortes (unidades de medidas) para determinação da medida da área dos viveiros (cf. NUNES, 2011). Optamos por apresentar atividades suficientes que nos possibilite evidenciar a prática da argumentação como método de ensino em matemática, mais precisamente dos conceitos de área e perímetro de figuras planas.

A primeira fase foi contemplada, a atividade inicial que caracterizamos como uma experiência de referência se pôs de forma a motivar os discentes a entrarem no processo de argumentação e sua principal função, que é a justificatória, foi evidenciada.

Atividade 2

A questão seguinte (geogebra), versava sobre a movimentação de dois pontos localizados nos vértices A (movimento de rotação) e B (movimento de translação) da Figura 2 e posterior descrição do ocorrido. O problema era saber se a figura se altera ou permanece a mesma, após o arraste com o *mouse*. Os saberes mobilizados nessa tarefa são os de ângulo reto, retas paralelas e perpendiculares, definição de quadrado e rotação e translação de figuras. A expectativa era que os alunos inicialmente admitissem que alterando a posição, a figura se alteraria. Como constatado nas pesquisas de Franchi et al. (1992) e Baltar (1996).

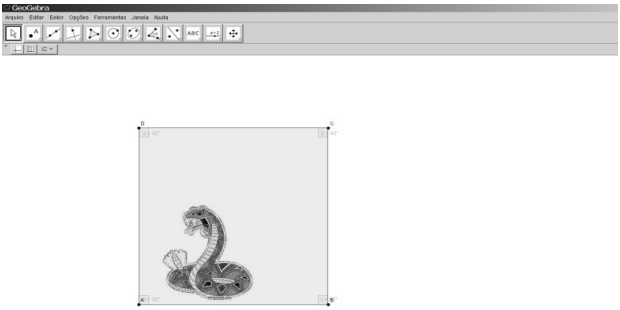
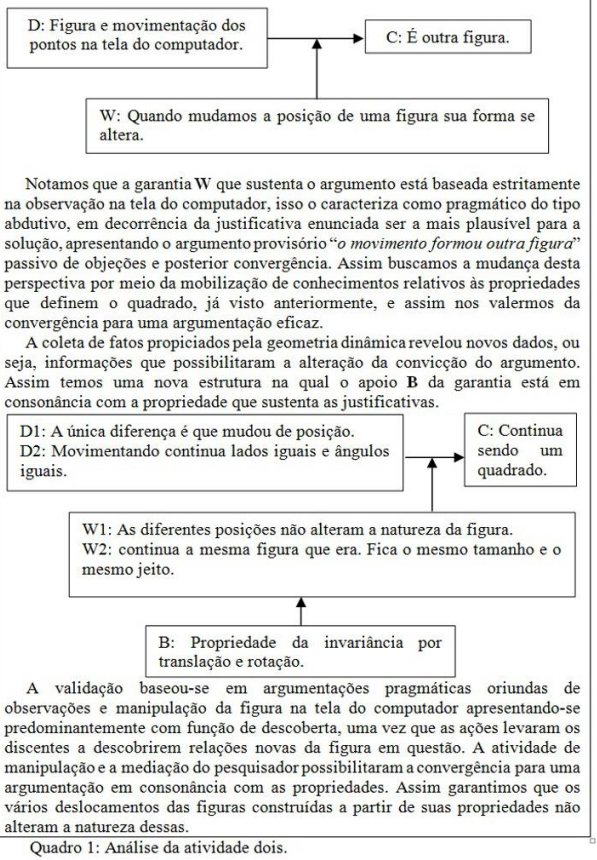


Figura 2. Configuração da atividade proposta ao grupo A

Vejamos os argumentos enunciados pelos alunos no decorrer da resolução do problema posto. As comunicações das ideias estão indicadas na coluna da esquerda do Quadro 1, enquanto que a organização dos recortes das falas no modelo de Toulmin e respectivas análises estrutural e funcional encontram-se na coluna do direito.

Argumentações	Análises estrutural e funcional das argumentações
δ – o ponto B gira o viveiro, e o A movimenta para qualquer lugar. α - com o movimento formou outra figura. α e β – sim é outra figura. *Após algum tempo de exploração do movimento possibilitado pela construção o pesquisador retoma as discussões.* Pesquisador – observem as medidas dos lados e dos ângulos. α – a única diferença é que mudou de posição. β – continua a mesma figura que era. Fica o mesmo tamanho e o mesmo jeito. α– movimentando continua lados iguais e ângulos iguais. Pesquisador pergunta novamente – mudando a posição muda a figura. Grupo A – não! Continua sendo um quadrado.	 Notamos que a garantia **W** que sustenta o argumento está baseada estritamente na observação na tela do computador, isso o caracteriza como pragmático do tipo abdutivo, em decorrência da justificativa enunciada ser a mais plausível para a solução, apresentando o argumento provisório "*o movimento formou outra figura*" passivo de objeções e posterior convergência. Assim buscamos a mudança desta perspectiva por meio da mobilização de conhecimentos relativos às propriedades que definem o quadrado, já visto anteriormente, e assim nos valermos da convergência para uma argumentação eficaz. A coleta de fatos propiciados pela geometria dinâmica revelou novos dados, ou seja, informações que possibilitaram a alteração da convicção do argumento. Assim temos uma nova estrutura na qual o apoio **B** da garantia está em consonância com a propriedade que sustenta as justificativas. A validação baseou-se em argumentações pragmáticas oriundas de observações e manipulação da figura na tela do computador apresentando-se predominantemente com função de descoberta, uma vez que as ações levaram os discentes a descobrirem relações novas da figura em questão. A atividade de manipulação e a mediação do pesquisador possibilitaram a convergência para uma argumentação em consonância com as propriedades. Assim garantimos que os vários deslocamentos das figuras construídas a partir de suas propriedades não alteram a natureza dessas.

