Rematec
Revista Matemática, Ensino e Cultura

Teoria das Situações Didáticas na Geometria Plana com uso do GeoGebra: uma aplicação da Olimpíada Internacional de Matemática

Paulo Vitor da Silva Santiago[1]
Programa de Pós-graduação em Ensino da Rede Nordeste de Ensino - Polo UFC

José Rogério Santana[2]
Programa de Pós-graduação em Ensino da Rede Nordeste de Ensino - Polo UFC

RESUMO
O presente trabalho tem o objetivo desenvolver um estudo visando a construção de uma sequência didática fundamentada na Teoria das Situações Didáticas dividida em suas quatro fases distintas e interligadas – ação, formulação, validação e institucionalização - indo de encontro com o GeoGebra e a Olimpíada Internacional de Matemática. A metodologia inclusa neste trabalho foi a qualitativa, do tipo exploratória, sendo desenvolvida a partir de uma sequência didática desenvolvida no ensino remoto e presencial. Ademais, a análise dos elementos matemáticos da figura construída e a identificação das suas propriedades, através da estruturação problema, permite os estudantes buscarem soluções para o problema proposto da competição e validar o ensino de geometria. Por fim, a experiência mostrou como o professor pode incluir as ferramentas digitais em suas aulas, interagindo junto aos educandos na aprendizagem e contextualização de questões internacionais, além de proporcionar o desenvolvimento de habilidades cognitivas e interativas.
Palavras-chave: GeoGebra; Teoria das Situações Didáticas; Geometria Plana; Geometria Espacial; Olimpíada de Matemática.

Theory of Didactic Situations in Plane Geometry using GeoGebra: an application of the International Mathematical Olympiad

ABSTRACT
This work aims to develop a study aimed at building a didactic sequence based on the Theory of Didactic Situations divided into its four distinct and interconnected phases - action, formulation, validation and institutionalization - going against GeoGebra and the International Olympiad of Mathematics. The methodology included in this work was qualitative, of the exploratory type, being developed from a didactic sequence developed in remote and face-to-face teaching. Furthermore, the analysis of the mathematical elements of the constructed figure and the identification of its properties, through problem structuring, allow students to seek solutions to the proposed competition problem and validate the teaching of geometry. Finally, the experience showed how the teacher can include digital tools in their classes, interacting with students in learning and contextualizing international issues, in addition to providing the development of cognitive and interactive skills.
Keywords: GeoGebra; Theory of Didactic Situations; Plane Geometry; Spatial Geometry; Mathematics Olympiad.

[1] Doutorando em Ensino de Ciências e Matemática pelo Programa Pós-graduação em Ensino da Rede Nordeste de Ensino (RENOEN/UFC). Professor de Ensino Médio (SEDUC-CE), Fortaleza, Ceará, Brasil. Endereço para correspondência: Avenida da Universidade 2853, Benfica, Fortaleza, Ceará, Brasil. CEP: 60020-181. ORCID: http://orcid.org/0000-0002-6608-5452. E-mail: paulovitor.paulocds@gmail.com.

[2] Doutor em Educação pela Universidade Federal do Ceará (UFC). Professor do Programa Pós-graduação em Ensino da Rede Nordeste de Ensino (RENOEN/UFC), Fortaleza, Ceará, Brasil. Endereço para correspondência: Universidade Federal do Ceará, Instituto UFC Virtual. Campus do Pici, Bloco 901/NPD (1o andar), Pici, Fortaleza, Ceará, Brasil. CEP: 60455-760. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-8327-5864. E-mail: rogesantana@ufc.br.

REMATEC, Belém (PA), v. 18, n. 43, e2023015, Jan.-Dez., *e*-ISSN: 2675-1909, 2023
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2023.n43.pe2023015.id481

Teoría de Situaciones Didácticas en Geometría Plana usando GeoGebra: una aplicación de la Olimpiada Matemática Internacional

RESUMEN

Este trabajo tiene como objetivo desarrollar un estudio destinado a construir una secuencia didáctica basada en la Teoría de las Situaciones Didácticas dividida en sus cuatro fases distintas e interconectadas - acción, formulación, validación e institucionalización - en contraposición a GeoGebra y la Olimpiada Internacional de Matemáticas. La metodología incluida en este trabajo fue cualitativa, de tipo exploratoria, desarrollándose a partir de una secuencia didáctica desarrollada en la enseñanza a distancia y presencial. Además, el análisis de los elementos matemáticos de la figura construida y la identificación de sus propiedades, a través de la estructuración de problemas, permiten a los estudiantes buscar soluciones al problema de competencia propuesto y validar la enseñanza de la geometría. Finalmente, la experiencia mostró cómo el docente puede incluir herramientas digitales en sus clases, interactuando con los estudiantes en el aprendizaje y contextualizando temas internacionales, además de propiciar el desarrollo de habilidades cognitivas e interactivas.

Palabras clave: GeoGebra; Teoría de las Situaciones Didácticas; Geometria plana; geometría espacial; Olimpiada de Matemáticas.

INTRODUÇÃO

A participação dos estudantes nas olimpíadas de matemática estão cada vez mais presentes nas instituições de ensino brasileira. Essas competições abordam situações-problemas de vários conteúdos de matemática, requerendo do estudante raciocínio e conhecimentos prévios para a resolução das questões. Diante disso, os livros didáticos trabalhados nas instituições de ensino são atrelados a um mecanismo tradicional em cada tópico de matemática, já os Problemas Olímpicos (PO) contém estruturação, investigação e conclusão de conjecturas que auxiliam os estudantes no desenvolvimento do pensamento matemático para resolver as questões propostas pela competição olímpica.

