PRÁTICAS SOCIAIS DA REGRA DE TRÊS E A PROPORCIONALIDADE

SOCIAL PRACTICES OF THE RULE OF THREE AND THE PROPORTIONALITY

Renato Borges Guerra
Denivaldo Pantoja da Silva
Universidade Federal do Pará-UFPA-Brasil

Resumo
Neste trabalho tratamos de uma pesquisa inicial que busca compreender a convivência de diferentes práticas da regra de três na escola básica brasileira, ora em relação com a proporcionalidade, ora como prática inquestionável. Para enfrentar essa problemática, iniciamos nossa investigação sob a luz da história e da epistemologia das práticas sociais da regra de três instituídas na sociedade em análises sustentadas pelas noções de Transposição Didática Institucional e de Etnocomunidades. Resultados preliminares apontam que as práticas transpostas em consonâncias com as condições normativas das atividades em que se insere e como tal, a proporcionalidade é inerente, assumida, ou até verificada, em acordo com atividades de grupos sociais.

Palavras-chave: Práticas Sociais, Regra de Três, Proporcionalidade, Etnocomunidades.

Abstract
In this paper we deal with some initial research that seeks to understand the coexistence of different practices of the rule of three in Brazilian elementary school, sometimes in relation to proportionality, sometimes as unquestioned practice. To address this problem, we began our investigation in the light of history and epistemology of social practices of three rule set up in society through analyzes supported by notions of Didactic Transposition Institutional and Ethnocomunities. Preliminary results indicate that the practices implemented in consonance with the normative conditions of the activities in which they operate and as such, proportionality is inherent, assumed, or even verified in accordance with activities of social groups.

Keywords: Social Practices, Rule of Three, Proportionality, Ethnocomunities

Introdução
As práticas da regra de três no ensino fundamental maior é predominantemente mecânica e pontual e se caracteriza em determinar o valor de um elemento desconhecido a partir dos valores de uma série de grandezas,

sem clareza objetiva da proporcionalidade de tal modo que o procedimento não explicaria a natureza das relações envolvidas ou o modelo matemático em jogo na resolução de problemas que envolvem proporções (CARRAHER; CARRAHER; SCHLIEMANN,1986a, p. 96).

Esse fazer pontual e mecânico da regra de três, presente na escola, nos livros didáticos e nas práticas docentes tem despertado interesse de pesquisadores matemáticos como de dois matemáticos brasileiros que em artigos dedicado ao tema fazem recomendações para o seu ensino. O primeiro é Ávila (1986) que sugere a abolição do nome "regra de três" alertando que os livros de matemática usados nos Estados Unidos não incorrem no arcaísmo das abordagens presentes nos livros brasileiros. Para ele, é preciso que se saiba de antemão que as variáveis do problema sejam, duas a duas, diretamente ou inversamente, proporcionais para em seguida por em equação.

O segundo é Lima (1986, p. 21) que corrobora com Ávila (1986) que a questão crucial se situa na definição precisa de grandezas proporcionais, destoando deste quanto aos empregos direto de equações e destacando que

> é preciso identificar, por um critério simples, a proporcionalidade (direta para algumas grandezas, inversa para outras) e deve-se ressaltar enfaticamente que a regra de três, proveniente da proporção $y_1/x_1= y/ x_2$, só pode ser legitimamente empregada quando se tem uma proporcionalidade (LIMA, 2001 p. 09).

Em nosso olhar ingênuo, parece que Ávila e Lima apontam para a existência de diferentes práticas da regra de três com uso explicito ou implícito da proporcionalidade como fundamento e buscam suprimir o fazer ritual frequente da escola, o de aplicação a determinados tipos de problemas com jeitos próprios de fazer e pensar, mecânico e pontual, que não contribuiria para a aprendizagem da proporcionalidade cuja noção permitiria estabelecer relações entre grandezas e estruturar conceitos matemáticos e ainda construções de modelos matemáticos para situações reais.

Esse conflito entre as práticas da regra, como pregado pela matemática e das práticas escolares, nos leva a questões do tipo: *A proporcionalidade deve ser tomada de antemão como propõe Ávila? Deve-se verificar ou descobrir a proporcionalidade existente entre as grandezas para então aplicar a regra de três como defende Lima? Há ou não necessidade de justificar a prática da regra de três por meio da proporcionalidade no ensino básico?*

Este último questionamento se torna pertinente quando nos damos conta que diferentes práticas da regra de três convivem na escola em diferentes posições do currículo escolar, em seus modos de fazer, ora como problemas multiplicativos (VERGNAUD, 2009; 2011**)**, ora como de proporcionalidade, ora por meio de problemas anunciados como de regra de três ou ainda como relação funcional entre grandezas, com ou sem fórmulas, e, sobretudo, como método da "redução a unidade" presentes em atividades da escola em outras disciplinas, como a química e a física, e em outras atividades, como a geologia, engenharia, etc, que extrapolam o muro da escola.