Quadro 1: Análise da atividade dois.

No Quadro 1, observa-se uma solução candidata que não contempla a ideia de invariância por isometrias de rotação e translação; a estrutura ternária indica uma justificativa "W" que não apresenta apoio na referida propriedade. Após a mediação do pesquisador, o modelo passou a admitir um apoio "B" que assegurou força à garantia, possibilitando a validação da argumentação.

Constatamos, também, que a associação desta atividade com a primeira levou os alunos a não apresentarem dificuldades em relação às propriedades que caracterizam a figura como um quadrado.

Evidenciamos que, de acordo com pesquisas correlatas (FRANCHI et al., 1992; BALTAR, 1996), os discentes acreditavam inicialmente que o movimento de rotação gerava uma nova figura, após coleta de indícios

favorecida pelo *software* e mediação do pesquisador, tendo mudado suas concepções a respeito da possível modificação das figuras após deslocamentos dessas.

Atividade 3

Nesta atividade esperávamos que os alunos constatassem que a alteração da superfície unitária provoca alteração na medida da área, mas a área permanece a mesma. Retomamos a experiência de referência para ampliarmos as discussões sobre as unidades de medidas não convencionais, e utilizamos as malhas quadriculadas do Geogebra com a finalidade de apresentar uma unidade-padrão de medida de área.

Nossa expectativa era que os alunos fizessem uso da contagem simples (um a um) dos quadradinhos que compunham a malha, a fim de determinarem a área da figura dada.

Além da medida de área, nesta situação, pretendíamos solicitar aos alunos uma forma de contagem mais rápida do que "um a um", a fim de uma primeira aproximação da área enquanto grandeza bidimensional.

Nas atividades anteriores, os alunos já acenaram por optar pelo quadrado como unidade de medida, assim, as questões envolvendo o uso do Geogebra e das malhas quadriculadas pautaram-se nesse direcionamento. A atividade está descrita a seguir:

1) Na tela do computador, há uma representação do viveiro (Figura 3), para calcular a medida de área e perímetro dele faça o que se pede:
   No menu exibir: acione exibir malha. Considerando que cada quadrado da malha corresponde a uma unidade, determine a quantidade de quadradinhos que recobrem o chão do viveiro. Determine a distância de A até B e a medida da soma de todos os lados (perímetro).

2) Acione a parte direita do mouse em cima da malha, fora do viveiro e escolha o ícone propriedades. Na janela de visualização, acione o ícone malha, marque (clicar no quadradinho) a palavra distância. Clique com o botão esquerdo do mouse no retângulo indicado pela letra X, que contêm o número 1 e substituir pelo número dois. Repita o procedimento no retângulo que contêm a letra Y. Feche a janela e determine a quantidade de quadradinhos. O que você percebeu? Comente com seu (sua) colega e registre o comentário.

3) Repita o procedimento, substituindo o dois por zero ponto cinco (0.5) e comente novamente com o (a) colega, o que você percebeu.

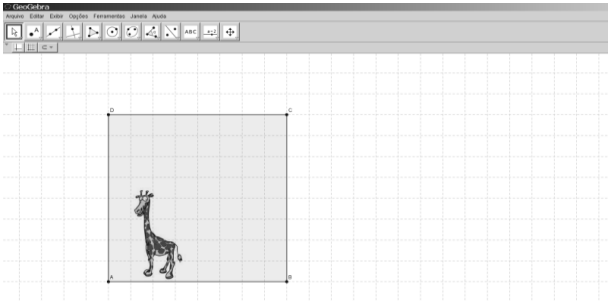


Figura 3. Representação da questão na tela do computador do grupo B

A seguir, apresentamos as análises do item 1 da atividade três (Quadro 2), exibido aos alunos na tela do computador (Figura 3).

