

HISTÓRIA NO ENSINO DA MATEMÁTICA: TRAJETÓRIAS DE UMA EPISTEMOLOGIA DIDÁTICA

HISTORY IN THE TEACHING OF THE MATHEMATICS: TRAJECTORIES OF A DIDACTIC EPISTEMOLOGY

Iran Abreu Mendes

Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN - Brasil

Resumo

Neste artigo faço uma descrição refletida sobre algumas das trajetórias do uso da investigação histórica no ensino da matemática como uma epistemologia didática implicada na formação conceitual e didática de professores de matemática, bem como no ensino de matemática da Educação Básica. Tais trajetórias caracterizam-se nos estudos realizados por mim durante vinte anos, nos quais tomei a história como um reorganizador conceitual e didático da matemática escolar. Os estudos realizados em duas décadas (1993-2012) me fizeram organizar e encaminhar uma proposta prática de relações entre História e Educação Matemática que priorize a investigação histórica como um princípio de ensino, de aprendizagem e de socialização do conhecimento matemático.

Palavras-chave: História da Matemática; Investigação; Formação de Professores.

Abstract

In this article I make a description reflected on some of the trajectories of the use of historical research in mathematics education as a didactic epistemology involved in conceptual and didactic training of teachers of mathematics well as in the mathematics of the Basic Education. These trajectories are characterized in studies conducted by me for twenty years, in which I took the history as a conceptual and didactic reorganizing of school mathematics. Studies in two decades (1993-2012) made me organize and forward a practical proposal of relations between history and mathematics education that emphasizes historical research as a principle of teaching, learning and socialization of mathematical knowledge.

Keywords: History of Mathematics, Research, Teacher Training.

Trajatória Inicial: o programa de pesquisa

Nos meios acadêmicos relacionados à área de Educação Matemática muito se tem discutido sobre as tendências híbridas da pesquisa em História da Matemática, constituída nas últimas cinco décadas do século XX e início do século XXI. Nos últimos vinte anos meus estudos e pesquisas focaram na pesquisa em história na educação matemática com vistas à concretização e organização de métodos de ensino cujas abordagens didáticas apostassem para a formação de um estudante mais pensante, criativo e autônomo em seu processo intelectual.

Em consequência da busca de um modelo didático investigatório para a matemática escolar, meus estudos evidenciaram a possibilidade de exercitar modelos pedagógicos de ensino de Matemática que utilizassem a História da Matemática como um agente de cognição na Matemática ou como um reorganizador cognitivo nas aulas dessa disciplina. O sentido dado aqui tanto ao termo agente de cognição quanto ao termo reorganizador cognitivo diz respeito à necessidade de se tomar a história como uma possibilidade de dar aos estudantes uma oportunidade de se desafiarem a estabelecer um processo de criatividade matemática na sua aprendizagem diária durante o processo educativo mediado pelo professor (Cf. MENDES, 2006b, 2009a, 2009b).

Para que tal exercício cognitivo de criação matemática ocorra na perspectiva aqui assumida, se faz necessário que o professor lance continuamente em sala de aula, uma prática desafiadora na qual seus alunos se aventurem na busca de sustentação ou revalidação de verdades estabelecidas ao longo da pesquisa histórica, tendo em vista o aumento de seu domínio educativo em Matemática.

Desde o início da década de 1990 fiz diversos investimentos cognitivos, experiências e reflexões acerca do uso da história no ensino da Matemática por meio de estudos e pesquisas voltados à organização e avaliação de experiências na formação inicial e continuada de professores e suas implicações no ensino de Matemática na Educação Básica. Neste artigo considero importante refletir sobre a possibilidade de encaminhar uma abordagem para o ensino da Matemática que valorize a investigação histórica e a busca de informações como um princípio de aprendizagem e de socialização de conhecimento matemático.

Em quase três décadas como professor de Matemática da Educação Básicas e Superior, das quais vinte e três anos foram dedicados à formação inicial e continuada de professores de Matemática, minhas ações didáticas centralizaram-se na tentativa de superar as dificuldades conceituais e didáticas dos professores de modo a contribuir na aprendizagem dos estudantes.

Com base nos estudos, ações e reflexões realizadas ao longo desse período, defendo a tese de que *uma abordagem didática investigatória nas aulas de Matemática, apoiada nas informações históricas, pode contribuir na concretização de um ensino e aprendizagem da Matemática com significado*, ao

envolver situações históricas problematizadoras que conduzam os estudantes à busca de sua aprendizagem matemática.

Para sustentar a tese proposta anteriormente, tomo inicialmente uma autorreflexão sobre as atividades desenvolvidas durante a minha experiência docente na Educação Básica e Superior, a partir da minha formação pessoal e profissional, bem como apoio-me nos resultados das minhas pesquisas cujos estudos centaram-se nas relações entre História e Educação Matemática. Neste sentido, destaco que durante meu exercício da docência e pesquisa foquei meus estudos na construção de uma epistemologia que pudesse explicar o valor didático de uma abordagem de ensino fundamentada no uso das informações conceituais advindas da história da Matemática de modo que fosse possível utilizá-las pedagogicamente nas aulas de Matemática.

A respeito dessa construção epistemológica, aprofundi minhas reflexões acerca da dimensão histórica a ser incluída nas atividades didáticas voltadas à matemática escolar. Esbocei, testei e reformulei atividades, apontei teorias sobre essa temática com base nas minhas reflexões e exercícios dinâmicos de reorganização e reinvenção que se ampliaram com a inclusão de princípios relacionados às epistemologias defendidas por autores como Antonio Miguel (1993), Michel Serres (2008), Teresa Vergani (2002; 2003; 2009), Alan Bishop (1999), Bruno Latour (2000), Claude Lévi-Strauss (2002), dentre outros que influenciaram meus focos de olhar para o processo de estabelecimento de uma dimensão histórico-cultural para a matemática escolar por mim abordada.

