

O lugar da filosofia Matemática de Manoel Amoroso Costa

Iran Abreu Mendes¹

Universidade Federal do Pará

RESUMO

O objetivo deste artigo é identificar um lugar na cartografia da filosofia Matemática onde seja possível situar as matrizes filosóficas por meio das quais o matemático brasileiro Manoel Amoroso Costa construiu seus argumentos para nos apresentar suas ideias fundamentais da Matemática nas primeiras décadas do século XX. Essas ideias permanecem em movimento nas discussões relacionadas aos fundamentos epistemológicos da Matemática em disciplinas da formação e professores e Matemática, bem como em estudos situados em cursos de pós-graduação em Educação Matemática, especialmente nos campos da história e filosofia da Matemática em suas relações com o ensino. A partir de uma pesquisa bibliográfica fundamentada na análise de conteúdo, evidencio a multiplicidade de princípios filosóficos da composição diversificada de reflexões anunciadas por Amoroso Costa em seu livro *As ideias fundamentais da Matemática e outros ensaios*, publicado originalmente em 1929, após seu falecimento, ocorrido em dezembro de 1928.

Palavras-chave: filosofia Matemática; Amoroso Costa; Epistemologia; princípios filosóficos.

The place of Manoel Amoroso Costa's mathematical philosophy

ABSTRACT

The objective of this article is to identify a place in the cartography of Mathematical philosophy where it is possible to locate the philosophical matrices through which the Brazilian mathematician Manoel Amoroso Costa built his arguments to present his fundamental ideas of Mathematics in the first decades of the 20th century. These Ideas remain in motion in discussions related to the epistemological foundations of Mathematics in training disciplines and teachers and Mathematics, as well as in studies located in postgraduate courses in Mathematics Education, especially in the fields of history and philosophy of Mathematics in its relations with the education. Based on a bibliographic research based on content analysis, I highlight the multiplicity of philosophical principles of the diversified composition of reflections announced by Amoroso Costa in his book *The Fundamental Ideas of Mathematics and Other Essays*, originally published in 1929, after his death, which occurred in December 1928.

Keywords: Mathematical philosophy; Amoroso Costa; Epistemology; philosophical principles.

El lugar de la filosofía Matemática de Manoel Amoroso Costa

RESUMEN

El objetivo de este artículo es identificar un lugar en la cartografía de la Filosofía Matemática donde sea posible ubicar las matrices filosóficas a través de las cuales el matemático brasileño Manoel Amoroso Costa construyó sus argumentos para presentar sus ideas fundamentales de las Matemáticas en las primeras décadas del siglo XX. Estas ideas siguen en movimiento en discusiones relacionadas con los fundamentos epistemológicos de las Matemáticas en las disciplinas de formación y de profesores y Matemáticas, así como en estudios ubicados en cursos de posgrado en Educación Matemática, especialmente en los campos de la historia y la filosofía de las Matemáticas en sus relaciones con la enseñanza. . A partir de una investigación bibliográfica basada en el análisis de contenido, destaco la multiplicidad de principios filosóficos de la diversificada composición de reflexiones anunciada por Amoroso Costa en su libro *Las ideas fundamentales de las matemáticas y otros ensayos*, publicado originalmente en 1929, luego de su muerte, ocurrida en diciembre de 1928.

Palabras clave: Filosofía matemática; Amoroso Costa; Epistemología; principios filosóficos.

¹ Doutor em Educação Matemática, Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Professor Titular Livre (UFPA), Belém, Pará, Brasil. Rua Augusto Corrêa, 01, Guamá, Belém, Pará, Brasil, CEP: 66075-110. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7910-1602>. E-mail: iamendes1@gmail.com

Considerações Preliminares

Ao longo dos séculos XIX e XX foram escritos e publicados uma quantidade expressiva de textos ensaísticos relacionados à filosofia e epistemologia da Matemática que possibilitaram aos estudiosos desse período poderem reformar seus pensamentos acerca da Matemática, sua produção, sua organização disciplinar científica e escolar, bem como no exercício da formação do pensamento do professor de Matemática.