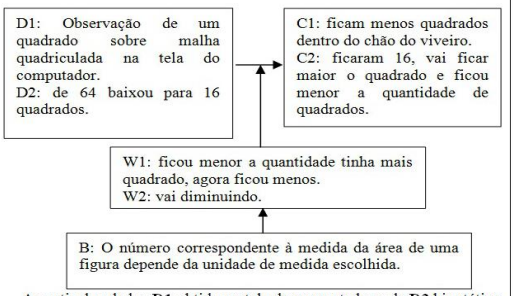
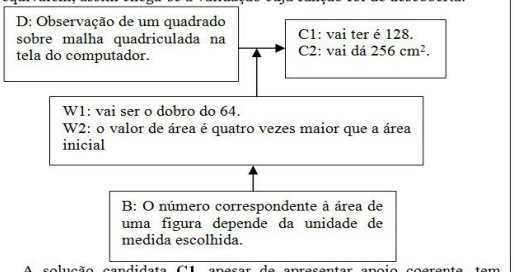
Argumentações	Análises estrutural e funcional do raciocínio
Pesquisador – como podemos calcular a medida da área do viveiro? β – contado os quadradinhos de um em um dois em dois. β – tem 64 quadradinhos. Pesquisador – como você fez para obter este valor? β – contando de 8 em 8. Pesquisador – você contou as filas? β – sim. *Esta pergunta tem o propósito de suscitar a contagem da medida de área do quadrado por meio do produto das dimensões.* Pesquisador – cada quadradinho deste mede um centímetro de comprimento em cada lado. Dizemos que a região interna do quadradinho mede 1 cm², neste caso, dizemos que a área mede 64 cm². Pesquisador – Como cada lado mede 1 cm quanto vale a medida de A até B (Figura 5). α - 8. Pesquisador – 8 o que? α – centímetros. Pesquisador – Qual o valor do perímetro? Alunos - mede 32 cm. Pesquisador – Como calcularam? β – contando todo o contorno deu 32.	D1: Observação de um quadrado sobre malha quadriculada na tela do computador. D2: Contagem das unidades de área. → C: 64 quadradinhos. W: A contagem das unidades possibilita a determinação da medida da área da figura. B: Escolhido o quadrado como unidade de medida de área, a área de uma figura é o número de quadrados necessários para recobrir uma superfície delimitada pela figura A partir dos dados **D1** e **D2** obtidos pela observação e contagem de medida de área numa perspectiva unidimensional, ou seja, da simples contagem de unidades, os alunos determinaram a medida da área da figura, explicitando sua solução por meio de uma argumentação pragmática e abdutiva. Não foi identificada nenhuma contradição na justificativa para concluir, que a medida da área era de 64 unidades, assim o argumento provisório, ganha força e converge para uma solução específica, cuja validação apresentou-se com a função de explicação. A intervenção do pesquisador foi no sentido de suscitar uma contagem mais rápida das unidades e de institucionalizar as medias de área e perímetro de figuras planas. D1: Observação de um quadrado sobre malha quadriculada na tela do computador. D2: Soma das medidas do contorno. → C: mede 32 cm. W: A soma das medidas do contorno da figura fornece o valor da medida do perímetro. Da mesma forma para a determinação do perímetro uma argumentação baseada na observação e na soma das medidas do contorno compõe uma argumentação pragmática do tipo abdutiva, pois se buscou a garantia mais plausível para justificar a conclusão. A intervenção do pesquisador provocou uma validação explicativa no processo.

Quadro 2: Análise da atividade - cálculo da medida de área do viveiro na tela do computador.

Na primeira estrutura, apresentada no Quadro 2, a garantia "W" utilizada como estratégia para a determinação da medida da área do viveiro é

respaldada pelo apoio "B", baseado na definição da aplicação medida (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989), o que lhe possibilitou a validação da argumentação. Na segunda estrutura, os conhecimentos prévios dos discentes, a respeito da associação do perímetro ao contorno da figura e os indícios oriundos da atividade, possibilitaram a validação da conclusão, sem a necessidade de se recorrer a um apoio.

Na próxima questão, abordamos a mudança de unidade. Procurava-se saber o que aconteceria com o número que representava a medida da área, se as dimensões do quadrado de referência fossem aumentadas ou diminuídas (item 2 e 3 da atividade três).

