SENTIMENTOS DE SEMELHANÇA: DAS ARTES À MATEMÁTICA

FEELINGS OF SIMILARITY: THE ARTS OF MATHEMATICS

Renato Borges Guerra
Márcia de Nazaré Jares Alves Chaves
Universidade Federal do Pará – UFPA - Brasil

Resumo

Este trabalho constitui parte de uma pesquisa que buscou compreender o fazer artístico para o desenvolvimento de 'sentimentos matemático de semelhança' em alunos do Ensino Fundamental**.** Inspirado pela Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud foi desenvolvido uma experiência piloto de ensino por meio de uma sequência didática envolvendo fazeres da arte que comungam os conceitos artísticos e matemáticos de semelhança. O estudo revelou que, embora a matemática seja considerada no domínio inteligível e a arte no domínio sensível, a razão e a emoção mostram-se, por vezes, inseparáveis para construção do sentimento de semelhança matemático.

Palavras-chave: Ensino de Arte, Matemática, Campos Conceituais, Semelhança.

Abstract

This work is part of a study that sought to understand the artistic development of 'feelings of similarity' in the mathematical sense, in elementary school students. Inspired by the theory of Vergnaud Conceptual Fields was developed a pilot experience of teaching by a teaching sequence involving doings of art that share the artistic and mathematical concepts of similarity. The study revealed that while mathematics is considered intelligible and art in the field in the sensitive matter, reason and emotion show up, sometimes inseparable for the construction of feeling like a mathematician.

Keywords: Teaching Art, Mathematics, Fields Concept, Similarity.

Introdução

A noção de semelhança é, em geral, vista como um conceito matemático aplicado aos fazeres das engenharias, das arquiteturas e das Artes e, com freqüência, se constitui em dificuldade aos alunos do ensino básico, inclusive do superior, quando solicitados a justificar se dois objetos são semelhantes no sentido matemático, muito embora possam demonstrar, às vezes, certa habilidade no uso de propriedades matemáticas dessa noção em situações específicas dessa disciplina.

Em particular, quando trabalhamos com alunos da 8ª série de uma escola pública, sujeitos de nossa investigação, a análise realizada por meio de questões relacionadas ao conceito matemático de semelhança mostrou que os sujeitos apresentavam dificuldades em explicitar conhecimentos que envolviam essa noção, embora os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática do Ensino Fundamental preconize, em vários ciclos desse nível, o estudo de semelhança.

Segundo a teoria dos campos conceituais de Vergnaud (1990, p.20), os alunos em geral não são capazes de explicar ou expressar em linguagem natural seus teoremas-em-ação, ainda que sejam capazes de resolver certas tarefas (situações)

> Não só alunos, qualquer pessoa muitas vezes é incapaz de colocar em palavras coisas que faz muito bem, conhecimentos que tem. Há um hiato, entre a ação e a formalização da ação. Agimos com o auxílio de invariantes operatórios sem expressá-los ou sem sermos capazes de expressá-los. A análise cognitiva dessas ações muitas vezes revela a existência de potentes teoremas e conceitos-em-ação implícitos. Esse conhecimento, no entanto, não pode ser, apropriadamente, chamado de conceitual, pois o conhecimento conceitual é necessariamente explícito. (MOREIRA, 2004, p.23),

Mas, o próprio conhecimento explícito, cientificamente apropriado, tem componentes implícitos. Nem todo conhecimento implícito é apropriado, mas é indispensável para o desenvolvimento do conhecimento explícito; o conhecimento implícito vai-se modificando e/ou novos conhecimentos implícitos vão sendo aprendidos, não necessáriamente de um modo racional e sistemático até se alcançar a "propriedade" necessária para a emergência de um conhecimento explícito apropriado[7]

Nesse sentido, a teoria dos Campos Conceituais não só permite a análise da evolução de um campo conceitual como também sugere como nortear o desenvolvimento de ações de ensino que envolva um campo conceitual, principalmente co-disciplinar como o de semelhança, por meio de diferentes situações, inclusive da apreciação, de leitura de imagens, fixas e móveis, contextualização e produção artística, pois para Vergnaud

7 Esta ideia, aliás, aparece claramente em alguns filósofos da ciência. Polanyi, filósofo das matemáticas, expressa que as premissas da ciência, sejam procedimentos ou crenças, são observadas "tácitamente" (implícitamente na linguagem que aqui utilizamos) na prática científica: "Como em qualquer habilidade — nadar, andar de bicicleta, etc. — as premissas das mesmas não podem ser "descobertas" ou mesmo "compreendidas" sem que tenhamos praticado tais habilidades. Tais premissas só podem ser explicitadas a posteriori" (POLANYI, 1973, p. 162, apud. ABRANTES, 1998). Também em Kuhn, para quem "a natureza e as palavras (definições e regras explícitas) são aprendidas conjuntamente" (KUHN, 1970, p. 191).