Para descrever o início dessa trajetória epistemológica, considero necessário esclarecer uma questão interrogativa sobre o tema. Quando alguém se depara pela primeira vez com a expressão *o uso da história no ensino da matemática*, quase sempre se confunde por pensar que se trata apenas do uso de narrativas que se referem a datas, nomes, locais e feitos heróicos relacionados à Matemática e muitas vezes desvinculados dos conteúdos que os professores se propõem a ensinar a seus alunos. No entanto, o que sempre procuro esclarecer é que, quando menciono o uso da história no ensino da matemática, me refiro às explorações didáticas da história das ideias produzidas no tempo e no espaço e como, atualmente, elas podem ser refletidas na matemática que ensinamos.

Todavia, procuro detalhar, mais ainda, que tais ideias foram produzidas para explicar os fenômenos naturais, sociais e culturais, independentemente do vínculo que cada fenômeno possa ter com determinados contextos como a religião, a arte, a matemática, a física, etc... A finalidade maior é esclarecer o vínculo direto da matemática com relação às práticas desenvolvidas historicamente no contexto da sociedade e da cultura como uma forma de solucionar problemáticas relacionadas à sobrevivência humana no planeta.

No caso da prática que se denominou matemática, é possível considerar que a mesma tem suas histórias contadas, registradas e validadas por quem fez

ou faz essas histórias e por quem produziu tais matemáticas. Assim, é importante enfatizar que se trata da história das ideias produzidas socialmente de modo a caracterizar a matemática produzida pelas sociedades ao longo do tempo e em múltiplos espaços socioculturais. Neste sentido, Hans Wussing (1998) assegura que essa história se desdobra em três grandes eixos: a pesquisa, a disciplina e o instrumento de ensino de matemática³⁴.

A partir de 2001 passei a reestruturar meus posicionamentos acerca das perspectivas teóricas e práticas voltadas ao uso da história nas aulas de matemática considerando a necessidade de retomar os princípios investigatórios que sempre estiveram presentes em meus estudos iniciais, fortemente influenciados pelo uso de projetos de investigação no ensino de matemática, muito exercitados por mim entre 1989 e 1996. Nesse momento, então, percebi a importância de redirecionar minhas reflexões teóricas e práticas a respeito do tema história no ensino da matemática e, entre 2001 e 2010 passei a enfatizar mais a inclusão das dimensões históricas e culturais nas atividades realizadas no ensino de graduação e pós-graduação.

Com base nos exercícios de pesquisa e prática docente realizada ao longo desses anos redirecionei meu programa de pesquisa e inseri estudos e atividades investigatórias acerca da história não hegemônica (história de práticas socioculturais). Com esse exercício investigatório e didático, defendo que o uso da história nas aulas de matemática só terá importância se exercitarmos uma recriação da história da matemática na qual os envolvidos no processo reflitam a respeito das estratégias sociocognitivas (pensamentos e ações) criadas e praticadas socialmente ao longo da história para explicar e compreender tais fatos matemáticos no contexto sociocultural.

A esse respeito, atualmente investigo a história de algumas práticas socioculturais como o comércio, a navegação, a arquitetura, a engenharia militar, as artes em geral, dentre outras que possam contribuir na construção de uma epistemologia das práticas matemáticas em contextos socioculturais. Meu interesse passou então a ser o seguinte: verificar como a matemática está presente nessas práticas e de que modo será possível incorporar essas práticas nas atividades de ensino aprendizagem da matemática na Educação Básica.

Na formação de professores de matemática passei a utilizar informações geradas em trabalhos já realizados por historiadores, antropólogos, cartógrafos, astrônomos e jornalistas de modo a obter informações de interesse didático para o meu trabalho docente. Para tanto, busquei as informações em fontes primárias e secundárias por considerar a necessidade de reorganização dos fatos históricos de acordo com as construções matemáticas objetivadas por mim, conforme os objetivos didáticos estabelecidos nas disciplinas ministradas na graduação, tendo

34 Nas seções a seguir tomarei esses três eixos para situar as trajetórias e bifurcações seguidas pela matemática em suas faces cotidiana, escolar e científica.

em vista suas implicações na Educação Básica. Foi nessa perspectiva que estabeleci algumas direções a serem seguidas no sentido de identificar e selecionar quais as práticas socioculturais seriam tomadas como focos de investigação histórica realizada por mim em conjunto com meus alunos.

Trajatória da história da Matemática: pesquisa, disciplina e instrumento de ensino

Sabemos que o contexto no qual a sociedade humana se funda é o espaço em que se constrói uma das trajetórias de explicação para o desenvolvimento histórico-epistemológico da matemática como conhecimento em suas faces tridimensionais: cotidiana, escolar e científica. É com a pesquisa que pode se tornar possível esclarecer aspectos referentes às conexões entre essas três dimensões da matemática praticada e registrada ao longo da nossa história, bem como em relação às atividades socioculturais relacionadas a esse conhecimento.

A pesquisa é tomada, portanto, como o primeiro eixo de composição da história da matemática enquanto um dos fundamentos da matemática, que contempla a busca de explicações para o contexto sociopolítico, cultural e econômico, onde a matemática foi e é produzida, ou seja, de onde essas ideias são geradas, por que e como foram ou são geradas. Esse é um dos contextos que caracteriza a epistemologia da matemática construída pela sociedade humana ao longo dos tempos e que atualmente se constitui em objeto de pesquisa na tentativa de reconstituir o processo de criação matemática com vistas a retomá-lo como veículo de ensino.

Os resultados obtidos nesse processo aparecem diretamente organizados nas informações apresentadas e discutidas em disciplinas específicas relacionadas à história da matemática nos cursos de licenciatura em matemática ou nas atividades didáticas desenvolvidas em sala de aula na formação de professores de matemática.

A história da matemática como disciplina tem a vocação natural de utilizar o conhecimento produzido pelas pesquisas e registrado nas fontes documentais divulgadas socialmente. Serve de suporte para a disciplina de formação conceitual e epistemológica na licenciatura em matemática e tem como característica a sua organização sob três enfoques: história dos tópicos matemáticos; história da Matemática a ser usada em sala de aula; história da Educação Matemática.

Como disciplina, a história atua diretamente na configuração do conhecimentos produzidos ao longo dos séculos e que estão registrados normalmente nas fontes de informação como nos documentos escritos, nos artefatos materiais, nas obras de arte, nas obras arquitetônicas ou em qualquer outro tipo de material que indique a produção de ideias que procuram dar sentido a existência humana no planeta. Assim, todos os objetos e instrumentos que se

referem direta ou indiretamente a esse tipo de atividade, podem se constituir em veículos de representação do conhecimento matemático produzido historicamente.