Desse movimento configurado pela diversidade de pensamento acerca dos polos de origem e disseminação dos modos de pensar, produzir e disseminar as Matemáticas nos contextos científicos e escolares foram emergindo e se agrupando modelos de pensamento que se conformaram em fundamentos epistemológicos sustentadores dos modos de situar modelos de pensamento, de organização, escrita e ensino de Matemática na sociedade.

A esse respeito, como bem assevera Rom Harré (1988), a maioria das pessoas supõe que os filósofos se ocupam de questões muito gerais e muito profundas, no âmago das quais se situa o problema do relacionamento do homem com o Universo. Neste artigo tratarei de alguns relacionamentos específicos de um homem específico com um universo específico. Esse homem é Manoel Amoroso Costa, o universo específico refere-se à Matemática e o relacionamento aqui é estabelecido pela filosofia conformada como pano de fundo das discussões situadas por Amoroso Costa em sua obra de destaque: *As ideias fundamentais da Matemática e outros ensaios* (COSTA, 1929).

Este artigo tem a intenção de identificar um lugar na cartografia da filosofia Matemática onde seja possível situar as matrizes filosóficas por meio das quais o matemático brasileiro Manoel Amoroso Costa construiu os argumentos para nos apresentar suas ideias fundamentais da Matemática nas primeiras décadas do século XX. A intenção se justifica por perceber que ao longo de todo o século XX suas ideias permaneceram em movimento nas discussões relacionadas aos fundamentos epistemológicos da Matemática, de modo a contribuir nas discussões realizadas em disciplinas da formação de professores e Matemática, bem como nos estudos situados em cursos de pós-graduação em Educação Matemática, especialmente nos campos da história e filosofia da Matemática em suas relações com o ensino.

Minha intenção se justifica pela multiplicidade de princípios filosóficos identificados em comunhão na composição da diversidade de reflexões anunciadas por Amoroso Costa em seu livro *As ideias fundamentais da Matemática e outros ensaios*, publicado originalmente em 1929, após seu falecimento, ocorrido em dezembro de 1928. É com essa perspectiva que este artigo está organizado em quatro partes, conforme menciono a seguir.

Na primeira parte indico ao leitor que siga uma vereda que por mim foi identificada como uma forma de um mapa filosófico constituído pelo itinerário intelectual do Amoroso Costa, filósofo e autor, com a finalidade de situá-lo em escolas de pensamento por meio das quais é possível admitir que o matemático tenha apostado e se nutrido de princípios e reflexões que conformaram sua maneira de organizar o pensamento sobre a Matemática e seu ensino.

A segunda parte, intitulada Mapa de conferências, ensaios e artigos do período de 1918/1928 objetiva mostrar uma parte da produção de Amoroso Costa, tecida pelas influências de filósofos e matemáticos franceses, dos quais o autor incorporou uma herança de teorias fortalecedoras da constituição de seu pensamento sobre a Matemática. É nesta seção que destacarei a contribuição da evidência em Matemática na demonstração de proposições matemáticas tratadas por Amoroso Costa, juntamente com a influência das ideias filosóficas de Henri Poincaré, Leon Brunschvicg, dentre outros pensadores influenciadores e formadores do pensamento da sua geração.

Na terceira parte do artigo apresentarei minhas reflexões acerca das ideias fundamentais da Matemática, presentes nos ensaios relativos o livro “As ideias fundamentais da Matemática”, no qual Amoroso Costa procurou discutir, em linhas gerais, a concepção de Matemática que se tinha nas primeiras décadas do século XX, seu método dedutivo e suas diretrizes.

Em seguida, na quarta parte, ou parte final, apresentarei uma revisão da discussão ou convergências reflexivas, considerando ser de fundamental importância para qualquer estudo que se faça no campo da Matemática, estabelecer um aprofundamento histórico e filosófico sobre a elaboração desse conhecimento. Não há, pois, outra maneira de se apreender tal conhecimento sem uma retomada de noções que nos levem a reelaborar toda a produção organizada pelo homem ao longo de sua história, assim como concebê-la como verdade, mesmo que se necessite contestá-la e modificá-la posteriormente.

