

Compreendendo as linhas de partes iguais do compasso de proporção (1631) pelo teorema de proporcionalidade

Thalya Cristiny de Sousa Masseno¹

Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia do Ceará

Ana Carolina Costa Pereira²

Universidade Estadual do Ceará

RESUMO

Muitos alunos da Educação Básica estudam Geometria compreendendo apenas seus conceitos teóricos, sem correlacioná-los com a prática. Estudiosos da Educação Matemática e da História da Matemática já realizam pesquisas que possibilitam a correlação. Dentre elas, este artigo explanará uma atividade advinda do estudo do tratado *L'usage du compas de proporção*, publicado em 1631, por Didier Henrion, que permitiu a construção de atividades que relacionam o teorema de proporcionalidade, o perpendicularismo e o paralelismo, partindo de reflexões nas quais os alunos precisam identificar um perpendicularismo para validar um paralelismo e, assim, conseguirem utilizar os seus conhecimentos sobre o teorema de proporcionalidade. O objetivo é apresentar as aplicações e as discussões sobre os conceitos geométricos advindos de um trecho de *L'usage du compas de proporção* sobre a construção das linhas de partes iguais contidas no compasso de proporção, em duas turmas de 2º ano do Ensino Médio. Tem-se como base uma metodologia de abordagem qualitativa, de caráter descritivo, com sua aplicação apoiada no trabalho em grupo. Em relação aos resultados, alguns alunos até conheciam conceitos teóricos sobre o teorema das proporcionalidades, os paralelismos e os perpendicularismos. Entretanto, quando necessitavam relacioná-los na prática, não conseguiam diferenciar um esquadro de noventa graus com outros que não eram, dificultando a compreensão e a validação de um paralelismo e, por consequência, não conseguiam utilizar seus conhecimentos sobre o teorema das proporcionalidades. Logo, conclui-se que a atividade aplicada com os alunos foi importante para eles conseguirem relacionar conceitos geométricos teóricos (perpendicularismo e paralelismo) com a prática, permitindo a ressignificação e a compreensão desses assuntos. **Palavras-chave:** Compasso de proporção; Linhas de partes iguais; Teorema de proporcionalidade.

Understanding the lines of equal parts of the compass (1631) by the proportionality theorem

ABSTRACT

Many basic education students study geometry only its theoretical concepts, without relating them to practice. Scholars of mathematics education and the history of mathematics already carry out research that makes the correlation possible. Among them, this article will explain an activity arising from the study of the treaty *L'usage du compas de proportion*, published in 1631 by Didier Henrion, which allowed the construction of activities that relate the proportionality theorem, perpendicularism and parallelism, starting from reflections in which students need to identify a perpendicularity to validate a parallelism, and thus be able to use their knowledge of the proportionality theorem. The objective is to present the applications and discussions on the geometric concepts arising from an excerpt from *L'usage du compas de proportion*, on the construction of lines of equal parts contained in the compass of proportion, being applied in two classes of 2nd year of education. medium. Based on a methodology of qualitative approach of descriptive character, having its application supported in the work in group. Regarding the results, some students even knew theoretical concepts about the theorem of proportionality, parallelisms and perpendicularisms. However, when they needed to relate them in practice, they could not differentiate a ninety-degree square from others that were not. Making it difficult to understand and validate a

¹ Mestranda em Ensino de Ciências e Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE), Fortaleza, Ceará, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Treze de Maio, 2081, Benfica, Fortaleza, Ceará, Brasil, CEP: 60040-531. ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4136-6351>. E-mail: thalya.masseno06@aluno.ifce.edu.br.

² Pós-doutorado em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP). Docente do curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual do Ceará (UECE), Fortaleza, Ceará, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Silas Munguba, 1700, Itaperi, Fortaleza, Ceará, Brasil, CEP: 60740-903. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3819-2381>. E-mail: carolina.pereira@uece.br.

parallelism, and consequently, they were unable to use their knowledge of the proportionality theorem. Therefore, it is concluded that the activity applied with the students was important for them to be able to relate theoretical geometric concepts (perpendicularism and parallelism) with practice, allowing the resignification and understanding of these subjects.

Keywords: Proportion compass; Equal parts lines Proportionality Theorem.

Entendiendo las líneas de partes iguales de la compas de proportion (1631) por el teorema de proporcionalidad

RESUMEN

Muchos estudiantes de educación básica estudian geometría entendiendo sólo sus conceptos teóricos, sin correlacionarlos con la práctica. Los estudiosos de la educación matemática y de la historia de las matemáticas ya realizan investigaciones que hacen posible la correlación. Entre ellas, este artículo explicará una actividad surgida del estudio del tratado *L'usage du compas de ratio*, publicado en 1631 por Didier Henrion, que permitió la construcción de actividades que relacionan el teorema de proporcionalidad, el perpendicularismo y el paralelismo, a partir de reflexiones en el que los estudiantes necesitan identificar una perpendicularidad para validar un paralelismo, y así poder utilizar su conocimiento del teorema de proporcionalidad. El objetivo es presentar las aplicaciones y discusiones sobre los conceptos geométricos derivados de un extracto de *L'usage du compas de ratio*, sobre la construcción de líneas de partes iguales contenidas en el compás de proporción, siendo aplicado en dos clases de 2º año de educación médio. Basado en una metodología de enfoque cualitativo de carácter descriptivo, teniendo su aplicación apoyada en el trabajo en grupo. En cuanto a los resultados, algunos estudiantes incluso conocían conceptos teóricos sobre el teorema de proporcionalidad, paralelismos y perpendicularismos. Sin embargo, cuando necesitaban relacionarlos en la práctica, no podían diferenciar un cuadrado de noventa grados de otros que no lo eran. Haciéndolo difícil de entender y validar un paralelismo, y en consecuencia, no pudieron usar su conocimiento del teorema de proporcionalidad. Por lo tanto, se concluye que la actividad aplicada con los estudiantes fue importante para que estos pudieran relacionar conceptos geométricos teóricos (perpendicularismo y paralelismo) con la práctica, permitiendo la resignificación y comprensión de estos temas.

Palabras clave: Compás de proporciones. Líneas de partes iguales. Teorema de proporcionalidad.

INTRODUÇÃO

As temáticas abordadas na Geometria são as que apresentam mais dificuldades para os alunos, uma vez que os conteúdos matemáticos vão se interligando e se complexificando progressivamente, tornando-se uma teia complexa (RIBEIRO; GOMES, 2010). Ou seja, os alunos necessitam diferenciar representações de figuras geométricas, relacioná-las com fórmulas algébricas e, com o avanço dos assuntos, emergem novas nomenclaturas, em que as temáticas geométricas se relacionam entre si, por exemplo, a geometria plana está relacionada com a espacial e esta, por sua vez, relaciona-se com a posicional.

Essa teia complexa torna-se de difícil assimilação para o aluno, principalmente, se for apresentada a ele apenas a teoria sem incorporação com as práticas, sejam elas: desenhos com régua e compasso ou identificação da teoria em seu cotidiano. A BNCC (BRASIL, 2018) relata que os alunos precisam associar observações do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) com uma atividade matemática (conceitos e propriedades). Assim, os alunos não podem ficar presos somente em axiomas e postulados matemáticos, mas têm que relacioná-los com o dia a dia (mundo real).