Nosso exercício, então, diz respeito a tomar a investigação como uma possibilidade de recriação da história da matemática como uma tarefa possível para que os envolvidos reflitam acerca das estratégias sociocognitivas criadas ao longo da nossa história para explicar e compreender os mesmos fatos matemáticos criados e praticados pela sociedade.

É imprescindível, portanto, refletir sobre os modos de utilizar didaticamente as informações presentes nas fontes documentais, nos artefatos, nas obras de arte, e nas construções arquitetônicas, dentre outros objetos materiais, nas aulas de matemática, para contribuir na efetivação de um ensino de matemática com significado. Trata-se de uma perspectiva de formação conceitual e didática do professor de matemática e do estudante da Educação Básica. Isto porque se o professor de matemática tem uma formação conceitual e didática pautada na epistemologia da matemática, possivelmente poderá desdobrar essa construção de conhecimento com os seus alunos em sala de aula. Essa é uma justificativa matriz para o uso da investigação histórica no ensino da matemática.

A exploração da história dos tópicos matemáticos propriamente ditos tem como foco principal investigar o desenvolvimento de um determinado conteúdo de matemática como, por exemplo:

- 1) a regra de três: como surgiram as ideias relativas à regras de três para se construir o que nós chamamos hoje de regra de três?;
- 2) o pensamento, a prática, o registro e a representação da ideia de número fracionário, cujo questionamento focal é quando esse pensamento e prática começam a emergir historicamente no meio social e acadêmico para se constituir no que denominamos atualmente de números racionais?;
- 3) como é que a ideia de limite ensinada na graduação em matemática se constituiu no que chamamos atualmente de o elemento chave do desenvolvimento didático do cálculo infinitesimal nos cursos de graduação?;
- 4) como é que o pensamento funcional, a linguagem e a representação das ideias que remetem ao conceito de função começaram a aparecer e de que modo vários contextos sociais em várias épocas manifestaram esse pensamento, essas ideias e essas representações, como isso pode nos ajudar hoje a constituir um ambiente de aprendizagem mais adequado para a formação conceitual nos nossos alunos?

Esses exemplos evidenciam a importância de se focar na história dos tópicos da matemática o caráter didático e conceitual que pode emergir nas horas

do nosso trabalho. E esse é um dos aspectos que a história pode nos trazer. São menos importantes embora não descartáveis os nomes, as datas e os locais. É muito mais importante saber quais foram os modelos de pensamento que fizeram com que essa matemática fosse produzida e porque essa matemática foi produzida, para atender qual necessidade, qual interesse e qual modelo de conhecimento e tecnologia de determinada época e local. Isso sim nos interessa conhecer para ampliar a formação didática e conceitual do professor de matemática em formação, porque esses aspectos formarão a estrutura básica do nosso modelo de ensino em sala de aula.

A história de tópicos como os mencionados anteriormente, certamente se constituirá em elementos que gerarão a história da matemática a ser usada na sala de aula. Daí surge uma questão: Essa prática implica em ministrar aulas de história da matemática na Educação Básica? Neste caso (Educação Básica) o propósito é apoiar-se nas informações conceituais advindas da história dos tópicos matemáticos para desenvolver uma abordagem didática da matemática escolar com os subsídios epistemológicos que essa história traz.

Outra possibilidade didática é recorrer à história dos tópicos matemáticos com a finalidade de reconstituir algumas práticas que podem ser viáveis para que na atualidade, o estudante aprenda matemática conectada às necessidades e exigências da contemporaneidade (contextualização, problematização, interdisciplinaridade, transversalidade) e materializadas com apoio das tecnologias de informação e comunicação (TICs). Essa pode ser uma nova maneira de olhar a matemática na sociedade do século XXI. Nada impede que o pesquisador ou o professor busque em outros períodos históricos, informações que sejam úteis ao seu trabalho docente na atualidade. O importante é que o pesquisador ou professor ressignifique as informações de acordo com o modelo social e educativo existente atualmente de modo que a história da matemática seja adaptada pedagogicamente ao que vai ser abordado nas aulas de matemática. Trata-se na verdade de uma reconstituição epistemológica do modelo didático adotado pelo professor para que o aluno se aproprie das ideias que foram estabelecidas em épocas anteriores a nossa.

O professor pode, por exemplo, tomar alguns tópicos matemáticos abordados no século XIX ou na primeira metade do século XX e adaptá-los ao contexto atual do século XXI de modo a dar significado à matemática que pretende ensinar aos estudantes. É possível recorrer aos modelos de ensino de determinados tópicos matemáticos já utilizados em épocas antigas ou épocas mais recentes e investigar as possibilidades de uso das informações históricas para organizar um modelo didático de ensino de matemática hoje.

Desta maneira, portanto, a investigação em história da matemática pode ser tomada como um reorganizador didático, no sentido de oferecer subsídios epistemológicos para que o professor organize de forma mais esclarecedora as suas atividades docentes quando colocadas em prática na Educação Básica. Neste caso,

a investigação é tomada como um procedimento didático que poderá conduzir o professor e os estudantes a um processo mais criativo, desafiador e produtivo na sala de aula. A história é, portanto, tomada como um objeto exploratório, ou seja, a história oferecerá as informações necessárias para: 1) a compreensão da realidade da vida cotidiana e sua interação social; 2) a compreensão da linguagem e do conhecimento cotidiano estabelecido nos períodos em que os tópicos matemáticos se desenvolveram e se formalizaram da maneira como os conhecemos atualmente.

Nesse sentido, apoiei-me em estudos realizados na formação inicial e continuada de professores de matemática, cuja diretriz centrou-se no uso do desenvolvimento histórico da matemática e suas relações com os aspectos epistemológicos e didáticos da matemática escolar. A partir desses estudos tenho elaborado materiais didáticos e atividades didáticas para o ensino da matemática básica, visando superar algumas dificuldades encontradas por esses professores em suas aulas de matemática.