Uma vereda identificada no itinerário intelectual do autor

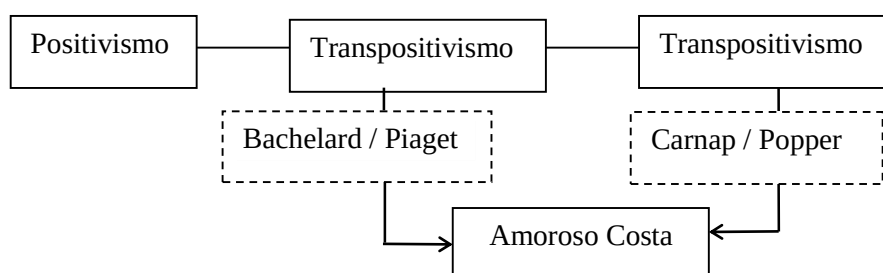
Amoroso Costa nasceu no Rio de Janeiro em 13 de janeiro de 1885 e faleceu na mesma cidade em 03 de dezembro de 1928. Teve formação escolar em instituições educacionais de destaque no cenário da capital, onde avançou seus estudos na escola Politécnica do Rio de Janeiro, e posteriormente passou a ser livre docente. Viveu em Paris entre 1920 e 1925, onde desenvolveu diversos estudos e participou de muitas atividades científicas e culturais que o levaram a constituir-se intelectualmente em seu itinerário já descrito por diversos estudiosos sobre sua vida e obra.

Em seus 43 anos de vida (1885 - 1928), dos quais 16 foram dedicados a ciência e a filosofia da Matemática, podemos considerar Amoroso Costa como uma referência nacional para a elaboração da história da filosofia da Matemática entre nós, pois é a partir de seus ensaios e artigos que podemos iniciar um estudo acerca da produção de uma discussão teórica sobre o conhecimento matemático no Brasil.

A influência da escola francesa do início do século XX é bastante evidente no seu pensamento filosófico devido sua convivência durante alguns anos, com estudiosos franceses (1920/21 e 1923/25) onde estudou filosofia das ciências, teoria do conhecimento, entre outros assuntos ligados à sua formação filosófico-científica.

Amoroso Costa surge, então, como uma ruptura do pensamento filosófico nacional como o positivismo, procurando conduzir com mais profundidade a evolução do pensamento científico brasileiro, tratando de eliminar o espaço onde não há mais lugar para as demonstrações convincentes, como no âmbito das ciências, mas há emergência na solução de problemas de ordem filosófica. Nesse sentido procurou seguir as concepções neopositivistas de Otto Alencar não se ocupando de difundir qualquer outra filosofia, mas apenas de acompanhar a evolução da ciência.

De acordo com o esquema traçado por Severino (1994) podemos situar, cronologicamente, Amoroso Costa entre os neopositivistas, representados por Carnap, Popper entre outros e transpositivistas representados por Poincaré, Piaget, Bachelard, entre outros que buscaram discutir os caminhos do pensamento filosófico da ciência através da análise técnica de sua linguagem e do seu modo de agir na discussão do conhecimento. Assim podemos representar tal posição através do seguinte infográfico descritor:



Descritor do pensamento filosófico de Amoroso Costa.
Fonte: Elaborado por Mendes.

O pensamento filosófico de Amoroso Costa procurou estabelecer uma nova dimensão da cultura científica entre nós, buscando com isso suscitar uma filosofia Matemática voltada à construção de uma academia científica brasileira.

Conferências, ensaios e artigos do período de 1918/1928

Essa parte da obra de Amoroso Costa apresenta vários artigos e ensaios que discutem pontos referentes a estruturação teórica do conhecimento matemático em que a concepção filosófica neopositivista se faz presente, apresentando também, traços transpositivistas na sua formação filosófica.

Os artigos apresentados nessa parte da obra em estudo, se mostram bastante atuais e úteis à formação filosófica do matemático ou do educador matemático, visto que trazem à tona alguns pontos bastante essenciais na construção de um pensamento organizado a respeito das ideias presentes na criação da Matemática como ciência. Cada um deles procura discutir pontos considerados de bastante relevância para a construção teórica do pensamento matemático entre nós e que emergiram, graças ao espírito de ruptura que predominavam na época em que foram elaborados tais artigos.