A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades,

fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes (BRASIL, 2018, p. 271).

É essencial que o aluno construa o pensamento geométrico para desmistificar a teia complexa da Geometria, sendo justificado pela citação anterior, que retrata a importância e a utilidade do pensamento dos alunos. Da apresentação da Geometria por Brasil (2018), o objeto de conhecimento, que será explanado, é “Retas paralelas cortadas por transversais: teoremas de proporcionalidade e verificações experimentais” (Brasil, 2018, p. 318), que permitirá discussões sobre a definição de retas paralelas, a partir de construções em que os alunos necessitavam garantir suas paralelas mediante outros conceitos, como perpendicularismo.

Esta pesquisa baseou-se em recursos advindos da História da Matemática, que é um campo bastante evidenciado pelos pesquisadores, por fornecer subsídios para desenvolver estratégias atreladas ao ensino de Matemática, visto que trata o conhecimento matemático no seu processo de construção (PEREIRA; SAITO, 2019). Dessa maneira, permitindo o diálogo entre o historiador e o educador de Matemática em busca de ações e de produções que utilizam esses recursos na construção da interface entre história e ensino de Matemática.

Dentre os vários objetos da História da Matemática que retratam a Geometria, tem-se o tratado *L'usage du compas de proportion*, publicado em 1631, por Didier Henrion. Esse documento explana a fabricação e o uso do compasso de proporção, instrumento matemático do século XVII, a partir de vários problemas que podem contribuir para o ensino de Geometria. Dessa forma, o artigo tem como propósito apresentar uma aplicação e uma discussão sobre os conceitos geométricos advindos de um trecho de Henrion (1631) sobre a construção das linhas de partes iguais contidas no compasso de proporção, em duas turmas de 2º ano/série do Ensino Médio da Escola Estadual de Educação Profissional Professor Francisco Aristóteles de Sousa.

Este artigo possui uma abordagem qualitativa, de caráter descritivo, que envolve a obtenção de dados descritivos sobre os processos interativos, procurando compreender os fenômenos segundo a perspectiva dos sujeitos, isto é, dos participantes da situação em estudo, buscando o entendimento do fenômeno como um todo, na sua complexidade (GODOY, 1995). O público-alvo da aplicação das atividades foram alunos de duas turmas de 2º série do Ensino Médio.

Portanto, no decorrer deste artigo, são apresentados alguns aspectos contextuais sobre a vida de Didier Henrion e seu tratado *L'usage du compas de proportion*, descrevendo brevemente sua estrutura e o assunto abordado; dando-se evidência à construção das linhas de partes iguais, que estão contidas no instrumento compasso de proporção. Finaliza-se com as apresentações das atividades aplicadas e as devidas considerações didáticas.

DIDIER HENRION E O TRATADO *L'USAGE DU COMPAS DE PROPORTION*

Didier Henrion nasceu no final do século XVI, na França, por volta de 1580, tornou-se engenheiro das Províncias Unidas e, quando foi a Paris, em 1607, ensinou as matemáticas aos filhos da nobreza francesa (MICHAUD, 1843). Desse modo, conforme Itard (1972), nesse período, suas principais atividades eram a instrução privada e a tradução de clássicos latinos, como: várias edições latinas dos *Elementos*, de Euclides, realizadas pelos jesuítas de Roma; tradução francesa das *Theodosius of Tripoli's Spherics* (1615), retirada da paráfrase latina de Christopher Clavius (1586); tradução do *Traite des logarithmes* (1626), extraída da obra de

Henry Briggs (1561 - 1630) e, por ser o segundo estudo publicado sobre os logaritmos, tornou-se Didier Henrion conhecido na França.

Além das traduções, publicou dois volumes de *Memoires mathematiques recueillis et dresser em faveur de la noblesse francgoise* (1613) e (1627), que tinham como finalidade inicial expor ao público conhecimentos sobre as matemáticas necessárias para as guerras, principalmente, aos seus aprendizes. Os volumes traziam aritmética militar, construções de tabelas de senos, conceitos de triângulos retângulo, práticas de vários problemas geométricos, dimensões das linhas retas, área e corpos, uso do compasso de proporções, construções de fortalezas, explicação e aumento dos livros das Fortificações do Sr. Errard (HENRION, 1613).

Nota-se que, entre os assuntos abordados por Henrion (1613), estava o uso do compasso de proporção, entretanto, não havia informações sobre a fabricação do instrumento. Henrion (1631, carta ao leitor) acreditava que o engenheiro do rei Monsieur Jacques Alleaume, considerado por Henrion o criador do instrumento, iria publicar sobre a fabricação. Porém, não o fez, então, a pedido de seus amigos, Henrion escreveu *L'usage du compas de proportion*, em 1618, tornando-se a primeira edição das quatro edições que foram publicadas posteriormente (1623, 1626 e 1631).

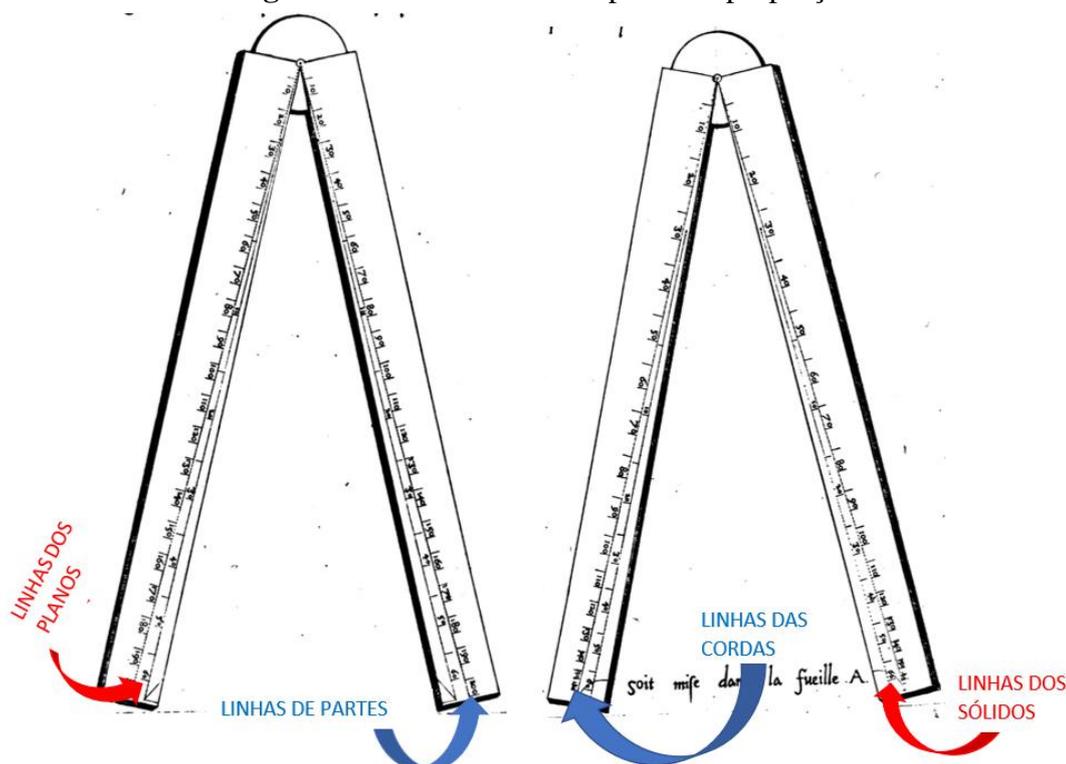
Além dessas quatro edições, Itard (1972) e Michaud (1843) informam sobre outras edições propagadas após sua morte por Rouen (1637, 1664, 1680) e Deshayes (1681). Dentre todas essas edições evidenciadas, a edição escolhida para o estudo do instrumento compasso de proporção foi a de 1631, que seria a última edição publicada após a morte de Henrion.