Essas práticas em seu habitat escolar que se revelam em diferentes nichos nos levam a questão; qual é a razão de ser do ensino da regra de três na escola? Se for como prática matemática da proporcionalidade, só há sentido o ensino desde que seja fundamentada nesse princípio, mas como prática social partícipe de atividades humanas socialmente instituídas, a necessidade da proporcionalidade, enquanto objeto único da matemática, parece ser questionável, pois se assumirmos o entendimento de Miguel e Mendes (2010) sobre as práticas sociais no tratamento de mobilização de histórias e sua inclusão na matemática escolar,

> [...] o termo *prática social* significa um grupo de ações intencionais e coordenadas, que simultaneamente mobiliza objetos culturais, memória, afetos, valores e poderes, gerando na pessoa que realiza tais ações o sentimento de pertencimento a uma determinada comunidade. Estas ações não são caóticas ou casuais precisamente porque nós reconhecemos nelas objetos culturais que têm uma história. Esta história só é lembrada por causa dos objetos culturais que esta prática mobiliza e ainda são usados em pelo menos por uma comunidade que mantém esta memória viva por alguma razão. (MIGUEL e MENDES, 2010 p. 383).

Nesse sentido, então, o ensino de diferentes práticas da regra de três não seria casual porque nele se reconheceria objetos culturais que teriam uma história que revelaria a regra de três, por exemplo, como ferramenta útil para o enfrentamento de problemas que se tornaram rotineiros e tradicionais no dia a dia, ou ainda, como partícipe da história da construção do conhecimento matemático e científico e também do ensino da matemática, como o passar da aritmética à álgebra (GÓMEZ, 2006; BOLEA, 2003).

Além disso, fica clara, sobretudo, que a preocupação de Ávila e Lima não está restrita a necessidade da tomada de consciência do princípio da proporcionalidade como fundamento matemático da regra de três. Ela também envolve a atividade matemática, do fazer justificado sob as condições normativas da matemática, particularmente quando Lima (2001) chama atenção para a necessidade de verificar a existência de proporcionalidade entre as grandezas para só então usar a equação, e mais ainda quando Ávila (1986) propõe a substituição do ensino da regra de três por práticas da proporcionalidade por meio de equações a partir de relações entre números, que eliminaria o desconforto de tratar de relações entre grandezas, como se fazem presentes nas tarefas escolares da regra de três. Para ele os problemas de regra de três podem ser ensinados no contexto algébrico de resolução de equações. Seria até mais próprio que falássemos em *variáveis proporcionais* ao invés de *grandezas proporcionais* (ÁVILA, 1986 p. 2).

Condição normativa da matemática, como a que exige a fundamentação da regra pela proporcionalidade, ou mais radicalmente sua abolição do currículo, decorreria do

> cenário que sustenta de modo absolutista e dominante a existência de objetos matemáticos únicos, em que a esfera de produção matemática chega a assumir, especialmente por meio da escola e da transposição didática, uma função muito mais ampla que o da produção *stricto sensu*. Função realizada de modo mais, ou menos, indiretamente e que decorre do poder epistemológico ou cultural adquirido, da posse, da gestão, de *assumir o conjunto das práticas sociais (e das instituições que as albergam) em que esse saber se põe em jogo.* (CHEVALLARD, 2005 p. 181).

Esse cenário ignoraria condições normativas de outras atividades também da escola com *práticas com matemática* que ora ignoram as proporcionalidades, ora as osculam, no sentido em que a proporcionalidade é assumida e nunca verificada nas atividades, ou seja, no sentido de que pode ser assumida ou não nas ações pelos sujeitos em situações em diferentes atividades.

Em nosso entendimento, a preocupação de Ávila e Lima, como também dos matemáticos Islâmicos, em fundamentar as regras usadas nas matemáticas aplicadas sobre as teorias gregas (YOUSCHKEVITCH,1976, apud GÓMEZ, 2006) atende o desejo de grupo cultural diverso que busca dar sentido a uma prática também de interesse para suas atividades, e aí ocorreria

> uma desconexão de sua condição normativa original e começa a ser moldada de acordo com a condição normativa da nova atividade em qual elas já estão formadas, de forma idiossincrática... Neste caso, poderes, valores, e os afetos mobilizados por aquelas práticas em certo campo de atividade também podem ser consideravelmente modificadas (MIGUEL e MENDES, 2010, p. 384).

De outro modo, a prática matemática da regra de três, fundamentada no princípio da proporcionalidade, pode ser vista como uma transposição de práticas de outros grupos sociais sob as condições normativas da matemática.

Sob esse pensar, nosso olhar se distancia, mas sem perder de vista, da regra de três como método de resolução de problemas de proporcionalidade e se aproxima da prática que foi se conformando em diferentes atividades humanas, por diferentes modos de difusão da regra sob os aspectos normativos de diferentes atividades humanas, inclusive as do ensino escolar.

Postulamos que tal forma de olhar pode nos levar a construir uma compreensão sobre as diferentes práticas dos professores de matemática no ensino da regra de três, com uso explícito ou não do princípio da proporcionalidade, e nos permita de algum modo o olhar diferenciado, não excludente, para o “fazer pontual e mecânico” de seu ensino.