De acordo com Oliveira Junior, Pinheiro e Barreto (2022, p. 2), “encontrar jovens com aptidão para a disciplina e suas provas destacam-se por cobrar dos estudantes itens que envolvem principalmente o raciocínio lógico, por meio de perguntas que possuem, muitas vezes, uma questão mais intuitiva do que conteudista”. Com isso, percebe-se que não é fácil para o professor nivelar uma turma com diferentes níveis de conhecimento. Assim, por várias vezes, as aulas preparatórias para olimpíadas de matemática são incluídas em disciplinas eletivas ou em horários extras, trabalhadas em diversas vezes em dias extras letivos (sábados).

Diante da situação, é fundamental responsabilidade do professor está preparado para trabalhar assuntos diferentes do que são expostos em sala de aula e contar com a parceria da escola para o bom andamento da preparação e ter um sucesso nas aprovações dos estudantes. De acordo com Prasad (2018, p. 85, tradução nossa), a Olimpíada de Internacional de Matemática.

> É um grande evento no cenário matemático mundial de hoje, apresentando quase 100 países diferentes, mas começou em uma quantidade muito pequena. A primeira OIM foi realizada em 1959, quando a Romênia convidou um pequeno número de países do que era então conhecido como Bloco Oriental para participar do evento.

A partir do exposto, interpreta-se que a olimpíada de matemática inclui problemas instigantes e desafiadores, que existe uma sequência de problemas dividas em fases/etapas, emprega a matemática de maneira intuitiva para os estudantes obtenham soluções concretas. Na maioria das competições (inter)nacionais, as questões que as compõem não buscam os melhores estudantes com nível de conhecimento alto, mas sim, habilidades de pensar, interpretar, raciocinar e redigir a solução ideal para o problema proposto.

Conforme Alves (2020), oferecer e gerar uma possibilidade diferenciada com vistas a atrair e seduzir jovens talentos e estudantes iniciantes ou mais maduros de forma flexível constituindo o ambiente de um torneio acirradamente competitivo marcado pela atividade intelectual dos competidores, cujo ápice é através do recebimento de medalhas ou outras formas de recompensas, distinção social mediante prêmios e apoios de associações científicas.

Segundo esse autor, outro aspecto pouco discutido na literatura diz respeito à formulação e geração de problemas matemáticos destinados a avançar fundamentalmente nos perfis de pesquisa dos estudantes, sejam eles mais ou menos inclinados a competir em Olimpíadas de Matemática. O professor ao trabalhar com questões de matemática em sala de aula "[...] é sabido que os estudantes, em um panorama geral, apresentam dificuldades na interpretação de problemas, impactando diretamente na sua compreensão global do assunto e em sua habilidade de resolvê-los" (SOUZA; AZEVEDO; ALVES, 2020, p. 331).

Seguindo dessa problemática, manifestou-se o seguinte problema de investigação: quais aprendizagens foram abordadas nessa formação sobre como resolver problemas de olimpíadas de matemática numa perspectiva tecnológica e didática?

Para responder essa pergunta problema, foi necessário explorar a teoria de ensino - Teoria das Situações Didáticas (TSD) e suas fases - desenvolvida por Guy Brousseau (1986), professor pesquisador francês da Universidade de *Bordeaux*, e estruturar uma situação didática olímpica internacional de aprendizagem a partir da resolução de problemas com suporte do *software* GeoGebra, utilizando as janelas de visualização dimensional e tridimensional para análise do problema pelos estudantes.

O objetivo deste artigo visa desenvolver um estudo na análise reflexiva do desenvolvimento do problema olímpico e da construção de conhecimentos estruturados na TSD, buscando explanar a relação entre a ferramenta tecnológica GeoGebra e a Olimpíada Internacional de Matemática, os quais foram discutidos ao longo da formação olímpica.

A prática dessa proposta didática surgiu a partir da observação do primeiro autor deste trabalho, que atua como professor coordenador de olimpíadas de um dos Polos Olímpicos de Treinamento Intensivo (POTI), regional Sertão Central - CE, e docente na Escola de Ensino Médio João de Araújo Carneiro, localizada na região de Canafístula, Quixeramobim, Ceará, Brasil. A análise foi realizada no livro didático disponível pela Olimpíada Internacional de Matemática (IMO) "*The IMO Compendium: A Collection of Problems Suggested for the International Mathematical Olympiads: 1959-2009, Second Edition*" (DJUKIC et al., 2011) e outros que serão explanados no estudo de matemática olímpica, que aborda os problemas matemáticos da competição internacional de matemática do ano de 1959 até 2004, relacionando outras situações-problemas elaboradas por diversos autores internacionais.

Os próximos tópicos do artigo apresentam a descrição da pesquisa, desde o referencial teórico até suas conclusões finais.

