

Organizaciones matemáticas de geometría estudiadas en la escuela secundaria argentina: propuesta de un profesor

María de la Trinidad Quijano¹

Universidad Nacional de Río Negro. Universidad Nacional del Comahue. Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología

Ana Rosa Corica²

Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas. Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología. Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires

RESUMEN

Este trabajo se centra en el estudio de la geometría en la escuela secundaria. Recientes investigaciones manifiestan la pérdida de su presencia en el aula de matemática en este nivel y su estudio con poco sentido. Con la Teoría Antropológica de lo Didáctico como marco referencial, se presenta un estudio de caso, en que se caracteriza la organización matemática estudiada en relación a la geometría en los primeros cuatro años de una institución de la ciudad de San Carlos de Bariloche, Río Negro, Argentina. Se reconstruyó el saber que se estudió en el aula y se realizaron inferencias acerca de las decisiones matemáticas y didácticas que el docente realizó para el estudio de la geometría. Los principales resultados señalan un estudio vinculado exclusivamente a la geometría plana, relacionado al álgebra y la aritmética. Se proponen tareas mayormente planteadas en un contexto matemático que se resuelven mediante una única técnica.

Palabras-clave: Geometría; Teoría Antropológica de lo Didáctico; Enseñanza; Escuela Secundaria.

Organizações matemáticas de geometria estudadas no ensino médio argentino: proposta de um professor

RESUMO

Este trabalho foca no estudo da geometria no ensino médio. Pesquisas recentes mostram a perda de sua presença na classe de matemática neste nível e seu estudo com pouco significado. Tendo a Teoria Antropológica da Didática como referência, se apresenta um estudo do caso, que caracteriza a organização matemática estudada em relação à geometria nos primeiros quatro anos de uma instituição da cidade de San Carlos de Bariloche, Río Negro, Argentina. Reconstruiu-se o saber que foi estudado em classe e realizaram-se inferências sobre decisões matemáticas e didáticas que o professor realizou para o estudo da geometria. Os principais resultados mostram um estudo ligado exclusivamente à geometria plana, relacionado com a álgebra e a aritmética. Propõe-se tarefas majoritariamente programadas em um contexto matemático que se resolvem através de uma única técnica.

Palavras chave: Geometria, Teoria Antropológica da Didática, Ensino, Ensino Médio.

¹Licenciada en Educación Matemática, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNCPBA) y Profesora en Matemática, Universidad Nacional del Comahue (UNCo). Jefe de Trabajos Prácticos Universidad Nacional de Río Negro (UNRN), Profesora Adjunta Universidad Nacional del Comahue (UNCo), Colaboradora del Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología (NIECyT), San Carlos de Bariloche, Río Negro, Argentina. Mitre 630, San Carlos de Bariloche, Río Negro, Argentina. CP: 8400. ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-4874-0828>. E-mail: mquijano@unrn.edu.ar.

²Doctora en Ciencias de la Educación, Universidad Nacional de Córdoba (UNC), Profesora en Matemática y Física, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNCPBA) y Licenciada en Educación Matemática, Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNCPBA). Investigadora Adjunta del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET). Profesora Adjunta de la Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires (UNCPBA). Investigadora del Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología (NIECyT), Tandil, Buenos Aires, Argentina. Pinto 399, Facultad de Ciencias Exactas, Tandil, Buenos Aires, Argentina. CP: 7000 ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3583-6081>. E-mail: acorica@exa.unicen.edu.ar

Mathematical Geometry Organizations Studied in Argentine High School: A Teacher's Proposal

ABSTRACT

This work focuses on the study of geometry at high school. Recent research shows the loss of its presence in the mathematics classroom in this level and its study with little meaning. With the Anthropological Theory of the Didactic as research framework, the study of a case is presented, where the mathematical organization studied in relation to geometry is characterized in the first four years of an institution in the city of San Carlos de Bariloche, Río Negro, Argentina. The knowledge that was studied in the classroom was reconstructed and inferences were made about the mathematical and didactic decisions that the teacher made for the study of geometry. The main results show a study exclusively linked to plane geometry, related to algebra and arithmetic. Tasks are proposed mostly posed in a mathematical context that are solved using a unique technique.

Keywords: Geometry, Anthropological Theory of the Didactic, Teaching, Secondary School.

INTRODUCCIÓN

La geometría favorece el trabajo propio de la actividad matemática, permite un mejor conocimiento del espacio y es una fuente de modelos de las situaciones problemáticas de la vida cotidiana; promueve en los estudiantes la visualización, la comunicación, el pensamiento crítico, la intuición y el razonamiento inductivo y deductivo, entre otros. Se hace evidente la potencialidad de la geometría para su uso en diferentes campos (ABRATE et al, 2006; ARAYA; ALFARO, 2010; BARRANTES; BALLESTO, 2012, BARRANTES et al., 2014; BRESSAN et al., 2000; GUILLÉN, 2010). Sin embargo, pese a encontrarse en los distintos diseños curriculares actuales de la escuela secundaria, numerosos investigadores ponen de manifiesto la pérdida de presencia de la geometría en el aula de matemática y el estudio con poco sentido de lo que se propone enseñar (ABRATE et al., 2006; GASCÓN, 2003; ITZCOVICH, 2005; OLIVERO et al., 2017; ROJAS; SIERRA, 2018). Entre las razones de la pérdida de presencia de la geometría, tanto en la escuela como en la formación docente, Itzcovich (2005) señala la dificultad de los docentes en encontrar problemas que representen verdaderos desafíos; la poca claridad en el sentido que adquieren los conocimientos geométricos en los diferentes diseños curriculares; la decisión docente de dejar de lado el tema por falta de tiempo, priorizando otros como álgebra, aritmética o funciones. En particular, las investigaciones de Rojas y Sierra (2018) y Olivero et al. (2017) señalan que en los diseños curriculares de matemática y libros escolares se explicitan los saberes geométricos a enseñar, pero no aparecen las cuestiones a las que responden. Esta ausencia es característica de un paradigma pedagógico dominante en las instituciones educativas, que Chevallard (2006) denomina paradigma de la visita de obras. En este paradigma, se considera a las obras que se proponen estudiar, como obras acabadas y cerradas, de las que ha desaparecido la situación problemática que les dieron origen así como toda posibilidad de cuestionamiento de las mismas (GASCÓN; NICOLÁS, 2018). “Un saber no se conoce si no se conocen sus razones de ser, o al menos algunas de ellas, que lo hacen socialmente dotado de sentido” (CHEVALLARD, 2013b, p. 104).

Este trabajo forma parte de un estudio más amplio, en el que se adopta a la Teoría Antropológica de lo Didáctico (CHEVALLARD, 1999, 2013a, 2017) como marco referencial, con el propósito de indagar sobre la geometría que actualmente proponen estudiar profesores de escuela secundaria de una ciudad de la provincia de Río Negro (Argentina). En dicha provincia, se han realizado modificaciones en el diseño curricular de la escuela secundaria y la

nueva propuesta se ha comenzado a implementar en el año 2017. En esta oportunidad se describen y caracterizan las organizaciones matemáticas que fueron propuestas a estudiar en torno a la geometría por un profesor que se ocupa de la enseñanza de la matemática en los primeros cuatro años de una escuela secundaria pública. En particular, en los primeros cuatro años de la escuela secundaria de la Provincia de Río Negro se propone el estudio de la geometría plana y espacial (ARGENTINA. Ministerio de Educación y Derechos Humanos de Río Negro, 2017). Estas nociones de geometría permiten modelar y describir el espacio físico que nos rodea. Es por ello que el estudio de las relaciones, características y propiedades de los objetos geométricos son esenciales para la formación del estudiante de secundario.