As Práticas Sociais da Regra de Três

Para defendermos nossa compreensão recorremos à rede de relações complexas da difusão das práticas da regra de três como processos de transposições didáticas institucionais (CHEVALLARD, 2001) que parte do princípio de que os seres humanos para agirem se reunem em grupos - as instituições - que impõem certo modo de fazer e pensar próprios que conformam as práticas, no desenvolvimento de suas atividades. Assumimos essas práticas institucionais no sentido das práticas de etnocomunidades no sentido que caracteriza, mas não define, a identidade da comunidade, a qual constitui e muda ao longo de seu processo histórico de inclusão numa determinada atividade, e, por sua vez, que também muda devido às ações desta comunidade (MIGUEL e MENDES, 2010, p. 391). Esse pensar emerge na compreensão de que as práticas partícipes de diferentes atividades humanas podem no percurso de uso e difusão ir ganhando novas transposições, pois

> a maneira pela qual nós interpretamos e realizamos em diferentes contextos, varia de pessoa para pessoa, não somente em seus propósitos, valores, razões, desejos e recursos interpretativos, *mas também no condicionamento destes contextos impostos sobre a realização dessas práticas* (MIGUEL e MENDES, 2010, p.383, *grifo nosso*).

As práticas da regra de três se conformariam, portanto, pelos contextos, sob as condições normativas de atividades de grupos sociais, mais precisamente, nas práticas com matemática, condicionadas a normas de outras atividades, inclusive da escola, com seus jeitos próprios de fazer e pensar, não congruentes com as normas da comunidade matemática, mas também de outras atividades, inclusive da escola com seus jeitos próprios de fazer e pensar.

Assim a regra de três como prática com significado em suas participações nas atividades humanas (LAVE e WENGER, 1991) é, em consequência, uma prática com matemática, no sentido do sujeito que mobiliza objetos e relações convencionais da matemática para consecução de fins da atividade em que está inserida, com jeitos de fazer e pensar próprios que conformam a prática, onde as proporcionalidades, por exemplo, poderiam ser antes regra de três com um modo instituído de fazer e ensinar que não caberia aos sujeitos “descobrirem" tal relação para por em equação.

Nesse caminhar, movimentamos a história, sem preocupações cronológicas para apontar a regra como práticas sociais que se fazem presentes nas escolas por terem histórias que são lembradas por conta das mobilizações dos objetos culturais em acordo com as convenções sociais do ensino da matemática, sobretudo, segundo a história em seus contextos, afetos, valores e poderes que signifiquem essas práticas.

Segundo Del Potro (2000; 2007), toda a produção aritmética ocidental dos séculos XIII, XIV e XV aparece intimamente ligada à revolução comercial como ferramenta de apoio imprescindível de atividades contábeis e fiscais.

Nesse sentido, de ferramenta imprescindível, Del Potro e LLave (2004) apontam que os ofícios de mercadores e artesãos necessitavam, além de ler e escrever, conhecer o manejo de operações matemáticas básicas, não no sentido teórico ou filosófico, mas de cunho utilitário, prático e profissional, como a forma de realizar as práticas inerentes as suas atividades.

Essas necessidades obrigaram os homens de negócio a criarem sua "educação profissional", como as escolas de ábacos italianas, por exemplo, de onde surgiram livros como os Tratados de Mercaduria e os de Práticas de Aritméticas. Os primeiros, segundo Del Potro e LLave (2004), eram elaborados para facilitar a transmissão e conservação de conhecimentos restritos e imprescindíveis para o êxito dos negócios a partir das experiências vividas pelas organizações e, os segundos, de caráter mais geral, eram concebidos como textos escolares elaborados por mestres italianos para utilização em suas escolas, mas com orientação eminentemente utilitária por meio de problemas que refletiam situações concretas nas quais os mercadores poderiam ver-se envolvidos.

Nessas atividades, uma prática ganha importância e é caracterizada como a regra, a regra por excelência para a matemática comercial (SMITH, 1958; GARDING, 1981) e, por isso, não poderia faltar em nenhum livro de nenhum modo, uma seção correspondente a regra de três, pois como ressalta Brooks (1880), evocando Humfrey Baker (1562), a regra de três

> é a principal é a mais excelente regra de toda a aritmética. Para todas as outras regras há necessidade dela, e ela perpassa por todas as outras, para cujos casos, é chamada pelos filósofos de regra de ouro; mas nestes últimos dias, está sendo chamada por nós como regra de três, porque é requerido três números na operação. (BROOKS, 1880 p. 330) [5]. [tradução nossa].

Sob esses aspectos, as práticas da regra de três não eram privativas das atividades dos filósofos, mas integrantes de atividades humanas com matemática, cujas convenções de usos foram sendo construídas e consolidadas nas experiências vivenciadas em diferentes atividades humanas.

É importante então observarmos que a difusão da regra se dá em acordo com as atividades, em geral, por meio de tipos de problemáticas a elas associadas, como podemos depreender o longo e indispensável extrato a seguir.

> Os tratados abbacus italianos introduziam a regra, tanto como o faz Jacopo (moeda contra a moeda) ou como fazem quase todos os escritos

[5] "The rule of three is the chiefest, and the most protitable, and most excellent rule of all Arithmetike. For all other rules have neede of it, and it passeth all others; for the which cause, it is sayde the philosophers did name it the Grolden Rule; but now in these later days, it is called by us the Rule of Three, because it requireth three numbers in the operation." (BROOKS, 1880 p. 330).