> os verdadeiros conceitos são basicamente relacionais e referem-se a um conjunto de situações, invariantes operatórios e suas propriedades, que podem ser expressas por diferentes representações lingüísticas e outras representações simbólicas (VERGNAUD, 1998, p. 177)". De outro modo, os conceitos podem ser definidos como um tripleto de conjuntos (VERGNAUD, 1990, p. 145; 1997, p. 6), O = (S,I,R), onde S é um conjunto de situações que dão sentido ao conceito, I é um conjunto de invariantes operatórios associados ao conceito que permitem ao sujeito analisar e dominar as situações do primeiro conjunto e R é um conjunto de representações simbólicas (linguagem natural, gráficos e diagramas, sentenças formais, etc), que servem para representar de forma explícita os invariantes operatórios. O primeiro desses conjuntos é o referente do conceito, o segundo o significado e o terceiro o significante. (GRECA E MOREIRA, 2003, p. 5).

Mais precisamente, Vergnaud aponta que um verdadeiro conceito é construído por meio de relações não necessariamente objetivas, estabelecidas pelo sujeito entre uma classe de situações por ele enfrentada e os invariantes operatórios e, ainda, entre esses invariantes operatórios e as representações simbólicas usadas por ele para explicitar esses invariantes operatórios. A não objetividade das relações significa que não se pode reduzir o significado aos significantes e nem às situações (VERGNAUD, 1990, p.146), pois não se pode tratar o conceito isolado das situações já que é por meio das distintas situações vivenciadas pelo sujeito que se revelam distintos aspectos ou 'faces' do conceito presentes nessas situações e essas relações engendradas é que significam o conceito para o sujeito.

Assim, tendo em conta a necessidade do desenvolvimento de conhecimentos implícitos e que suas verbalizações são o instrumento cognitivo indispensável para sua transformação em conceitos e teoremas científicos (VERGNAUD,1994, p. 47), nos faz pensar que explorar esse conceito em suas distintas matizes é necessário para prover de vivências o aluno, a fim de que este se aproprie dos primeiros passos dessa noção no fazer da matemática, das artes e das ciências, pois as situações reais abrangem um conhecimento prévio como precursor de novos conhecimentos, em que o aluno se apóia para aprender, através de uma variedade de situações de experiências, maturidade e aprendizagem. (VERGNAUD, 1990, p. 135).

Nesse contexto, nos perguntamos se as situações artísticas podem promover o desenvolvimento de sentimentos de semelhança, aqui entendido como conhecimentos implícitos que permitam aos alunos reconhecer a possibilidade de existência de uma relação de semelhança entre duas figuras dadas. Seguindo, nos perguntamos "Que situações, no ensino das Artes, podem promover o desenvolvimento desses sentimentos matemático de semelhança"? , e ainda, "Que aspectos da noção de semelhanças podem ser revelados no fazer artístico e descrito na língua natural pelos alunos?”. Para responder a tais questionamentos antes se torna necessário refletir sobre a noção de semelhança nas Artes e na matemática.

O conceito de semelhança: das Artes à Matemática

Rudolf Arnheim (1991, p. 70), teórico da Psicologia da forma, explica que “a semelhança nas artes visuais é um pré-requisito para se notar as diferenças”, e na intenção de evidenciar esse argumento, apresentamos a seguir, a obra do artista plástico Luiz Antonio Felkl intitulada ‘O Próximo e o Distante’(figura 01) para a mostra ‘Sintaxe da Figura’, na qual ele adota como estratégia, a auto referencialidade de seu próprio modelo plástico. Esse artista utiliza a figura humana como elemento motor, tanto feminino quanto masculina, a partir de três escalas de pequeno formato - uma maior, outra média e a terceira menor. Verifica-se que de uma imagem pré-fabricada pelo próprio artista provêm as outras. O uso de uma forma estável ajuda a relação perceptiva das diferenças de plano ou mesmo de grupos dentro do grupo maior, As semelhanças fisionômicas, de posturas, das vestes são propositais, justamente para destacar o que lhe interessa como discurso conceitual.

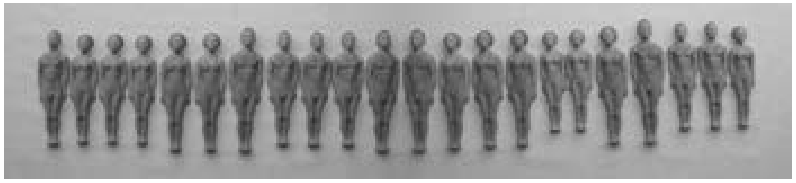

Figura 01. O Próximo e o Distante.
Fonte: Bolsadearte

Como tal, nas artes, a noção de semelhança remete à ideia de repetição premeditada de formas, cores, tons, linhas. Conforme Parramon[8] (1988, p. 48), “trata-se de repetir e distribuir pelo quadro as mesmas semelhanças, como a semelhança de cor que nada mais é que o uso de uma cor com suas várias tonalidades” (...) “criar ecos que prolonguem a dominante da cor”, como exemplo do auto-retrato pintado por Vicent Van Gogh (figura 02), o qual utiliza uma dominante de cor verde-claro.