REFERENCIAL TEÓRICO

En este trabajo se adopta como referencial teórico a la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) (CHEVALLARD, 1999, 2013a, 2017), donde se considera como objeto de estudio e investigación, no sólo las actividades de enseñanza y aprendizaje en el aula, sino todo el proceso que va desde la creación y utilización del saber matemático hasta su incorporación en las instituciones de enseñanza como saber enseñado.

En la TAD se admite que toda actividad humana regularmente realizada puede ser descrita con un modelo único, denominado praxeología, que consta de dos niveles:

- El nivel de la praxis o del saber hacer que engloba, por un lado, un cierto tipo de tareas y cuestiones que se estudian, y por otro, las técnicas para resolverlos.
- El nivel del logos o del saber, se encuentran los discursos que describen, explican y justifican las técnicas que se utilizan, esto es, la tecnología. Un segundo nivel de descripción, explicación, justificación (esto es, el nivel tecnología de la tecnología) se denomina teoría.

Los cuatro elementos mencionados (tipos de tareas, técnicas, tecnología y teoría) son imprescindibles para construir una praxeología. A su vez, Chevallard (1999) también propone la noción género de tareas, caracterizada por solicitar un determinativo. Esta noción hace referencia a una acción sin especificar el objeto al que se aplica. Calcular la longitud de la diagonal de un cuadrilátero es un ejemplo de tipo de tarea, mientras que simplemente calcular, es un género de tarea. Los tipos de tarea y género de tarea son construcciones institucionales cuya reconstrucción, en una institución determinada, es el objeto mismo de la didáctica (CHEVALLARD, 1999).

En el proceso de estudio de una noción matemática es necesario considerar la praxeología u organización matemática (OM), que es la realidad matemática que puede construirse en una clase de matemáticas donde se estudia el tema; y la praxeología u organización didáctica, que es la manera en que puede ser construida esa realidad matemática. Por la naturaleza de esta investigación, el estudio se centra en el análisis de las componentes de las OM en torno a la geometría que se estudiaron en los cursos que participan de la investigación, y se hacen inferencias acerca de las decisiones didácticas tomadas por el profesor.

Por otra parte, CHEVALLARD (1999, 2019) distingue diferentes tipos de OM según la *complejidad creciente* de sus componentes:

- Una *organización matemática* se considera *puntual* (OMP) en una institución cuando se centra en un único *tipo de tarea*, generalmente asociadas a un pequeño conjunto de técnicas, por lo que está determinada por el bloque práctico-técnico. Resolver ecuaciones de primer grado, simplificar fracciones, calcular el perímetro de una circunferencia o hallar la derivada de una función elemental son ejemplos de OMP que viven en la escuela secundaria. Pero para describir adecuadamente cada una de las OMP citadas, deberíamos detallar con cierta precisión el tipo de tareas que estamos considerando y las pequeñas variaciones de la técnica que se consideran en la institución de referencia como una “*misma técnica*”. Incluso sería preciso especificar en qué punto una determinada variación de una técnica concreta ya no puede ser considerada por la institución de referencia como la “*misma*” técnica y, por tanto, cuáles son las nuevas OMP que aparecen y cuál es su relación con la OMP inicial. También habría que detallar los elementos tecnológicos que permitirían describir e interpretar dicha actividad matemática (aunque queden implícitos) y hasta la teoría que constituye el horizonte en el que podría situarse (FONSECA, 2004).
- Una *organización matemática* se considera *local* (OML) en una institución si resulta de la integración de diversas OMP. Cada praxeología *local* se caracteriza por una *tecnología* que sirve para justificar, explicar, relacionar entre sí y producir las técnicas de todas las *praxeologías puntuales* que la integran. Por ejemplo en Quijano y Corica (2017) se describe una OML en torno a propiedades de los lugares geométricos en relación a la escuela secundaria. Resulta, por tanto, que estas nuevas cuestiones problemáticas deberían constituir la “razón de ser” que dan sentido a la OML (FONSECA, 2004). Son las propias instituciones docentes las que deberían plantearse la necesidad de reconstruir OML relativamente completas que permitan flexibilizar e integrar las OMP (BOSCH et al., 2004).
- Una *organización matemática* se considera *regional* (OMR) en una institución si se obtiene mediante la coordinación, articulación y posterior integración de diversas OML a una teoría matemática en común. Para hacer referencia a una OMR bastará citar la *teoría matemática* común que sirve, en cada caso, para unificarla. El álgebra lineal es un ejemplo de una OMR (FONSECA 2004).
- Una *organización matemática* se considera *global* (OMG) si surge al agregar varias OMR a partir de la integración de diferentes teorías.

METODOLOGÍA

En este trabajo se propone una investigación cualitativa de tipo descriptivo e interpretativo (HERNÁNDEZ et al., 2014). Se presenta un estudio de caso constituido por una escuela de gestión pública de la ciudad de San Carlos de Bariloche (Provincia de Río Negro, Argentina), en la que un mismo profesor se ocupa de las clases en los cuatro primeros años de dicha escuela. El docente es profesor de matemática, con seis años de antigüedad en la profesión y, particularmente en la institución referida, tiene dos años de antigüedad en el cargo.

En este trabajo se reconstruye la Organización Matemática Enseñada (OME) a partir del estudio de las carpetas de estudiantes de primero a cuarto año de escolaridad secundaria (13-16 años de edad). Estas carpetas contienen registros de los estudiantes y material proporcionado por el profesor para el estudio. La organización de estas carpetas es diversa, pero en general contienen enunciados que corresponden al entorno tecnológico- teórico y tareas con

indicaciones de las técnicas empleadas en su hacer. El describir y analizar las carpetas de los estudiantes, particularmente las praxeologías que el docente propuso reconstruir en relación con la geometría, da cuenta del saber que se estudió en el aula, y con qué características se realizó. Esto permite hacer inferencias acerca de las decisiones matemáticas y didácticas que el docente realizó en dicha institución para el estudio de la geometría.

Las carpetas que se analizan corresponden a un curso de cada año de escolaridad, a cargo del profesor participante de la investigación. Estas fueron elegidas intencionalmente por el docente de acuerdo a la asistencia al curso del estudiante durante el año escolar y la responsabilidad y compromiso con el estudio de la materia. Se utiliza la notación C_i para señalar que la carpeta corresponde al año de secundario i .

En correspondencia con el referencial teórico adoptado, para el análisis de las carpetas se identificaron por una parte las nociones que constituyen el entorno tecnológico-teórico, y por otra los elementos que conforman el entorno práctico-técnico. Todas las tareas indicadas en las carpetas de los estudiantes son descritas en conjunto a través de las categorías que conforman la tabla de análisis, presentada en la Tabla 1. Para establecer los elementos del entorno práctico-técnico se identifican los géneros de tareas y tipos de tareas que se asocian a cada una de las tareas presentes en los materiales y se explicitan en general las técnicas indicadas en los ejemplares de tareas. La notación empleada es G_i para referir al i -ésimo género de tarea definido; en tanto que la forma para designar a los tipos de tareas es T_i . Se indica la tabla empleada para realizar la descripción de las tareas que estudiaron los alumnos de la escuela secundaria (Tabla 1).

Tabla 1 – Tabla para el análisis de tareas

Género de tareas	Tipo de tareas	Número de tarea	Ejemplar de tarea	Técnicas empleadas	Entorno tecnológico-teórico
------------------	----------------	-----------------	-------------------	--------------------	-----------------------------

Fuente: Elaboración propia

En la primera columna se señala el *Género de tareas* al que refiere el tipo de tareas que se analiza. La segunda columna identifica al *Tipo de tareas* que refiere la tarea que se describe. La tercera columna corresponde al *Número de Tarea*, en la que se listan todas las tareas de la carpeta que se identifican con el tipo de tarea mencionado. En la cuarta columna se indica un *Ejemplar de tarea* presente en la carpeta, el que se elige por ser representativo del tipo de tarea al que refiere. En la quinta columna se describen las *Técnicas empleadas* que se identifican en el hacer de la tarea. En la sexta columna se indica el *Entorno tecnológico-teórico* inmediato necesario para el hacer del tipo de tarea. Con cada tabla confeccionada se describen y se analizan los componentes de la OME y se hacen inferencias acerca de la gestión del estudio propuesta por el profesor.