Argumentações	**Análises estrutural e funcional dos argumentos**
β - fica menos quadrados dentro do chão do viveiro. Alunos – tem 16. β – de 64 baixou para 16 quadrados. β – ficou 16, vai ficar maior o quadrado e ficou menor a quantidade de quadrados. β – ficou menor a quantidade tinha mais quadrado, agora ficou menos. Pesquisador – quanto é a nova área? β – 16. Pesquisador – 16 o que? β – centímetros quadrados. Pesquisador – e o perímetro? Alunos – 64 cm. Pesquisador – quanto maior o quadrado usado para medir, o que acontece com a medida da área. β – vai diminuindo. α – coloca o 3 para vermos o que acontece? α – não ficou legal, não dá para contar coloca o dez. β – não vai nem aparecer. Pesquisador – vamos colocar 0.5. O que significa 0.5? β – é muito pequeninho. α - é meio. β – eu sei que vai ter é 128. Pesquisador – por quê? β – diminuindo o tamanho do quadradinho aumenta a quantidade de quadradinho no chão do viveiro, vai ser o dobro do 64. *α começa a contar de um por um.* Pesquisador – tem uma maneira de contar mais rápido. α – na linha tem a mesma quantidade das outras, por exemplo, tu conta 16 fileiras e (diz quanto tem) aqui tem quanto? β– também tem 16. Pesquisador – e agora o que faz α – agora soma 16+16+16..... vai dá 256 cm². β – o perímetro é 48 cm.	 A partir dos dados **D1** obtido na tela do computador e de **D2** hipotético representado pela redução do número de quadrados, os alunos apresentaram as soluções correspondentes específicas **C1** e **C2**, que evidenciam uma argumentação pragmática indutiva por passagem ao limite, já que os discentes ao certificarem-se que a propriedade era verdadeira, para uma determinada situação a tomaram como caso geral. As garantias **W1** e **W2** evidenciam a compreensão da alteração da medida de área provocada pela mudança da unidade de medida, com o apoio **B** o argumento ganha força e converge para duas soluções específicas que se equivalem, assim chega-se a validação cuja função foi de descoberta.  A solução candidata **C1**, apesar de apresentar apoio coerente, tem justificativa **W1** equivocada: "*a redução das dimensões pela metade provocaria uma duplicação na medida da área*". O argumento perdeu força com a ação da contagem total dos quadradinhos que revelou uma solução específica **C2** evidenciando que *o valor de área é quatro vezes maior que a área inicial*. O processo evidenciou uma argumentação pragmática indutiva por passagem ao limite, convergindo para uma solução específica cuja validação apresentou-se com a função de descoberta.

Quadro 3: Análise da atividade relativa ao cálculo da medida de área do viveiro na tela do computador.

As estruturas apresentadas no Quadro 3 indicam que as ações e observações dos discentes sobre a atividade lhes possibilitaram dar garantias às conclusões, cujos apoios relativos à dependência do valor da área em função da unidade de medida escolhida, permitiram a validação do argumento.

Alcançamos nossos objetivos, visto que os alunos apreenderam que a alteração da superfície unitária provoca alteração na medida da área. A retomada da experiência de referência possibilitou introduzir a ideia de unidades de medidas, favorecendo a compreensão da unidade-padrão de medida de área e perímetro. A prática da argumentação possibilitou a compreensão, por parte dos alunos, de que a medida da área depende da unidade de medida escolhida.

Uma aproximação com a generalização levou uma aluna a concluir que, ao reduzir pela metade as dimensões da unidade de medida, sua área iria duplicar. A contagem das unidades de área provocou a mudança na concepção da discente, que passou a admitir que a área fosse quadriplicada. Não houve estranheza no entendimento de que uma mesma figura pode apresentar medidas de áreas diferentes para mesma região.

A contagem das filas para determinação da área evidenciou o início da passagem da contagem das unidades para multiplicação das dimensões.

Atividades 4 e 5

Estas atividades se complementam por esse motivo realizaremos suas análises de forma simultânea. Nelas, temos por objetivo favorecer, por meio do processo argumentativo, a compreensão e a dedução da fórmula para se calcular a medida de área do quadrado e do retângulo. Além disso, a comunicação de ideias, a partir de ações de recorte e colagem, apoiadas na propriedade de invariância de área por equidecomponibilidade, deve possibilitar a determinação das fórmulas para o cálculo da medida de área do paralelogramo e do triângulo.

O ponto crucial dessas atividades é a passagem do modelo de contagem de medida de área como grandeza unidimensional a bidimensional.

Atividade 4

A atividade 4 versava das seguintes questões:

1) Considerando que cada quadradinho na folha de papel tenha 1 cm de lado, construa as figuras solicitadas a seguir e encontre uma maneira para determinar o valor da medida da área de cada uma delas sem precisar contar os quadradinhos um a um.

a) Quadrado com 16 cm de lado (Figura 4).
b) Retângulo com 12 cm de comprimento e 6 cm de altura.
c) Retângulo com 21 cm de comprimento e 4 cm de altura.
d) Retângulo com “b” de comprimento e “h” de altura.

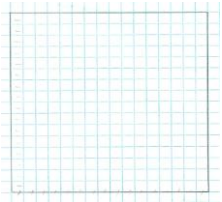


Figura 4. Produção de aluno: quadrado de lado 16 cm

A seguir, apresentaremos as argumentações oriundas da atividade 4 e suas respectivas análises estrutural e funcional. Como houve divergência entre os valores calculados pelos dois grupos, as análises contemplaram a fala de alunos do grupo "B".