em árabe, moeda contra a mercadoria (muitos deles tratam moeda contra moeda separadamente). A este respeito, todos os escritos Ibero-Provençal que eu conheço são diferentes, a introdução da regra é por meio de problemas não concretos de números puros dos tipos "Se 3 foram 4, o que poderia ser cinco?" E "se 41 / 2 valem 72 / 3, quanto 133/4 vão valer a pena? ". [8] É, portanto, de algum interesse que o Castilian Libro de arismética Que es Dicho Alguarismo [9] (de 1393, mas cópia de um tratado anterior) apresente a regra por meio do tipo de problema de uma maneira diferente: "Se tanto vale tanto, quanto é tal valor?". Dois escritos mais tarde do tipo ábaco da área Ibero-Provençal, Francesc Santcliment da Summa de l'art d'aritmética de 1482 [ed. Malet, 1998: 163] e Compendion Francés Pellos é de l'abaco de 1492 [eds Lafont & Tournerie 1967: 101-103], tem o título "regra de três" ("regla de tres", respectivamente "regulamentos de tres Causas"). Ambos, porém, referem-se depois para o tipo de pergunta "Se muito vale muito, quanto o tanto vale a pena?" - Santcliment explica que é assim que se fala en nostre vulgar, "em nosso vernáculo". O fraseado castelhano é, portanto, representativo de toda a região Ibero-Provençal. Exatamente a mesma frase é usada por al-Qurašī [ed., Trans. Rebstock 2001: 64] para descrever os tipos de problemas a serem tratados por regra de três, antes ele refere à regra (sobre base euclidiana). É provável que seja significativo que o primeiro exemplo de al-Qurašī (após a referência Euclidiana) seja em número puro (embora apenas como números em proporção) [10]. Possivelmente, há também uma associação com a maneira Persa (preIslamica?) :. De acordo com A.S. Saidan (Mahdi Abdeljaouad, comunicação pessoal), alBaghdādī se refere à forma como lucros e perdas são calculadas pelas expressões persa dah yazidah, "dez (é) onze", e dah diyazidah, "dez (é) doze"[11]. (HOYRUP, 2007 pp 3-4)

Mais precisamente, o longo extrato aponta para práticas da regra de três transpostas por aspectos culturais das atividades em que os sujeitos se viam envolvidos, ou seja, as práticas da regra de três se faziam presentes em acordo com os contextos conformados pelas atividades que realizavam, tendo em conta, por exemplo, os tipos de problema, o locus, a linguagem ou a formação intelectual dos indivíduos. Assim,

no ponto de vista de que a prática, na passagem de um campo de atividade a outro, inevitavelmente desconecta-se das condições normativa originais, e ganha feições de acordo com as condições do novo campo de atividade em que ela foi mobilizada, em um caminho, idiossincrático igualitário. Assim, nós não poderíamos dizer por muito mais tempo, estrito senso, que estaríamos vivendo a mesma prática (MIGUEL e MENDES, 2010 p. 384)

Assim, as práticas eram usadas e difundidas em conformidade com as atividades, em transposições de modo a torná-las mais simples, rápida e confiável para diferentes usos, inclusive para o ensino, e pode nos fazer compreender, de certo modo, seus modos de difusão até os dias atuais nos manuais aritméticos escolares como objetos eleitos para serem ensinados.

Sobre este foco Hoyrup (2007) nos dá subsídios que permitem apontar transposições da prática da regra de três que encaminham dois aspectos que se fazem presente em nossas questões. O primeiro é o de *regra*, como a de provável origem indiana em Vedāngajyoti, uma das fontes de cerca de 500 a.C, que prescreve *"O resultado conhecido é para ser multiplicado pela quantidade para a qual o resultado é querido, e dividido pela quantidade para a qual o resultado conhecido é dado",* em que fica claro o entendimento padrão "primeiro a multiplicação e depois a divisão".

Sob esse entendimento, segundo Hoyrup (2007), a regra com a denominação regra de três, ganha outras formulações com a inclusão do termo *similar*, nos ábacos romanos, nos sânscritos Āryabhatāa, Mahavira e em Brahmagupta. Neste, em particular, ela foi referida, segundo Hoyrup (2007), bem antes de ter sido no ocidente, inclusive na região central islâmica, com a formulação em que *"Na regra de três, argumento, fruto, e requisição: o primeiro e último termos precisam ser similares. Requisição, multiplicado pelo fruto, e dividido pelo argumento, é o produzido".*

Esse entendimento de "multiplicação seguido de divisão", com transposições marcadas pela inclusão do termo similar, ou outros que encaminham estes sentidos, tornaram-se padrão nos abacos italianos e se fizeram presentes inclusive em escritos árabes quando trataram das transações comerciais, mantendo o caráter utilitário, do fazer sem preocupações teóricas, para resolução de certos tipos de problemas como as de mercadores e artesãos como o seguinte constante do livro de Lacroix(1839).

Suponhamos em primeiro lugar que havendo conhecimento com inteira certeza que 13 varas de certa tela de linho custam 130 reais se nos perguntarem, *quantos reais custarão no mesmo preço, 18 varas da mesam tela?* (LACROIX, 1839 p. 280).

O entendimento é mantido na transposição dos estudiosos árabes e encaminha o segundo aspecto que encontra-se transposto nas escolas atuais como uma prática canônica; se dispõem os dados em colunas, uma para cada grandeza, e por breve análise decide-se se é direta ou inversa, com consciência ou não sobre a existência da proporcionalidade, e escreve-se a equação, como segue a seguir para o problema supracitado.

$$\begin{array}{cc} v & r \\ 13 & 130 \\ \downarrow & \downarrow \\ 18 & x \end{array}$$

$$\frac{13}{18} = \frac{130}{x} \Rightarrow x = \frac{18 \times 130}{13} = 180$$

Esse modo de fazer, e pensar, das escolas atuais é uma transposição da prática dos árabes ou do como faz Lacroix (1839), quando apresenta o problema sob a condição da aplicação do princípio da proporcionalidade que exige que as razões entre quantidades de grandezas sejam de mesma natureza, aqui destacadas por superíndices v e r, para em seguida aplicar a propriedade fundamental "o produto dos meios é igual ao produto dos extremos" que culmina o modo de fazer e, como tal, é diferente, como podemos observar a seguir por meio do extrato da descrição feita por Lacroix.