ANÁLISIS DE LA ORGANIZACIÓN MATEMÁTICA ENSEÑADA

El profesor de la institución que intervino en esta investigación propone el estudio de la geometría en los primeros cuatro años de la escuela secundaria mediante 173 tareas, distribuidas de la siguiente manera: 37 tareas en primer año, 65 tareas en segundo año, 43 de tercer año y 28 de cuarto año. Estas tareas fueron identificadas con 27 tipos de tareas, las que se corresponden con los 8 géneros de tareas que se definen a continuación. La numeración propuesta para dichos géneros no supone orden, sino que responde a la manera adoptada para

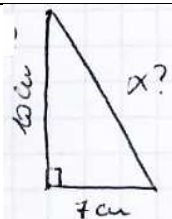
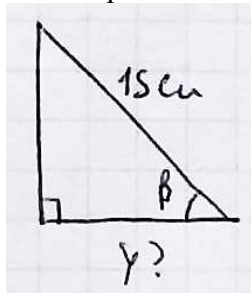
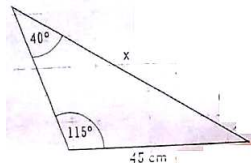
diferenciarlos para la descripción y análisis.

- G_1 : *Calcular*: engloba tareas que requieren aplicar algoritmos preestablecidos para obtener un resultado numérico.
- G_2 : *Verificar*: se refiere a tareas que solicitan analizar datos dados en la consigna para comprobar si cumplen con condiciones, definiciones, propiedades, teoremas, etc. referidos.
- G_3 : *Identificar*: indica tareas que requieren reconocer ciertos objetos geométricos de acuerdo a características preestablecidas.
- G_4 : *Formular*: agrupa tareas que solicitan la redacción de una consigna que cumpla determinadas características.
- G_5 : *Representar*: comprende tareas que implican la construcción de objetos geométricos, ya sea en un plano cartesiano o en un plano sin referencial, y bajo diversos escenarios: utilizando lápiz y papel, instrumentos de geometría, un software, materiales concretos, etc.
- G_6 : *Deducir*: engloba tareas que demandan hallar un valor o un objeto utilizando una secuencia de inferencias a partir de la información dada.
- G_7 : *Definir*: se refiere a tareas que solicitan reconocer características necesarias y suficientes para determinar cierta noción geométrica.
- G_8 : *Medir*: se compone de tareas que requieren establecer una correspondencia entre una unidad de medida y una magnitud.

Dada la extensión de este trabajo se presenta, a modo de ejemplo, el fragmento de la tabla correspondiente a una carpeta de cuarto año de la escuela secundaria (Tabla 2), que da cuenta de la metodología utilizada para el análisis de las tareas que el profesor propone para el estudio de la geometría en cuarto año. Asimismo, en el Anexo de este artículo, se presentan fragmentos de tablas correspondientes a los diferentes años de escolaridad analizados (Tabla 10, Tabla 11, Tabla 12 y Tabla 13), a fin de indicar ejemplares de tareas que se corresponden con cada uno de los géneros de tarea definidos. La columna referida al número de tarea (ver Tabla 1) se omite en la presentación de la Tabla 2, debido a que no es posible presentar todas las tareas que se analizaron. En la Tabla 2 se indican ejemplares de tarea en relación al tipo de tareas T_1 : *Calcular la longitud de los lados de triángulos* para dar cuenta del estudio realizado, en el que se transfiere su enunciado para evitar confusión con la tipografía del estudiante y se indican los esquemas realizados por el estudiante o proporcionados por el docente.

Tabla 2 – Tabla para el análisis de tareas. Carpeta C_4

Género de tareas	Tipo de tareas	Ejemplar de tarea	Técnicas empleadas	Entorno tecnológico-teórico
G_1 : Calcular	T_1 : Calcular la longitud de los lados de triángulos	Hallar el valor desconocido de la figura	Identificar la información proporcionada en la tarea. Identificar la incógnita a calcular. Establecer cuáles son los catetos e hipotenusa del triángulo.	Teorema de Pitágoras Propiedad uniforme de la igualdad Propiedades de operaciones en R

			Identificar los datos del problema en la ecuación $A^2=B^2+C^2$ Operar y calcular la incógnita. Interpretar el resultado	Clasificación de triángulos
	Calcular los valores pedidos		Identificar la información proporcionada en la tarea. Identificar la incógnita a calcular. Establecer la razón trigonométrica que resuelve el problema. Identificar los datos del problema en la definición de la razón trigonométrica y establecer la proporción. Operar y calcular la incógnita.	Razones trigonométricas Propiedad uniforme de la igualdad Propiedades de operaciones en R
	Calculen el valor de x		Identificar la información proporcionada en la tarea. Identificar la incógnita a calcular. Establecer el teorema que permite calcular la incógnita. Identificar los datos del problema en el teorema del seno o en el teorema del coseno. Operar y calcular la incógnita.	Teorema del seno Teorema del coseno Propiedad uniforme de la igualdad Propiedad de las proporciones Propiedades de operaciones en R

Fuente: Elaboración propia

En la Tabla 2 el género de tareas G_1 : *Calcular* contiene al tipo de tareas T_1 : *Calcular la longitud de los lados de triángulos*. Dentro de T_1 se identificaron tres grupos de tareas que difieren en las técnicas utilizadas para su resolución y por ello, son distintos los entornos tecnológicos-teóricos que justifican su hacer. El primer grupo de tareas se caracteriza por requerir el teorema de Pitágoras como entorno tecnológico-teórico principal. Al segundo grupo lo componen tareas que se utilizan las razones trigonométricas de un ángulo agudo y para el último grupo, se requiere fundamentalmente de los teoremas del seno o del coseno. Hay otros entornos tecnológicos-teóricos que se necesitan para resolver dichas tareas, y tienen que ver con las propiedades de las operaciones con números reales, o la propiedad uniforme de la igualdad que justifica la manera de resolver ecuaciones.

A continuación, en la Tabla 3, se especifican los géneros de tareas identificados y que

engloban a las tareas propuestas por el profesor, según el año de escolaridad al que refieren.

Tabla 3 – Géneros de tareas por año de escolaridad

	1°	2°	3°	4°
G_1 : Calcular		✓	✓	✓
G_2 : Verificar	✓	✓	✓	✓
G_3 : Identificar		✓	✓	✓
G_4 : Formular			✓	✓
G_5 : Representar	✓	✓	✓	
G_6 : Deducir	✓	✓		
G_7 : Definir	✓	✓		
G_8 : Medir		✓		

Fuente: Elaboración propia

En la Tabla 4 se exponen los tipos de tareas que se identificaron bajo cada género, el año escolar en el que ese tipo de tareas está presente y la cantidad de tareas que comprende. Cabe aclarar que hay tareas (11 de las 173) que fueron contempladas en más de un tipo de tareas o más de un género, de acuerdo a lo solicitado en la consigna. Por ejemplo, una tarea que requiere calcular la longitud de algún elemento de una figura y luego se solicita representarla, fue considerada tanto en el género G_1 y G_5 .