Vê-se claramente nos artigos estudados, a influência sofrida por Amoroso Costa durante sua estada na academia francesa onde, no âmbito da Matemática, predominavam as concepções filosóficas de Poincaré e seus seguidores, isto é, a concepção intuicionista dava o primeiro sinal das ideias precursoras do construtivismo matemático.

Contribuição da evidência em Matemática na demonstração de proposições Matemáticas

Esse artigo apresenta a evidência em Matemática como um produto da intuição e nos faz compreender o quanto se faz necessário utilizá-la na demonstração de proposições Matemáticas, aceitando de início como evidentes, as proposições primitivas (axiomas). Tais axiomas, considerados como evidentes, são apontados por Amoroso Costa como elementos fundamentais em uma demonstração Matemática. Isso nos remete às discussões suscitadas por Chalmers (1993) a respeito de suas considerações relativas a dependência que a observação tem da teoria, visto que a existência de conceitos primitivos construídos a partir das evidências nos levam a obtenção de elementos importantes à demonstração de proposições Matemáticas. A exemplo disso podemos apresentar a elaboração geométrica euclidiana, alvo de inúmeras discussões de Amoroso Costa em seus artigos e ensaios.

Diante dessas considerações surge uma questão: a evidência Matemática é um recurso precioso para o ensino? De acordo com a argumentação apresentada vê-se o quanto é importante para o professor de Matemática, a sua utilização no ensino de Matemática. Porém cabe a cada um de nós usar criatividade ao utilizá-la pedagogicamente para explorar a razão do aluno sem

submetê-la a qualquer formalismo lógico, pois somente assim, talvez possamos alcançar uma aprendizagem significativa em Matemática.

A influência da filosofia Matemática intuicionista de Poincaré

Em outro artigo Amoroso Costa apresenta uma boa exposição das ideias intuicionistas de Poincaré, ligadas aos juízos sintéticos e analíticos na construção da noção de espaço, tempo e o conceito de número. Nessa abordagem vê-se claramente o quanto há em seus argumentos uma forte tendência de identificação de suas ideias com as concepções intuicionistas de Poincaré.

Os juízos sintéticos a priori são anteriores a qualquer experiência anterior, preexistem no espírito e constituem os juízos científicos por excelência. A exemplo disso temos os princípios da Matemática, pois certas intuições são essenciais na construção dessa ciência, como é o caso da aritmética dos números inteiros, quando o princípio da recorrência evidencia a noção de adição e multiplicação, justificadas somente através de infinitas experiências, além dos axiomas matemáticos como um exemplo ímpar para tal.

Os juízos sintéticos a posteriori resultam da experiência e neste caso reverterem um caráter indutivo e não podem pertencer a certeza integral, isto é, não são tão evidentes antes da experiência. Esses aspectos também foram abordados por Chalmers (1993) quando trata de questões relativas ao indutivismo e que apontam como característica desse juízo, a relevância dada à experiência como causa principal da construção do conhecimento científico.

Os juízos analíticos são explicações que derivam-se de um conceito, uma de suas propriedades, mas que nada acrescentam ao conhecimento do conceito. Exemplo disso são os juízos da língua formal, isto é, ocorre apenas uma reformulação representacional das noções iniciais (conceitos primitivos) mas que não causam modificações estruturais no conhecimento construído inicialmente.

Para Amoroso Costa, a Matemática está apoiada sobre intuições do espaço, do tempo e do conceito de número, cujas existências são subjetivas e a priori. A intuições tem duplo sentido: fontes de noções puras ou instinto inventivo. No primeiro caso temos a noção de número inteiro, no segundo o trabalho do espírito na descoberta científica.

Essas considerações nos levaram a uma nova questão: intuição ou lógica; idealismo ou realismo, qual a ênfase presente na existência do método matemático? Amoroso Costa afirma que a intuição descobre e a lógica demonstra os resultados da intuição e que os espíritos verdadeiramente matemáticos sabem encadear o raciocínio, visando atingir seus objetivos tal

como no jogo de xadrez, necessitando para isso de um senso estético, contrariando, portanto, o pensamento logicista no qual a Matemática é descoberta e não criada, onde a existência do conhecimento não pressupõe a existência do sujeito pensante. Nisso resulta então a divergência constante no pensamento dos homens.