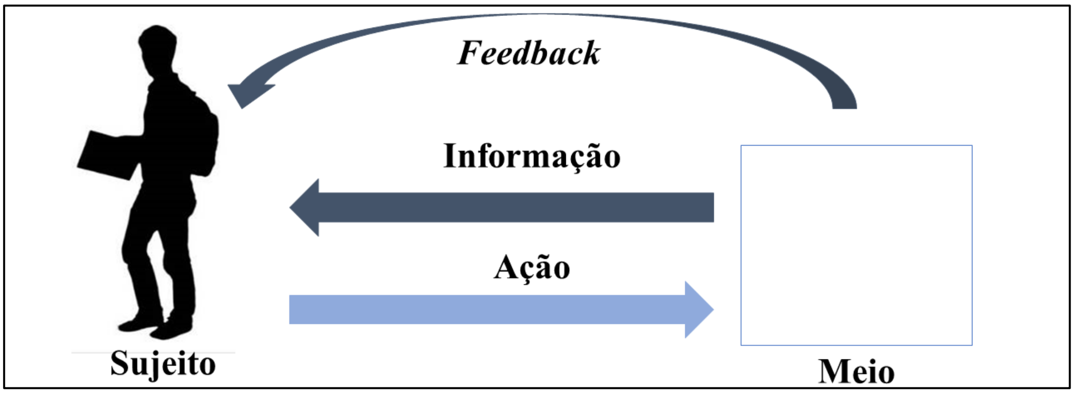
REFERÊNCIAL TEÓRICO

O modelo didático estruturado na TSD permite a relação entre o saber, o *milieu* e o estudante no processo de aprendizagem, Almouloud (2007), destaca que no desenvolvimento do ensino e aprendizagem a TSD modela os conceitos matemáticos. Portanto, a intenção de Brousseau (1986) é trabalhar um processo de aprendizagem por diversas etapas reprodutíveis, levando um conjunto de ações dos estudantes para ser trabalhado em sala de aula. Essas ações são descritas pela integração de um conjunto de situações de conhecimentos, da eventualidade de uma aprendizagem significativa (ALMOULOUD, 2007).

Essa teoria objetiva identificar as relações entre o professor, estudante e saber, é essencial incluir a teorização de fenômenos ligados a essas três relações denominada por Almouloud (2007) de "Triângulo Didático", intermediado pelo saber nas situações de ensino. De acordo com Brousseau (2008, p. 32), o termo saber é utilizado de maneira que "o produto cultural de uma instituição cujo objetivo é identificar, analisar e organizar os conhecimentos a fim de facilitar sua comunicação". Para o autor, o conhecimento é construído pelas fases da TSD que é ação, formulação, validação e institucionalização, assim, o professor consegue construir situações didáticas cujas apresentações não sejam ensinar diretamente – mas que os estudantes aceitem – e consigam analisar, pensar e refletir qual habilidade matemática pode ser incluída na situação-problema por conta própria.

A primeira dialética, está incluindo um processo epistemológico denominada situação didática de ação, pois é interpretar o desenvolvimento na tomada de decisão dos estudantes a partir dos resultados de uma observação do problema. Nesta etapa, o estudante irá aprender uma técnica de resolução do problema, podendo manifestar mudanças no conhecimento das "descrições de táticas que o indivíduo parece seguir ou pelas declarações daquilo que parece considerar, mas tudo são só projeções" (BROUSSEAU, 2008, p. 28), entre o indivíduo e o meio (Figura 1).

Figura 1 – Situação didática de ação



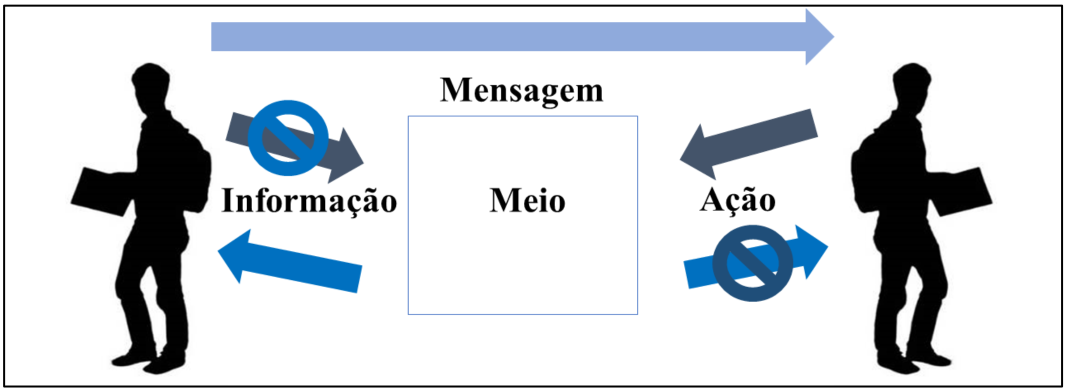
Fonte: Brousseau (2008, p. 28) adaptado pelos autores

Dessa forma, o professor insere uma situação-problema para o estudante cuja melhor resolução, nas determinações propostas, seja a forma do conhecimento interagir; o estudante passa produzir informações necessárias para sua ação (ALMOULOUD, 2007).

No que trata da segunda situação didática de formulação: o sujeito retoma o problema proposto a fim de entender a resolução. O uso da etapa de formulação será solicitado pelo estudante, envolvendo outro sujeito para comunicação das informações descritas, essas descrições são declaradas por eles, mas ambos são processos diferentes conforme modelo didático (Figura 2).

REMATEC, Belém (PA), v. 18, n. 43, e2023015, Jan.-Dez., *e*-ISSN: 2675-1909, 2023
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2023.n43.pe2023015.id481