8 Artista plástico espanhol e teórico da linguagem visual.

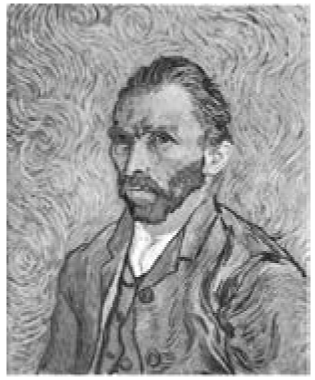

Figura 02. Autorretrato de Van Gogh
Fonte: Parramon (1988)

Na semelhança de formas, tem-se como exemplo a obra de El Greco ‘ A Ressurreição de Cristo’ (figura 03), na qual o artista representa figuras alongadas repetidas em toda obra. Esse fator de semelhança também se apresenta no volume, na execução e no estilo, trata-se da famosa Lei da repetição, graças a qual se consegue mais harmonia, mais ordem dentro da variedade compositiva. Parramon (1988) chama a atenção para a aplicação da analogia de semelhanças, ou lei de repetição, desses dois artistas de épocas diferentes mostrando com isso uma unidade maior dentro da variedade.

Figura 03. A Ressurreição de Cristo - El Greco
Fonte: Parramon (1988)

Nesse caminhar, de unidade, a noção matemática de semelhança parece se revestir, mesmo com a sofisticação evidenciada pela recorrência de outros conceitos matemáticos historicamente distantes das situações que lhe possam dar sentido nas artes como, por exemplo, a definição dada por Lima (1991) a seguir: Definição 1: Uma transformação $T: \Pi \rightarrow \Pi$ é uma semelhança de razão r se para todo par de pontos X e Y em π o comprimento do segmento ligando X'=T(X) e Y'=T(Y) é igual a r vezes o comprimento do segmento ligando X a Y. Os pontos X' e Y' são denominados homólogos. Dizemos que F e F' são duas figuras semelhantes, com razão de semelhança r, quando existe uma semelhança entre os pontos de F e os pontos de F'. Ou seja, se X e Y são pontos quaisquer de F e X'=T(X) e Y'=T(Y), são seus correspondentes em F', então X'Y'= r XY.

A noção de semelhança corresponde à ideia natural de "mudança de escala", isto é, ampliação (razão r>1) ou redução (razão r<1) de uma figura alterando seu tamanho sem modificar suas proporções (Figura 4).

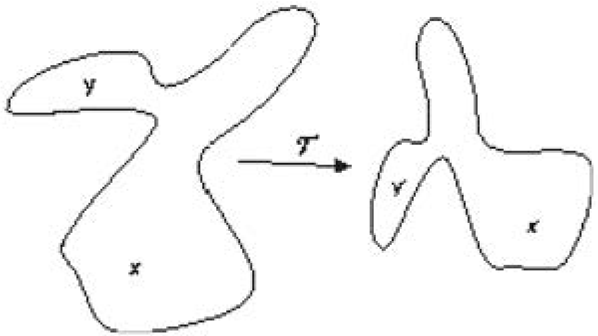

Figura 04

Grosso modo, essa noção matemática de semelhança traz consigo a ideia de repetição, já apontada nas artes, que se evidencia pela manutenção da forma e com variação do tamanho por proporcionalidade, mas segundo Maciel (2004), essa ideia remonta às civilizações antigas com os egípcios:

> Encontramos que os antigos egípcios por volta de 3.200 a.C. usavam a redução e a ampliação de um desenho por meio do método científico conhecido como método dos quadrados: depois de traçarem a figura considerada em um quadriculado, reproduziam-na em certa escala. A nova figura desenhada era uma transposição da figura esboçada anteriormente. Em seguida eram determinados pontos de coincidência entre os quadrados e o desenho, de tal modo que o desenhista não cometeria erros de proporção... [ ] Entre o esboço e o desenho final ampliado, havia uma razão geométrica de semelhança que envolvia conceitos de homotetia, semelhança e proporcionalidade (MACIEL, 2004, p. 04).

Mais precisamente, o método egípcio dos quadrados para reduzir ou ampliar imagens se constitui a partir da construção de quadrados multiplicando por um mesmo número r as dimensões dos quadrados correspondentes da figura inicial, como ilustrado pela a figura X, buscando manter a proporção e, nesse sentido, a definição matemática podemos compreender, grosso modo, como uma "descrição ideal" da técnica egípcia dos quadrados para aumentar ou reduzir uma figura com proporção (figura 05).