O tratado *L'usage du Compas de Proportion* (1631) está dividido num livro e um apêndice, sendo o livro intitulado *Les plus belles et utiles operations qui se pratiquent sur le compas de proportion*, que por sua vez, contém 53 proposições que evidenciam as operações úteis praticadas com o Compasso de Proporção. O apêndice é demarcado por sete capítulos nos quais retratam a construção e o uso de Compasso de Proporção mostrando novas linhas estudadas pelo autor (MASSENO; PEREIRA, 2021).

Percebe-se que as partes do tratado são apenas duas: o livro e o apêndice. O livro inicia fazendo uma breve explanação sobre a fabricação do instrumento. E, logo após, expõe as 53 proposições, que são problemas que utilizam-se do compasso de proporção para serem solucionados. Essa organização acaba dificultando a compreensão da leitura e o estudo do tratado, havendo, assim, a necessidade de consultar e de estudar algumas partes da edição de 1681, que está mais organizada linearmente, facilitando a compreensão das partes dos tratados.

Essa edição, por sua vez, descreve e explica as regras gerais para utilizar o instrumento, informando que possui as quatro principais linhas: das partes iguais, dos planos, dos sólidos e das cordas (Figura 1).

Figura 1 – As linhas do compasso de proporção



Fonte: Adaptado de Henrion (1631).

A Figura 1 mostra as quatro linhas do compasso de proporção: as linhas de partes iguais e dos planos encontram-se na frente do instrumento; e as linhas dos sólidos e das cordas, no verso do instrumento. As linhas de partes iguais são divididas de 10 em 10, tendo a sua escala escrita de 10 a 200. As linhas dos planos também são divididas de 10 em 10, no entanto, com espaçamentos diferentes, graduados de 10 a 60. As linhas dos sólidos, como as linhas dos planos, estão graduadas de 10 a 60. Já a linha das cordas está graduada de 10 a 160, tendo intervalos de 10 em 10.

Das quatro linhas apresentadas, foi escolhida a linha de partes iguais para ser estudada e construída. Essa linha foi escolhida por dois motivos: por ser a única linha que Henrion (1631) descreve, com clareza, a construção no início do tratado; e por ser uma construção simples, que pode ser realizada apenas utilizando-se régua, compasso e esquadro.

A CONSTRUÇÃO DA LINHA DE PARTES IGUAIS

No início do tratado *L'usage du compas de proportion* (1631), encontra-se a descrição da fabricação do compasso de proporção. Com as seguintes instruções:

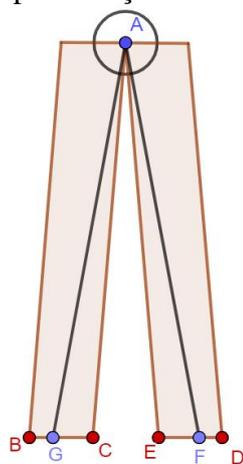
Primeiro é necessário fazer de latão ou de outro material sólido, duas régua ABC e ADE, absolutamente iguais, unidas em A na dobradiça, tal que possam mover-se livre e uniformemente em torno do centro A: depois, ao longo do plano das régua do ponto A, seguem as retas AG e AF, que cortam BC, DE em duas, ou de forma que cada parte tenha o correspondente (Tradução nossa)³.

³ *Premierement il faut faire de laton, ou autre matiere solide, deux regles ABC, ADE, du tout egales, lesquelles foient tellement conjointes en A, avec vu cloud & charniere, qu'elles se puissent librement & uniformement*

Henrion (1631) informa o material que deve ser utilizado para a construção do instrumento, sendo de latão ou de outro material sólido. Depois, relata que devem ser construídas duas réguas ligadas pelo ponto A. A partir desse ponto, deve-se delinear dois segmentos de retas, sendo chamados de AG e AF por Henrion (1631). Contudo, não expõe sugestões para essas construções, segundo Saito e Dias (2011), isso advém do próprio período, em que já se possuía a expertise dessas construções.

Para sanar a falta de explicação dessa fabricação, foi preciso consultar a imagem do instrumento da Figura 1, tendo o seguinte resultado (Figura 2).

Figura 2 – Representação das linhas AF e AG



Fonte: Elaborada pela autora (2022).

Nessa Figura 2, têm-se as duas réguas iguais, representadas pelos retângulos bege, que são chamados de pernas do compasso em Henrion (1681), em que estão ligadas pelo ponto A, localizado na dobradiça do compasso, de acordo com Henrion (1681). Sendo assim, o compasso de proporção é dividido em duas partes, a dobradiça e duas pernas. Após as instruções sobre a construção das linhas AF e AG, ele continua:

Então, cada linha AF, AG deve ser dividida em 100 ou 200 partes iguais, ou em outro número que desejar, conforme o tamanho do instrumento permitir: normalmente costuma-se usar apenas 5 ou 6 polegadas de comprimento, e menos de uma polegada de largura. Cada uma dessas linhas AF, AG é dividida em apenas 200 partes, cuja divisão é tão fácil que não é necessário ensiná-la; Apenas diremos que, para maior praticidade, é necessário primeiro dividir a linha inteira em duas partes iguais, depois uma dessas partes em duas outras partes iguais e novamente uma dessas metades em cinco partes iguais, e assim você terá a 20ª parte de toda a linha, que consequentemente valerá 10 partes; isso faz com que pegue com um compasso o tamanho desta última parte, e transfira ao longo de AF, AG, e cada uma será dividida de 10 a 10 (Tradução nossa)⁴.

mouvoira l'entour dudit centre A: droictes AF, AG, qui couppent BC, DE en deux également, ou en forre que chafque partie foit à as correspondante (Henrion, 1631, p. 1-2).