Figura 2 – Situação didática de formulação



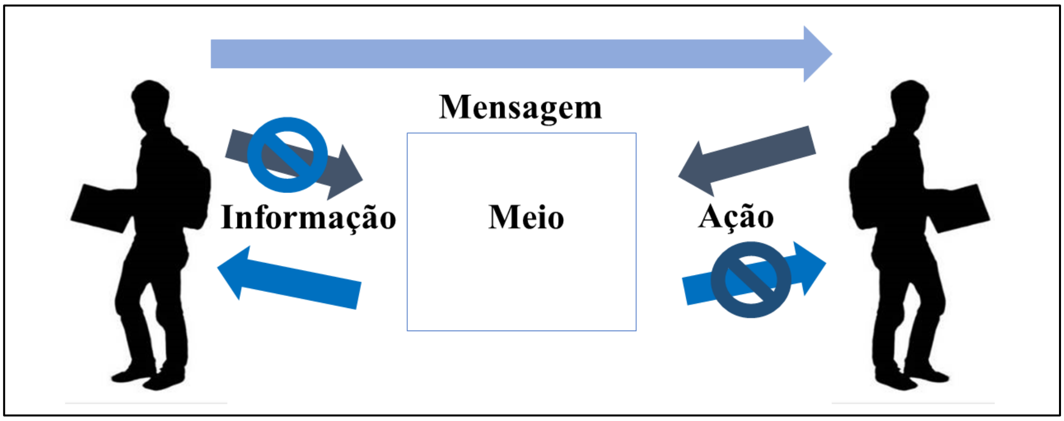
Fonte: Brousseau (2008, p. 28) adaptado pelos autores

Almouloud (2007, p. 38), é momento de troca de informações, o estudante age e não possui “[...] toda a informação e seu parceiro no jogo dispõe das informações que lhe faltam, pode haver, nessas trocas, julgamentos, debates de validade, sem que isto constitua necessariamente uma situação de formulação”. Esta fase de interação e comunicação dividi-se em duas etapas: i) líder da equipe à frente, atuando e; ii) da turma dialogando a temática.

Na primeira etapa, o estudante observa os seus colegas e repassa as descrições e informações encontradas para outro da equipe que está à frente e na segunda etapa, o conhecimento de cada estudante é estruturado por um conjunto de estratégias relatadas.

A terceira situação didática de validação consiste na diferença da formulação, aqui o emissor não participa como informador, mas um interlocutor e o receptor, um locutor. Os dois indivíduos reúnem informações para a resolução do problema, ou seja, encontrar um método matemático para ser vinculado ao saber. Se houver divergência, solicita outra demonstração a outra integrante do grupo, destacando as novas descobertas com o meio (Figura 3).

Figura 3 – Situação didática de validação



Fonte: Brousseau (2008, p. 28) adaptado pelos autores

Brousseau (1996) relata que na teoria das situações, os estudantes revelam as características das situações encontradas. Nesse contexto, as interações de um estudante com o meio pode ser classificada em três classes: a) troca de ideias não decifradas ou sem decisões; b) troca de ideias decifradas em uma linguagem formal e; c) troca de opiniões.

Essas classes são divididas em três para que os estudantes estruturem as situações didáticas propostas. Cada individuo, toma sua posição nas declarações com a equipe diante do problema, havendo divergência, pede outra demonstração ou solicita que outro estudante aplique com outros métodos de relacionado com o meio. Almouloud (2007, p. 40), cita:

> O estudante deve mostrar a validade das possíveis soluções dos diversos modelos criados por eles em linguagem matemática (modelo da situação) submetendo à apreciação e ao julgamento de seus colegas de grupo ou de sala, onde ele deve mostrar de forma clara e precisa a pertinência do desenvolvimento do seu modelo, e caso possível, fazer a sua validação.

Contextualizando e aplicando os princípios da TSD na última situação didática de institucionalização, explica-se que a retomada acontece pelo professor para apresentar uma solução do problema proposto em sala de aula, podendo intervir na interação e discussão do grupo diante do saber ensinado. Brousseau (1996, p. 45), descreve que a "[...] institucionalização para a apropriação dos saberes pelo estudante".

Para Maia e Proença (2016), saber distinguir problemas de um exercício é uma das situações comuns e difíceis para os professores. Um problema real deve representar um desafio real, e os estudantes buscarão alcançar resultados por meio de uma série de ações. Quando pensamos em um problema matemático, imediatamente nos vêm à mente várias fórmulas para tentar encontrar uma solução para o problema proposto. É importante ressaltar que fazer matemática está diretamente relacionado à prática de resolução de problemas, e muitas vezes as fórmulas nos dão a praticidade para gerar a solução correta.

Onuchic e Allevato (2011) apontaram que no ensino, aprendizagem e avaliação de matemática baseada na resolução de problemas, a situação-problema é o ponto de partida e, assim, ao resolver questões, os estudantes podem interagir com os conteúdos de matemática, introduzindo novas propostas diferentes e novos conceitos matemáticos.

Badia et al. (2013) e Flores et al. (2011) descrevem que o tempo do docente é uma dificuldade para não exploração das ferramentas tecnológicas, se traduz num empecilho à inclusão em sala de aula, mesmo nas situações que as instituições de ensino estão bem equipadas. Estudos relatam que a formação dos professores necessita de uma inclusão adequada com uso das tecnologias digitais (CARRAPIÇO, 2018), e o não uso dessas ferramentas tecnológicas são devido à ausência de formações contínuas para os docentes.

Diante disso, o professor tem o papel importante na inclusão de novos conhecimentos, com mudanças no ensino para não atrapalhar o desenvolvimento da resolução do problema, se interpretada erroneamente, atrasa o processo da situação-problema e dificulta o entendimento.

A Situação Didática Olímpica (SDO) descrita por Alves (2021, p. 125-126) é definida nos problemas olímpico fundamentado na didática de:

> Um conjunto de relações estabelecidas implícita ou explicitamente, balizado por uma metodologia de ensino (TSD) entre um estudante ou grupo(s) de estudantes, um certo meio (compreendendo, ainda, o conhecimento matemático abordado por intermédio de problemas de competição e de olimpíadas) e um sistema educativo, com o objetivo de permitir a apropriação, por parte destes estudantes, a um conhecimento constituído ou em vias de constituição, oriundo de um ambiente de competição coletiva e debate científico do grupo [...].