→

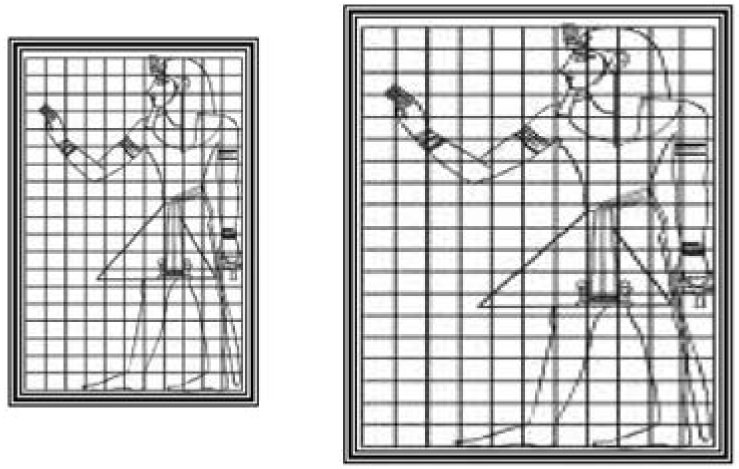

Figura 05. Padrão quadriculado usado para iniciar desenho

Fonte: HAUSER, Arnold. História Social da Literatura e da Arte. 1982. v.1. p. 61.

Assim, as proporcionalidades exatas, no sentido matemático, são encontradas também nas artes, em pinturas e esculturas, como acontecia em todas as escolas de artes do antigo mundo egípcio em que se demonstrava a beleza artística através da perfeita proporção das formas. O conceito matemático de semelhança mobiliza o conceito de proporção, ou seja, para que a figura seja semelhante a outra é preciso que tenha justa proporção ou, como refere Ostrower[9] (1989,p.280), a proporção é a justa relação das partes entre si e de cada parte com o todo.

A noção de semelhança matemática de figuras geométricas também se manifesta em clássicas obras de arte por meio da fórmula da seção áurea com

9 Artista plástica, teórica, escritora e professora de artes visuais.

sua proporção determinada, como usada por Georges Seurat (1883-84) quando recorreu à técnica da simetria dinâmica usando retângulos de ouro nas suas pinturas, como podemos observar na figura 06 a seguir:

Figura 06. Baignade (1883 – 84) George Seurat
Fonte: Index 2000

Desse modo, podemos dizer, as semelhanças nas Artes que se evidenciam por repetições de diferentes aspectos, sem proporcionalidades, com quase-proporcionalidades ou com proporcionalidades não-matemáticas como as que se manifestam por diferentes tons de uma cor (Auto Retrato de Van Gogh), ou o de repetição de formas alongadas nas figuras em uma obra ('A Ressurreição de Cristo' de El Greco), por suas complexidades, parecem não admitir uma síntese (descrição) matemática que se mostre útil para essa ciência, o que justifica, por assim dizer, grosso modo, a tomada da forma reduzida pela matemática de repetição de forma com proporcionalidades exatas que, embora ainda complexo, é adequado para seus fins.

Nesse contexto, nos parece que a noção de semelhança das artes pode fazer emergir a noção reduzida de matemática, restrita à proporcionalidade geométrica, ou seja, que o fazer das artes pode levar paulatinamente ao conhecimento explícito matemático de semelhança.

Assim, postulamos que o fazer das artes pode se tornar promotor de conhecimentos implícitos no aluno, necessários para o desenvolvimento do conhecimento explícito, por meio de releituras de imagens - que não é necessariamente uma cópia, mas o acréscimo de um toque pessoal e uma nova maneira de ver e sentir, uma criação com base em um referencial (que é a imagem) sem que ela perca a sua essência - aliada à dinâmica de construção e uso das transformações de semelhanças, levando os alunos paulatinamente a adquirirem o que compreendemos como "sentimentos de semelhança matemática" que lhes permitam expressar em linguagem natural, com incertezas, "parecem ser semelhantes" quando em frente, por exemplo, a dois retângulos, ou, com a certeza,

"não são semelhantes" quando em frente a figuras não semelhantes como, por exemplo, um quadrado e um losango com ângulos internos não retos.

Mais precisamente, podemos inferir que a noção de semelhança das artes, em sua complexidade, inclui entre outros aspectos os de semelhança matemática que se fazem distinguir de modo preciso nos fazeres artísticos como a repetição de forma e a proporcionalidade. Tais aspectos tornam-se então respostas parciais aos questionamentos secundários por nós formulados inicialmente e encaminham a situações nas artes que consideramos em nossa experiência no ensino de modo a responder a nossa questão principal.

Experiências de Ensino de Artes Plásticas com Matemática

Nossa experiência-piloto foi realizada em 24 aulas em uma turma de 25 estudantes da 8ª série do Ensino Fundamental de uma escola pública, na cidade de Belém do Pará, durante o 1º bimestre de 2007, com objetivo de construir um conhecimento estético que pudesse fazer emergir 'sentimentos de semelhança matemática' por meio de uma seqüência envolvendo variedades de situações progressivas, do primeiro ao último encontro, envolvendo os aspectos supramencionados de repetição e proporção.