Tabla 4 – Tipos de tareas según género y cantidad de tareas por año de escolaridad

Género de tareas	Tipo de tareas	Cantidad de tareas por año escolar			
		1°	2°	3°	4°
G_1 : Calcular	T_1 : Calcular la longitud lados de polígonos	0	5	16	15
	T_2 : Calcular la longitud de diagonales de polígonos	0	4	0	0
	T_3 : Calcular la longitud de segmentos definidos por intersección de rectas	0	0	3	0
	T_4 : Calcular la amplitud de ángulos de polígonos	0	15	7	11
	T_5 : Calcular el perímetro de polígonos	0	6	6	3
	T_6 : Calcular el área de polígonos	0	7	2	0
	T_7 : Calcular una medida	0	1	0	0
	T_8 : Calcular una razón	0	0	0	1
G_2 : Verificar	T_9 : Verificar una definición	1	1	0	0
	T_{10} : Verificar una propiedad	1	0	0	0
	T_{11} : Verificar un teorema	1	0	0	1
	T_{12} : Verificar variaciones en magnitudes	0	1	2	0
	T_{13} : Verificar proposiciones	0	0	1	0

G_3 : Identificar	T_{14} : Identificar elementos de un cuadrilátero	0	1	0	0
	T_{15} : Identificar características de un cuadrilátero	0	4	0	0
	T_{16} : Identificar segmentos	0	0	2	2
G_4 : Formular	T_{17} : Formular un problema que requiera una técnica dada	0	0	1	0
	T_{18} : Formular un problema que requiera un entorno tecnológico-teórico dado	0	0	0	1
G_5 : Representar	T_{19} : Representar polígonos	17	9	0	0
	T_{20} : Representar movimientos rígidos en el plano	14	3	0	0
	T_{21} : Representar números irracionales en la recta numérica	0	5	0	0
	T_{22} : Representar puntos en el plano atendiendo a ciertas condiciones	0	3	0	0
	T_{23} : Representar segmentos	0	0	3	0
G_6 : Deducir	T_{24} : Deducir una propiedad	1	1	0	0
	T_{25} : Deducir un movimiento rígido	1	2	0	0
G_7 : Definir	T_{26} : Definir un concepto geométrico	1	1	0	0
G_8 : Medir	T_{27} : Medir la longitud de un segmento	1	0	0	0

Fuente: Elaboración propia

En relación con la cantidad de tareas propuestas, el género G_1 : *Calcular* es el que más presencia tiene en el estudio de la geometría (102 tareas en total) y el que más tipos de tareas asociados comprende (8 tipos de tareas distintos). Sin embargo, en primer año está totalmente ausente, es decir, concentra las tareas propuestas en los tres años siguientes. Excepto los tipos de tareas T_3 y T_7 , el resto tienen tareas asociadas que solicitan calcular valores referidos a polígonos: longitud de sus elementos, amplitud de sus ángulos, perímetro, área, razón entre lados.

El género que le sigue en cuanto a la cantidad de tareas inmersas en él, es G_5 : *Representar*, con 54 tareas, comprendidas en 5 tipos de tareas diferentes. A diferencia de G_1 , éste género tiene fuerte presencia en los dos primeros años y escasa o nula presencia en tercero y cuarto. La mayoría de estas tareas está pensada en la geometría sintética y refiere a la construcción de figuras, particularmente triángulos.

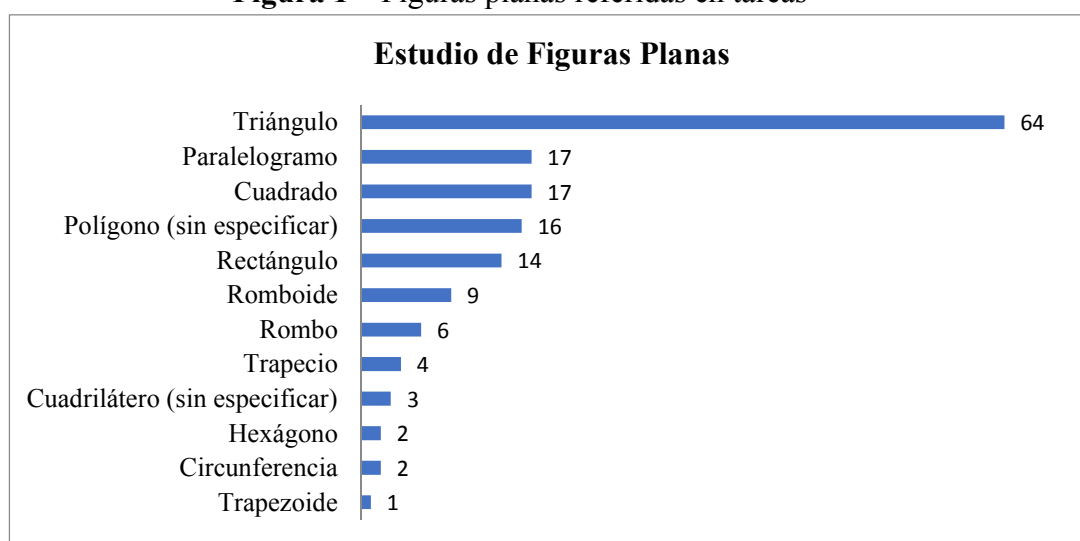
El género G_2 : *Verificar* es el único que tiene tareas propuestas en los cuatro años de escolaridad analizados, siendo 9 en total distribuidas en 5 tipos de tareas diferentes. Este mismo número de tareas tiene asociadas el género G_3 : *Identificar* y hacen referencia a la identificación de objetos geométricos en configuraciones geométricas: elementos y características de polígonos y segmentos correspondientes entre rectas paralelas. Al igual que G_1 , este género no se identifica con las tareas estudiadas en el primer año de la secundaria.

Los restantes cuatro géneros de tareas identificados (G_4 : *Formular*, G_6 : *Deducir*, G_7 : *Definir* y G_8 : *Medir*) tienen poca presencia en el material analizado, sumando diez tareas en total entre ellos agrupados en seis tipos de tareas diferentes.

El estudio de la geometría espacial está ausente en el material, centrándose en la geometría plana y exclusivamente euclidiana. Las nociones de geometría a las que refieren las tareas indicadas en el material son: polígonos (especialmente triángulos y cuadriláteros), elementos de un polígono; polígono cóncavo y convexo; construcción de polígonos (mayormente triángulos y cuadriláteros), clasificación de triángulos, desigualdad triangular, criterios de congruencia de triángulos, propiedades de triángulos y cuadriláteros, movimientos rígidos en el plano (simetría axial, traslación, rotación, frisos), teorema de Pitágoras, representación de números irracionales en la recta numérica, perímetro y área (de triángulos y cuadriláteros), equivalencia de unidades de longitud, teorema de Thales, razones trigonométricas, teorema del seno y teorema del coseno.

En cuanto al estudio de figuras planas, en general éste se circunscribe a figuras particulares, únicas, en la que se brindan los datos que la definen. Es decir, longitudes de lados, amplitudes de ángulos, etc., que hacen que los casos generales no estén presentes en el estudio. Las tareas proponen un estudio cerrado en casos particulares y no incluyentes en relación con sus clases (por ejemplo, si se refiere a rectángulo, éste es no cuadrado, si se refiere a triángulo isósceles, es no equilátero, si se estudia el rombo, el mismo siempre es no cuadrado, etc.). De acuerdo a la cantidad de tareas que refieren a triángulos, se puede afirmar que ésta es la figura plana más estudiada. En el gráfico de la Figura 1 se explicita la cantidad de tareas según la figura plana a la que refieren. Se aclara que se aluden a ellas tal como se señalan en las tareas o en sus respectivas resoluciones.

Figura 1 – Figuras planas referidas en tareas



Fuente: Elaboración propia

El material se destaca por presentar el estudio de la geometría vinculándola con el álgebra y la aritmética y, particularmente en primer año, se adentra en la geometría sintética, particularmente vinculada al estudio de tareas relacionadas con el género G_5 : *Representar*.

A continuación se describen aspectos referidos a la formulación de las consignas de las tareas propuestas por el profesor. Se pretende identificar aquellas decisiones didácticas que se llevaron a cabo en el estudio propuesto a través del análisis de dichos enunciados.