Sobre as concepções (radicais) de Henri Bergson na obra de Amoroso Costa

Amoroso Costa fez também um pequeno estudo sobre a visão de Henri Bergson a respeito da diferença de natureza entre o tempo e o espaço. Para isso buscou questões suscitadas pela teoria da relatividade, momento em que Bergson afirma que a teoria de Einstein é compatível com o tempo universal do senso comum e das tradições filosóficas. De acordo com Amoroso Costa, na concepção bergsoniana o tempo é real por ser percebido e vivido na memória que encadeia o antes e o depois, visto que nada se repete e nada se estabiliza. O movimento possibilita a medição do tempo registrando-se no espaço, não podendo, portanto, aplicar número e medida ao tempo puro pois suas fases são incomparáveis entre si. Para ele, tudo depende do que se considera por “real” e é real o que for medido pelo físico, fictício o que é representado no pensamento do físico real, como medida para os físicos fictícios. Fictício não é de fato vivido por pessoa alguma.

O pensamento bergsoniano lança uma distinção essencial entre ciência e filosofia: a primeira é obra da razão, movendo-se no domínio do fragmentário e do descontínuo enquanto a segunda é capaz de atingir a realidade profunda das coisas graças ao método intuitivo que lhe é peculiar.

O problema da ciência e as correntes filosóficas

Nesse artigo Amoroso Costa buscou comentar a respeito dos problemas da ciência com relação a sua estruturação filosófica, visto que há uma grande discussão sobre as bases de sustentação da ciência estar ou não na filosofia. O autor procurou remeter seu ensaio ao discurso defendido por Brunschvicg, cuja filosofia é uma reação contra a ideia de que a ciência se reduz a um tecido arbitrário de convenções, um formalismo vazio sem sentido. Desse modo inicia seu trabalho expressando que “a filosofia não se faz sem a ciência e a recíproca pode parecer contestável”, porém esta se mostra, segundo ele, adormecida e reaparece inevitavelmente quando buscamos a origem desse conhecimento.

A verdade parece ser outro ponto questionável nesse ensaio e a Matemática, então, surge como uma parte da construção humana mais provável de ser verdadeira, embora haja a esse

respeito, uma diversidade de especulações entre a filosofia e a ciência, ao longo da história. Nesse sentido o autor procura mostrar que a Matemática sempre foi considerada como um tipo de saber supremo no qual se podia explicar o universo gerando assim o pitagorismo, spinosismo, cartesianismo, leibnismo entre outros inspirados em Platão, mas que nenhum atingiu seu objetivo.

A investigação histórica torna-se importante na análise da evolução das teorias Matemática nos vários sistemas filosóficos, alguns dos quais a ciência rejeitou definitivamente no passado através das concepções falsificacionistas visto que procuraram buscar consistência nas afirmações Matemáticas presentes em algumas teorias. Entretanto há que se considerar importante as limitações dessas críticas falsificacionistas pois a construção do conhecimento matemático tem sua estrutura histórica ligada a valorização da produção científica de cada grupo de matemáticos em diferentes momentos e locais, criando assim um todo que se organizou através das experiências científicas desenvolvidas posteriormente.

A crítica das ciências Matemáticas e físicas por Kant e sua reflexão decisiva na história da teoria do conhecimento

Amoroso Costa busca nesse ensaio mostrar a relação dos escritos filosóficos de Kant com as ciências exatas. Para tanto mostra a concepção kantiana sobre as ideias de ciência física antes mesmo de Laplace, passando por Newton e Descartes. Nesse sentido ele afirma que Kant é uma reação contra a ideia de que a filosofia não passa de uma promoção da ciência, de que seu método é o próprio método científico, de que a ciência é capaz de esgotar a curiosidade do homem.

A obra de Kant aparece como o início de uma orientação nova na história das relações entre filosofia e ciência. A Matemática pura, para ele, se funda nos princípios a priori e, ao contrário do empirismo, a considera como incorporada ao mecanismo do nosso pensamento. A física não pode dispensar a observação nem o método matemático pois ambos são elementos essenciais da representação de fenômenos originados da percepção externa, mesmo possuindo uma certeza interna, geradas parcialmente das leis do pensamento.

