

A difusão dos logaritmos no século XVII

Evanildo Costa Soares⁹

Introdução

Este trabalho tem por finalidade inserir a difusão dos logaritmos após a sua descoberta no século XVII. Levando em conta a iniciativa das idéias e das descobertas de Neper e Briggs, podemos afirmar que os logaritmos tiveram pouco sucesso, mas em meio a condições da época efetuou-se de maneira rápida e extensa. Um dos principais obstáculos pelo o insucesso dos logaritmos foi à venda restrita desses exemplares devido aos meios de transportem da época ser lentos, improváveis e incertos de chegarem ao local indicado.

Apesar das dificuldades enfrentadas, esse empecilho não regrediu o pensamento dos cientistas, professores e mestres da época quanto ao uso desses exemplares e do estudo significativo desse instrumento de cálculo que foi de fundamental importância para o desenvolvimento científico e tecnológico na área da matemática e da astronomia no século XVII.

A iniciativa abordada por Napier figurou outros personagens que dedicaram seus estudos aos logaritmos e o aprimoramento desse instrumento de cálculo. Segundo Naux (1971), os logaritmos tornaram-se a principal descoberta proveniente de estudos e investigação histórica da época. Veremos de maneira sucinta como sucedeu a ampliação dos logaritmos em alguns países do continente ocidental e suas principais repercussões na astronomia e navegação.

Os Logaritmos na Inglaterra

Os logaritmos nasceram nesse país, após os ensinamentos de Neper e Briggs que contribuíram para a criação e prática desse instrumento. Assim, alguns estudiosos propuseram a traduzir os trabalhos de Napier e Briggs. Segundo Magalhães (2003), William Oughtred, inglês, ministro episcopal, Matemático, publicou em 1616 “Clavis Mathematicae”.

Ele foi quem primeiro usou a simbologia de multiplicação. Em seguida, em 1633, inventou um dispositivo de cálculo baseado nos logaritmos de Napier, concedendo-lhe o nome de círculos das proporções. Este dispositivo veio mais tarde originar a régua de cálculo. Naux (1971, p.7) nos traz uma idéia de como era esse dispositivo. Vejamos:

N	1000	1050		1400	1450	N
L	300	302		314	316	L
1	04 340	16 027	...	64 381	16 674	51
2	08 677	20 157	...	67 480	19 666	52
.	...	...	...	...	...	.
.	...	...	...	...	...	.
50	11 892	13 926	...	13 680	60 912	100

⁹ Mestrando do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, UFRN.

A página contém 10 colunas, e cada coluna reproduz uma página de Briggs; o cálculo foi seqüenciado e freqüentemente apreciável; deixa-nos, portanto, a desejar o corte nos valores logarítmicos; por exemplo, a coluna dois deve se ler:

$$\log 1051 = 3,0216027$$

$$\log 1052 = 3,0220157$$

Etc...

Os três primeiros números lêem-se na parte superior da coluna. Em contrapartida, a diferença de dois logaritmos sucessivos lê-se claramente. O dispositivo moderno, que comportam os números 300, 302, ..., 314, 316 no interior das colunas, são devido a John Newton, que foi o primeiro a utilizá-lo em sua "Trigonometria britânica, "A Doutrina dos triângulos" (Londini, 1658). Essa obra continha o primeiro trabalho de Napier, que fora publicado em 1614. O "clavis Mathematicae" foi o primeiro a ser compilado em inglês depois que foi publicado em 1614.

Em 1619, John Speidell, calculou os logaritmos naturais das funções trigonométricas, de 1 a 100.000, publicando-os em seu trabalho "novos logaritmos". Nesse trabalho, houve uma ampliação dos logaritmos usados por Napier e Briggs. Conforme Naux (1971, p.7): "Em 1619, John Speidell, publicou uma tábua de logaritmos diferente das utilizadas por Napier e Briggs. A tradução só foi estabelecida quando obtiveram a primeira tábua dos logaritmos naturais, de base e".