Formulación de tareas

Un aspecto esencial de la práctica docente es la redacción de las consignas o enunciados de las tareas propuestas. Seleccionar o diseñar consignas para llevar al aula es una tarea inherente a la práctica docente a la hora de planificar las clases. Esta tarea no es sencilla, ya que, además de la claridad que deben poseer en relación con lo que se requiere, se necesita que “(...) atiendan al contenido, que sean factibles de ser realizadas por nuestros estudiantes, que requieran conocimientos previos que nuestros alumnos dispongan, que promuevan un trabajo interesante para el estudiante, etc. (...)” (BARREIRO, LEONIAN, MARINO, POCHULU y RODRIGUEZ, 2016, p. 25). Del total de tareas planteadas, 9 de ellas carecen de enunciado explícito en la carpeta por lo que se infiere, a partir de la resolución indicada en la carpeta del estudiante, que lo que se requiere es calcular el valor de la incógnita señalada con un signo de interrogación, tal como se observa en las tareas de la Tabla 5.

Tabla 5 – Tareas en las que el enunciado no está explícito

Tarea propuesta en tercer año	Tarea propuesta en cuarto año	Tarea propuesta en cuarto año

Fuente: Elaboración propia

El contexto de la mayoría de las tareas planteadas es de matemática pura: de las 173 tareas, 158 están dadas en este contexto. Otras 10 tareas están planteadas mediante un contexto que intenta vincularse con situaciones de la realidad o de vida cotidiana, pero que es una “realidad de opereta” Chevallard (2013b, p. 46) ya que es un contexto de un problema que en definitiva es matemático. Las tareas de este tipo simulan una realidad falseada o manipulada para mostrar y utilizar técnicas y algoritmos relevantes (POCHULU, 2018). Rojas y Sierra (2018) se refieren a ellas como situaciones pseudo reales. A modo de ejemplo, se exhibe la Tabla 6 una tarea de segundo año y dos tareas de tercer año respectivamente, planteadas en un contexto pseudo real.

Tabla 6 – Tareas en un contexto pseudo real

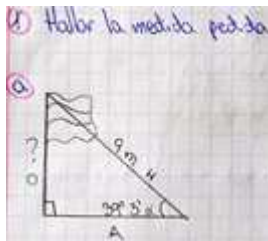
Tarea propuesta en segundo año	Tarea propuesta en tercer año	Tarea propuesta en tercer año
Una carrera de autos consiste en dar 60 vueltas a una pista de 5230 metros de perímetro. ¿Cuántos kilómetros deben recorrer?	¿Cuál es el ángulo de elevación del sol cuando un mástil de 24m proyecta una sombra de 16m?	¿Cuál es la altura de una antena si una persona que se encuentra a 250 mts de su base, observa su punta bajo un ángulo de 22°?

Fuente: Elaboración propia

Por otro lado, en 5 tareas correspondientes a tercer año se solicita hallar la longitud de un lado de un triángulo dado, y a continuación se presenta el esquema de dicho triángulo, pero en él se destaca el dibujo de un objeto (como por ejemplo una casa, un castillo, un árbol, una bandera) como parte de la configuración geométrica. En la Figura 2 se observa la consigna y la

configuración de un triángulo rectángulo, en el que en uno de sus catetos hay dibujada una bandera, con un signo de interrogación. De acuerdo a la resolución que se encuentra en la carpeta, lo que se solicita es la altura del mástil que estaría representando.

Figura 2 – Tareas con dibujos en su configuración geométrica

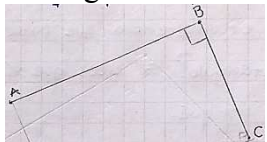
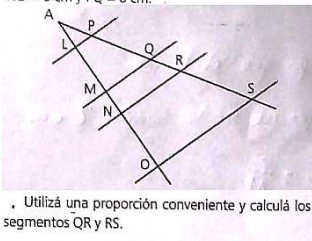
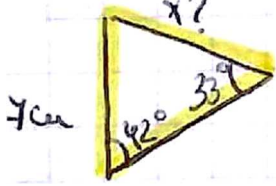


Fuente: Elaboración propia

En un total de 14 tareas se solicita en la consigna, la explicación o justificación de la respuesta brindada. La posibilidad de argumentar la validez de la resolución o de la respuesta dada, es uno de los aspectos a considerar en una consigna para que ésta tenga potencial matemático rico (BARREIRO et al., 2016).

En relación con la configuración geométrica de figuras planas en las consignas, se destaca que el profesor utiliza tanto figuras estereotipadas como figuras que no son estereotipos. Los trabajos de Barrantes, López y Fernández (2014, 2015) refieren a *figuras estereotipadas* o en *posición estándar* a aquellas representaciones geométricas que presentan un distractor de orientación, que no tiene vínculo con la definición del concepto. Por ejemplo, son figuras estereotipadas los cuadrados o rectángulos cuyos lados son horizontales o verticales, los triángulos rectángulos apoyados en sus catetos o el rombo cuyas diagonales son verticales y horizontales. La utilización de estas configuraciones geométricas puede producir dificultades e ideas erróneas en relación con el concepto geométrico estudiado. Por ello, es importante que el profesor utilice configuraciones geométricas de todo tipo a la hora de planificar su enseñanza (BARRANTES, LÓPEZ y FERNÁNDEZ, 2014). Además, una configuración estereotipada puede dar indicios o sugerir las técnicas a emplear sin dar la posibilidad al estudiante de que explore la tarea. De las 173 tareas propuestas en los cuatro años de escolaridad, 128 tienen alguna configuración geométrica en su consigna, y de ellas, sólo 38 se corresponden con figuras no estereotipadas. En la Tabla 7 se presentan, a modo de ejemplo, tres tareas que se corresponden con estas configuraciones correspondientes a segundo, tercero y cuarto año, respectivamente.

Tabla 7 – Tareas con configuraciones geométricas no estereotipadas

Tarea propuesta en segundo año	Tarea propuesta en tercer año	Tarea propuesta en cuarto año
Los segmentos $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ son perpendiculares. Completá la figura para que quede dibujado un rectángulo. 	En el siguiente dibujo $LP \parallel MQ \parallel NR \parallel OS$. Los segmentos miden: $LM = 5$ cm, $MN = 2,5$ cm, $NO = 6$ cm y $PQ = 6$ cm.  Utilizó una proporción conveniente y calculó los segmentos QR y RS.	Hallar el valor de x 

Fuente: Elaboración propia

Como se puede observar en la Tabla 7, la primera imagen (Tarea propuesta en segundo año) presenta dos lados de un rectángulo en los que ninguno de ellos es horizontal. En la segunda imagen (Tarea propuesta en tercer año) se indican dos rectas cortadas por cuatro rectas paralelas, tampoco éstas tienen una posición horizontal y por último (Tarea propuesta en cuarto año) se presenta un triángulo que pareciera estar apoyado sobre un vértice. Estas figuras son ejemplos de configuraciones geométricas no estereotipadas.

Se destaca que sólo en primer año, el profesor utiliza algún recurso o material didáctico para llevar a cabo 7 de las 37 tareas propuestas en ese nivel. En Villarroel y Sgreccia (2012) se define *material didáctico concreto* a todos aquellos objetos usados por el profesor y/o los alumnos en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática con el fin de lograr ciertos objetivos específicos (ALSINA et al., citado en VILLARROEL; SGRECCIA 2012). Es decir, “aquellos objetos que pueden ayudar a construir, entender o consolidar conceptos, ejercitar y reforzar procedimientos e incidir en las actitudes de los alumnos en las diversas fases de sus procesos de aprendizaje” (VILLARROEL; SGRECCIA, 2011, p. 79). Estas autoras aclaran que los instrumentos de geometría elementales, como la regla y el compás, no estarían dentro de lo que consideran materiales didácticos concretos, ya que merecen un tratamiento en particular. Siguiendo estas definiciones, en dos de las tareas referidas se utiliza en tareas de primer año como material didáctico concreto sorbetes de diferentes longitudes, con el objetivo de determinar la propiedad de convexidad o concavidad de un polígono, y de inferir la propiedad triangular, respectivamente. Además, en otras cuatro tareas el profesor propone el uso de papel para la construcción de figuras y construcciones, hechas y recortadas en papel para el estudio de movimientos rígidos en el plano y la propiedad de la suma de ángulos interiores de un triángulo. En la Tabla 8 se exponen dos tareas en las que se solicita trabajar con materiales didácticos concretos.