Trajétoria do modelo didático de investigação histórica

Na busca de compreender os aspectos básicos acerca da pesquisa histórica, foi necessário entender um aspecto essencial do processo: a unicidade do método histórico, ou seja, a pesquisa histórica constitui-se em um processo cognitivo, no qual as informações das fontes são apreendidas e elaboradas para concretizar ou modificar empiricamente perspectivas (teóricas) referentes às experiências humanas vividas, memorizadas e narradas por outros.

O critério de adoção de alguns métodos de pesquisa em história das práticas matemáticas perpassa uma aproximação com a abordagem sobre categorias de construção histórica como: as histórias da vida e obra de matemáticos, arquitetos, trabalhadores de outras áreas profissionais, as histórias das instituições, as histórias da arte, as histórias das disciplinas escolares, dentre outras atividades sociais e culturais.

As bases das interlocuções para essa construção histórica são constituídas pela diversidade de fontes de pesquisa historiográfica que têm suas origens na pesquisa em história, antropologia e sociologia, com suas relações e implicações diretas nas pesquisas em história da matemática e das práticas matemáticas. A partir dessa base de interlocuções foi possível estabelecer algumas modalidades de pesquisa histórica com vistas a sua utilização didática na formação de professores que ensinam matemática e conseqüentemente na Educação Básica.

Há, entretanto, uma ampla variedade de temas e métodos que poderão surgir durante o exercício da pesquisa histórica em sala de aula. O professor deve ficar atento para perceber algumas possibilidades de exploração da criatividade dos estudantes, mesmo que em determinadas vezes seja necessário reformular alguns dos temas apresentados por eles. Para que essa prática se torne possível, é preciso utilizar-se das mais diversas modalidades de investigação histórica na

sala de aula como, por exemplo: 1) atividades manipulativas extraídas diretamente da história da matemática; 2) atividades manipulativas adaptadas da história da matemática; 3) desenvolvimento de projetos de investigação temática; 4) investigação de problemas históricos; 5) estudos de textos históricos adaptados de fontes primárias; 6) estudos de textos históricos extraídos de fontes primárias; 7) elaboração e uso de vídeos didáticos baseados em textos históricos de fontes primárias ou secundárias³⁵.

Cada uma dessas modalidades de investigação histórica propostas como abordagem para as aulas de matemática requer do professor um pouco de conhecimento do nível de amadurecimento de seus alunos, do grau de aprofundamento a dar no assunto a ser abordado em sala de aula e do nível de autonomia dos estudantes com a relação a busca da própria aprendizagem. Além disso, é necessário se fazer um levantamento prévio do material a ser utilizado nas investigações, na localização das fontes de pesquisa ou, se for o caso, na seleção de atividades a serem aplicadas junto a cada turma, de acordo com o tópico de aprendizagem matemática tomado como referência para desenvolvimento da investigação histórica.

Se a investigação histórica focar práticas socioculturais transversalizantes à matemática escolar, as modalidades propostas anteriormente podem ser reorientadas de modo que essa investigação foque diretamente práticas e problemas extraídos da história de outras áreas de estudos como a química, a biologia, a arquitetura, a arte, a navegação, o comércio, a religião, etc..., ou outros problemas sociais e históricos que originaram conhecimento matemático.

Ressalto, entretanto que neste caso as investigações podem ser realizadas a partir de textos históricos de fontes primárias ou secundárias, desde que tais informações sejam utilizadas de acordo com o nível de abordagem que se pretende dar aos tópicos matemáticos a serem abordados, ou conforme o nível de autonomia dos estudantes para desenvolver suas investigações orientadas pelo professor.

Em minhas experiências na formação inicial e continuada de professores de matemática, utilizei atividades didáticas investigatórias que priorizaram a interatividade entre os sujeitos e o objeto de conhecimento, com ênfase na contextualização e problematização dos aspectos cotidiano, escolar e científico da matemática, de modo a possibilitar um diálogo entre a experimentação, a descrição oral e escrita e suas múltiplas representações matemáticas formais.

No modelo didático de investigação histórica utilizado, as atividades foram norteadas por um diálogo transversalizante cuja aliança integrativa visava imprimir mais significados à matemática escolar, baseando-se em um processo ativo-reflexivo dado à investigação como um meio de construção da matemática. Neste sentido, os estudantes devem participar da construção do seu próprio

35 Para maiores detalhes sobre tais modalidades ver MENDES, Iran Abreu. A investigação como um princípio de ensino e aprendizagem da Matemática. (No prelo).

conhecimento de forma mais ativa, reflexiva e crítica possível, relacionando cada saber construído com as necessidades históricas, sociais e culturais existentes nele.

Nesse processo efetivo, o professor assume uma posição de pesquisador e orientador das investigações de modo a viabilizar uma interatividade entre os envolvidos para que possa encaminhar um diálogo construtivo sobre o tema matemático em construção. Nessa dinâmica os estudantes são conduzidos à construção de seu conhecimento ao investigarem os diversos processos matemáticos, presentes no desenvolvimento histórico da matemática investigada. Além disso, o professor tem um papel fundamental de encaminhar as transposições do conhecimento matemático histórico investigado para as situações cotidianas atuais do conhecimento (contextualização e problematização) e socializar hipóteses, resultados e conclusões acerca das suas experiências com todo o grupo envolvido nas investigações.

O procedimento didático adotado para esse exercício cognitivo deve priorizar as experiências práticas e/ou teóricas vivenciadas pelos estudantes e orientadas pelo professor, a fim de formular conceitos e/ou propriedades e interpretar essas formulações, visando aplicá-las na solução de problemas práticos que assim o exijam. É importante prever uma ação didática centrada na experiência direta, com situações naturais ou provenientes do conteúdo histórico, pois a investigação histórica propõe o emprego de princípios aprendidos atuando em novas situações, visto que a base cognitiva é centrada na investigação do conhecimento histórico e no seu processo de contextualização e problematização atual.

A maneira pela qual proponho a investigação histórica em sala de aula desponta progressivamente como uma contribuição para o exercício de uma prática reflexiva em Educação Matemática. Tal exercício didático se efetiva à medida que o princípio construtivo é explorado na provocação da curiosidade expressa no contexto histórico da matemática. É nesse movimento que as atividades se tornam fontes de motivação e geração da matemática escolar.