Os Logaritmos nos Países-Baixos, Holanda e Bélgica

Nesse países a expansão dos logaritmos faz-se basicamente por um editor matemático chamado Adrien Vlacq, cuja reputação, era como certos autores de seu tempo em que o designava pelo nome: "Os tratados de Adrien". Nessa obra, ele divulga uma ampliação dos logaritmos de Briggs e Neper através de uma série de estudos sobre esse instrumento de cálculo. O trabalho de Vlacq desenvolveu-se num acordo amigável com Ezechiel Donders. Após entrarem em contato, onde ignoramos os detalhes, os dois associados decidem publicar tudo aquilo que se refere à ciência do cálculo prático. Vlacq, entretanto, assume entre outras a função de tradutor de obras escrita em latim. A edição deveria conter dois volumes portáteis. Mas só foi publicado pela primeira vez 1626. Ela continha os trabalhos menores de Neper:

A Rabdologia, a aritmética local, em seguida, uma aritmética comercial; suas tábuas era uma unificação da riqueza, do dinheiro e do câmbio. É nessa obra que Donders narra como os seus alunos suportavam impientemente o fardo dos cálculos aritméticos em que aspiravam à descoberta de um método que tivessem a satisfação de ampliarem de maneira abrangente as obras de Neper e de Briggs.

Depois de certos acontecimentos que tornaram opostos as realizações dos fatos, a seqüência das publicações seguiu outro rumo. Essa nova direção notifica uma idéia refeita através das obras de Neper e Briggs para o avanço científico tecnológico da época. Basicamente era uma ampliação dos logaritmos relacionando a trigonometria, Isto é, foi uma iniciativa de Donders, que publicara uma obra "Nieuwe Telkoilst, D, Gouda, 1626, in-8° contendo:

Um resumo das tábuas de Briggs, esses logaritmos numéricos vão de 1 até 10.000, com 10 casas decimais e suas primeiras diferenças estão nas tábuas de Gunter”; logaritmos dos senos e cossenos, tangentes e cotangentes, de minuto em minuto, com 7 casas decimais.

As obras de Vlacq, vem em seguida, abrangendo:

O logaritmo Aritmético, Gouda, 1628, que também compreende: os logaritmos dos números de 1 até 100.000 com 10 casas decimais - sobre os senos, tangentes e secantes de minuto em minuto, de 0° à 90° , com 10 casas decimais. Entre essas duas tábuas, as primeiras diferenças são retomadas sobre os logaritmos. As obras foram editadas em: latim, francês e provavelmente holandês.

A compreensão dos métodos propostos era a base fundamental para a resolução e a compreensão de problemas relacionados sobre triângulos retângulos e esféricos, além de incluir assuntos ligados à astronomia e outros cálculos. Esse método ajudou vários cientistas da época a desvendar o mistério que cercava o cálculo aritmético e geométrico envolvendo relações trigonométricas. O grau de realização e extensão dessas obras não deixava nada a desejar.

Os logaritmos na Alemanha

De acordo com Naux(1971, p.15), Ludovic Probeni é o primeiro autor alemão que adaptou o uso dos logaritmos decimais. Em 1634, publicou seu "Clavis universi Trigonometría", no seu prefácio, em que elogia à Napier, Briggs e Vlacq; e ainda afirma que lê-lo, pode colocá-lo em igualdade inigualável.

Em Qualquer circunstância se faz defensor dos logaritmos, reside fiel às tradições, porque, de uma extremidade a outra de sua obra ele notifica 3 soluções a cada um dos seus problemas; o primeiro em cálculo "Trivial"; o segundo em "prostaferese", e o último pelos "logaritmos". Seria um dos últimos a não utilizar exclusivamente os logaritmos.

As tábuas são os logaritmos de Briggs, que utiliza 6 decimais não separados da parte inteira. Assim, escreve $\log 41 = 1.612.784$ em vez de 1,612784 e isto porque calcula tomando para unidade a do último número, milionésimo. As tábuas variam de 1 até 19.810.