Tabla 8 – Tareas con materiales concretos

Tareas propuestas en primer año	
Recorten sorbetes con las siguientes longitudes: 2cm, 3cm, 5cm, 4cm, 6cm y 8cm. Traten de formar triángulos usando como lados y completen la siguiente tabla	En una hoja aparte dibujar una circunferencia con el compás y recortarla. Doblar a la mitad y después otra vez.

longitudes de los sorbetes	Es posible formar el triángulo?
8cm, 3cm, 2cm	
8cm, 8cm, 4cm	
8cm, 4cm, 2cm	
8cm, 4cm, 3cm	

a) Escriban tres longitudes que no estén en la tabla con las que crean que sí es posible construir un triángulo.

b) Escriban tres longitudes que no estén en la tabla con las que no sea posible construir un triángulo.

c) ¿Cuándo creen que dadas tres longitudes es posible construir un triángulo?

Con la tijera hacer bordes, abrir y pegar en la carpeta.

¿Qué movimiento rígido está presente en el núcleo o patrón?

¿Por qué la rotación es un movimiento rígido?

Fuente: Elaboración propia

El uso de materiales de este tipo pueden ser facilitadores y potenciadores de las habilidades geométricas, favoreciendo y colaborando en el desarrollo del pensamiento geométrico (VILLARROEL; SGRECCIA, 2011).

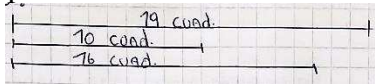
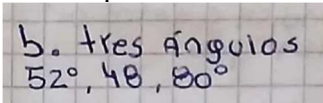
En dos tareas de primer año se utiliza otro recurso para la enseñanza, el software de geometría dinámica GeoGebra, para realizar traslaciones de figuras. Las actuales orientaciones curriculares respecto a la incorporación de software en el aula llevan a un cambio en la forma de interactuar con los problemas. En relación a la enseñanza y aprendizaje de la geometría, los programas como Cinderella, Cabri o Geogebra contribuyen a desarrollar una metodología activa de enseñanza mediante el dinamismo que dan a las actividades geométricas (BARRANTES; BALLESTRO, 2012).

Por otro lado, en el material analizado se identificaron 18 tareas que, debido a los temas estudiados en su inmediatez, no se encuentran propuestas en el eje de *geometría y medida* del Diseño Curricular para la Provincia de Río Negro (DC) (ARGENTINA. Ministerio de Educación y Derechos Humanos, 2017). Es decir, el profesor utiliza nociones de geometría como medio para el estudio de otros saberes correspondientes a otros ejes o áreas del DC, poniendo en evidencia la articulación de los diferentes temas de matemática. En segundo año se plantean 5 tareas inmersas en el eje *número y operaciones*, que refieren a la representación exacta de números irracionales en la recta numérica (raíces cuadradas no enteras) para lo cual se requiere el uso de ejes cartesianos, la construcción de rectángulos y el teorema de Pitágoras. Desde el eje *número y álgebra* se plantean 9 tareas, 6 en tercer año y 3 en cuarto año, las que requieren el cálculo de perímetros y áreas de distintas figuras. El énfasis en estas tareas está puesto en la operación con números reales: en la consigna se indica hallar el “valor exacto”, en referencia a las operaciones con radicales que se debe realizar teniendo en cuenta que las longitudes de los lados son números irracionales. Además, en tercer año se plantean otras 4 tareas pertenecientes al eje de *funciones y álgebra* que hacen referencia al estudio de variaciones de magnitudes.

De acuerdo a las tareas propuestas, se infiere que el lugar del estudiante es el de resolutor de tareas, en el que debe justificar en varias ocasiones sus respuestas. Este rol de resolutor

genera que, en determinadas tareas, su participación sea más activa que en otras. Por ejemplo, las tareas que requieren la manipulación de materiales didácticos concretos, las tareas en que se utiliza el software GeoGebra, las que solicitan formular un problema bajo ciertas condiciones o las que requieren arribar a algún tipo de conclusión, hacen que el rol del estudiante sea activo. El resto de las tareas, que son la mayoría, proponen un estudio cerrado, que demandan la aplicación de una única técnica y que esto no implica discutir si fue correctamente utilizada, su dominio de validez, su eficacia, su economía y sus relaciones con otras técnicas. Respecto al saber tecnológico-teórico, las carpetas lo presentan como acabado e incuestionable, para luego proponer ejemplares de tareas para la aplicación de técnicas que requieren exclusivamente del entorno tecnológico-teórico que los antecede. Esto ocurre, por ejemplo, en la presentación de teoremas como Pitágoras, Thales, teorema del seno y del coseno. En estos casos, el saber es organizado en teórico y práctico, como si existieran dos saberes, donde el saber práctico no tiene incidencia en la constitución del teórico. Esto es, del hacer de las tareas no surge la necesidad de formular nuevos saberes teóricos. Por ejemplo, alguna de las tareas propuestas en la Tabla 2, podría presentarse de tal manera que la técnica utilizada hasta ese momento no permita resolverla, con lo que se haría necesario recurrir a otras técnicas, justificadas por un saber tecnológico-teórico diferente. Esta forma de organizar la presentación de tareas y el surgimiento de nuevos saberes no se evidencia en las carpetas de los estudiantes. Sin embargo, aunque en pocas ocasiones (ocho tareas en total), algunos de los entornos tecnológicos-teóricos como definiciones y propiedades, se presentan como conclusiones arribadas luego de que el estudiante resuelve determinadas tareas. Son ejemplos de ello la desigualdad triangular (ver la primera tarea de la Tabla 8), la propiedad de convexidad de un polígono o los criterios de congruencia de triángulos. Se desprende que, en estos casos, se toma en cuenta el trabajo realizado por el estudiante para institucionalizar estos entornos, dando cierre a dichas tareas. Se vislumbra un trabajo exploratorio que finalmente demanda el arribo de dichas propiedades para comprender y explicar la resolución. Es decir, ciertas propiedades no son presentadas por el docente sino que se fomenta una exploración que desemboque en la formulación y validación de las mismas. Por ejemplo, en primer año, previo a la definición de los criterios de congruencia de triángulos, el estudiante resuelve tareas como las que se presentan en la Tabla 9, las que se dirigen a poder establecer dichos criterios.

Tabla 9 – Tareas dirigidas al establecimiento de los criterios de congruencia de triángulos

Tareas propuestas en primer año	
Construir un triángulo con los siguientes datos y decir cuántos otros podés hacer con los mismos. Explicar. 	Construir un triángulo con los siguientes datos y decir cuántos otros podés hacer con los mismos. Explicar. 