Argumentações	Análises estrutural e funcional das argumentações
Alunos contam nas filas. β – tem dezesseis, dezesseis, dezesseis, dezesseis. α – faz dezesseis, dezesseis aí. α – aqui dá um número e aqui dá outro (apontando as filas) pega os resultados e soma tudo. *Após fazerem os cálculos os alunos relatam.* δ – vai dá 256 (Figura 5). α e β – 244 (Figura 6). α – o grupo B fez igual ao nosso (ao olhar o do colega), mas eles se enganaram em algum cálculo. Pesquisador – confiram os cálculos para ver se há algum erro! *Alunos analisam os cálculos passo a passo para detectarem o erro. Após perceberem que tinham somado 16+16=30, β exclamou.* β – o δ está certo! Pesquisador – Como podemos determinar a medida da área de forma mais rápida para o retângulo de 12 cm por 6 cm? α – Contando as filas. Tem seis filas de doze (o aluno agrupa 12-24-36-48-72).	D: figura em papel quadriculado. → C: contando as filas. W: aqui dá um número e aqui dá outro (apontando as filas) pega os resultados e soma tudo. B: obtém-se a medida da área de uma figura, desenhada em malha quadriculada, contando as filas formadas pelas unidades de medidas. Os dados **D** empíricos obtidos a partir da simples contagem das unidades de medida na malha quadriculada, fazem emergir argumentação pragmática e abdutiva, visto que, procurou-se as justificativas **W** mais plausíveis como garantia para conclusão. Em relação a forma de calcular com mais rapidez a medida da área em questão, a argumentação convergiu para solução específica **C**, sem conflitos de ideias. A validação apresentou-se com a função de explicação como se pode constatar nas tentativas dos alunos para fornecerem explicações para convencer seus pares e o pesquisador quanto ao fato ser verdadeiro.

Quadro 4: Análise da atividade relacionada ao cálculo da medida de área por agrupamento de unidades.

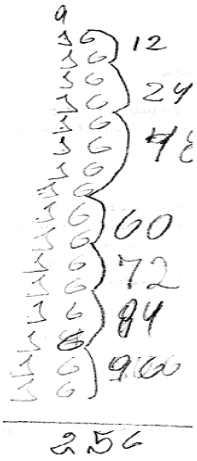


Figura 5
Soma das filas grupo “B”

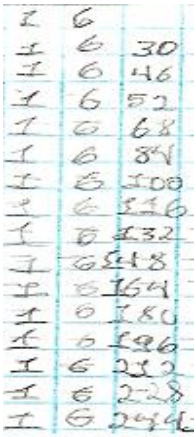


Figura 6
Soma das filas grupo “A”

A garantia foi explicitada no sentido de justificar a passagem dos dados à conclusão como se pode observar no Quadro 4. Essa justificativa evidencia a compreensão da contagem das filas como processo mais imediato em relação à contagem das unidades de medidas uma a uma, além de favorecer que se chegue ao processo de multiplicação das dimensões e consequente uso da fórmula para o cálculo da medida de área do retângulo e do quadrado. O apoio relativo à contagem da unidade de medida possibilitou a validação do argumento.

Discutimos com os alunos que a soma de parcelas iguais poderia ser representada de outra forma. Exploramos algumas somas desse tipo, como por exemplo, 4+4+4, 10+10+10+10+10, 21+21+21+21, solicitando que fossem representadas de outra forma. Os alunos responderam que poderia ser quatro vezes três (4x3), dez vezes cinco (10x5) e vinte e um vezes quatro (21x4) respectivamente. Em seguida, retomamos a questão e interrogamos sobre como ficaria a conta no caso do doze.

Argumentações	Análises estrutural e funcional das argumentações
β – seis vezes o doze. δ– vai dar setenta e dois. Pesquisador – Qual a medida da área no caso da questão sobre o retângulo com 21 cm de comprimento por 4 cm de altura. α – vinte e um vezes quatro. β – oitenta e quatro. β - é só multiplicar. *Em seguida os discentes passaram a questão do quadrado com medida de lado 16 cm.* β – fica dezesseis vezes o dezesseis. β– 16 X 16 Alunos – tiraram a prova realizando a multiplicação. *Como os alunos não representaram o desenho do item "d" o pesquisador explica que as dimensões "b" e "h" representam a base e a altura de um retângulo qualquer, ou seja, pode ser desenhado com qualquer medida.* β - Com as letras não dá pra multiplicar. Pesquisador – podemos deixar a conta armada, mostrando a multiplicação entre as letras. Alunos – fica só bxh. Pesquisador – sim, essa forma de escrever representa a fórmula que usamos para calcular a medida de área de qualquer retângulo, bastando substituir os valores de b e h que estiverem indicados nas figuras.	D1: Conclusão do item anterior. D2: Comando da questão. → C1: seis vezes o doze. C2: vinte e um vezes três. C3: dezesseis vezes o dezesseis. C4: é só multiplicar. C5: fica só bxh. W: Obtém-se a medidas da área do quadrado e do retângulo multiplicando-se as dimensões. Os dados **D1** e **D2** fornecidos pela questão e pelo item anterior levam, após mediação do pesquisador, os alunos a multiplicarem os resultados para obterem a medida da área das figuras dadas. A garantia **W** não precisou de apoio, pois sua consistência apresentou força suficiente para ser validada sem contra argumentações. As conclusões **C1**, **C2**, **C3** e **C4** apresentaram-se como soluções candidatas, e, se articularam convergindo para que se chegasse a uma solução específica **C5**. O processo revelou uma argumentação semântica com passagem ao limite, uma vez que, esse procedimento de obtenção de medida de área remete-se a otimização da contagem das filas da questão anterior e toma como referência um caso particular para generalizar o processo. Segundo Cabassut (2005), a obtenção de uma fórmula explica as relações entre as ações e o uso da fórmula, assim a validação apresenta-se com função de explicação.