A apreensão da ciência pelos olhos da poesia - Um poeta e a ciência

O valor da beleza da ciência nem sempre é visto com profundidade pelos homens da ciência e esse foi o alvo da discussão apresentada por Amoroso Costa através do ensaio intitulado *Um poeta e a Ciência*. Nele Amoroso Costa busca trazer à baila o pensamento

filosófico francês do início do século XX e que se baseia na ruptura com o pensamento científico kantiano, visto que a luta entre a racionalidade e a irracionalidade faz emergir um novo espírito científico baseado na psicanálise freudiana e nas concepções de Young sobre o inconsciente.

Através de citações de Valéry² e suas divagações poéticas que Amoroso Costa procura dissertar a respeito das imagens criadas nessas obras poéticas, lançando-se então, na apresentação de uma nova concepção de ciência, onde tudo se reconduz a inquietude e ao inesgotável, isto é, a verdade científica não é mais imutável; ela passa, portanto a ser sujeita de outros fatores que estão além das ideias lançadas pelo pensamento cartesiano e seus seguidores.

Esse foi o último artigo de Amoroso Costa, publicado em 1928 após sua morte, cujas colocações levantam algumas questões ligadas a ciência contemporânea onde a física dos quanta e a exploração do cosmos abrem uma janela sobre a liberdade do pensamento científico propondo com isso uma nova dimensão para levar cada vez mais à frente a concepção de que a teoria pressupõe a observação pois a revolução científico-cultural causada por esse novo espírito científico provocou o aparecimento de diversas relações entre a poesia e a ciência.

Há no artigo, inúmeras citações de divagações do inconsciente e que para o novo espírito científico tornaram-se fios condutores de investigações científicas contemporâneas, o que provavelmente puderam conduzir-nos ao pensamento científico atual.

Sobre As ideias fundamentais da Matemática

Nos ensaios relativos às ideias fundamentais da Matemática, Amoroso Costa procurou discutir, em linhas gerais, a concepção de Matemática que se tinha nas primeiras décadas do século XX, seu método dedutivo e suas diretrizes.

Destinado a todos que se interessam pela Matemática, seus fundamentos e seu ensino, essa parte contém as ideias principais da Matemática e como foram estruturadas historicamente e segundo as concepções do autor. É importante perceber aí como o método dedutivo se utiliza das ideias intuicionistas que se evidenciam durante a construção da Matemática e que não percebemos ser tão evidentes assim

A descoberta e a demonstração são apresentadas como posse imediata do conhecimento pois segundo ele, o espírito vê antes de compreender. A demonstração é uma construção

² Nesta menção, menciono o comentário de Amoroso Costa a respeito das relações entre literatura e ciência, presentes nas obras do filósofo, escritor e poeta francês Paul Valéry, que se refere a seu artigo intitulado *Um poeta e a ciência*, publicado em 16/12/1928 no jornal *O Imparcial*, do Rio de Janeiro.

organizada da descoberta. Isso é justificado através da intuição e da lógica que podem construir um sistema coerente para o método dedutivo.

São importantes na descoberta e na demonstração, os elementos não dedutivos pelo seu caráter intuitivo na construção do pensamento matemático, além do rigor de raciocínio que é próprio da Matemática, embora não possua um padrão para todos os assuntos abordados.

O autor apresenta a noção de definibilidade e de demonstrabilidade para explicar a noção de definições e demonstrações em Matemática. Para ele definição é a análise de uma ideia em seus elementos e a demonstração, uma cadeia entre postulados e teoremas mediante um cálculo do qual se exclui qualquer arbitrariedade. As definições são úteis, mas teoricamente supérfluas e as demonstrações, fundamentais na teoria dedutiva.

Para Amoroso Costa, as noções e proposições dedutivas constituem a base de qualquer teoria dedutiva. Utiliza-se as noções primeiras, cujo caráter é intuitivo e apresenta-se os axiomas e postulados. Para isso se faz necessário lembrar que os axiomas são evidentes por si mesmos e os postulados não, embora ambos sejam indemonstráveis. A evidência e a simplicidade são fatores importantes na interpretação de uma teoria dedutiva e cabe-nos, portanto, utilizá-las na estruturação das proposições Matemáticas.