Fuente: Elaboración propia

REFLEXIONES FINALES

En este trabajo se describieron y caracterizaron las organizaciones matemáticas que fueron estudiadas en torno a la geometría en los primeros cuatro años de una escuela secundaria de la ciudad de San Carlos de Bariloche, provincia de Río Negro, Argentina. En dicha institución, así como todas las escuelas de gestión estatal de la provincia, desde el año 2017, se puso en funcionamiento un nuevo diseño curricular para la escuela secundaria. Con la Teoría Antropológica de lo Didáctico como marco referencial se analizaron las tareas, las técnicas empleadas y los entornos tecnológicos-teóricos de la propuesta realizada por el profesor a cargo en la institución referida, para el estudio de la geometría. Además, se consideró en el análisis, diferentes aspectos en relación con la formulación de las tareas propuestas, con el fin de reconstruir el saber que se estudió en el aula y hacer inferencias acerca de las decisiones matemáticas y didácticas que el docente realizó en dicha institución para el estudio de las nociones de geometría.

Las 173 tareas que se identificaron en los 4 años escolares se corresponden con los 8 géneros de tareas definidos y 27 tipos de tareas propuestos en el material, destacando que el género que más presencia tiene en el estudio de la geometría propuesto por el profesor es G_1 : *Calcular*, vinculándose a la geometría con otras áreas, particularmente el álgebra y la aritmética.

La representación de objetos geométricos es propuesta por el profesor con instrumentos de geometría, con Geogebra y con materiales didácticos concretos, y no está vinculada al plano cartesiano. El estudio propuesto en este sentido, se vincula a la geometría sintética, especialmente en primer año. Respecto a las configuraciones geométricas presentes en los enunciados de las tareas, se evidencia que el profesor planifica su propuesta utilizando tanto figuras consideradas estereotipos como figuras que no lo son.

Las nociones estudiadas pertenecen exclusivamente a la geometría plana, observándose un reduccionismo de saberes respecto de los propuestos en el diseño curricular. En las cuatro carpetas hay tareas formuladas en contextos matemáticos y no matemáticos, sin embargo, las situaciones que vinculan datos y eventos reales resultan situaciones pseudo reales, es decir, no constituyen verdaderos problemas y, en ocasiones, en la misma carpeta antes de cada tarea se indican las nociones geométricas necesarias para su hacer y una única técnica para resolverlas. Por ello, el estudio se centra en un conjunto de tareas y técnicas desarticuladas y débilmente interpretadas y justificadas (esto entre cada año y al interior de cada año escolar). Del análisis realizado se infiere que el estudio propuesto en torno a la geometría se organiza en OMP aisladas, representadas por los tipos de tareas que fueron definidos y las que no favorecen la conformación de, al menos, una OML.

El quehacer del estudiante se centra en la resolución de tareas y, en unas pocas de ellas, se lo implica en la manipulación de materiales didácticos concretos, en exponer explicaciones y en arribar a conclusiones que luego se institucionalizan.

Por último, se destaca que el docente propone el estudio nociones de geometría para el estudio de tópicos que no son geométricos, tales como operaciones y representación de números irracionales, variaciones de magnitudes relacionadas con el estudio de funciones y el planteo y resolución de ecuaciones vinculadas al álgebra.

Esta investigación permitió dar cuenta de la propuesta llevada a cabo por un profesor de matemática para la enseñanza de la geometría en una escuela secundaria argentina. Los

resultados reportados en relación los componentes de las organizaciones matemáticas que se proponen estudiar en los cuatro primeros años de la escuela secundaria involucrada en la investigación, indican que es necesario continuar el estudio de dispositivos didácticos que involucren la geometría plana y espacial, y que ofrezcan a los estudiantes herramientas matemáticas para comprender, describir y representar el mundo en el que viven.

REFERENCIAS

ABRATE, R.; DELGADO, G.; POCHULU, M. Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemática. **Revista Iberoamericana de Educación**, v. 39, n. 1, p. 1-9, 2006.

ARAYA, R.; ALFARO, E. La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. **Revista Electrónica Educare**, v. 14, n. 2, p. 125-142, 2010.

ARGENTINA. Ministerio de Educación y Derechos Humanos de Río Negro. **Diseño Curricular Escuela Secundaria**, 2017. Disponible en:

http://www.educacion.rionegro.gov.ar/desarrollo_seccion.php?id=238. Acceso en: 9 dic. 2020

BARRANTES, M.; BALLETO, I. Tendencias actuales de la enseñanza-aprendizaje de la geometría en educación secundaria. **Revista Internacional de Investigación en Ciencias Sociales**, v. 8, n. 1, p. 25-42, 2012.

BARRANTES, M.; BALLETO, I.; FERNÁNDEZ, M. Enseñar geometría en secundaria. En J. Asenjo, O. Macías y J.C. Toscano (Eds.), **Memoria del Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación**. Buenos Aires: OEI, p. 1-14, 2014.

BARRANTES, M.; LÓPEZ, M.; FERNÁNDEZ, M. Á. Análisis de las representaciones geométricas en los libros de texto. **Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática**, v. 9, n. 2, p. 107-127, 2015.

BARREIRO, P.; LEONIAN, P.; MARINO, T.; POCHULU, M.; RODRÍGUEZ, M. **Perspectivas metodológicas en la enseñanza y en la investigación en educación matemática**. Buenos Aires: UNGS, 2016.

BOSCH, M.; FONSECA, C.; GASCÓN, J. Incompletitud de las organizaciones matemáticas locales en las instituciones escolares. **Recherches en didactique des mathématiques**, v. 24, n. 2-3, p. 205-250, 2004.

BRESSAN, A.; BOGISIC, B.; CREGO, K. **Razones para enseñar geometría en la educación básica: mirar, construir, decir y pensar**. Buenos Aires: Noveduc Libros, 2000.

CHEVALLARD, Y. El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 19, n. 2, p. 221-266, 1999.

CHEVALLARD, Y. Steps towards a new epistemology in mathematics education. In **Proceedings of the 4th Conference of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 4)** Barcelona: FUNDEMI-IQS, p. 21-30, 2006.

Disponible en: http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~erme/CERME4/CERME4_2_Plenaries.pdf#page=3. Acceso en: 9 dic. 2020

CHEVALLARD, Y. *Éléments de didactique du développement durable*. Leçon 3, 2013a. Disponible en: <http://yves.chevallard.free.fr/>. Acceso en: 9 dic. 2020

CHEVALLARD, Y. **La matemática en la escuela. Por una revolución epistemológica y didáctica**. Buenos Aires: Libros del zorzal, 2013b.

CHEVALLARD, Y. ¿Por qué enseñar matemáticas en secundaria? Una pregunta vital para los tiempos que se avecinan. **Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española**, v. 20, n. 1, p. 159-169, 2017.

CHEVALLARD, Y. Introducing the anthropological theory of the didactic: An attempt at a principled approach. **Hiroshima journal of mathematics education**, v. 12, p. 71-114, 2019.
FONSECA, C. Discontinuidades matemáticas y didácticas entre la Secundaria y la Universidad(tesis doctoral), 2004.

GASCÓN, J. Efectos del autismo temático sobre el estudio de la Geometría en Secundaria I: desaparición escolar de la razón de ser de la geometría. **Suma**, v. 44, p. 25-38, 2003.

GASCÓN, J.; NICOLÁS, P. Paradigmas didácticos y reforma curricular: el caso de la teoría antropológica de lo didáctico. Pre - actas del **VI Congreso Internacional sobre la Teoría Antropológica de lo Didáctico**. Grenoble, Francia, 2018 Disponible en: <https://www.dropbox.com/s/rytvk5whzg175k8/Pre-proceedings-citad6.pdf?dl=0>. Acceso en: 9 dic. 2020

GUILLÉN, G. ¿Por qué usar los sólidos como contexto en la enseñanza/aprendizaje de la geometría?, ¿y en la investigación? En M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo y T. A. Sierra (eds.), **Investigaciones en Educación Matemática XIV**, Lleida: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, p. 21-68, 2010.

HERNÁNDEZ, R., FERNÁNDEZ, C.; BAPTISTA, P. **Metodología de la investigación**. Sexta edición. México: Editorial Mc Graw Hill, 2014.