⁴ *puis chascune d'icelles AF, AG soit divifée en 100 ou 200 parties égales, ou en tel autre nombre qu on voudra, felon que la grandeur de l'instrument le pourra permettre: et pource que celui dont nous nous seruons ordinairement n'a que 5 ou 6 poulces de long, & moins d'un poulce de large, chascune de ces lignes AF, AG n'est divifée qu'en 200 parties, laquelle division est si aisé qu'il n'est besoin de l'en seigner; seulement dirons nous que*

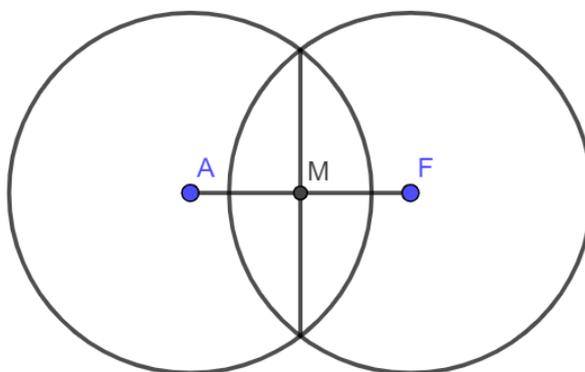
Henrion (1631) relata que as linhas AF e AG devem ser divididas em 100 ou 200 partes ou outro valor, isto é, a divisão das partes de AF e de AG depende da serventia do instrumento e a pessoa que irá utilizá-lo pode escolher, condizente com as suas necessidades. Em seguida, informa que, normalmente, o instrumento possui 5 ou 6 polegadas de comprimento e menos de 1 polegada de largura (HENRION, 1631).

Observa-se que a polegada, unidade de medida utilizada no comentário, está relacionada ao contexto de sua época, pois, na França do século XVII, ainda não se usava o metro como unidade de medida. Com isso, considerando que 1 polegada equivale, aproximadamente, a 2,54 centímetros, então, 5 ou 6 polegadas são, aproximadamente, 12,7 cm ou 15,24 cm. Logo, o compasso de proporção possui cerca de 12,7 cm ou 15,24 cm de comprimento e menos de 2,54 cm de largura.

Após a unidade de medida, Henrion (1631) trata das divisões da linha AF em duzentas partes, informando apenas que é preciso dividir a linha em duas partes iguais e uma dessas partes deve-se dividir novamente em duas partes iguais e, mais uma vez, uma delas em cinco partes iguais, tendo, assim, a vigésima parte da linha, valendo dez. Entretanto, Henrion (1631) não expõe como devem ser realizadas essas divisões ou quais conhecimentos irão ser utilizados nessas divisões.

Desse modo, para seguir as sugestões de Henrion (1631) sobre dividir AF em 20 partes iguais, será indispensável o emprego dos conhecimentos advindos do desenho geométrico, especificamente, a mediatriz e o teorema de proporcionalidade. Da seguinte forma (Figura 3):

Figura 3 – Mediatriz do segmento AF



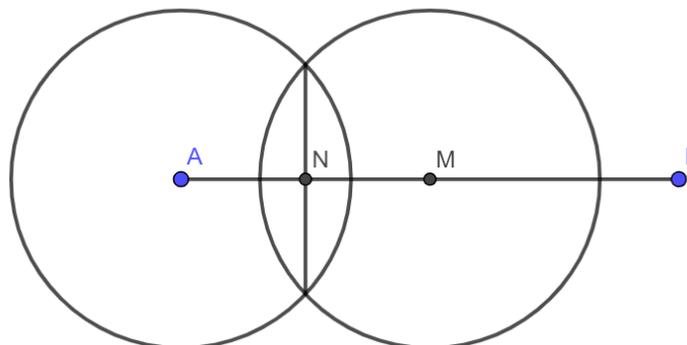
Fonte: Elaborada pelas autoras.

Na Figura 3, foi desenhado um segmento de reta AF, para esse segmento ser dividido em duas partes iguais, basta traçar a mediatriz dele. Com um compasso comum, traça-se um arco, tendo seu raio delimitado do ponto A até um pouco mais da metade do segmento e, da mesma forma, outro arco com o mesmo raio tendo sua ponta do compasso no ponto F. Esses

pour le plus feur & cōmode il faut premierement diviser toute la ligne en deux autres parties egales, puis l'une de cesparties en deux autres parties egales, & encore l'u'ne de ces moitez cy en cinq parties egales, & par ainsi vous aurez la 20 e partie de toute la ligne, qui par consequent vaudra 10 parties; ce faict prendre avec un petit compas la grandeur de ceste derniere partie, & la transferez le long d'icelles AF, AG, & chacune sera divifée de 10 en 10 (Henrion, 1631, p. 1-2).

dois arcos se interceptam em dois pontos, delimitando a mediatriz do segmento AF, consoante o próximo passo mostrado na Figura 4.

Figura 4 – Mediatriz de AM



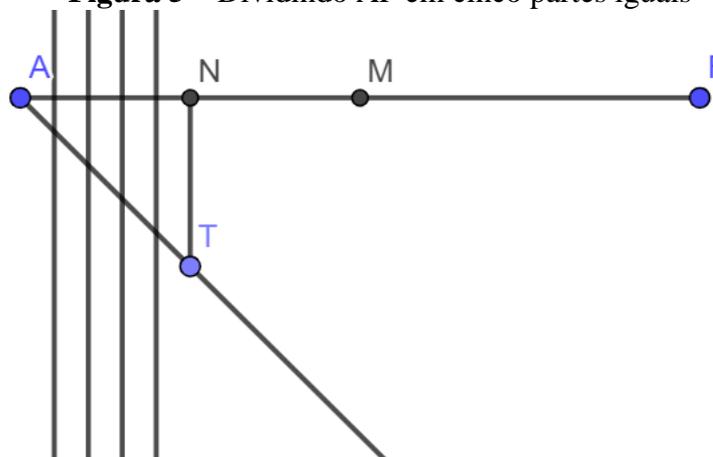
Fonte: Elaborada pelas autoras.

Novamente, foi traçado um arco com a ponta do compasso na mediatriz M e a outra ponta um pouco mais da metade do segmento AM, delimitando o raio do arco de centro M. Um segundo arco foi traçado, tendo o mesmo raio do anterior com centro A. Esses arcos delimitam a mediatriz do segmento AM, pois interceptam dois pontos que geram a mediatriz N (Figura 4). Com isso, foi dividido o segmento AF em duas partes iguais e, depois, outra vez, uma das partes em mais duas partes iguais, seguindo a sugestão de Henrion (1631).

O terceiro passo instruído por Henrion (1631) é que uma dessas partes encontradas deve ser dividida em cinco partes iguais. Porém, se utilizar apenas a mediatriz, não é possível dividir NA em cinco partes iguais, porque, mesmo que se continue traçando a mediatriz, ela não dividirá em quantidades de partes ímpares, por gerar apenas dois novos segmentos iguais. Logo, é imprescindível utilizar o teorema da proporcionalidade, “um feixe de paralelas determina em duas transversais segmentos proporcionais” (GIOVANNI JR.; CASTRUCCI, 2007, p. 206).

Dessa maneira, adveio a necessidade de um segmento de reta AT na transversal AF, tendo um ângulo qualquer, originando-se do ponto A (Figura 5).