A dedução Matemática apresenta o raciocínio como uma verdadeira capacidade criadora na qual a coerência lógica da conclusão com as premissas formam uma cadeia. Para que isso ocorra se faz necessária a utilização da lógica formal através de uma notação sutil e concisa.

Para esclarecer a relação entre significante e significado, o autor busca no retrospecto histórico a origem leibniziana da lógica simbólica com sua característica universal e cálculo lógico até a escola inglesa de Russel e Whitehead. Busca em seguida a separação dos princípios lógicos da dedução, onde a partir dos silogismos chega-se a elaboração das proposições da lógica formal.

Amoroso Costa também buscou encontrar subsídios que pudessem esclarecer a questão levantada a respeito do surgimento da noção de número como símbolo para a representação de grandezas concretas. Para ele essa noção constitui-se um dos elementos mais importantes para a compreensão da ciência Matemática, pois a partir da noção de número natural como a gênese do pensamento matemático estruturou-se, desde a Antiguidade, a noção de número fracionário seguindo-se aos irracionais, negativos e complexos.

As noções de conjunto, correspondência e número cardinal são consideradas por Amoroso Costa como as noções que formam a estrutura da Matemática através da generalização

do conceito de número. Isso é feito com a apresentação da noção de conjunto, correspondência e número cardinal, incluindo até as ideias de conjuntos finitos e infinitos.

A generalização algébrica da noção de número é vista como a algebrização da aritmética, apresentando-se como uma extensão da noção de número tendo em vista estabelecer características genéricas para as noções de operação e suas propriedades. Para que isso seja bem apresentado o autor vai desde as operações mais simples com os números naturais até chegar as mais complexas com os algoritmos de Hamilton, visando mostrar que não é muito viável tentar apresentar, em uma fórmula, a infinita complexidade da noção de número generalizado.

Quanto as noções de ordem e de continuidade, Amoroso Costa teceu as seguintes considerações: a noção de ordem é tão importante quanto a de número e resulta da comparação entre dois conjuntos. Mesmo considerados independentes entre si, as noções de número e ordem estão ligados uma a outra. A noção de ordem resulta da consideração dos conjuntos semelhantes e é a base para a estruturação abstrata da noção de continuidade que representa um progresso sobre aqueles em que predomina a intuição geométrica.

Quanto aos números transfinitos, o autor apresenta uma discussão a respeito desses números nos quais George Cantor se apoiou para questionar a existência do infinito atual.

Sobre as noções de variável e de limite o autor nos apresenta, inicialmente, um esboço histórico do desenvolvimento das noções de variável e limite, onde enfatiza as contribuições de Eudoxo de Cuido, Arquimedes, Nicolas de Cues (Nicolau de Cusa), Cavalieri, Newton e Leibniz, para a construção da noção de limite. A noção de variável nos é dada como um símbolo que representa os diversos elementos de um conjunto dado, chamado domínio da variável. A noção de limite, porém, se prende às ideias de variável e traz junto, a linguagem da teoria dos conjuntos como um elemento indispensável na representação formal dessas ideias.

As noções de função e de derivada são comentadas do mesmo modo que as ideias de variável e limite. Novamente se tem um esboço histórico como ponto de partida para que seja apresentada a noção de função e derivada. A autor busca as contribuições vindas desde o fim do século XVII, com Descarte e Newton, passando por Euler, Lagrange e Cauchy, através das noções de continuidade e de descontinuidade. É interessante a colocação do autor, de que a derivação poderá constituir-se de uma teoria puramente dedutiva, tomando a noção de derivada como noção primitiva e a derivação como operação fundamental caracterizada por suas propriedades formais, sem recurso à ideia de passagem ao limite. Todo o cálculo de derivadas e integrais de expressões algébricas e transcendentais se desenvolvia sobre postulados exprimindo as propriedades da derivada de uma soma ou produto.

As noções de integral e de diferencial seguem o mesmo itinerário anterior. O conhecimento do desenvolvimento histórico dessas noções se mostra novamente importante para a compreensão de toda essa construção Matemática, pois de acordo com o autor temos como fundamental as contribuições de Cauchy, Riemann e Leibniz, para que se chegasse a forma atual da noção de integral e diferencial e com isso organizando o cálculo diferencial e suas contribuições à ciência. Quanto as funções de variáveis complexas, Amoroso Costa encerra o seu estudo a respeito das noções de funções e é nesse pensamento que ele apresenta a noção de número complexo numa correspondência perfeita quando representada algébrica e geometricamente.