> Com efeito, havendo achado de ver na primeira que os valores das duas peças de tela de linho estarão em proporção com os números de varas que cada peça tenha, podemos formar a que segue:
>
> $$13^{v} : 18^{v} : : 130^{r} : x^{r},$$
>
> Representando com a letra x ou outra qualquer das ultimas do alfabeto, o valor que buscamos das 18 varas, e como este valor seja uso dos extremos da proporção, vê-se facilmente que multiplicando entre si os dois meios 18 e 130, teremos o produto 2340; o qual, dividido pelo extremo conhecido 13, nos dará por quociente 180 que justamente é o outro extremo que desejávamos conhecer. (LACROIX, 1839 p. 288).

As transposições, embora fundamentadas em proporções previamente assumida, são claramente diferentes à medida que a segunda refere explicitamente a proporção pelo uso de sua propriedade fundamental, enquanto a primeira a dispensa recorrendo às equações.

Em ambas as transposições o papel do princípio da proporcionalidade é tornar o fazer inteligível e justificado, pois facilmente deriva a regra de três, independentemente de qual magnitude seja desconhecida, como desejado pelos matemáticos, mas não é só isso.

Podemos interpretar como uma resposta a necessidade do ensino, pois além de derivar a regra impõe uma nova organização dos dados que permitiria facilitar a aprendizagem, pois a regra até então

> necessita possuir um espírito de que nem todos estão dotados; e por isso nossa regra, que não exige mais que o conhecimento das quantidades de uma mesma espécie para introduzir imediatamente a proporção, está mais ao alcance dos principiantes (VALLEJO, 1841, p.351).

Mais precisamente, a fundamentação com a proporcionalidade eliminaria a complexidade da transposição da regra de três conhecida como "redução a unidade", e que é objeto de ensino nas séries iniciais, como faz Lacroix por meio da prática da aritmética comercial como segue.

> Claro que será muito fácil determinar o verdadeiro preço de cada vara de tela de linho, achando o quociente 10 reais que resulta da divisão do valor total 130 reais pelas 13 varas que se supõem compradas

> inicialmente, e já que sabemos este preço, se o multiplicarmos agora por 18, que é o numero de varas da segunda compra, nos resultará por produto 180 reais, verdadeiro valor que nos perguntavam (LACROIX,1839 p. 280).

Mas, segundo Gómez (2006), a resistência a algebrização da regra de três e talvez, entre outros aspectos, ao medo da inovação e a realidade escolar que terminava os estudos com aritmética considerando os problemas de proporcionalidade como culminância em que se colocavam em jogo os números fracionários, as operações elementares, as proporções e a regra de três e em suas diferentes aplicações a situações da vida real, segundo Gómez (2006), começou

> impor-se um método em um estilo de pensamento que não depende das proporções e nem das equações, são da análise para encontrar a solução sem ter que depender de recordar de regras mais ou menos artificiais. Uma das formas desse método analítico será conhecido pelo nome de método de redução a unidade, (como aparece em CIRODDE, 1865, p. 218; SANCHES E VIDAL, 1866, p. 321; SÓLIS, 1892, p. 42; BOURDON, 1848, p. 235) (Cf. GÓMEZ, 2006 p. 59).

O método de redução a unidade exigiria experiência da atividade em que se insere, pois depende da análise da questão e a dedução das consequências que resultam desta análise, consistindo em buscar o valor da grandeza de mesma espécie da incógnita que corresponda a um valor da outra grandeza igual a um, como assim foi apresentado acima na primeira resolução de Lacroix.

Smith (1958) refere que, na Inglaterra, essa prática veio a significar parte da aritmética comercial, nos quais eram utilizados processos curtos e cita que Baker (1568) a menciona nas seguintes palavras:

> Alguns chamam essas regras de práticas, regras breves: por que, muitas perguntas podem ser feitas com uma rápida reação, pela regra de três. Há outros que a chamam a multiplicação de pequeno porte, porque o produto é sempre menor em quantidade, do que o número que será multiplicado. (SMITH, 1958 p. 493).

Seguindo, Smith (1958) afirma que esta declaração bastante indefinida deu lugar a definições mais claras com o passar do tempo, como a de Greenwood (1729) que refere essa prática da seguinte forma:

> Esta regra é uma contração ou melhor, uma melhoria da Regra de três, e executa todos os casos, onde a unidade é o primeiro termo, com a expedição de tal, e da facilidade, que é, de uma maneira extraordinária, montada para a prática do comércio e de Mercadorias, e a partir daí recebe o seu nome (SMITH, 1958 p. 494).

Esse argumento poderia se mostrar decisivo para rejeitar a prática canônica e assumir a transposição que transgride a noção de proporcionalidade como razão entre grandezas de mesma espécie, por se legitimar como prática da regra de três em atividades como do comércio em geral (SMITH, 1958 p. 494) e para o ensino por ser aplicável a todos os problemas de proporcionalidade, como assim nos remete Bourdon (1848).