Figura 5 – Dividindo AF em cinco partes iguais

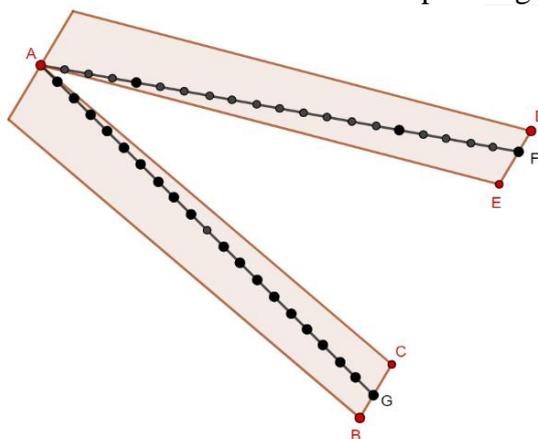


Fonte: Elaborada pelas autoras.

Com o auxílio de um compasso comum, esse segmento foi dividido em cinco segmentos congruentes. Em seguida, realizou-se uma ligação do último ponto obtido pela divisão dos segmentos congruentes com o ponto N, auxiliada por um esquadro e uma régua, que permitiu a construção de feixes de paralelas fabricados a partir dos pontos, advindo das divisões dos segmentos congruentes de AT (Figura 5).

Salienta-se que Henrion (1631) não expõe como devem ser realizadas as divisões das linhas de partes iguais. Portanto, essas foram feitas por meio dos conhecimentos de construção de mediatriz e do teorema das proporcionalidades que as pesquisadoras tinham (Figura 6).

Figura 6 – Divisão de AF e AG em partes iguais



Fonte: Elaborada pelas autoras.

Todavia, Henrion (1631) informa que a última parte vale dez e sugere sua transferência para todas as linhas AF e AG, auxiliadas por um compasso comum, sendo assim, divididas de 10 em 10 (Figura 6).

Quanto às linhas AF e AG, Henrion (1631) nomeia-as de linha de partes iguais, sendo a única linha cuja construção é explanada ao iniciar o tratado. Informando que as outras três linhas podem ser construídas utilizando-se o mesmo raciocínio (HENRION, 1631), no entanto, isso pode causar algumas dúvidas sobre o uso das linhas: dos planos, dos sólidos e das cordas. Dessa forma, optou-se por estudar com os alunos a linha de partes iguais mediante o contexto, a construção e a aplicação da linha.

LÓCUS E SUJEITOS DE APLICAÇÃO DA ATIVIDADE HISTÓRICA

A aplicação da atividade emergiu a partir da História da Matemática, não como método de ensino, mas como provedora de recursos que conduziram reflexões sobre a construção de conhecimentos geométricos (SAITO; DIAS, 2013; PEREIRA; PAULINO, 2021). A ideia surgiu ao realizar-se um estudo do documento *L'usage du compas de proportion* (1631), em uma pesquisa de mestrado.

Nesse sentido, este artigo é fruto da aplicação piloto, realizada na escola profissionalizante de Itaitinga, com alunos do 2º ano do Ensino Médio. Essa atividade foi aplicada em duas turmas de 2º ano, a turma de Manutenção Automotiva (Turma A) e a turma de Administração (Turma B). A turma A possui 42 alunos, entretanto, somente 32 alunos participaram da atividade, sendo divididos em grupos de até 4 integrantes, totalizando 8 grupos

nomeados de equipe 1 a 8. A turma B possui 45 alunos, como aconteceu na turma A, nem todos os alunos participaram, tendo-se, aproximadamente, 28 alunos envolvidos na atividade, sendo divididos em sete grupos nomeados de equipe 9 a 15, com até 4 integrantes por equipe.

Essa atividade teve o auxílio do trabalho em equipe, que possui três características-chaves:

Delegar autoridade em uma atividade é fazer que os alunos sejam responsáveis por partes específicas de seu trabalho, ou seja, eles podem cometer erros ao se esforçarem sozinhos; trabalhar em grupo para completar a atividade; natureza da atividade, em que eles precisam ter algo a respeito que irão conversar (COHEN; LOTAN, 2017, p. 2 e 3).

Partindo das três características, desenvolveu-se a atividade pensando no trabalho em equipe, em que cada participante teria sua função no grupo e a atividade apenas seria concluída se eles tivessem trabalhado em equipe. Além disso, os alunos foram autônomos, pois precisaram pesquisar sobre como construir algumas formas geométricas utilizando régua e compasso. Em relação à natureza da atividade, eles assistiram a vídeos, que aticavam a discussão entre eles sobre o assunto e as questões eram contextualizadas, permitindo novas discussões sobre como solucioná-las.

ATIVIDADE: ESTUDO DA FABRICAÇÃO DA LINHA DE PARTES IGUAIS DO INSTRUMENTO COMPASSO DE PROPORÇÃO

Essa atividade aplicada com os alunos do Ensino Médio estava separada em dois momentos: o introdutório histórico e contextual, em que os alunos tentaram localizar o contexto em que o tratado e o instrumento estavam inseridos, ou seja, as relações do compasso de proporção com fatos históricos franceses do século XVII; e a atividade prática voltada à compreensão e ao aprofundamento dos conhecimentos geométricos advindos da construção das linhas de partes iguais.

A parte introdutória foi um vídeo, em que foram editadas e destacadas apenas as partes relacionadas com as guerras e com o mercantilismo desse período, além de assuntos que estão diretamente ligados ao contexto de elaboração do instrumento. Após assistirem ao vídeo, houve discussões sobre os acontecimentos e levantamentos de curiosidades sobre o instrumento compasso de proporção, por ser útil para mapeamentos de terras e outros problemas associados com as guerras e com o mercantilismo.

Passada a introdução, foi entregue o cartão tarefa 1 (atividade prática), com duas questões:

1. Divida uma linha em 5 partes iguais, seguindo os passos: construa uma linha e uma transversal. Depois, com um compasso comum, estipule sua abertura e transfira esse tamanho até formar cinco partes iguais. Agora, utilizando o teorema das proporcionalidades, divida a linha em 5 partes iguais. Descreva todos os passos utilizados para a construção dessa linha e faça o desenho no verso da folha.
2. Agora, verifique com uma régua milimetrada se realmente o teorema das proporcionalidades vale para as duas primeiras partes da transversal e da linha. Justifique sua resposta, descrevendo o seu raciocínio lógico.

A primeira questão foi adaptada do texto de Henrion (1631), apresentada no tópico anterior, retratando a construção das linhas de partes iguais. Para responder a essa questão, os alunos precisariam utilizar régua, compasso e esquadro, além de relembrar alguns conhecimentos esquecidos sobre o teorema das proporcionalidades, através de um pequeno vídeo instrucional. Referente à segunda questão, esta foi pensada para os alunos tentarem validar as suas respostas e os seus desenhos, realizando o estudo do processo. Logo, a meta esperada, ao realizar essa atividade, era discutir e desenvolver em grupo as problemáticas e, assim, descrever seu processo.

DISCUSSÃO DOS DADOS COLETADOS

O vídeo introdutório sobre os acontecimentos ocorridos na França, no século XVII, tinha o intuito de fazer os alunos conhecerem os fatos históricos que estavam ocorrendo nesse período. E, nessa perspectiva, entender o contexto no qual o instrumento estava inserido, colaborando para o entendimento da Matemática como uma ciência humana (PEREIRA; ALVES; BATISTA; OLIVEIRA, 2020).