REMATEC, Belém (PA), v. 18, n. 43, e2023015, Jan.-Dez., *e*-ISSN: 2675-1909, 2023
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2023.n43.pe2023015.id481

A situação olímpica aparece em temas de olimpíadas de matemática como uma metodologia de ensino que interage com as etapas didáticas da TSD de Brousseau (1996), ligando um novo assunto denominado de Problemas Olímpicos (PO). Segundo Alves (2021, p. 126), as situações olímpicas de ensino incluídas na premissa da "SDO = PO + TSD". Essa expressão intenta na resolução do problema olímpico, de modo que o professor organize um caminho para o estudante estruturar seu conhecimento matemático do assunto proposto. Santiago (2021, p. 55), descreve que a SDO e o PO unido a TSD, procura "[...] ensinar não falando diretamente a solução, mas de modo que o professor organize um caminho para o estudante construir seu saber matemático".

Com base nas considerações anteriores, para permitir a participação de mais estudantes, faremos as seguintes suposições sobre o conceito de SDO: o professor precisará explorar as perguntas de olimpíadas de matemática tradicionalmente diferentes. É apenas na fase de institucionalização que novos conhecimentos devem ser assimilados pela turma, envolvendo a comunicação explícita de que a natureza do problema em discussão é de fato profissional, competitiva e derivada de Olimpíadas de Matemática. Com isso, o professor pode agir para alcançar uma maior inclusão e aproximar os estudantes da matemática.

Na análise dos livros *The IMO Compendium: A Collection of Problems Suggested for the International Mathematical Olympiads: 1959-2009* (DJUKIC et al., 2011); 21 Aulas de Matemática Olímpica da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) (SHINE, 2009) e; Círculos Matemáticos: A Experiência Russa do Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) (FOMIN; GENKIN; ITENBERG, 2013), a escolha ocorreu devido o primeiro autor já incluir problemas olímpicos de outras competições anteriores da IMO. Assim, foi escolhida uma questão do ano de 2009 por trabalhar conteúdos de Geometria Plana.

Quadro 1 – Análise didática de livros direcionados para as olimpíadas de matemática

LIVRO	INFORMAÇÕES DO LIVRO	DESCRIÇÃO DO LIVRO
The IMO Compendium	Springer Dusan Djukic Vladimir Jankovic Ivan Matic Nikola Petrovic (2011)	O objetivo deste livro é reunir todas as questões pré-selecionadas para o OMI em um único volume. Neste volume, todos os manuscritos foram reunidos em um único esboço para o tipo de problemas matemáticos comumente encontrados no OMI.
21 Aulas de Matemática Olímpica	Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) Carlos Yuzo Shine (2009)	Concebido a partir de seus Cadernos de Olimpíadas, o livro do professor Carlos Yuzo Shine é interessante para estudantes, professores e todos que desejam competir em Olimpíadas de Matemática.
Círculos Matemáticos: A Experiência Russa	Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) Dimitri Fomin, Sergey Genkin, Ilia Itenberg (-)	Este trabalho foi originalmente publicado pela American Mathematical Society em 1996 sob o título Mathematical Circles in English. A tradução atual foi produzida e publicada pelo IMPA sob licença da AMS. O livro surgiu de um ambiente cultural que facilitou a criação de grupos de estudantes, professores e matemáticos soviéticos conhecidos como Círculo Matemático.

Fonte: Elaboração pelos autores (2022)

REMATEC, Belém (PA), v. 18, n. 43, e2023015, Jan.-Dez., *e*-ISSN: 2675-1909, 2023
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2023.n43.pe2023015.id481

Considerando os textos e as figuras inseridas em livros didáticos, podemos entender que as informações necessárias dentro deles foram positivas para os estudantes realizarem um trabalho mental maior nos conceitos matemáticos. Se a informação for visualizada de forma simplificada ou contiver apenas os dados necessários. Recorremos, portanto, à pesquisa de Silva e Fonseca (2015; 2017) para justificar a busca de sentido em descrições conjecturadas em livros didáticos. Por exemplo, figuras coloridas podem ser usadas em livros didáticos para direcionar a atenção do leitor para lugares específicos. Outro meio da atenção é quando os indivíduos se dispõem e se esforçam para manter o foco (KANDEL et al., 2014). Por exemplo, a capacidade de resolver com sucesso um problema de matemática em um livro didático depende da dedicação e atenção do estudante.

Na concepção da situação olímpica, foi estruturada um PO, seguindo as fases dialéticas da TSD. O problema teve o suporte do *software* GeoGebra para a construção das figuras para dar visibilidade aos indivíduos no momento de visualização em duas e três dimensões. O GeoGebra servirá como suporte tecnológico de apoio ao estudante para estruturação de cada etapa do PO, podendo ampliar o conhecimento matemático durante a aplicação em sala de aula.

A geometria encontrada no nosso cotidiano tem várias formas regulares e irregulares, presente nas arquiteturas, objetos e a geometria clássica inclusa em prédios, brinquedos, na natureza, em pontes, ou seja, em cada situação entes geométricos são vistos. No ambiente escolar, existem outras possibilidades do estudante aprender novas habilidades de compreensão e entendimento de forma lógica o ambiente no qual ele está inserido.

O ensino da geometria perpassa possibilidades de aprendizagem de números, medidas e dimensões, traz ao discente o desenvolvimento de visualizar várias formas e suas diferenças, bem como as suas semelhanças e tamanhos de formas geométricas. Ferreira (2020), relata a necessidade do professor introduzir o conteúdo de geometria em sala de aula.