> O método que é designado sob o nome de redução a unidade, é aplicável a todos os problemas que dependem da teoria da proporcionalidade;... mas, se este método tem a vantagem de ser mais analítico que os nossos, tem, segundo outros, o inconveniente de ser mais prolixo em seu detalhes. De todos os modos, estamos distantes de depreciá-lo; ao contrário o recomendamos aos professores, como um excelente exercício. (BOURDON, 1848, p. 235).

Assim, como uma prática de atividades específicas persiste essa prática da regra de três, até os dias atuais em nossas escolas, com ou sem a denominação, não em contraposição a prática canônica escolar fundamentada no princípio da proporcionalidade, mas como a eleita por dar respostas a outras atividades humanas, inclusive das ciências, mesmo transgredindo condições normativas matemáticas por privilegiar a razão entre grandezas de naturezas diferentes. Sua transposição em linguagem algébrica estabelece a relação funcional entre as grandezas, em nosso exemplo, reais e varas;

$$\frac{r}{v} = \frac{130}{13} = 10 \Rightarrow r = 10v$$

Essa relação é somente aceita pelos matemáticos como uma relação entre números, não entre grandezas , destituindo a equação $r = 10v$ de qualquer significado, mas nas atividades da Ciência isso nãos e cogita. E mais; a prporcionalidade é assumida por conveniência da prática.

Para melhor explicitarmos o que queremos dizer, observamos que a matemática quando em ação em situações extras-matemáticas, não raro, trata a relação de proporcionalidade explicitamente como decisão do sujeito em situação, como assim faz Waltham (2000) quando usa a matemática à seguinte situação típica da geologia.

> [...] um lago que possui sedimentos, suspenso na água, decantando e constituindo lentamente o fundo do lago. Obviamente, os depósitos iniciais serão cobertos por aqueles. Os resultados em uma relação entre a camada mais profunda e o tempo desde a deposição é: quanto mais profundo se observar, lá estarão os mais antigos sedimentos. Agora, ***se a proporção de sedimentos depositado no fundo for aproximadamente constante***, os sedimentos depositados a 2 metros de profundidade são

duas vezes mais antigos, a três metros são três vezes mais antigos, e assim sucessivamente (WALTHAM, 2000 p. 03).

Destacamos que a expressão se a *proporção de sedimentos depositado no fundo for aproximadamente constante* revela que a proporcionalidade entre as grandezas *Idade* e *Profundidade* é imaginária e, portanto, assumida por quem vive a situação. Tal relação imaginária, no entanto permite por meio do método da álgebra da prática da regra de três a construção de um modelo matemático que pode corroborar com a análise da situação como assim o faz quando escreve.

Logo, caso se duplique a profundidade, duplica-se a idade, caso se triplique a profundidade, triplica-se a idade, e assim por diante. Isso significa que a idade dos sedimentos é proporcional a profundidade em que se encontram. Isso pode ser expresso matematicamente pela equação. Idade= k. Profundidade (1.1). (WALTHAM, 2000, p. 03).

Podemos interpretar que o modelo foi construído a partir da análise da situação por alguém que necessita possuir um espírito de que nem todos estão dotados como diz Vallejo, no velho estilo da regra de três sem proporcionalidade, mas também no sentido dado por Ávila por meio da noção transgredida de proporcionalidade, quando observamos o extrato seguinte de Waltham.

Todas estas formas diferenciadas para a equação (1.1) indicam simplesmente que a idade do sedimento é encontrada multiplicando-se a sua profundidade pela constante. Esta constante informa o quão rapidamente o sedimento se acumula. Um grande valor para k indica que a idade aumenta muito mais rapidamente do que aumenta a profundidade (i.e os sedimentos se acumulam muito mais rapidamente). Em um certo lago deve levar 1500 anos para se acumular um metro de sedimento. Neste caso k=1500 anos/metros. Um lago com uma sedimentação menor que, digamos, 3000 anos/metro, terá um acréscimo mais rápido em idade com a profundidade da sedimentação (WALTHAM, 2000 p. 04).

Pois há uma análise qualitativa que envolve novos significados para o valor da unidade, representada por k, e essa preocupação não parece se revelar explicitamente na transposição canônica da regra de três. E, por outro lado, observamos que a análise da situação não está subordinada a análise matemática da situação, ou seja, é necessário ter em conta que a relação de proporcionalidade não, necessariamente, governa o fenômeno geológico, pois

em todo o caso, ***se a proporção de sedimentação não variar muito*** e dada compactação do sedimento não for muito extrema a_Equação 1.1 deveria ser aproximadamente correta. Porque isto é tudo o que é necessário para que uma formulação matemática seja utilizada. É valido

> considerar que ***expressões matemáticas são comumente aproximações, no plano de sua mente***. As pessoas geralmente tomam a suposição que, devido à ***expressão matemática poder ser usada, a resposta deve ser verdadeira. Isto simplesmente não é verdadeiro, nem mesmo na Física***. (equações na física também são aproximações da realidade apesar de a aproximação ser, geralmente, tão boa que pode ser seguramente desprezada (WALTHAM, 2000 p. 04, grifos nossos).