A noção de grupo é apresentada como fundamental na generalização das operações sobre números, álgebra superior e em geometria, de modo a evidenciar o processo de síntese que caracteriza o crescimento da ciência Matemática.

Os princípios da geometria euclidiana, para Amoroso Costa, constituem a base em que os geômetras modernos se apoiam para construir seu trabalho, pois os sistemas de axiomas e postulados sobre os quais Euclides elaborou os seus *Elementos*, apresentam demonstrações cheias de intuições que provocam o surgimento de vários trabalhos voltados à reconstrução da geometria euclidiana. A exemplo disso temos Hilbert, Peano, Lobatchewsky, entre outros que adotaram um sistema diferente das noções primitivas e postulados que contradizem parcialmente os de Euclides.

Já as geometrias não euclidianas e não arquimedianas surgem historicamente como uma reação ao 5º postulado de Euclides nas demonstrações tentadas por geômetras modernos como Lobatchewsky, Riemann, entre outros. As geometrias não arquimedianas constituem-se em negar o chamado postulado de Arquimedes, que está implícito na 4ª definição do 5º livro de Euclides.

Amoroso Costa encerra seu trabalho apresentando considerações sobre Matemática pura e Matemática aplicada, estabelecendo comparações entre a evidência lógica ou formal da Matemática e o caráter intuicionista dessa ciência. Ele afirma que existem reações mútuas entre essas duas tendências, visto que por mais sutil que a ciência pura seja, ela sempre encontrará uma fonte de inspiração no mundo sensível, cuja infinita riqueza ser-lhe-á impossível traduzir integralmente.

Revisão da discussão ou convergências reflexivas

É de fundamental importância para qualquer estudo que se faça no campo da Matemática, estabelecer um aprofundamento histórico e filosófico sobre a elaboração desse conhecimento. Não há, pois, outra maneira de se apreender tal conhecimento sem uma retomada de noções que nos levem a reelaborar toda a produção organizada pelo homem ao longo de sua história, assim como concebê-la como verdade, mesmo que se necessite contestá-la e modificá-la posteriormente.

As ideias suscitadas por Amoroso Costa nas primeiras décadas desse século e que se tornaram públicas através de jornais e revistas da época, demonstram o quanto é fundamental para os estudiosos da área científica a compreensão filosófica desse conhecimento. Não há possibilidade de se conduzir uma discussão acerca da estruturação do conhecimento científico sem uma base filosófica que o sustente. Essa foi a grande bandeira de luta que Amoroso Costa tentou levantar na Matemática brasileira.

Cabe hoje aos matemáticos e educadores matemáticos, procurar conduzir essas discussões para que, a partir daí, possamos, pelo menos em linhas gerais, responder a pergunta que nos foi apresentada por Chalmers (1993): o que é ciência afinal? Acreditamos que o caráter atribuído hoje à ciência não é mais aquele concebido pelos indutivistas nem tampouco pelos falsificacionistas. Entretanto não podemos apresentar uma categoria única para a ciência, pois a diversidade de áreas de investigação e diferentes formas de conceber essas investigações, nos levam a acreditar que esse conceito de ciência alcançou um limite cada vez mais alto e isso implica que tal conceito tem uma relação direta com o momento histórico, contexto sócio cultural e grau de desenvolvimento da sociedade.

REFERÊNCIAS

CHALMERS, A. F. *O Que é Ciência afinal?* Tradução por Raul Fiker. São Paulo: Brasiliense, 1993. 225p. Tradução de *What is this thing called Science?*

COSTA, M. A. *As Idéias fundamentais da Matemática e outros ensaios*. Editorial Grijalbo Ltda. São Paulo: EDUSP, 1971. 330p.

HARRÉ, Rom. *As filosofias da ciência*. Tradução Ligia Guterres. Lisboa: edições 20, 1988. (Série O saber da filosofia, 23).

SEVERINO, A. J. *Filosofia*. São Paulo: Cortez, 1993. (coleção Magistério)