Na introdução desse conteúdo, o educando dentro do ambiente escolar, se faz necessário antes de mais nada enfatizar a origem da geometria, mostrando como a mesma foi se desenvolvida até chegar no que temos hoje, os quais são exímios matemáticos que com as suas impressionantes descobertas contribuíram para o crescimento desse conteúdo, isso significa mostrar aos estudantes, que utilizamos nos dias atuais, foi fruto de um grande trabalho realizado ao longo dos anos e não simplesmente algo que surgiu do nada.

Dito isso, a geometria é presente em diversas situações do mundo físico, o que torna de fácil entendimento o ensino da mesma junto aos estudantes. Pavanello (2004, p. 4) relata que a geometria "[...] apresenta como um campo profícuo para o desenvolvimento da capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível", já Fainguelernt (1995, p. 46), confirma o relato sobre a Geometria:

> Oferece um vasto campo de ideias de muito valor quando se trata do desenvolvimento intelectual do estudante, do seu raciocínio lógico e da passagem da intuição e dos dados concretos e experimentais para os processos de abstração e generalização. Ativa as estruturas mentais, possibilitando a passagem do estágio das operações concretas para o das abstratas.

Assim, torna-se necessário que o professor, ao trabalhar em sala de aula Geometria, tenha muito cuidado para com o ensino desta e para com os métodos utilizados. Portanto, a

REMATEC, Belém (PA), v. 18, n. 43, e2023015, Jan.-Dez., *e*-ISSN: 2675-1909, 2023
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2023.n43.pe2023015.id481

inclusão de um PO internacional com suporte do GeoGebra desperta atenção dos estudantes e conduz a percepção realmente o que a Geometria é interessante no ensino da matemática. Contudo, para que a aula aconteça o professor necessita estar motivado com o problema proposto, interessado para despertar o interesse de seus estudantes, e claro, ter domínio do conteúdo exposto. Reforça o exposto Polya (1953, p. 13) ao descrever que “ninguém consegue motivar o estudante para o aprendizado, se não possuir motivação. Se você não gosta de um assunto, dificilmente fará com que seu estudante se interesse por ele.

O interesse surge do professor pelo que ensina, portanto, é indispensável que o conhecimento teórico da disciplina de matemática seja ensinado por que já tem experiência com o conteúdo. Andrade (2019, p. 39), destaca que o ensino de geometria possibilita ao estudante buscar “críticas sobre a realidade no qual está inserido, permitindo-lhe relacionar o conteúdo visto em sala de aula com situações concretas, dando-lhe assim a oportunidade de conceber suas descobertas a partir do concreto para depois aproximar-se das situações mais abstratas”. Quanto essa afirmativa, Lorenzato (2006, p. 59) mostra que os conhecimentos “sobre outras partes da matemática que os docentes possuir, eles não serão suficientes para resolver questões que demandam percepção e raciocínio geométrico”, ou seja, vários professores “[...] não detêm os conhecimentos geométricos necessários para realização de suas práticas pedagógicas”.

O documento normativo da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) descreve o conjunto das aprendizagens que todos os estudantes devem desenvolver ao longo dos estudos da Educação Básica e dispõe os conhecimentos em competências gerais e específicas por áreas de ensino e suas habilidades. Na competência geral 02 inclui a tecnologia digital aos conhecimentos e habilidades das áreas de ensino, inserindo-a como umas das alternativas para resolução de problemas (BRASIL, 2018).

De forma ampla, a importância e compreensão das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) tem um papel fundamental no desenvolvimento integral dos estudantes brasileiros. A competência específica de Matemática e às TDIC inclusa no Ensino Médio relata que “[...] os estudantes devem utilizar conceitos, procedimentos e estratégias não apenas para resolver problemas, mas também para formulá-los, descrever dados, selecionar modelos matemáticos [...]” e ampliando o desenvolvimento do “[...] pensamento computacional, por meio da utilização de diferentes recursos da área” (BRASIL, 2018, p. 470).

A introdução de tecnologias digitais nas escolas pode mudar a prática educacional, oferecendo novas abordagens de aprendizagem e, assim, criando ambientes mais interativos e dinâmicos (SCHEFFER; HEINECK, 2016). Para isso, é preciso planejar em redes educacionais, considerando as especificidades da instituição e preparo por parte dos professores, considerando o computador como um aliado na relação com o ensino (ABREU; BAIRRAL, 2010). Na perspectiva dos autores, tais avanços na tecnologia digital podem levar a uma reorganização do sistema escolar, o que pode alterar a dinâmica da aula. Isso se reflete no planejamento de políticas públicas, onde tais preocupações são levantadas e possíveis soluções são buscadas, como a BNCC.

Contudo, a referida pesquisa baseia-se na TSD e suas dialéticas, para uma proposta de ensino do cálculo descrito de um PO internacional do circuncentro do triângulo retângulo e a tangente inscrita de uma circunferência.

REMATEC, Belém (PA), v. 18, n. 43, e2023015, Jan.-Dez., *e*-ISSN: 2675-1909, 2023
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2023.n43.pe2023015.id481

METODOLOGIA

A situação olímpica relaciona os seguintes tópicos de estudos: circunferência inscrita, tangente da circunferência, circuncentro, incentro, ponto médio do segmento e relações métricas do triângulo retângulo.

O problema da IMO 2009, Geometria, 1º dia, questão 02 cujo enunciado: Seja ABC um triângulo cujo circuncentro é O. Sejam P e Q pontos interiores dos lados CA e AB, respectivamente. Sejam K, L e M os pontos médios dos segmentos BP, CQ e PQ, respectivamente, e Γ a circunferência que passa por K, L e M. Suponha que a reta PQ é tangente à circunferência Γ. Demonstre que OP = OQ.