Os logaritmos na Itália

A primeira modificação proposta para os logaritmos ocorreu na Itália. Coube a Boventura Cavalieri(1598-1647), discípulo de Galilleu e geômetra, principal autor da "Geometria Indivisível" fazer uma análise nos logaritmos referente as obras de Napier e Briggs.

No que diz respeito aos logaritmos, mostrou uma inteligência muito elevada. Enquanto alguns não conseguiam demonstrar os traços de união pura e simples entre os criadores e os que não emergiam a possibilidade de entender às fontes dessas idéias, entretanto, serviu como teoria para facilitar e beneficiar alguns estudiosos.

De acordo Naux (1971, p. 20), o fascínio sobre os estudos dos logaritmos destinava-se a intervenção para o desenvolvimento do livro, que serviria para auxiliar na edificação dos estudantes e dos que não podiam ingressar na

universidade, começando a desenvolver após alguns anos a publicação da primeira obra de Napier, com o seguinte tratado, 1632, ou seja: “Diretrizes gerais astronômicas para o curso de matemática dos que procuram demonstrar os fundamentos e as regras do logaritmo trigonométrico, e a redução dos cálculos fundamentais da astronomia como uma posterior divulgação”.

Esse trabalho reflete fielmente a idéia de uma astronomia matemática diferenciada da época, sem elevar o nível, e sem acrescentar-lhe uma proposta original que estenda o seu campo de ação. Os capítulos retomam e expõem todos os teoremas trigonométricos esféricos conhecidos, sem excluir as recentes analogias de Napier e Briggs. A demonstração do teorema é ilustrada e traz um complemento por ação de vários problemas de aplicação, cada um, sem exceção, é ocasionado em um exercício com entretenimento ao cálculo pelos logaritmos.

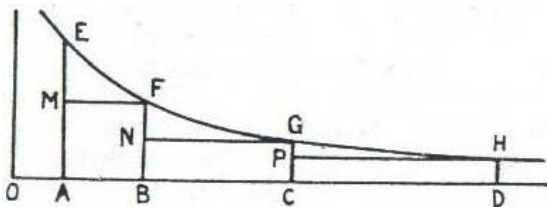
Seguindo esse parâmetro, o seu trabalho concretiza-se basicamente sobre duas tábuas, sem as quais o seu ensino teria faltado objetivo principal, e uma renovação efetiva do cálculo astronômico. A primeira foi uma tábua trigonométrica, e a segunda foi uma tábua dos logaritmos decimais de 1 até 10000. Briggs tinha calculado uma tábua que valesse para toda a vida; mas, só tornaram aceitos em 1630, inclusive nos países afastados da Inglaterra. Cavalieri abreviou essa crise satisfazendo uma retomada aos números de Briggs, num dispositivo moderno, com números de casas decimais reduzidos, embora isso fosse suficiente para satisfazer às necessidades de uma exatidão trigonométrica da época.

Os Logaritmos na França

A França nessa época não brilhou com nenhum trabalho ligado a história dos logaritmos. Nenhum de seus grandes “geômetra – Fermat(1601 – 1665); Descartes(1596 – 1650) e Pascal(1623 – 1662), que eram os melhores do continente, não realizou nenhum trabalho que pudesse acrescentar aos trabalhos de Neper e Briggs, enquanto que por outro lado dos Alpes, os italianos Cavalieri, Torricelli e Mengoli trabalhavam as questões para enriquecê-los em detalhes mais ou menos marcante.

Fermat ilustrou seus estudos sobre a teoria dos números inteiros e pelos estudos de numerosos problemas relacionando grandezas e existência desses números, e quantos aos lados de um triângulo notificou como se deveriam apresentar suas condições arbitrárias, etc. Esse tipo de exercício especializado não podia direcioná-lo aos logaritmos, porque eram considerados como irracionais, e não deixou nada a que ele se refere. Teve, portanto, várias ocasiões de pronunciar sobre eles, e de conectar-se com a sua teoria, aos seus trabalhos e a álgebra.