Depois de assistirem ao vídeo, a professora questionou os alunos sobre quais eram os assuntos que estavam sendo abordados, tentando fazer com que os alunos levantassem discussões sobre o tema, obtendo as seguintes respostas da Turma A e da Turma B (Quadro 1):

Quadro 1 – observações sobre os temas do vídeo

Turma A	O vídeo falou muito sobre as guerras.	Famosos escritores, artistas e filósofos, como Descartes, e cientistas como Newton, com métodos experimentais e estudo da gravidade.
Turma B	O absolutismo francês, quem mandava era o rei.	Mercantilismo que se importava muito e exportava pouco.

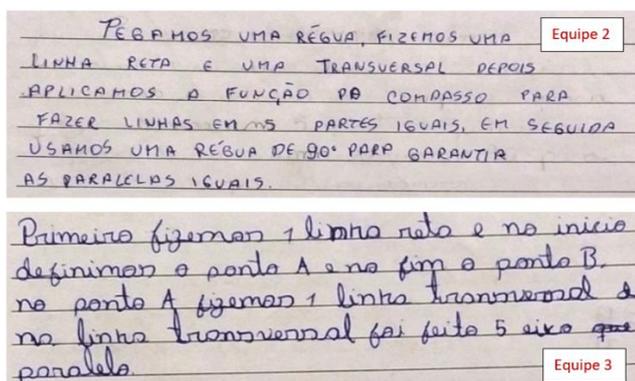
Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Analisando o Quadro 1, as turmas perceberam temas diferentes no vídeo, o que proporcionou debates distintos, a Turma A conseguiu identificar as guerras e as produções artísticas e científicas. A Turma B, diferente da anterior, atentou-se para os conceitos dos fatos históricos, absolutismo e mercantilismo.

Após a conversa, foi entregue a atividade prática, na qual eles precisavam desenhar uma linha e dividi-la em 5 partes iguais no primeiro problema. Tendo como finalidade identificar se os alunos conheciam conceitos simples de Geometria de forma prática, como perpendicularidade, paralelismo, ângulo reto e teorema das proporcionalidades.

Perceba-se a resolução do primeiro problema das equipes 2 e 3, que tentaram descrever os passos e os conhecimentos matemáticos utilizados para realizar a construção (Figura 7).

Figura 7 – Descrição dos passos utilizados pelas equipes 2 e 3 na resolução do problema 1



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Constata-se que as duas equipes da Figura 7 construíram a linha reta e a transversal, seguindo a sugestão da situação-problema. Em seguida, dividiram a linha transversal em 5 partes iguais, sendo evidenciado apenas na descrição da equipe 2. A equipe 3 só informa que construiu 5 eixos paralelos, não descrevendo como foi garantida as paralelas. Informação esta que foi apresentada pela equipe 2, ao relatar que garantiu a paralela utilizando um esquadro de 90 graus, chamado pela equipe de “régua de 90°”.

Da mesma forma, tiveram alunos que garantiram o paralelismo a partir da perpendicularidade, ou seja, usando o ângulo de 90 graus do esquadro como a equipe 3 e outros que construíram como a equipe 2. Posto isso, vê-se, no Quadro 2, quais foram as equipes:

Quadro 2 – Como garantiram o paralelismo

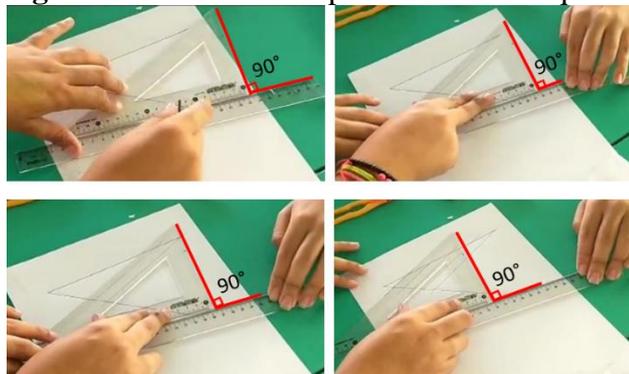
GRUPOS	PARALELISMO	CONSIDERAÇÕES DAS EQUIPES
Equipe 1	Garantiu o paralelismo mediante o ângulo de 90 graus de um esquadro	<i>Fizemos a utilização de um esquadro, para garantir um ângulo de 90° ao traçar as linhas paralelas.</i>
Equipe 2	Garantiu o paralelismo mediante o ângulo de 90 graus de um esquadro	<i>Usamos uma régua de 90° para garantir as paralelas iguais.</i>
Equipe 3	Não garantiu o paralelismo	<i>Foram feitos 5 eixos paralelos; não conseguimos fazer um eixo paralelo.</i>
Equipe 4	Não garantiu o paralelismo	<i>Foram feitos 5 eixos paralelos e, com a ajuda de um compasso, medimos os espaços entre cada eixo; porém, não conseguimos traçar a paralela.</i>
Equipe 5	Garantiu a paralela dividindo com o compasso todas as linhas em partes iguais	<i>Primeiro, fiz uma linha reta, depois fiz uma transversal; em seguida, tracei 5 linhas em partes iguais usando o compasso.</i>
Equipe 6	Não relatou como realizou a construção das paralelas	<i>Ela pegou a régua e fez o ângulo; depois ficamos perdidas e pedimos ajuda à professora; após isso, progredimos fazendo a paralela e resolvendo a equação; após os cálculos, conseguimos responder.</i>
Equipe 7	Não relatou como realizou a construção das paralelas	<i>Traçamos uma linha na transversal, abri o compasso em um determinado espaço e partimos em cinco partes iguais. A linha que traçamos mede 11 cm.</i>
Equipe 8	Garantiu o paralelismo mediante o ângulo de 90 graus de um esquadro	<i>Usando o teorema de Tales (segundo a dica do vídeo), posicionamos a régua em cima da folha, para as linhas paralelas.</i>

Equipe 9	Não garantiu o paralelismo	<i>Primeiramente, começamos com o esquadro fazendo um triângulo e, em seguida, utilizamos o compasso para separar as 5 partes, percebemos que, na primeira tentativa, não conseguimos, já na segunda tentativa, conseguimos e as medidas que não foram proporcionais.</i>
Equipe 10	Não conseguiu garantir o paralelismo utilizando o esquadro de 90 graus	<i>Fizemos a figura e dividimos em 5 partes com o compasso, com o auxílio das réguas, fizemos o ângulo de 90° para todos ficarem proporcionais. Não conseguimos, pois os tamanhos não ficaram proporcionais.</i>
Equipe 11	Não relatou como realizou a construção das paralelas	<i>Um representante pegou a régua e traçou uma reta na folha, depois fez as repartições de forma correta, após isso, ela nomeou cada segmento da reta e aplicou a fórmula. O resultado de ambos foi 1.</i>
Equipe 12	Não conseguiu garantir o paralelismo utilizando o esquadro de 90 graus	<i>Traçamos a primeira reta, ligamos ponto A e B depois a paralela, erramos, pois o ângulo não estava em 90 graus.</i>
Equipe 13	Garantiu o paralelismo mediante o ângulo de 90 graus de um esquadro	<i>Usamos as réguas em 90° para marcar as paralelas.</i>
Equipe 14	Garantiu o paralelismo mediante o ângulo de 90 graus de um esquadro	<i>Depois, mediu com o esquadro e com a régua (mas, antes, ela os traçou). Fez as linhas paralelas (lembrando que é em 5 partes).</i>
Equipe 15	Não conseguiu garantir o paralelismo utilizando o esquadro de 90 graus	<i>Traçou uma linha reta (A e B), ligando os pontos (AC, CD, AG, GH, DE, HI, EF, IJ) após fazer o ângulo de 90° graus, dividindo em 5 partes, fazendo uma linha transversal.</i>