Os nossos grifos no texto buscam destacar o quanto o sujeito é integrante da situação e que este age segundo as convenções do grupo a que pertence. A atividade de modelagem matemática de situações geológicas inclui a prática convencional da regra de três, mas sob o véu da cientificidade corporificada pelo fazer algébrico justificado na teoria das proporções. Mas essa proporcionalidade esta no plano da mente de quem modela como jeito de pensar instituído que não toma o cuidado sobre o uso da noção de proporcionalidade como relação entre quantidades de grandezas de mesma natureza.

A relação entre as grandezas de espécies diferentes idade e profundidade, presentes no exemplo acima contraria esse principio, mas está em conformidade com a prática aritmética da regra de três e, sobretudo, revela o quanto o sujeito é parte integrante da atividade quando assume a proporcionalidade do modo conveniente. Ela, a relação de proporcionalidade, transgredida ou não, não está lá à espera de ser descoberta.

Considerações finais

Como podemos notar as preocupações de Lima e Ávila já teriam sido atendidas pelos estudiosos árabes. Primeiro, quando a inseriram no quadro teórico das proporções, e segundo, quando a difundiram como método de resolução de problemas de proporção sem fazer referências ao nome regra de três.

No entanto, torna-se necessário destacar que Hoyrup (2007) não aponta que os árabes não usavam o nome regra de três por não conhecer a regra, pois nos escritos em árabe não foram encontrados esse nome para a regra. Al-Karaji, quando distingui do seu favorito método nisbah em Kafi [ed., Trans. Hochheim 1878: II, 18] refere a ele simplesmente como "multiplicação e divisão", mas que é provavelmente apenas uma referência à sua descrição anterior e não pretende ser um nome de validade geral. (HOYRUP,2007 p.3).

Seguindo Hoyrup (2007), destaca-se que a partir do escritor árabe Al-Khwarizmi em diante tenha sido estabeleccido que as transações comerciais apresentavam quatro magnitudes em proporção, identificadas, não raro, com o preço solicitado e as magnitudes correspondentes, sem fazerem referências ao nome regra de três, o escritor árabe Ibn Thabāt menciona o método justificado apenas quando se tratam de números em proporção antes de chegar às transações comerciais. Nessas transações os cálculos envolvidos, segundo ele, se fundamentavam em *multiplicar uma magnitude dada por uma que não é do mesmo tipo, e dividir o resultado por aquele que é do mesmo tipo,* tal como formulada nos ábacos escritos italianos.

O fato de escritores árabes apresentarem diferentes formas, como Ibn Thabāt por volta de 1200, mostra que eles ainda poderiam elaborar diretamente sobre a regra em formas mais utilitárias como a "forma mercantil". Essa prática utilitária viria de um ambiente em que a regra de três fosse usada rotineiramente, um ambiente onde a aritmética comercial fosse ensinada e praticada , pois *somente a existência de um tal ambiente poderia explicar que a grande parte das preliminares matemáticas ensinadas pelos astrônomos-matemáticos (e o Jaina-sage Mahavira) consistisse da aritmética comercial* (HOYRUP, 2007 p. 6).

Tal como antes, diferentes transposições da regra de três, com esse nome ou não, ainda são objetos de ensino, não somente por necessidades matemáticas, mas também por necessidades de outras atividades, inclusive científicas e da escola. Talvez por isso se recuse a morrer e permaneça nos livros textos do PNLD-2011 para o ensino fundamental brasileiro a prática canônica escolar, de onde todas as outras podem ser derivadas, de modo a permitir um olhar de proporcionalidade que não pode ser verificada, mas assumida, até transgredida, que permite dar respostas a outras atividades com matemática, inclusive da matemática.

Como ocorre em diferentes atividades com matemática, como os cursos superiores de engenharia, por exemplo, a matemática a cada dia passa a ser vista como uma prática com jeito de pensar e fazer situado na atividade. Nesse fazer os argumentos de legitimação da prática de mobilizações de objetos convencionais da matemática se consolidam pela consecução do objetivo da atividade, não são necessariamente legitimados pelos matemáticos, como os encontrados na literatura especializada, em particular as da matemática empírica.

No entanto, o fazer aritmético, histórico e cultural da regra de três que não demanda o pensar sobre a proporcionalidade é visto na escola atual como estratégia intuitiva da aritmética para tipos problemas de dividir e multiplicar. A noção transgredida de proporcionalidade presente nesse fazer aritmético não é tratada objetivamente no currículo da disciplina matemática com o tema função e este não trata da relação de proporcionalidade entre grandezas diferentes e tampouco o ensino da regra de três em sua forma canônica esta em relação com os demais. Essas lacunas apontam o fazer pontual dessas práticas, sem relações, e, portanto não revelando a razão de ser dos seus estudos, as questões a que eles respondem, inclusive da compreensão do método de redução a unidade como um fazer de regra de três com a noção transgredida de proporcionalidade entre grandezas de espécies diferentes recorrida em outras atividades matemáticas.

Além disso, quando se defende um ensino que exige a fundamentação da regra de três por meio da proporcionalidade, ou seu abandono no ensino, em substituição da aplicação da proporcionalidade transgredida, se esquece a recorrente necessidade da proporcionalidade como pré-existente entre as grandezas envolvidas e isso certamente não está no coração do jeito de fazer construído e aperfeiçoado historicamente por força das práticas de grupos sociais.