ITZCOVICH, H. **Iniciación al estudio didáctico de la Geometría: de las construcciones a las demostraciones** (Vol. 3). Buenos Aires: Libros del zorzal, 2005.

OLIVERO, F.; BOSCH, M.; GASCÓN, J. Praxeologías matemáticas en torno a la geometría para la formación del profesorado. En G. Cirade, M. Artaud, M. Bosch, J. Bourgade, Y. Chevallard, C. Ladage, T. Sierra (Eds). **Évolutions contemporaines du rapport aux mathématiques et aux autres savoirs à l'école et dans la société**, 2017. Disponible en: <https://citad4.sciencesconf.org>. Acceso en: 9 dic. 2020

POCHULU, M. **La modelización en Matemática: marco de referencia y aplicaciones**. Villa María: GIDED, 2018.

QUIJANO, M. T.; CORICA, A. R. Desarrollo de un modelo praxeológico de referencia en torno a lugares geométricos. **Journal of Research in Mathematics Education**, v. 6, n. 2, p. 192-220, 2017.

ROJAS, C.; SIERRA, T. Los problemas espaciales: una propuesta alternativa para enseñar geometría en la Educación Secundaria Obligatoria. Pre - actas del **VI Congreso Internacional sobre la Teoría Antropológica de lo Didáctico**. Grenoble, Francia, 2018. Disponible en: <https://www.dropbox.com/s/rytvk5whzg175k8/Pre-proceedings-citad6.pdf?dl=0>. Acceso en: 9 dic. 2020.

VILLARROEL, S.; SGRECCIA, N. Materiales didácticos concretos en Geometría en primer año de Secundaria. **Números. Revista de Didáctica de las matemáticas**, v. 78, p. 73-94, 2011.

VILLARROEL, S.; SGRECCIA, N. Enseñanza de la geometría en secundaria. Caracterización de materiales didácticos concretos y habilidades geométricas. **Unión, Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, v. 29, p. 59-84, 2012.

Submetido em: 15 de Fevereiro de 2021.

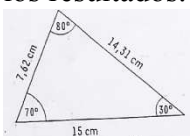
Aprovado em: 30 de Março de 2021.

Publicado em: 07 de Maio de 2021.

Como citar o artigo:

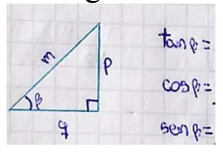
TRINIDAD, M.; CORICA, A. R. Organizaciones matemáticas de geometría estudiadas en la escuela secundaria argentina: propuesta de un profesor. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura - REMATEC**, Belém/PA, v. 16, n. 38, p. 138-159, Maio-Ago., 2021. DOI: <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2021.n38.p138-159.id342>

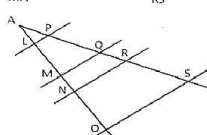
Tabla 10 –Tabla para el análisis de tareas. Carpeta C_4

Género de tareas	Tipo de tareas	Ejemplar de tarea	Técnicas empleadas	Entorno tecnológico-teórico
G_2 : Verificar	T_{11} : Verificar un teorema	Escriban las relaciones que establecen el teorema del seno y del coseno con los datos de la siguiente figura y verifiquen aproximadamente los resultados. 	Identificar la información proporcionada en la tarea y lo solicitado. Identificar los datos del problema en el teorema del seno o del coseno. Operar y verificar las igualdades.	Teorema del seno Teorema del coseno Propiedades de operaciones en R Aproximaciones
G_4 : Formular	T_{18} : Formular un problema que requiera como entorno tecnológico-teórico un teorema dado	Escribir la consigna de un problema donde se tenga que utilizar el teorema del seno y del coseno para resolverlo.	Identificar lo solicitado en la tarea. Formular un problema en lenguaje coloquial, en el que se relacionen datos de un triángulo oblicuángulo. Relacionar el teorema del seno y del coseno con dichos datos e incógnitas. Resolver el problema.	Teorema del seno Teorema del coseno Propiedades de operaciones en R

Fuente: Elaboración propia

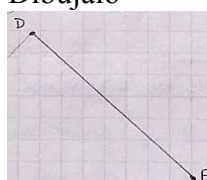
Tabla 11 – Tabla para el análisis de tareas. Carpeta C_3

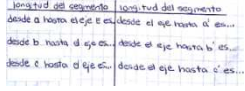
Género de tareas	Tipo de tareas	Ejemplar de tarea	Técnicas empleadas	Entorno tecnológico-teórico
G_3 : Identificar	T_{16} : Identificar segmentos	Escribir las razones trigonométricas del siguiente triángulo rectángulo 	Identificar la información proporcionada en la tarea. Identificar las incógnitas a hallar. Establecer las razones trigonométricas que resuelven cada incógnita del problema. Identificar los datos del problema en la definición de la razón	Razones trigonométricas

			trigonométrica. Expresar cada razón	
		En el siguiente dibujo $LP \parallel MQ \parallel NR \parallel OS$. Los segmentos miden: $LM = 5$ cm, $MN = 2,5$ cm, $NO = 6$ cm y $PQ = 6$ cm. a. Completá las siguientes proporciones: $\frac{LM}{MN} = \frac{PQ}{RS} \quad \frac{LO}{RS} = \frac{PS}{RS} \quad \frac{PR}{RS} = \frac{NR}{NO}$ 	Identificar la información proporcionada en la tarea. Identificar las incógnitas a expresar. Identificar segmentos correspondientes entre rectas paralelas cortadas por rectas transversales. Establecer, con dichos segmentos las proporciones adecuadas.	Teorema de Thales

Fuente: Elaboración propia

Tabla 12 – Tabla para el análisis de tareas. Carpeta C_2

Género de tareas	Tipo de tareas	Ejemplar de tarea	Técnicas empleadas	Entorno tecnológico-teórico
G_5 : Representar	T_{19} : Representar cuadriláteros	El segmento $\overline{DE}$ es el lado de un cuadrado. Dibújalo 	Identificar la información proporcionada en la tarea y su vínculo con lo que se solicita. Emplear instrumentos de geometría Trazar una recta perpendicular al segmento, que pase por cada extremo. Con vértice en cada extremo, transportar la distancia del segmento dado a dichas rectas, obteniéndose los otros dos vértices del cuadrado. Unir los vértices.	Propiedades de cuadrados
G_6 : Deducir	T_{24} : Deducir una propiedad	¿Es posible trazar una circunferencia que pase por los cuatro vértices de un rectángulo? Si	Identificar la información proporcionada en la tarea y su vínculo con lo que se solicita. Construir un	Elementos de un rectángulo Elementos de una circunferencia

		crees que sí, dibujala, si crees que no explicá por qué.	rectángulo y trazar sus diagonales. Con centro en la intersección de las mismas y radio la mitad de la longitud de la diagonal, construir una circunferencia. Verificar que los vértices del rectángulo pertenecen a la circunferencia.	ia Propiedades de un rectángulo
G ₈ : Medir	T ₂₆ : Medir la longitud de un segmento	Completar la siguiente tabla con lo obtenido en el punto 1 (tarea número 60) 	Identificar la información proporcionada en la tarea y su vínculo con lo que se solicita. Establecer una correspondencia entre una unidad de medida y la longitud de los segmentos. Medir las longitudes requeridas. Completar el cuadro.	Longitud de un segmento

Fuente: Elaboración propia

Tabla 13 – Tabla para el análisis de tareas. Carpeta C₁

Género de tareas	Tipo de tareas	Ejemplar de tarea	Técnicas empleadas	Entorno tecnológico-teórico
G ₇ : Definir	T ₂₆ : Definir un concepto geométrico	Escribí con tus palabras qué figura es un polígono.	Identificar la información proporcionada en la tarea y su vínculo con lo que se solicita. Establecer las condiciones necesarias y suficientes para que una figura sea un polígono. Escribir la definición.	Definición de polígono

Fuente: Elaboración propia