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Pelo Quadro 2, é possível perceber que somente cinco equipes garantiram o paralelismo utilizando o esquadro de 90 graus, ou melhor, a perpendicularidade. Os alunos dessas equipes conseguem identificar o perpendicularismo, isto é, ver um ângulo de 90 graus em um instrumento e perceber que se trata de um ângulo reto (Figura 8). Contudo, não foram todos os alunos, houve aqueles propondo utilizar o esquadro, mas, ao escolherem, não atentaram que estavam utilizando o incorreto ou não souberam manipular o esquadro de 90 graus.

Figura 8 – Garantindo a paralela com o esquadro



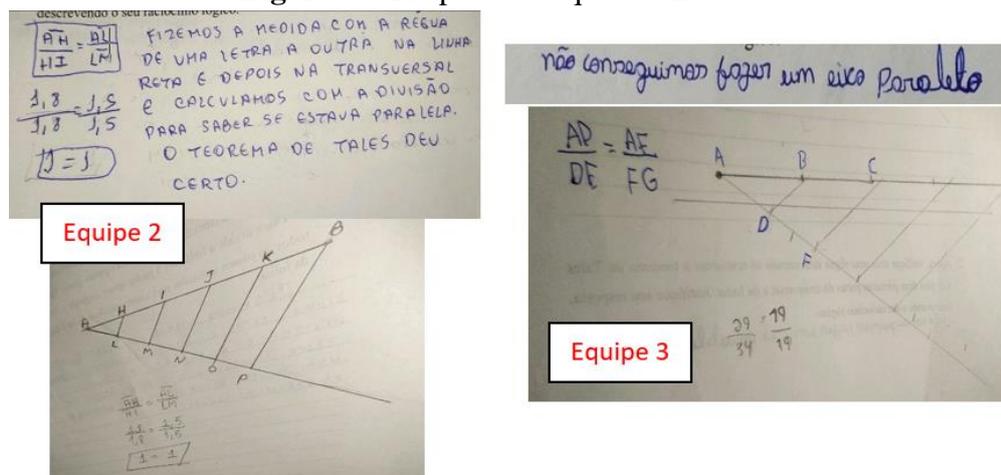
Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Na Figura 8, é apresentado o produto final de uma das equipes, que respondeu, com sucesso, à primeira questão do recurso 1 (atividade prática). Com isso, todos os alunos que

fizeram a questão 1, dividindo as partes em cinco partes iguais e construindo paralelas garantidas pelo perpendicularismo, conseguiram realizar a questão 2.

A questão 2 tinha como foco o estudo dos processos desenvolvidos pelos alunos ao realizarem as construções geométricas mediante conhecimentos matemáticos já explanados por eles, pois incorporam conhecimentos e, muitas vezes, redefinem as diferentes relações entre os diversos segmentos do saber, possibilitando acesso ao movimento do conhecimento matemático (SAITO, 2016). Vê-se, a seguir (Figura 9), duas respostas distintas das equipes.

Figura 9 – Respostas da questão 2



Fonte: Dados da pesquisa (2022).

A equipe 2, na Figura 7, conseguiu traçar as paralelas, tendo sucesso na questão 2, observa-se que a mesma equipe, na Figura 9, utilizou o teorema das proporcionalidades, em que o identifica por teorema de Tales, utilizando-o para verificar se seu desenho geométrico foi construído corretamente. Os membros do grupo perceberam que suas medidas estavam proporcionais ao realizarem seus cálculos, já que, segundo o teorema de proporcionalidade: um feixe de paralelas determina em duas transversais segmentos proporcionais (GIOVANNI JR.; CASTRUCCI, 2007).

Diferente da equipe 2, a equipe 3 não conseguiu construir segmentos proporcionais. Os participantes identificaram esse equívoco ao utilizarem o teorema de proporcionalidades, uma vez que, ao medirem os segmentos com a régua e desenvolverem os cálculos da Figura 9, não obtiveram resultados proporcionais. Então, concluíram que não conseguiram construir um eixo paralelo, Figura 9.

Nota-se que os alunos que participaram dessa atividade necessitavam de vários conhecimentos teóricos para serem utilizados na prática, entretanto, eles não conseguiam visualizar esses conhecimentos geométricos na prática ao realizarem as construções. Isso é perceptível ao trocarem os esquadros, não conhecendo o esquadro de 90°, não sabendo garantir um paralelismo de segmentos ou perpendicularismos.

CONSIDERAÇÕES DIDÁTICAS

Na BNCC, a proporcionalidade faz parte do conjunto de ideias fundamentais que compõem o campo da Matemática, por ser importante para o desenvolvimento do pensamento

matemático dos alunos, devendo se converter em objetos de conhecimentos (BRASIL, 2018). Logo, a construção de uma parte das linhas de proporção faz parte do processo que incentiva o aluno a desenvolver o pensamento matemático, ao verificar se sua construção é proporcional, baseado no teorema de proporcionalidade.

Esse teorema, segundo Brasil (2018), é um objeto de conhecimento que deve possuir verificações experimentais. Então, quando o aluno se utiliza de régua, de compasso e de esquadro para realizar as construções, ele está fazendo verificações experimentais, que permitem ir além dos cálculos, fazendo-o entender o teorema de proporcionalidade mediante suas próprias ideias no decorrer do processo de construção.

Conforme Costa e Silva (2019), tanto a BNCC como os PCN relatam sobre a utilização de régua e de compasso para a construção de retas paralelas e perpendiculares, em que os PCN evidenciam a divisão de segmentos em partes proporcionais. Sendo exatamente a descrição das ações que os alunos estão realizando durante a construção de partes iguais. Desse modo, a atividade prática de dividir segmentos em partes proporcionais, que os participantes realizaram, está validada e contida nos documentos oficiais da Educação Nacional.

NOTAS FINAIS

Ao longo da aplicação da atividade, reparou-se que estudar Matemática juntamente com contextos de história era uma novidade para os participantes. Outra novidade também foi a atividade em grupo, em que cada aluno tem sua função na equipe e esta, por sua vez, apenas funciona se todos fizerem sua parte e trabalharem juntos. Além disso, houve dificuldade em relação à autonomia que a atividade necessitava, ficando, muitas vezes, os alunos esperando que o professor fosse até eles indicar um caminho a seguir.