Quadro 5: Obtenção da fórmula para calcular a medida de área do retângulo

O processo de convergência das soluções candidatas C1, C2, C3 e C4 para a solução específica C5 indica que a observação de Toulmin (1996) sobre a eliminação das soluções candidatas nem sempre é verificada, pelo menos no caso da sala de aula de matemática. Observa-se, também na estrutura (Quadro 5), que o pesquisador não precisou recorrer ao apoio da garantia para controlar o processo de validação, em virtude de os alunos explicitarem uma justificativa em conformidade com as normas da matemática que lhes possibilitou validar a conclusão.

Outro aspecto a se destacar, nessa atividade, foi que, além de identificar os elementos que compõem o processo argumentativo como dados e garantias, também foi necessário perceber que, em situações diversificadas, o que num determinado momento tem funcionalidade de conclusão pode aparecer como dado em outra situação. Ou seja, o que constitui os dados, garantias e fundamentos de uma argumentação não é algo predeterminado, mas antes negociado pelos participantes enquanto interagem. (BOAVIDA, 2005, p. 82).

Assim, a mediação do pesquisador revela-se como ponto crucial na prática da argumentação em sala de aula. Esse deve ter domínio suficiente,

tanto da matemática quanto da teoria de Toulmin, para identificar os diferentes papéis que as enunciações podem assumir na interação argumentativa.

As atividades relativas à pavimentação das regiões favoreceram a passagem da ideia de contagem da unidade para filas e posterior multiplicação das dimensões, apesar da complexidade dessa passagem, o processo argumentativo se apresentou como método eficaz para se compreender a fórmula como ferramenta para o cálculo das medidas de áreas das figuras.

Considerações Finais

Procuramos investigar o processo de ensino e aprendizagem, no qual utilizamos essa prática com objetivo de favorecer a compreensão de assuntos estudados em aulas de matemática. Neste contexto, voltamos nossa atenção para as comunicações de ideias dos alunos das séries iniciais, pois acreditamos que desde cedo devemos inseri-los nessa prática.

O termo argumentação é polifônico e apresenta uma diversidade de concepções. Nossas reflexões teóricas sobre o tema nos levaram a admitir, assim como Grácio (2009, 2010), que a prática da argumentação, a partir das interações entre os alunos e da mediação do professor, favorece a aquisição de competências argumentativas. Segundo esse autor, as circunstâncias que envolvem o processo argumentativo, em torno de determinados assuntos, habilitam essa prática, como uma forma interativa e negociada de promover a compreensão de conceitos estudados em sala de aula.

Ao elegermos a prática da argumentação como objeto de pesquisa, adotamos os pressupostos teóricos de Toulmin (2006), em decorrência de esse autor propor um modelo estrutural, composto por dados, conclusão, garantias, qualificadores modais, refutação e apoio, para analisarmos a validade de argumentos em qualquer que seja o campo. Além disso, esse autor põe em destaque as fases que um processo argumentativo deve contemplar.

O autor afirma que o processo argumentativo é composto de duas partes: uma anatômica, na qual se observa a complexidade do processo que inicia com a colocação de um problema, passando pelas discussões relacionadas à solução do problema, até o veredicto que leva à validação ou refutação do argumento; e a parte fisiológica composta pelos elementos essenciais desse processo como os dados, conclusões, justificativas, etc.

Em relação à parte anatômica, Toulmin (2006) detalha algumas características de cada fase anunciada por ele. Na primeira fase, o autor se limita a afirmar que seja posto um problema. No decorrer da segunda fase, o autor alega haver três estágios, com as seguintes características: dado um problema, inicialmente, haverá uma série de soluções candidatas que, em seguida, serão anunciadas e, finalmente, uma das soluções será tomada como solução específica, após a rejeição das outras, que terão sua força evidenciada

por qualificadores modais, como “impossível”, “provável” ou “necessário”. Na última fase, dar-se-á o veredicto da solução.