Considero, portanto, que na investigação histórica as experiências manipulativas ou visuais dos alunos contribuem para que se manifestem neles e em todo o grupo de alunos envolvidos, as primeiras impressões do conhecimento a ser apreendido, ou seja, durante a interação sujeito-objeto-sujeito, vivenciada na produção do conhecimento (saber-fazer).

Essas primeiras impressões devem ser comunicadas na forma de verbalização, ou seja, pela expressão oral dos alunos em sala de aula, pelas discussões entre eles, em um processo de socialização das ideias formuladas na investigação e as interrogações advindas desse processo investigativo. Esse movimento de profunda ação-reflexão implica na necessidade de representação dessa aprendizagem por meio da simbolização (representação formal por meio de algoritmos sistematizados, gráficos, formas geométricas, fórmulas, *etc.*), visto que a mesma evidencia o grau de abstração e nível de representação simbólica e

mental na qual o aluno se encontra em relação ao conhecimento construído durante a atividade (nível de representação: intuitiva, algorítmica, formal), conforme os princípios defendidos por Fischbein (1987), nos quais há três componentes presentes na atividade matemática: o intuitivo, o algoritmo e o formal³⁶.

É necessário, muitas vezes, explicitar os objetivos, os procedimentos de execução, as discussões a serem realizadas e os relatos orais e escritos previstos em cada uma das atividades, para que assim, cada estudante possa orientar-se. Outrossim, essas sugestões buscam conduzir diretamente a investigação da matemática presente nas informações históricas, de modo que os alunos reconstruam os aspectos conceituais relevantes dessa matemática, avançando significativamente na organização conceitual do conteúdo previsto pelo professor.

A criatividade do professor é muito importante para que o tema proposto para a investigação histórica desperte a imaginação dos alunos, motivando-os durante em todo o processo de aprendizagem investigativa previsto³⁷. A linguagem utilizada na elaboração da atividade deve ser clara e concisa para que não cause dúvidas nos estudantes durante a execução da mesma. A literatura pode ser incluída como uma fonte suplementar de investigação histórica da Matemática pois se constitui em uma fonte de informação que também oportuniza o desenvolvimento de atitude e prática criativa nas aulas de matemática. Essa é uma dimensão histórica incluída nas aulas de Matemática caracterizada nos trabalhos de Malba Tahan e Lewis Carroll.

Surge então uma nova interrogação: o que significa falar de criatividade nesse processo de produção matemática ao longo dos tempos e como isso pode implicar nas atividades educativas da atualidade?

Passemos, portanto, a refletir um pouco sobre criatividade e suas múltiplas perspectivas, principalmente no que se refere à história da Matemática.

Para que um processo criativo seja instalado produtivamente na geração de conhecimentos como a matemática, é importante uma preparação inicial, ou seja, a organização de um contexto desafiador e estimulador da criatividade humana, que possa acionar nossa cognição e nos leve a um exercício reorganizativo e inovador na formulação de explicações do problema investigado.

O processo criativo passa, então, a ganhar forma, definição e convergência descritiva e explicativa na medida em que o *continuum* ação-reflexão-ação, mencionado por Ubiratan D'Ambrosio (1986; 1990), nos levam a perceber novos pontos conclusivos acerca da nova maneira de construir o objeto do nosso

36 As relações entre os princípios de Fischbein (1987) e o desenvolvimento de atividades históricas investigatórias podem ser melhor observadas em Mendes (2001, 2006, 2009).

37 Ver maiores detalhes em Mendes (2011). O Pensamento Bricoleur em Educação Matemática: a criatividade na busca de diálogos entre saberes. In: III Encontro regional de Educação Matemática – III EREM. Natal: SBEM/RN, 2011. CD-ROM.

conhecimento. Trata-se, portanto de três momentos importantes nesse processo de criação: a iluminação, a verificação e a comunicação da ideia produzida.

O processo criativo não decorre de maneira sistemática e organizada do começo ao fim. As etapas não seguem necessariamente uma sequência linear. Elas podem se desenvolver de acordo com o ambiente estimulador e os desafios que se mostrarem em cada momento da ação cognitiva de quem exercita a criação. Para que o processo criativo se efetive algumas condições devem ser consideradas como a disponibilidade de tempo e de recursos. Além disso, a motivação intrínseca é um fator importante que no decorrer do processo de criação pode ser observada como uma das modalidades de conjugação de aspectos cognitivos e afetivos, o que leva a ampliação ou não do exercício criativo.

Outro fator decisivo na criação e criatividade matemática é o conhecimento que cada um tem sobre o tema que vai investigar, ou seja, sobre os aspectos transversalizantes dos quais a Matemática se nutre para se configurar historicamente. Essas informações conectadas ao conhecimento matemático que se pretende descrever, explicar e formalizar se torna essencial ao desenvolvimento e à implementação de novas ideias. Todavia, são necessárias algumas estratégias metacognitivas como monitoramento e avaliação, que possam ser utilizadas em diferentes momentos do processo.

O conteúdo histórico deve ser o elemento provocador da investigação e gerador da matemática a ser explorada nas discussões de toda a classe, pois se constitui um fator esclarecedor dos porquês matemáticos tão questionados pelos estudantes de todos os níveis de ensino. É com essas informações que o professor pode abordar os aspectos cotidiano, escolar e científico da matemática junto aos estudantes, desde que os questionamentos e orientações sejam bem explorados e elaborados pelo professor. É neles que se deve enfatizar os fatos e problemas que, ao longo da história da humanidade, provocaram a indagação e o empenho humano visando a sua organização sistemática e disseminação até o modelo atual. Essa parte servirá de suporte para o desenvolvimento da investigação e da transposição dos aspectos transversalizantes da matemática investigada.

A habilidade de organizar-se em etapas para a solução de um problema poderá se desenvolver nos alunos, desde que o professor seja o principal artesão dessa ação, ao explorar as máximas possibilidades de improvisação e bricolagem³⁸ que possam minimizar as dificuldades existentes na sala de aula. É imprescindível que o professor seja ousado e criativo, pois é assim que poderá criar, em sala de

38 Palavra derivada do termo francês *bricoleur*, é utilizada pelo antropólogo Claude Lévi-Strauss para explicar a habilidade do artesão em utilizar diferentes objetos que dispõe, de modo a produzir uma nova peça. Este termo é usado aqui para explicar a possibilidade de se reutilizar objetos para produzir mecanismos práticos que podem ser úteis na realização das atividades a serem desenvolvidas em sala de aula. Mais detalhes ver LÉVI-STRAUSS, Claude. *O pensamento selvagem*. Campinas: Papirus, 2002.

aula, um ambiente investigativo que favoreça o desenvolvimento da imaginação e da criatividade matemática dos estudantes.