Mesmo com todas as novidades e dificuldades, a atividade foi aplicada com sucesso. Tendo, assim, os primeiros vestígios de recurso didático advindo do tratado *L'usage du compas de proportion*, que podem ser utilizados na Educação Básica mediante a interface entre história e ensino de Matemática para aprimorar, praticar, lembrar e ressignificar conhecimentos geométricos, como: proporcionalidade, paralelismo, perpendicularismo e outros, que serão identificados no decorrer do estudo sobre o tratado.

Notou-se, ao aplicar a atividade, que muitos alunos até conheciam os conceitos teóricos sobre perpendicularismo, paralelismo e proporcionalidade. Entretanto, quando se pedia que identificassem ou construíssem uma perpendicular, alguns alunos confundiam-se, tendo dificuldade de identificarem qual esquadro representaria o ângulo de 90° . E, por não conseguirem, não validavam o paralelismo e muito menos construía segmentos proporcionais.

Assim, este artigo tinha como foco apresentar parte dos resultados da aplicação de duas atividades advindas do tratado *L'usage du Compas de proportion*, com alunos da Educação Básica, especificamente, do Ensino Médio. Portanto, neste artigo, foi apresentada a aplicação apenas da atividade de prática 1, visto que os resultados da atividade de prática 2 serão divulgados em um novo artigo, que, no momento, encontra-se em processo de construção.

REFERÊNCIAS

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 19 set. 2022.

COHEN, E. G.; LOTAN, R. A. **Planejando o trabalho em grupo: estratégias para salas de aula heterogêneas**. 3. ed. Tradução Luís Fernando Marques Dorvillé, Mila Molina Carneiro, Paula Márcia Schmaltz Ferreira Rozin. Porto Alegre: Penso, 2017.

COSTA, C. B. S.; SILVA, J. R. P. Orientações do BNCC e PCN: uma análise da geometria dos anos finais do Ensino Fundamental. In: **Anais VI CONEDU (Fortaleza, CE)**. Campina Grande: Realize Editora, 2019. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/61840>. Acesso em: 16 set. 2022.

GIOVANNI JR., J. R.; CASTRUCCI, B.. **A conquista da matemática**. São Paulo: FTD, 2007.

GODOY, A. S. Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. **Revista de Administração de Empresas**, v. 2, n. 35, p. 57-63, 1995. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rae/a/wf9CgwXVjpLFVgpwNkCggnC/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em: 16 set. 2020.

HENRION, D. **L'usage du Compas de Proportion**. Atualizações realizada por Jean Deshayes. Paris: R. J. B. de la caille, 1681.

HENRION, D. **L'usage du compas de proportion**. Paris: L'auteur, 1631.

HENRION, D. **L'usage du compas de proportion**. Paris: Michel Daniel, 1618.

HENRION, D. **Mémoires mathematiques recueilliset dressez en favevr de la noblesse françoise**. Paris: L'auteur, 1613.

HENRION, D. **Mémoires mathematiques recueilliset dressez en favevr de la noblesse Françoise**. 2. Vol. Paris: L'auteur, 1627.

HENRION, D. **Traicté des logarithmes**. Paris: L'Autheur, 1626.

ITARD, Jean. HENRION, DENIS or DIDIER. In: HACHETTE, Jean; HYRTL, Joseph. **Dictionary of Scientific Biography**. New York: Charles Scribner'S Sons, 1972. p. 271-272.

MASSENO, T. C. S.; PEREIRA, A. C. C. Um estudo preliminar do tratado L'vsage du compas de proporcion (1631) do francês Didier Henrion. **Revista História da Ciências e Ensino: Construindo interfaces**, v. 24, p. 52-64, 2021. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/hcensino/article/view/55290>. Acesso em: 19 set. 2022. DOI: <https://doi.org/10.23925/2178-2911.2021v24p52-64>

MICHAUD, L. G. **Biographie universelle ancienne et moderne: ou histoire, par ordre alphabétique, de la vie publique et privée de tous les hommes qui se sont fait remarquer par leurs écrits, leurs talents, leurs vertus ou leurs crimes**. v. Paris: C.D. Chez Madame C. Desplaces, 1857.

PEREIRA, A. C. C.; ALVES, V. B.; BATISTA, A. N. S.; OLIVEIRA, F. W. S. Saberes docentes em estudos acadêmicos relacionados à história da matemática nos últimos cinco anos. **Research, Society And Development**, v. 9, n. 3, p. 1-20, 2020. Disponível em: <https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/2429>. Acesso em: 16 set. 2020. DOI: <https://doi.org/10.33448/rsd-v9i3.2429>.

PEREIRA, A. C. C.; PAULINO, S. S. Possibilidades para o ensino de frações a partir da régua de carpinteiro contida no tratado a booke named tectonicon (1556). **Revista de História da Educação Matemática**, v. 7, p. 1-19, 2021. Disponível em: <https://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/418>. Acesso em: 19 set. 2022.

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. A reconstrução do Báculo de Petrus Ramus na interface entre história e ensino de matemática. **Cocar**, v. 13 n. 25, p. 342-372, 2019. Disponível em: <https://periodicos.uepa.br/index.php/cocar/article/view/2164#:~:text=Conclui%2Dse%20que%20o%20processo,Hist%C3%B3ria%20e%20Ensino%20de%20Matem%C3%A1tica>. Acesso em: 19 set. 2022.

RIBEIRO, C. M.; GOMES, H. O que necessitamos saber para 'ensinar' geometria? O caso dos retângulos. In: **Actas do XXV Encontro Nacional dos Professores de Matemática 2010** (ProfMat 2010), Aveiro, 2010.

SAITO, F. Construindo interfaces entre história e ensino de matemática. **Ensino de Matemática em Debate**, v. 3, n. 1, p. 3-19, 2016. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/29002>. Acesso em: 19 set. 2022.

SAITO, F.; DIAS, M. S. Articulação de entes matemáticos na construção e utilização de instrumento de medida do século XVI. **Coleção História da Matemática para Professores**. Natal: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2011.

SAITO, F.; DIAS, M. S. Interface entre história da matemática e ensino: uma atividade desenvolvida com base num documento do século XVI. **Ciência & Educação** (Bauru), v.19, n. 1, p. 89-111, 2013. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ciedu/a/M9LvJrYJPBT9tHMdtprRjZL/?lang=pt>. Acesso em: 19 set. 2022. DOI: [10.1590/S1516-73132013000100007](https://doi.org/10.1590/S1516-73132013000100007)

Submetido em: 11 de novembro de 2022.

Aprovado em: 22 de dezembro de 2022.

Publicado em: 01 de janeiro de 2023.

Como citar o artigo:

MASSENO, T. C. S.; PEREIRA, A. C. C. Compreendendo as linhas de partes iguais do compasso de proporção (1631) pelo teorema de proporcionalidade. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura - REMATEC**, Belém/PA, v. 18, n. 43, e2023001, Jan.-Dez, e-ISSN: 2675-1909, 2023. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2023.n43.pe2023001.id433>