Iniciamos com um passeio com a turma fora da sala de aula observando, na área da escola e depois em suas residências, flores, folhas, árvores, troncos, arbustos, pedras, nuvens, a fim de os alunos catalogassem, classificando as formas encontradas em regulares, considerando as formas geométricas estudadas na escola, para serem apresentadas na aula seguinte. As exposições sobre a coleta feita contribuíram para a turma se manifestar dizendo que "as formas da natureza não são certinhas, por isso acham que não são regulares", exemplificadas pelas figuras 07 e 08.

Figura 07
Fonte: Estudante

Figura 08
Fonte: Estudante N

Continuando, foi apresentado à turma um objeto desconhecido, mas que as formas catalogadas foram-lhe evocadas: os Fractais[10], que significa quebrar e refere-se às características naturais dos objetos que parecem fragmentados, irregulares, complexos. O aspecto repetitivo da forma está presente na folhagem de uma samambaia que pode ser observada como uma réplica em miniatura do todo, não idêntico, porém semelhante na estrutura.

Como motivação foi apresentada imagens construídas com fractais em computador, em particular as formas irregulares da natureza, para releituras de imagens de forma manual, com a utilização do lápis e do desenho de formas regulares como quadrado, triângulo, retângulo e círculo, em papel quadriculado, utilizando-se recortes de formas geométricas em papel cartão colorido (exposto sobre a mesa com uma variedade de cores à escolha de cada um), explorando o uso do fractal que, como era esperado, poderiam despertar nos estudantes o aspecto de repetição.

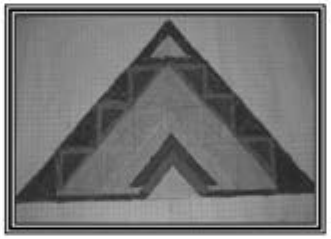

Figura 09
Fonte: Estudante R

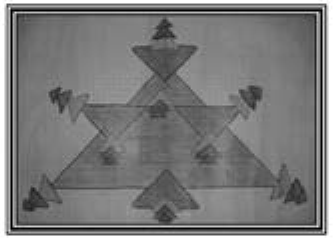

Figura 10
Fonte: Estudante

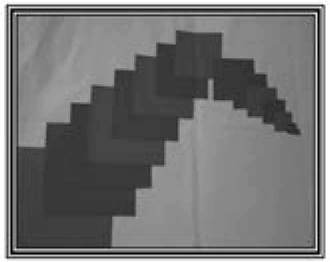

Figura 11
Fonte: Estudante H

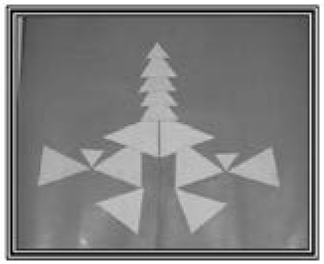

Figura 12
Fonte: Estudante N

10 "Termo criado por Benoît Mandelbrot, matemático francês nascido na Polônia, que descobriu a geometria fractal na década de 70, a partir do adjetivo latino *fractus*, do verbo *frangere*. São objetos gerados pela repetição de um mesmo processo recursivo (repetitivo), apresentando auto-semelhança e complexidade infinita".

As produções dos estudantes expostas nas figuras 09, 10, 11, e 12 parecem confirmar nossas expectativas na medida em que o aspecto de repetição e proporcionalidade, mesmo que ainda não apontada, já se faz presente.

Ao término da atividade, os trabalhos foram expostos dentro da própria sala de aula, para que a turma pudesse visualizar suas produções e comentar sobre o que existia em comum nas suas produções construídas como fractais. Eles então observaram e descreveram o que viam se manifestando com:

> -Estudante D: "Existe repetição nas formas";
> -Estudante R: "Essas formas estão reduzidas ou aumentadas e com suas formas distribuídas de um lado iguais ao outro lado";
> -Estudante S: "Existe um equilíbrio na maioria das obras".

Na produção dos estudantes inspirada nos fractais, foram observados elementos simétricos presentes em algumas de suas produções. Sendo então, selecionadas e apresentadas à turma, no momento seguinte, para o reconhecimento da presença de simetria e como forma de exemplificar esse conceito presente em obras de arte, como nas obras de Escher, Limite Circular I e III (figura 13).