A teoria proposta por Fermat veio desencadear posteriormente a idéia de logaritmo geométrico. Vejamos como foi procedido este método tendo como interesse a solução ao grande problema da quadratura das curvas. O ano de 1660, ele trouxe uma notável contribuição para essa solução, publicando intitulada *“sobre a transformação e a simplificação das equações de linhas para a comparação de todas as formas de áreas curvilíneas, quer entre elas, fossem formadas por retas e ao mesmo tempo pelo emprego da progressão geométrica para a quadratura das parábolas e das hipérboles no infinito”, como mostra a figura a seguir.*



A originalidade e a eficácia dessa análise provêm que as suas ordenadas cresçam em progressão geométrica em vez de seguir-se em progressão aritmética. As ordenadas OA, OB, OC, OD... são uma progressão geométrica. Os retângulos inscritos destinados a preparar a medida da área são construídos sobre os segmentos AB, BC, CD...

O método, comentado procede por exaustão, consiste em calcular algebricamente a soma das áreas retangulares quando AB, BC, CD... ficam infinitamente pequenos. Tendo sempre êxito exceto num caso notável, onde a curva é a hipérbole comum $y = ax$. Então, como Fermat fez observar, todas as áreas das figuras EABF, FBCG, GCDH, etc.... são iguais. A sua soma é infinita em vez de convergir como nos outros casos. A descoberta não podia ser atribuída ao método do cálculo, que se mostrava como uma lógica irrepreensível.

Esse trabalho fez com que Fermat crescesse em outra direção, que seria a álgebra. Sua observação notificou a presença de progressões aritméticas e geométricas sobre áreas dos retângulos analisado sobre uma curva. Essa idéia tinha tudo haver sobre o logaritmo, mas em uma época onde o logaritmo geométrico fosse totalmente desconhecido.

Considerações finais

Não podemos descartar que a descoberta do logaritmo tenha favorecido a muitas conquistas encontradas dentro de um espaço de tempo reduzido. A sua expansão foi impressionante e marcada pela ansiedade e libertação de alguns problemas que circundavam a ciência. Não se pode medir a ousadia, elevada pela mente humana, ao desvendar mistérios que seriam quase impossíveis.

Para esses pensadores Cavalieri, Vlacq, Wingarte entre outros... a ousadia pela compreensão dos logaritmos levaram não só a ajudar a astronomia e a navegação, mas a busca de uma conquista que levasse o homem a desvendar enigmas que a tempo estavam oculto pela a infinidade de cálculos não resolvidos.

Graças a essa expansão, os cálculos que eram considerados enormes, foram reduzidos para fins lucrativos objetivando ao avanço da ciência. Hoje, a aplicabilidade desses cálculos e as demais deduções levam o ser humano a lutar em busca de um ideal que não foram alcançados pelos seus inventores.

A notoriedade da descoberta dos logaritmos a qual presenciamos nas escolas e nos diversos centros de estudos e que foram desvendados ao longo do tempo pelos os cientistas, pesquisadores e professores contribuíram para que a ciência chegasse a auge da era moderna. Assim, essa descoberta não só ajudou a astronomia e a navegação, mas a futuras invenções que pareciam impossíveis a visão humana e ao mundo contemporâneo.

Referências

NAUX, Charles. **Historie des logarithmes de Neper a Euler**. Paris: Librairie scientifique et technique A. Blanchard, 1966, tome I.

NAUX, Charles. **Historie des logarithmes de Neper a Euler**. Paris: Librairie scientifique et technique A. Blanchard, 1971, tome II.

BOYER, C. **História da Matemática**. São Paulo: Editora da USP, 1974.

MAGALHÃES, Gildásio Nogueira. **Trabalho monográfico sobre Logaritmos**. Rio de Janeiro: Ed. Fundação Biblioteca Nacional, 2003.

MIORIM, Â. M., MIGUEL, A. **Os logaritmos na cultura escolar brasileira**. Natal: SBHMat, 2002.