Para esta pesquisa, adotou-se como metodologia uma pesquisa do tipo exploratória, fundamentada por um estudo de caso, observando os experimentos aplicados e aportando dados relevantes que permitem as hipóteses apresentadas. Para viabilizar as descrições do artigo e incluindo-se num estudo longo e cansativo de um ou poucos objetos, de maneira que se disponha o seu extenso e detalhado conhecimento (GIL, 2007).

Na aplicação com estudantes, os autores acrescentaram o uso de outras tecnologias como: notebook, para que os estudantes tenham oportunidade de movimentar os seguimentos e retas da figura criada a partir do PO, e o projetor multimídia para projeção das construções do GeoGebra realizadas pelos indivíduos participantes/estudantes.

A metodologia foi aplicada nas aulas de preparação para olimpíadas de Matemática durante quatro encontros mensais, de carga horária duas horas/aula cada encontro mensal, em uma turma de 3º ano do Ensino Médio regular, com 28 estudantes. As aplicações ocorreram no formato presencial e remoto, onde a turma foi dividida em cinco grupos para que a construção do problema olímpico fosse ser estruturadas de forma mais eficiente em que cada estudante realizasse cada passo da atividade proposta.

O professor realizou o contrato didático com a turma e como aconteceria o desenvolvimento da proposta olímpica de modo geral, enfatizando que cada estudante tem sua pontuação de participação. As aulas sobre Geometria Plana ocorreram subdivididas em dois encontros remotos via Google *Meet* e outras duas últimas em momentos presenciais na instituição de ensino.

Apresentadas todo o processo da atividade, os estudantes receberam do professor a folha com o problema proposto para leitura e análise das informações contidas no enunciado da mesma e como eles deveriam aplicar no GeoGebra. Os grupos foram divididos com intuito de ver como aconteceria cada construção geométrica em 2D e 3D aplicado no *software*.

A coleta de dados foi utilizada um formulário virtual na plataforma Google *Forms* (formulário), o questionário é utilizado para levantamento da turma sobre seus conhecimentos sobre o *software* GeoGebra e reflexões sobre seu aprendizado nas aulas remotas, arquivo de gravação em áudio e vídeo da aplicação do momento interativo e registro fotográfico. Diante disso, preservamos a identidade dos sujeitos desta aplicação, os estudantes terão seus nomes representados por Participante 1, Participante 2 e assim sucessivamente.

As atividades, desenvolvidas pelos pesquisadores com o apoio dos estudantes participantes, incluem o uso do *software* GeoGebra para resolver uma situação-problema olímpica internacional. Em seguida, seguindo o tema da Olimpíada Internacional de Matemática, a sequência de ensino é realizada utilizando a SDO, em síntese, os estudantes respondem a um questionário elaborado em formulário *online* (virtual) relacionado ao tema em discussão, a partir da identificação do problema por meio da participação no processo de ensino e aprendizagem da situação-problema. A seguir, no Quadro 2, são apresentadas as características dos participantes, descrevendo suas percepções sobre o *software* GeoGebra conforme descrito pelo formulário virtual.

Quadro 2 – Características dos participantes olímpicos da pesquisa

Participantes	**Gênero**	**Conhece ou utiliza o *software* GeoGebra**
P1	Masculino	Sim
P2	Feminino	Às vezes
P3	Feminino	Não
P4	Feminino	Não
P5	Masculino	Não
P6	Feminino	Às vezes
P7	Masculino	Às vezes
P8	Feminino	Às vezes

Fonte: Elaboração pelos autores (2022)

Na visualização (Figura 4) versão inglês da pergunta, (Figura 5) versão traduzida para o português brasileiro, apresenta-se a questão IMO (2009), a qual menciona a relação de circunferência com os pontos notáveis do triângulo retângulo, sendo entendido pelo estudante ao buscar a concepção de ponto médio do segmento existente na descrição da questão.

Figura 4 – Pergunta versão inglês

G2 RUS (Russian Federation)

Let ABC be a triangle with circumcenter O. The points P and Q are interior points of the sides CA and AB, respectively. The circle k passes through the midpoints of the segments BP, CQ, and PQ. Prove that if the line PQ is tangent to circle k then $OP = OQ$.

Fonte: IMO (2022)

A olimpíada internacional de 2009 foi realizada na cidade Bremen, Alemanha. Problema proposto pela delegação do país da Rússia.

Figura 5 – Pergunta versão inglês

G2 RUS (Russian Federation)

Let ABC be a triangle with circumcenter O. The points P and Q are interior points of the sides CA and AB, respectively. The circle k passes through the midpoints of the segments BP, CQ, and PQ. Prove that if the line PQ is tangent to circle k then $OP = OQ$.

Fonte: IMO (2022)

Em primeiro contato com o GeoGebra na dialética da ação, os estudantes realizaram a leitura da situação olímpica com o acesso pelo *link* do problema disponibilizado pelo professor: https://drive.google.com/file/d/1MEC4BRSdC7SCb83Xjo0QaqE5I8lJss2V/view?usp=drivesdk e o *link* do problema olímpico GeoGebra: https://www.geogebra.org/m/xtxpkvds.

Figura 6 – Código da situação didática olímpica

Fonte: Elaboração pelos autores (2022)

Os estudantes foram incentivados pelo professor a utilizarem a estruturação disponibilizada a partir dos *links* e QR Codes, buscando a forma geométrica próxima à requisitada na atividade e buscando construir um modelo aproximado da resolução.