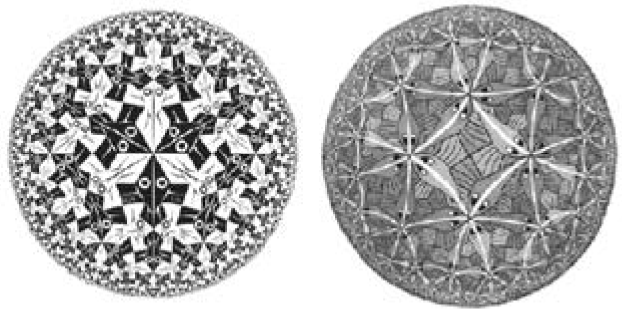

Figura 13. M. C. Escher. Limite Circular I e Limite Circular 3, xilogravuras, 1958
Fonte: (Ernst, B. 1991, p. 108 e 109)

Após a apresentação dessas obras, foi explorada a ideia de simetria, como um tipo de composição em que a imagem é composta por formas semelhantes, justapostas e espelhadas e, portanto, um olhar, uma situação a mais a ser vivenciada com semelhanças.

Após a exposição e leitura da obra de Escher, foi feita a contextualização, em que foi observado que o autor reduz gradualmente o tamanho das figuras até que alcance, pelo menos teoricamente, o limite do formato infinitamente pequeno, conceito marcante em muitos dos seus trabalhos. Após este momento, a aula foi ilustrada com outras imagens com aspecto simétrico, presente na natureza e de pormenores da arquitetura, também nas artes, na música, na dança, na matemática, na arquitetura, por meio da exibição em DVD 'Simetrias, da série Arte Matemática, produzido pela TV Cultura, e de imagens fixas.

Após a apreciação e contextualização das imagens simétricas, foi solicitado à turma que produzissem individualmente composições simétricas, com o objetivo de reforçar o aspecto de repetição e, dessa forma, iniciar de modo mais geral o conceito de semelhança de imagens. Essas imagens estão apresentadas nas figuras 14,15 e 16 a seguir.

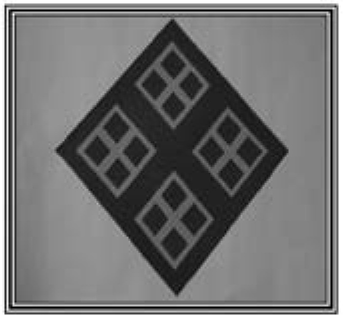

Figura 14: Estudante Q

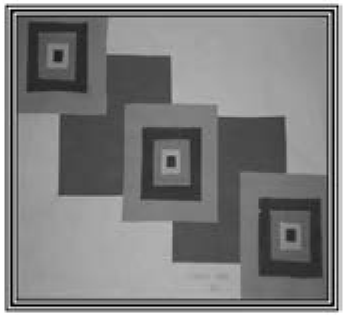

Figura 15: Estudante F

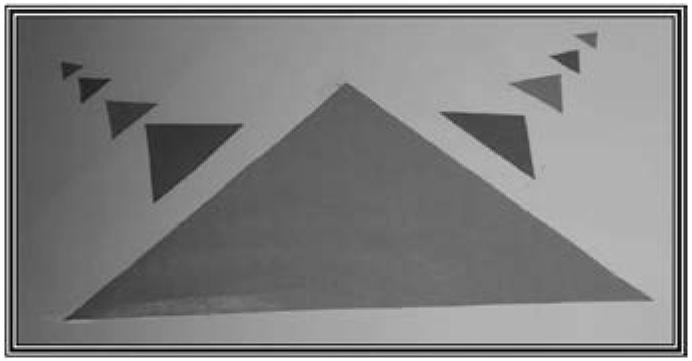

Figura 16 - Estudante E

Após a visualização, apreciação e construção de obras simétricas, surgiu a necessidade de observação das proporções das formas com o objetivo de trabalhar a 'justa relação das partes entre si e de cada parte com o todo'. Dessa forma, buscamos contextualizar o conceito de semelhança através da história de sua origem e uso por meio da técnica de ampliação e redução que levam definitivamente a noção de semelhança matemática.

Para isso, na atividade seguinte foi trabalhado o método dos quadrados egípcios (de redução e ampliação), em duplas de estudantes: um ampliava e o outro

reduzia a mesma imagem, com o objetivo de trabalhar a proporção e semelhança de imagens, como podemos visualizar nas figuras 17 e 18.

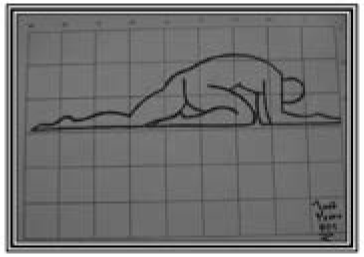

Figura 17: Estudante H

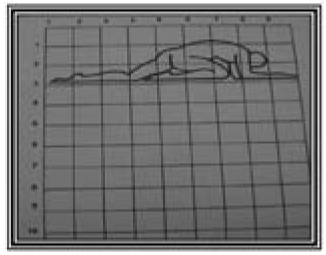

Figura 18: Estudante I

Após essa atividade, alguns estudantes, por iniciativa própria, resolveram continuar ampliando e reduzindo imagens escolhidas por eles, utilizando o método dos quadrados egípcios, como mostramos na figura 19.