Em nossa investigação, admitimos que, na primeira fase, o problema assumisse a forma de uma experiência de referência, nos moldes de Douek e Scali (2000). Na segunda fase, propomos que o primeiro e segundo estágios se deem em concomitância, em virtude de o processo argumentativo em sala de aula ser composto por vários interlocutores e de as soluções candidatas sofrerem o processo de convergência argumentativa, postulado por Perelman e Olbrechts-Tyteca (2005). Assim, pode haver tanto a eliminação das soluções candidatas, que não estiverem em conformidade com as normas da matemática quanto a composição dessas para se chegar à solução específica. Nesses estágios, sugerimos que sejam classificados os argumentos, a fim de compreendermos, por um lado, a natureza dos argumentos utilizados pelos alunos, se são pragmáticos, semânticos ou formais, e, por outro lado, a natureza do raciocínio produzido por eles, como abdutivo, indutivo ou dedutivo. Para essa categorização, tomamos como referência as classificações de Pedemonte (2002) e Cabassut (2005). Na última fase, que Toulmin (2006) denomina de veredicto, admitimos como momento de validação e fizemos uso das funções da validação, anunciadas por Cabassut (2005), para que pudéssemos qualificar as validações.

Postulamos que um processo que seja direcionado por esses momentos pode favorecer que o aluno adquira uma competência argumentativa, necessária, não só para a edificação do conhecimento matemático, mas também para as exigências do convívio em sociedade.

Para analisar como a competência argumentativa se constitui e auxilia na compreensão de assuntos em sala de aula de matemática, tomamos como referência o caso dos conceitos de área e perímetro de figuras planas.

Esses estudos, aliados aos de argumentação, nos levaram a desenvolver nossa pesquisa em duas instituições argumentativas: a sala de aula e o laboratório de informática. No primeiro caso, utilizamos materiais como lápis, papel, régua, cola, etc.; no segundo, fizemos uso do *software* de geometria dinâmica Geogebra. Essa composição nos auxiliou na exploração de aspectos estáticos e dinâmicos necessários à compreensão dos conceitos em jogo, de acordo com Douady e Perrin-Glorian (1989) e Baltar (1996). Além disso, a manipulação na tela do computador motivou a participação dos alunos e favoreceu argumentações simultâneas às ações realizadas, como anunciado por Gravina (2001), Parzysz (2002, 2006) e De Villiers (2002).

Para construir e analisar a sequência, utilizamos as etapas que compõem o processo argumentativo, identificando, nas comunicações de ideias, os elementos que se enquadrassem ao modelo proposto por Toulmin (2006).

Para que os alunos se inserissem na prática da argumentação tomamos como primeiro momento uma experiência de referência, na qual os discentes

produziram um texto a respeito de um animal recém-chegado ao Bosque Rodrigues Alves, e, após socializarem as historinhas, se engajaram no processo argumentativo para obterem as soluções das questões requeridas pelo problema.

A prática da argumentação em torno dos assuntos área e perímetro de figuras planas se revelou como método que favoreceu a compreensão desses conceitos. As atividades permitiram aos alunos produzir e testar suas conjecturas em conjunto com as ações e a mediação do pesquisador. Essas ações e mediações levaram os discentes a perceber certas relações e propriedades a respeito dos conceitos em jogo.

Referências

ANDRÉ, M. Etnografia da Prática Escolar. Campinas, SP, Papirus, 2003.

BOAVIDA, A. M. R. **A argumentação em Matemática Investigando o trabalho de duas professoras em contexto de colaboração.** 2005. 975f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, 2005.

BOERO, P.; DOUEK, N.; FERRARI, P. L. **Developing mastery of natural language:** Approaches to Approaches to some theoretical aspects of mathamatics. Virtual Books, 2008. Disponível em: <http://books.google.com.br/books?id=63voiv2afgMC&pg=PA262&lpg=PA262&dq=Developing+mastery+of+natural+language:+Approaches+to+Approaches+to+some+theoretical+aspects+of+mathamatics&source=bl&ots=7fHcShVTdt&sig=BKE4bi31C6iu-20TrObbjlNNoCI&hl=pt-BR&ei=7JLzTIjeFYiq8Aa0w4DMDA&sa=X&oi=book_result&ct=result&resnum=1&ved=0CBYQ6AEwAA#v=onepage&q&f=false> Acesso em 13 ago. 2009.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** introdução aos parâmetros curriculares nacionais/Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997. 126p.

BROUSSEAU, G. Fundamentos e métodos da didática da matemática In: **Didáctica das matemáticas**, Jean Brun (dir.). Lisboa: Instituto Piaget, 1996 (Coleção horizontes pedagógicos).

CABASSUT, R. **Démonstration, raisonnement et validation dans l'enseignement secondaire des mathématiques en France et en Allemagne**. 2005. 424 f. Tese (Doutorado em Didática da Matemática) - Ecole doctorale Savoir scientifique: épistémologie, histoire des sciences, didactique des disciplines. Université Paris 7, Paris, 2005.

DE VILLIERS, M. Para uma Compreensão dos Diferentes Papéis da Demonstração em Geometria Dinâmica. In: PROFMAT, 88., 2002. Porto, **Atas**... 2002. Disponível em:

<http://mzone.mweb.co.za/residents/profmd/profmat2.pdf>. Acesso em: 25 jul. 2008.