Quanto aos procedimentos de orientação dos estudantes, a investigação histórica deve ser encaminhada em etapas que lhes conduzam à elaboração e testagem de hipóteses, formulação de explicações e demonstrações referentes ao conteúdo investigado historicamente. É importante que os estudantes tenham liberdade para explorar as situações desafiadoras propostas e testá-las para explorar o conhecimento previsto em cada uma das atividades.

Quanto à sistematização e formalização do conhecimento gerado na investigação histórica, o professor deve perceber o momento e a maneira mais adequada para esse exercício, visto que o manuseio das componentes intuitiva, algorítmica e formal, presentes na investigação, oportuniza o processo de abstração matemática dos estudantes e possibilita ao professor a avaliação dos níveis de abstração nos alunos. Isso porque torna possível que eles expressem sua representação mental e simbólica por meio dessas três componentes que se constituem na expressão do pensamento matemático formulado a partir das investigações realizadas.

É prudente pensar na investigação histórica como uma possibilidade de uso criativo dos livros didáticos de matemática, visando dar ao estudante o prazer de exercitar essa formalização com bastante significado. Isso ocorrerá se aliarmos as experiências manipulativas e os desafios e problemas resgatados da história, ao poder de generalização que os exercícios formais que os livros podem ter. Daí será possível estabelecer-se um elo entre o concreto e o formal por meio das investigações históricas realizadas em sala de aula.

Outra modalidade, a ser desenvolvida em sala de aula, considerada também como atividade complementar é a exploração dos problemas e exercícios existentes nos livros didáticos antigos, nos atuais e em alguns paradidáticos. Trata-se de localizar nesses livros, certo número de problemas ou exercícios que emergem de diversas situações históricas da matemática, embora estejam, muitas vezes, revestidos de uma linguagem mais atual. Esses problemas, ainda hoje estão presentes em livros didáticos atuais, apenas com uma linguagem reformulada.

Esses problemas e exercícios são tomados como eixos geradores da compreensão matemática a ser alcançada pelos estudantes durante as investigações históricas. Na maioria das vezes são constituídos de fatores contextualizadores de uma realidade na qual o estudante possivelmente pode se apoiar para transpor alguma dificuldade encontrada na manipulação algorítmica, que envolva a atividade proposta pelo professor durante as aulas introdutórias do assunto abordado.

É por meio desses problemas que os estudantes podem alcançar um nível de representação simbólica das ideias matemáticas apreendidas na experiência direta e nas discussões com os colegas, bem como favorecer a fixação do conhecimento matemático construído durante o desenvolvimento das atividades investigatórias

anteriores. As explorações desses problemas e exercícios evidenciarão os conceitos e seus significados, pois os exercícios tradicionais deixam de fazer sentido para os estudantes, se não estiverem revestidos de relações históricas e sociais (a cultura, a ciência e a tecnologia) que têm uma grande importância na compreensão e explicação da realidade construída pelos estudantes.

Trajetória indagativa: o que fazer na prática de sala de aula?

Quando propomos o uso da investigação histórica da matemática como princípio para o ensino e aprendizagem da matemática escolar, nos deparamos com questões como a seguinte: como usar a história na geração da matemática escolar? Uma das respostas a essa pergunta é o exercício de uma dinâmica experimental. Mas que dinâmica é essa? Trata-se de uma dinâmica investigatória, ou seja, o aluno desenvolverá seu espírito investigador na construção da sua própria aprendizagem ao explorar as informações históricas, ou seja, os investigar a construção histórica de determinados tópicos matemáticos, conforme os aportes matemáticos utilizados para produzir aquela matemática e porque não houve um avanço maior tal como se tem atualmente a esse respeito.

Se seguirmos nossas reflexões nessas três direções, poderemos, portanto, concluir que a investigação histórica nos dá uma série de possibilidades para tornar mais didático o conhecimento matemático registrado e estudado na formação de professores de matemática. Esse conhecimento pode fazer com que os professores de matemática (formados ou em formação) compreendam melhor como se processou a produção matemática ao longo dos tempos e de que modo foi ajustada para sua inclusão na escola, de acordo com os interesses, as necessidades e até conforme as ideologias políticas vigentes nas épocas em que foram transpostas para a escola.

Tais informações podem promover um ensino aprendizagem matemático com significado mais ampliado a partir da matemática produzida historicamente e que continua em desenvolvimento sob múltiplos enfoques na escola. Todavia, tais enfoques precisam ser utilizados pelo professor como uma forma de compreender e explicar ao estudante de forma mais global sobre o que seja essa matemática.

Considero extremamente prudente fazer com que o estudante perceba que a matemática é uma atitude, uma prática e um pensamento humano. Portanto é esse complexo que envolve *pensamento-ação* que promove nossa capacidade de aprender matemática e compreender como a criação matemática foi estimulada pelas necessidades que a sociedade humana teve e com essa dinâmica criativa pode conduzir os estudantes a compreender melhor como os conceitos matemáticos se desenvolveram. Os estudantes podem, portanto, ter grandes oportunidades de desenvolvimento cognitivo por meio da prática investigativa em história da matemática.

A investigação histórica pode contribuir para que a aprendizagem matemática se desenvolva em um contexto de aproximação multicultural. Assim, alguns questionamentos comuns entre os estudantes podem ser esclarecidos pelos professores tais como: de que maneira diversas culturas conseguiram produzir ideias matemáticas que em um determinado momento da nossa história acabaram convergindo para uma matriz que de certo modo é concebida hoje como uma concepção universal de matemática? Como foi que diferentes culturas manifestaram o pensamento numérico posicional? Como é que as diversas álgebras convergiram para a construção de uma álgebra geral?