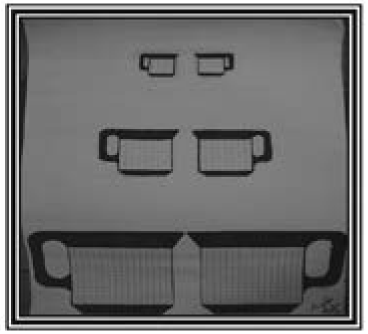

Figura 19 - Estudante E

Com o propósito de ilustrar que a visualização da repetição de forma não é simples e pode levar a equívocos, tomamos garrafas de uma marca de refrigerante em tamanho grande e pequeno para serem visualizadas e analisadas por eles conforme suas formas, que, após um tempo, em maioria, responderam 'parecem que são semelhantes'.

Em seguida, solicitando que pegassem as garrafas, e observassem o tamanho das tampas e seus gargalos, verificaram assim que, apesar de serem muito parecidas, não existe uma 'justa relação das partes', ou seja, não são proporcionais, pois as garrafas possuem seus gargalos do mesmo tamanho, ou melhor, a tampa da garrafa pequena cabe na garrafa grande ou vice-versa.

Assim, mostrou-se que nem sempre quando dois objetos aparentam ter a mesma forma são semelhantes, ou seja, não são semelhantes no sentido matemático se tem a mesma forma, mas não são proporcionais.

Os sentimentos de semelhança matemática se fizeram sentir por meio de repetição de forma e da proporção nas produções do fazer artístico dos nossos sujeitos e ratificados quando postos à frente de figuras com manifestações na língua natural por expressões do tipo que se segue:

-Sim, são semelhantes, porque, apesar dos tamanhos diferentes, são iguais.

-Parece que são semelhantes, porque tem a mesma forma, só muda o tamanho.

-Sim, são semelhantes, porque são iguais, embora em tamanhos diferentes.

-Parece que são semelhantes, porque tem a mesma forma, só muda de tamanho.

-Sim, são semelhantes, porque são iguais, mas de tamanhos diferentes.

-Parece que são semelhantes, porque há a mesma forma nas duas imagens, apenas com tamanhos diferentes.

No entanto, mesmo ao constatarmos o índice significativo de (98%) manifestações em conformidade com nossos objetivos de construção de invariantes operatórios de repetição de forma com proporcionalidade, torna-se importante destacar manifestações encontradas em um pequeno grupo (7,8%) de respostas em nossa experiência que não conseguiram explicitar em linguagem natural esses invariantes mesmo que seus fazeres artísticos revelassem a presença deles.

A Teoria dos Campos Conceituais nos dá uma compreensão sobre esse pequeno grupo que revela não ter habilidade para explicar ou expressar na linguagem natural seus conhecimentos implícitos, mesmo tendo aplicados com propriedade nas tarefas práticas propostas em nossa experiência. Segundo Moreira (2004. p. 24) não se pode esperar que, no ensino formal, o aluno, mesmo mediado pelo professor, adquira conhecimentos e aprendizagem expressivos em apenas dois ou três meses de exposições teóricas de disciplinas. De nada serve tentar contornar as dificuldades conceituais, elas são superadas na medida em que são encontradas e enfrentadas, mas isso não ocorre de uma só vez, novas propriedades e novos problemas devem ser estudados ao longo de vários anos para que os estudantes os dominem progressivamente, ou seja, no processo de apreensão desses campos conceituais, os estudantes vão adquirindo concepções (verbalização) e competências (resoluções de problemas), que se caracterizam como os aspectos procedimentais e declarativos que se constituem em ferramentas essenciais para a descrição e análise da lenta conquista da complexidade dos campos conceituais.

Considerações finais e novos encaminhamentos

Nossa experiência mostra que parece ser possível promover o desenvolvimento de conhecimentos implícitos pelo aluno na dinâmica de construção e uso de transformações de semelhanças por ele construídas, de modo a levá-los paulatinamente a significar a noção matemática de semelhança como 'sentimentos de semelhança matemática' que, por meio de observações de imagens, possam fazer afirmações do tipo "parecem ser semelhantes" com a consciência que a necessária proporcionalidade exata não está claramente visível, a menos que esteja previamente assegurada.

Além disso, nossa investigação parece demonstrar que o domínio da técnica egípcia contribui para a apropriação da descrição matemática de semelhança de figuras não apenas restrita a figuras da geometria e oportunamente pode mostrar que, se, por um lado, as construções de figuras semelhantes nas artes pode se constituir em uma prática rotineira, por outro, o construir ou verificar se duas figuras são ou não semelhantes, no sentido matemático, não é nada fácil e, freqüentemente, até impossível de ser realizado.