Esses jeitos de fazer a regra de três encontram-se vivos na sociedade, em particular na escola, e não se limitam a atividade do ensino da matemática, mas também nas atividades de ensino de diferentes disciplinas e em outras da vida cotidiana onde se mostram ainda indispensáveis. Desse modo, se eliminada no ensino da matemática ela ainda poderá persistir em outras atividades e com isso ampliar o sentimento de inutilidade das atividades matemáticas da escola.

Referências

BOLEA, P. El proceso de algebrización de organizaciones matemáticas escolares.**Monografía del Seminario Matemático García de Galdeano**,n. 29. Zaragoza, Spain: Departamento de Matemáticas, Universidad de Zaragoza, 2003.

BOURDON, M. **Aritmética**. (Traducida por Agustín Gómez Santa Maria. Tratado completo de matemáticas. Tomo I. Según la 21 edición francesa. 1ªedición: 1797). Madrid: Imprenta de D. J. M. Alonso.

BROOKS, E.**The philosophy of arithmetic as developed from the three fundamental processes of synthesis, analysis, and comparison containing also a history of arithmetic**. Lancaster, PA: Normal publishing company,1880.

CARRAHER, T.N.; CARRAHER, D.; CARRAHER, A. Proporcionalidade na Educação Científica e Matemática: Quantidades medidas por razões. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos.** Brasília. v. 67, n. 155, p. 93-107, Jan./Abr. 1986a.

CHEVALLARD, Y. **Estudar Matemáticas**. O elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Porto Alegre: ARTMED, 2001.

CHEVALLARD, Y. **La Transposición Didáctica: del saber sabio al saber enseñado**. 3. ed. 2. Reimp. Buenos Aires: Aique Grupo Editor, 2005.

DEL POTRO, B. C. **Um manual de aritmética mercantil de mosén Juan de Andrés.** Canedo, 2007.

DEL POTRO, B. C.; DE LA LLAVE, R. C. Oficios urbanos y desarrollo de la ciência y de la técnica en la baja edad media: la corona de castilla. **Revista de Historia,** Norba, v. 17, 41-48, 2004.

DEL POTRO,B.C. & LLAVE,R.C.**El arte del alguarismo**. Un libro castellano de aritmética comercial y de ensayo de moneda del siglo XIV. (Ms. 46 de la

Real Colegiato de San Isidoro de León). Salamanca: Junta de Castilla y León, Consejeria de Educación y Cultura,2000.

GARDING, L. **Encontro com a matemática**. Tradução Célio Alvarenga e Maria Manuela Alvarenga.Brasília:Editora Universidade de Brasília,1981.

GÓMEZ, B. Los ritos en la enseñanza de la regla de tres. En Alexander Maz, Manuel Torralbo y Luís Rico (Eds.). **José Mariano Vallejo, El Matemático Ilustrado. Una mirada desde la educación matemática**, pp. 47-69. Córdoba. Servicio de Publicaciones de la Universidad de Córdoba, 2006.

HOYRUP, J. Further questions to the historiography of Arabic (but not only Arabic) mathematics from the perspective of Romance abbacus mathematics.In **9ª Colloque Maghrébins l' Histoire des Mathématiques Arabes**.Tipaza, 12–13–14, 2007.

LACROIX, S. F. **Tratado elemental de aritmética, copuesto em frances para uso de la escuela central de lãs cuatro naciones**. Madrid e na imprenta nacional, 1839. (disponivel em: http://books.google.com.br/).

LAVE, J.; WENGER, E. **Situated learning**: legitimate peripheral participation. New York: Cambridge University Press, 1991.

LIMA, E L. Novamente a proporcionalidade. **Revista do Professor de Matemática,** Rio de Janeiro, n.12, p 8-12, 1988.

LIMA, E L. Que são grandezas proporocionais? **Revista do Professor de Matemática,** Rio de Janeiro, n.12, p 8-12, 1986.

LIMA. E.L**. Temas e Problemas**. 3. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2001.

MIGUEL, A.; MENDES, I. A. Mobilizing in mathematics teacher education: memories, social practices, and discursive games. **ZDM Mathematics Education**, v. 42, 381-392, april 2010.

SMITH, D. E. **History of mathematics**. v. II, Dover publications, New York, 1958.

VALLEJO, J. M. **Tratado Elemental de Matemáticas. escrito de orden de S.M. para uso de los caballeros seminaristas del seminario de nobles de Madridy demás casas de educación del Reino**. Cuarta edición corregida y considerablemente aumentada. Tomo I. Parte primera, que contiene la Aritmética y Álgebra. Madrid: Imp Garrayasaza, 1841.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade**. Tradução MORO, M. L. F. Curitiba: Editora UFPR, 2009.

VERGNAUD, G. O longo e o curto prazo na aprendizagem da matemática. Curitiba: Editora UFPR **Educar em Revista**, n. Especial 1/2011, p. 15-27, 2011.

WALTHAM, D. **Mathematics**: a simple tool for geologists. 2. ed. London: Blackwell Science, 2000.

YOUSCHKEVITCH, A. P. **Les mathématiques arabes** *(VIIIe–XVe siécles)*. Paris: Vrin,1976.

Renato Borges Guerra
Universidade Federal do Pará/Instituto de Educação Matemática e Científica – Belém-PA – Brasil
E-mail: rguerra@ufpa.br

Denivaldo Pantoja da Silva
Universidade Federal do Pará/Instituto de Educação Matemática e Científica – Belém-PA – Brasil
E-mail: denivaldo@ufpa.br