A história poderá contribuir bastante para o exercício dessa aproximação multicultural e talvez neste século XXI seja um aspecto forte que a pesquisa histórica pode trazer para a formação matemática da sociedade contemporânea.

Trajatórias futuras

A partir do relatos e argumentações apresentados anteriormente, considero que uma trajetória investigativa de uso da história da matemática se mostra como um exercício criativo na ação docente em sala de aula. Isto porque no decorrer de duas décadas busquei explorar uma variedade de modalidades didáticas de uso das informações históricas para estabelecer princípios norteadores de um ensino e aprendizagem da matemática com características investigatórias que pudessem explorar convergências, aproximações e complementaridades entre as informações históricas da matemática, como norteadoras da ação docente.

Percebi, também, que as atividades históricas podem estabelecer múltiplas conexões cognitivas nas aulas de matemática de modo a possibilitar a convergência de informações divergentes, bem como a (re)união de fatos matemáticos convergentes de modo que se torne possível explorar pedagogicamente as histórias hegemônicas da matemática acadêmica de modo convergente sem descartar as histórias das culturas matemáticas não hegemônicas por meio de um processo convergente.

Outrossim, as histórias das culturas matemáticas, consideradas não hegemônicas, e materializadas nas histórias das práticas culturais e de seus agentes de construção, vistas como não hegemônicas, devem ser também usadas sob o enfoque convergente, visando alcançar os objetivos estabelecidos pelo professor: a aprendizagem global do estudante.

As pesquisas e experiências relacionadas ao uso da investigação histórica nas aulas de matemática, realizadas durante duas décadas, envolvendo os três níveis de ensino, me ofereceram base para assegurar que o desenvolvimento histórico das ideias e da cultura matemática podem contribuir para que os estudantes se familiarizem com a pesquisa sobre as epistemologias da matemática. Podem, ainda, ganhar autonomia na construção de sua aprendizagem, bem como

habilidades de organizar, analisar e apresentar os resultados de suas indagações, em um exercício de comunicação oral de suas ideias, apresentação visual e escrita.

O aprofundamento matemático dos estudantes por meio da investigação histórica pode, também, apontar uma aproximação interdisciplinar com relação à matemática, ou seja, as conexões da matemática com outras formas de representação do conhecimento humano, comumente abordadas por outras disciplinas. Na preparação dos projetos investigatórios em história da matemática na sala de aula, os estudantes poderão desenvolver sua criatividade e seu senso de propriedade³⁹, pois assim poderão assumir um papel ativo na sua própria aprendizagem, envolvendo-se profundamente na formulação das ideias matemáticas pesquisadas.

Além dos benefícios já mencionados anteriormente, os estudantes poderão desenvolver sua autoconfiança de forma crescente e amadurecida, principalmente nos momentos de investigação e na socialização de suas experiências com os outros colegas envolvidos no processo investigatório em sala de aula. Isso implicará em formar estudantes mais criativos e capazes de encorajar-se na demonstração dos princípios matemáticos percebidos durante a investigação histórica, o que poderá evidenciar a natureza viva e globalizante da matemática incluída na investigação.

O uso da investigação histórica nas aulas de matemática envolve tanto o exercício e a expressão da subjetividade como da objetividade de quem o pratica. Esses dois aspectos ficarão evidentes de forma mais ampla ou não, de acordo com os critérios utilizados por quem o desenvolve e o avalia. Logo, cabe ao professor conduzir as orientações aos estudantes para que todos passem a identificar tanto os aspectos objetivos como subjetivos da investigação tendo em vista estabelecer parâmetros quantitativos e qualitativos de validação dos resultados obtidos em cada etapa do exercício investigatório em história da matemática.

Um dos aspectos importantes para se desenvolver uma investigação histórica refere-se aos aspectos biográficos e bibliográficos de alguns matemáticos (vida e obra), pois esses são aspectos essenciais para que os estudantes percebam alguns dos caminhos da criação matemática. Vale ressaltar que nem sempre as histórias de vida sobre matemáticos famosos merecem plena credibilidade dos estudiosos em história da matemática. Todavia, esse é o passo inicial para que se desenvolva nos estudantes a habilidade de duvidar, questionar e buscar conclusões na incerteza, mesmo que sejam inconclusas.

Outra maneira de se tomar o caminho da investigação, principalmente com estudantes mais amadurecidos, são as investigações temáticas. Nelas o professor poderá conduzir o exercício da reconstrução histórico-epistemológica dos tópicos matemáticos que pretende ensinar aos seus alunos. Esse tipo de investigação histórica pode contribuir para o desenvolvimento de habilidades para a pesquisa,

39 O senso de propriedade refere-se à habilidade pessoal que cada indivíduo tem em perceber a sua forma de criar mecanismos cognitivos para indagar-se, compreender, explicar, os processos de funcionamento das coisas.

organização, análise e apresentação oral e escrita de trabalhos acadêmicos, além da capacidade de aprender a aprender.

Além desses aspectos, os estudantes podem exercitar a elaboração e prática de atividades históricas estruturadas auto-orientadas ou apoiadas pelo professor, desde que em ambos os casos, o exercício seja conduzido por meio de atitude investigatória, indagadora, questionadora e reflexiva por parte dos envolvidos. Esse tipo de atividade se mostra bastante satisfatório para o exercício da reconstrução matemática em classes nas quais os participantes ainda não têm autonomia suficiente e que ainda precisam de encaminhamento mais preciso do professor (Cf. MENDES, 2001, 2006b, 2009a).

Minhas experiências suscitaram contribuições para usar pedagogicamente a investigação histórica na formação de professores de matemática (formação inicial e continuada), de modo a propor sua implementação na sala de aula, principalmente como um princípio unificador dos aspectos cotidiano, escolar e científico da matemática. Nesse sentido, reafirmo que a investigação histórica pode ser proposta aos estudantes da Educação Básica, como uma fonte de geração do conhecimento matemático escolar em sala de aula.

A partir das experiências vivenciadas e das reflexões realizadas nas últimas duas décadas (1993-2013), considero que há possibilidades de implementação da investigação histórica nas aulas de matemática, desde que se faça uma reflexão profunda e detalhada acerca dessa implementação. Neste sentido, os professores precisam ter consciência da necessidade de se disciplinarem no exercício da pesquisa e no estudo histórico-conceitual de temas gerais e específicos que envolvem direta ou indiretamente os tópicos matemáticos a serem abordados por eles durante as atividades investigatórias junto aos estudantes.