Assim, se faz notar que a descrição de semelhança matemática não é adequada para verificação de semelhança, como a de dois círculos que sentimos que são semelhantes, e de fato os são, mas exigem outros caminhos para comprovar como faz Lima (1991) quando recorre à noção de homotetia. No entanto, tal descrição matemática de semelhança pode se mostra útil para mostrar a não semelhança como de dois retângulos que podem nos parecer semelhantes, pela repetição de forma e que por não apresentarem dimensões dos lados homólogos proporcionais não serem semelhantes.

Isso encaminha novas investigações sobre o papel da compreensão de semelhança das artes na formação de professores de matemática, pois evidencia razões de ser no currículo de matemática do estudo de critérios que permitam identificar se duas figuras são, ou não, semelhantes, por exemplo, não só para a construção de objetos outros matemáticos como o teorema de Pitágoras, mas também para mostrar que a restrição do estudo a critérios de verificação de figuras geométricas semelhantes, a exemplo dos triângulos, que ganham especial ênfase no ensino fundamental, não evidencia as impossibilidades de verificações de semelhanças, em geral, entre duas figuras quaisquer, inclusive para as ditas geométricas.

Além disso, outros conceitos relacionados, como o da proporcionalidade, mostram-se mais complexos e nos obrigou, nesse caso, a recorrer a expressão do tipo "proporcionalidades exatas" quando restrita a matemática, revelando facetas outras desse conceito não expostos nos estudos dessa disciplina, mas importantes quando da aplicação da matemática a situações reais.

Nesse sentido, e tendo em conta que a experiência foi realizada na disciplina de artes, julgamos também necessário encaminhar experiências na disciplina matemática de modo a compreender o quão próximo pode ser o ensino dessas duas disciplinas explorando conceitos comuns em suas faces distintas, à luz também de novos referenciais teóricos como a matemática Humanística difundida por Alvin White, que epistemologicamente objetiva ensinar e guiar estudantes pelo uso da imagem, da história e de outras conexões interdisciplinares.

Referências

ARNHEIM, R. **Gestalt psychology and artistic form**. Aspects of form. In: Symposium in Nature and Art. Bloomington: Indiana University press, 1991.

BOLSADEARTE. http://bolsadearte.com.br/exposição. Acesso em 02/05/2008.

ERNST, B. **The Magic Mirror of M. C. Escher**. England: Tarquin, 1978.

ESCHER, M. C. **Gravuras e Desenhos**. Tradução Maria Odete Conçalves Koller Hamburgo: Taschen, 1994.

ESCHER, M. C. http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2000/icm33/Escher.htm. Acesso em 15/12/2007.

GRECA, I.; MOREIRA, M. A. **Conceptos: naturaleza y adquisición**. Textos de Apoio do Programa Internacional de Doutorado em Ensino de Ciências da Universidade de Burgos/UFRGS. Actas del PIDEC, 2003.

HAUSER, A. **História Social da Literatura e da Arte**. Tradução Walter H. Greenen. São Paulo: Mestre Jou, v.1. 4. Ed, 1982.

INDEX 2000. **Artistas Matemáticos, Matemáticos Artistas**. http://www.educ.fc.pt/icm2000/icm33/index.html. Acesso em 20/10/2007.

Interdisciplinary Teaching Strategies in the Word of Humanistic Mathematics. www.mi.sanu.ac.yu/vismath/tennant1/index.html. Acesso em 11/11/2006.

LIMA, E. L. **Medidas e Formas em Geometria**. Rio de Janeiro: SBM, 1991. Coleção do Professor de Matemática.

MACIEL, A. C. **O Conceito de Semelhança: Uma proposta de ensino**. (Tese de Mestrado). São Paulo: PUC, 2004.

MOREIRA, M. A. **A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud**: O ensino de Ciências nesta área. Porto Alegre. Instituto de Física da UFRGS, 2004.

PARRAMÓN, J. M. **Assim se compõe um quadro**. Barcelona: Parramón, 1988.

OSTROWER, F. **Universos da Arte**. 9. Ed. Rio de Janeiro: Campos, 1989.

OSTROWER, F. **Criatividade e processos de criação**. 10. Ed. Petrópolis: Vozes, 1994.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. *In:* **Recherches en *Didactique des Mathématiques***. v. 10, n. 2. 3. La Pensée Sauvage, 1990. p. 133-170.

VERGNAUD, G. et al. Epistemology and psychology of mathematics education. In: NESHER, P. & KILPATRICK, J. (Eds.). **Mathematics and cognition**: a research synthesis by International Group for the Psychology of Mathematics Education. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.

VERGNAUD, G. Multiplicative conceptual field: what and why? In: GUERSHON, H. and CONFREY, J. (1994). (Eds.). **The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics**, 1994.

Renato Borges Guerra - UFPA - Brasil
E-mail: rguerra@ufpa.br

Márcia de Nazaré Jares Alves Chaves - UFPA - Brasil
E-mail: marciajares@gmail.com