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M. J. Un Processus D'Apprentissage du Concept D'Aire de Surface Plane. **Educational Studies in Mathematics**, v. 20, n. 4, p. 387-424, 1989.

DOUEK, N.; SCALI, E. About argumentation and conceptualisation, **PME-XXIV,** v. 2, p. 249-256, Hiroshima, 2000.

EVENS, H.; HOUSSART, J. Categorizing pupils written answers to a mathematics test question: I know but I can't explain. **Educational Research**, v. 46, p. 269–282, 2004.

FRANCHI, A. et al. **Geometria no 1º grau**: da composição a decomposição de figuras planas às fórmulas de áreas, São Paulo: CRB Baileiro Editores, 1992. (Coleção ensinando-aprendendo, aprendendo-ensinando, n. 7).

GRÁCIO, R. Com que é que se parece uma argumentação? Representações sociais do argumentar. **Comunicação e Sociedade**, v. 16, 2009, p. 101-122.

GRÁCIO, R. **A interacção Argumentativa**, Coimbra: Grácio editor, 2010. (Comunicação e Sociedade, n 19).

GRAVINA, M. A. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo.** 2001. 207 f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Informática na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.

HOYLES, C.; KÜCHEMANN, D. Students' understanding of logical implication. **Educational Studies in Mathematics**, v. 51, n. 3, p. 193-223, 2002.

INGLIS, M.; MEJIA-RAMOS, J. P.; SIMPSON, A. Modelling mathematical argumentation: the importance of qualification. **Educational Studies Mathematics**, v. 66, p. 3-21, 2007.

JIMÉNEZ ALEIXANDRE, M. P; REIGOSA CASTRO, C.; ÁLVAREZ PÉREZ, Argumentación en el Laboratorio de Física. In: ENCONTRO DE PESQUISA EM ENSINO DE FÍSICA, 6., 1998. Florianópolis, **Atas**... Florianópolis, 1998. CD-ROM.

KNIPPING, C. Argumentation structures in classroom proving situations. In M. A. Mariotti (Ed.). **Proceedings of the third congress of the european society for research in mathematics education** (ERME), Bellaria, Italy, 2003.

KRUMMHEUER, G. The ethnography of argumentation. In: P. COBB; H. BAUERSFELD (Eds.). **The emergence of mathematical meaning**: Interaction in classroom cultures. Hillsdale, NY: Erlbaum, p. 229-269, 1995.

NUNES, J. M. V**. A Prática da Argumentação como Método de Ensino: O Caso dos Conceitos de Área e Perímetro de Figuras Planas**. 2011. 217 f.

Tese (Doutorado em Educação Matemáticas). Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC-SP, São Paulo, 2011.

NUNES, J. M. V.; ALMOULOUD, S. A. O modelo de Toulmin e a análise da prática da argumentação em Matemática. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 15, n. 2, 2013.

PEDEMONTE, B. **Etude didactique et cognitive des rapports de l'argumentation et de la démonstration dans l'apprentissage dês mathématiques**. 2002. 301 f. Tese (Doutorado em Didática da Matemática) - Université Joseph Fourrier, Grenoble I, Gênova, 2002.

PERELMAN, C.; OLBRECHTS-TYTECA, L. **Tratado da argumentação: a nova retórica**. Trad. Maria Ermantina Glavão G. Pereira. 2 Ed. São Paulo: Martins Fontes, 2005.

ROMERO, M. A. O.; CARRETERO, M. F. M.; CUADRA, F. G. **Superfície y volumen. ¿algo más que el trabajo con fórmulas?** Madri: Sintesis, 1993.

TOULMIN, S.E. **Os Usos do Argumento**. Trad. Reinaldo Guarany e Marcelo Brandão Cipolla. 2 Ed. São Paulo: Martins Fontes, 2006.

TUFANO, W. Contextualização. In: FAZENDA, I C. A.(Org.) **Dicionário em Construção: interdisciplinaridade.** São Paulo: Cortez, 2001.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceituais. In: BRUN, J. (Dir.) **Didáctica das Matemáticas**. Instituto Piaget, Lisboa: Horizontes Pedagógicos, 1996, p. 155-191.

YACKEL, E. Explanation, justification and argumentation in mathematics classrooms. In: M. Heuvel-Panhuizen (Ed.). **Actas da 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,** Utrecht: Utrecht University, 2001, p. 1-24.

WAGMAN, H. G. The Child's Conceptions of Area Measure. In: ROSSKOPF, M. F. **Children's Mathematical Concepts**, 1975.

WEBER, K.; ALCOCK, L. Using warranted implications to understand and validate proofs. **For the Learning of Mathematics**, v. 25, n 1, p. 34–38, 2005.

José Messildo Viana Nunes
Universidade Federal do Pará – UFPA – Belém – Brasil
E-mail: messildo@ufpa.br

Saddo Ag Almouloud
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC-SP – São Paulo – Brasil
E-mail: saddoag@pucsp.br