Asseguro, portanto, que a investigação histórica da matemática em sala de aula pode assumir uma função estruturadora na aprendizagem dos estudantes desde que as atividades não sejam transformadas em meros encaminhamentos no estilo “passo a passo” para se mecanizar o fazer da matemática a ser abordada em sala de aula. Devem, sim, ser vinculadas aos aspectos cotidiano, escolar e científico da matemática, da sociedade e da cultura. Essa vinculação deverá se consolidar desde as aulas introdutórias até a proposição e resolução de exercícios e problemas de fixação do conteúdo. Isso não significa romper com a proposta da maioria dos livros didáticos, pois esse não é o objetivo da investigação histórica em sala de aula. O que proponho é uma reorganização das informações contidas nesses livros, tomando como referência os aspectos históricos implícitos nos exercícios e problemas propostos ou investigados pelos estudantes.

Uma das implicações pedagógicas da investigação histórica ocorre quando os estudantes do ensino fundamental ou médio se deparam com os

primeiros erros na tentativa de resolução de problemas presentes nos livros didáticos. Eles não imaginam que o processo de análise desses erros, ou mesmo a tentativa exaustiva de busca das respostas corretas pode ser o caminho que os levará a abrir diálogos conclusivos entre si e com as matemáticas, valorizando o processo e não o produto do seu conhecimento construído.

É possível, portanto, concluir, mesmo parcialmente, que a investigação histórica da matemática nos mostra que uma invenção ou descoberta matemática normalmente lança luz nova em uma multiplicidade de outros fatos e, conseqüentemente, pode significar uma série de invenções e descobertas. Além disso, como as regiões de exploração da matemática aumentam a fronteira entre o conhecido e o desconhecido, passam, então a oferecer um campo mais abundante para a criatividade nas investigações com resultados importantes que podem ter valiosas implicações para a formação de professores de matemática e para a aprendizagem dos estudantes.

Referências

BISHOP, Alan J. **Enculturación Matemática**. La educación desde una perspectiva cultural. Traducción Genís Sánchez Barberán. Barcelona: Paidós, 1999. (Colección Temas de Educación).

CSIKSZENTMIHALYI, Mihaly. **Creativity**. El flujo y La psicología Del descubrimiento y la invención. Nova York: HaperCollins, 1996.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática** - arte ou técnica de explicar e conhecer. São Paulo: Ática, 1990.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Da Realidade à Ação**: reflexões sobre Educação (e) Matemática. São Paulo: Summus, 1986.

FISCHBEIN, E. **Intuition in science and mathematics**. An Educational Approach. [Intuição na ciência e na matemática. Uma aproximação educacional]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1987.

LATOUR, Bruno. **Jamais Fomos Modernos**. Ensaio de antropologia simétrica. Tradução Carlos Irineu da Costa. Rio de Janeiro: Editora 34, 1994.

LIZCANO, Emmánuel. **Imaginario colectivo y creación matemática**. La construcción social del número, el espacio y lo imposible en China y en Grecia. Braceloa: Gedisa, 2009.

KRAGH, Helge. **An introduction to the historiography of science**. Cambridge: Cambridge University Press, 1989.

LÉVI-STRAUSS, Claude. **O pensamento selvagem**. 3. ed. Tradução Tânia Pellegrini. Campinas: Papirus, 2002.

MENDES, Iran Abreu. **Investigação como um princípio de ensino e aprendizagem da Matemática.** (No prelo).

MENDES Iran Abreu. O Pensamento Bricoleur em Educação Matemática: a criatividade na busca de diálogos entre saberes. In: **III Encontro Regional de Educação Matemática – III EREM.** Natal: SBEM/RN, 2011. CD-ROM.

MENDES Iran Abreu. (a). **Investigação histórica no ensino da Matemática.** Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2009.

MENDES, Iran Abreu. (b). Atividades históricas para o ensino de trigonometria. In: MIGUEL, Antonio, et al. **História da Matemática em atividades didáticas.** 2. ed. revista e ampliada. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009 (Coleção Contextos da Ciência).

MENDES, Iran Abreu. (c). **Matemática e investigação em sala de aula:** tecendo redes cognitivas na aprendizagem. 2. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009 (Coleção Contextos da Ciência).

MENDES, Iran Abreu. (a) **Números:** O simbólico e o racional na história. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2006.

MENDES, Iran Abreu. (b). A investigação histórica como agente de cognição matemática na sala de aula. In: MENDES, Iran Abreu; FOSSA, John Andrew; VALDÉS, Juan E. Nápoles. **A História como um agente de cognição na Educação Matemática.** Porto Alegre: Sulina, 2006.

MENDES, Iran Abreu. **Ensino da Matemática por atividades: uma aliança entre o construtivismo e a história da matemática.** Tese (Doutorado). Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2001.

MIGUEL, A. **Três estudos sobre História e Educação Matemática.** 1993. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Universidade Estadual de Campinas. Campinas, SP, 1993.

SERRES, Michel. **Ramos.** Tradução Edgard de Assis Carvalho e Mariza Perassi Bosco. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2008.

STEIN, M. I. **Stimulating creativity.** Group procedures. Nova York: Academic Press, 1974.

VERGANI, Teresa. **A criatividade como destino:** transdisciplinaridade, cultura e educação. (Org. FARIAS, C. A.; MENDES, I. A.; ALMEIDA, M. C.). São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2009 (Coleção Contextos da Ciência).

VERGANI, Teresa. **A surpresa do mundo.** Ensaio sobre cognição, cultura e educação. Organização Carlos Aldemir Farias e Iran Abreu Mendes. Natal: Flecha do Tempo, 2003.

VERGANI, Teresa. **Matemática e linguagem(s)**. Olhares interactivos e transculturais. Lisboa: Pandora, 2002.

WUSSING, Hans. **Lecciones de história de las matemáticas**. Barcelona: Siglo XXI, 1998.

Iran Abreu Mendes

Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN

Natal – Brasil

E-mail: iamendes1@gmail.com