Figura 7 – QR Code da atividade no GeoGebra da situação didática olímpica

Fonte: Elaboração pelos autores (2022)

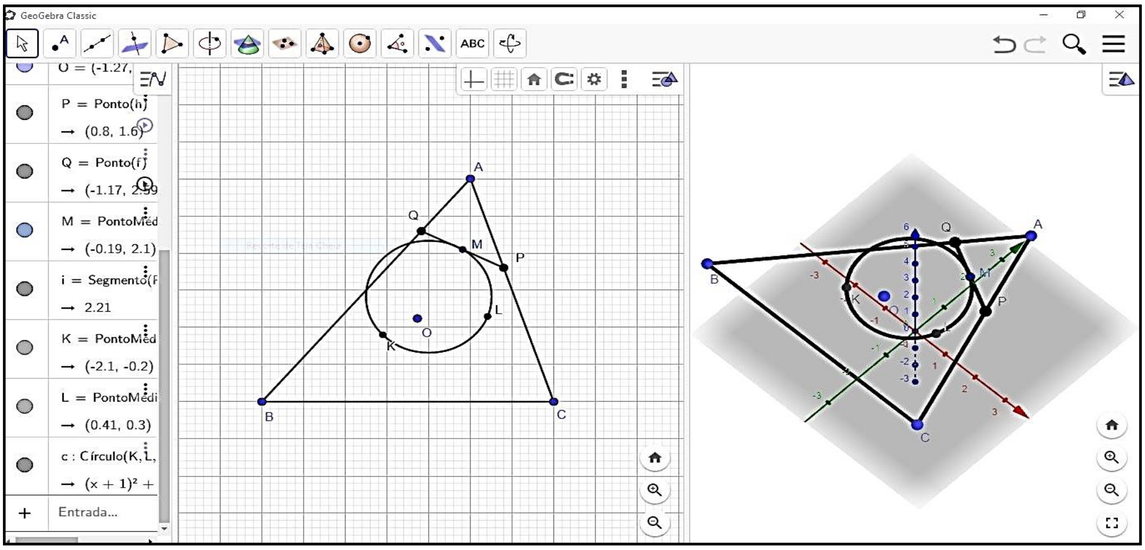
O professor propôs aos estudantes que eles tivessem acesso também ao QR Code da atividade e problema construído dentro do *software* GeoGebra.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na situação didática de ação, os estudantes necessitam discutir sobre o problema olímpico proposto pelo professor. Dessa forma, a produção escrita tem a necessidade de troca de informações e a criação de um discurso seguro para qualquer mudança. Nesse contexto, os estudantes anotam as conclusões da resolução da figura plana acessível e os pressupostos necessários à resolução do problema e, assim, analisar a circunferência ligada ao ponto médio do triângulo retângulo ΔABC. Portanto, o ponto médio do ΔABC tem a reta passando pelo seguinte triângulo ΔAPQ.

Acontece agora, a análise de dados pelos estudantes diante do enunciado do problema, o professor incentiva a turma a dividir a sala em equipes de trio para realizar uma breve leitura do texto da questão e esboçar a construção no *software* GeoGebra (Figura 8). A figura descrita, tem o ponto O, marcando dois pontos da circunferência, K e L.

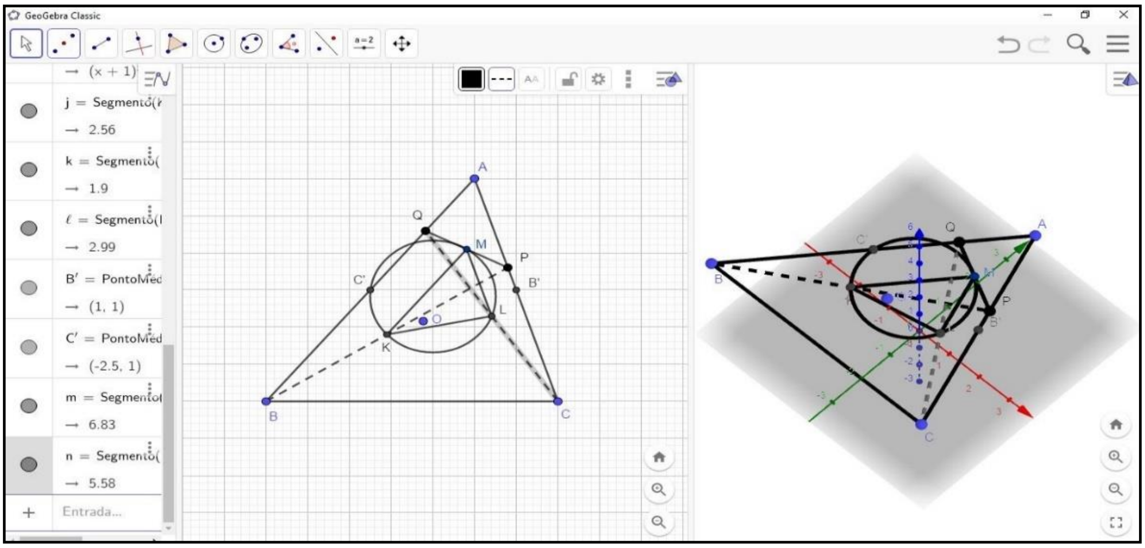
Figura 8 – Desenvolvimento no GeoGebra da situação olímpica



Fonte: Elaboração pelos autores (2022)

Na segunda fase da formulação, surge as diferentes produções e informações dos estudantes para criação de uma resolução única assegurando a resposta do problema olímpico internacional. Nesse sentido, o estudante justifica suas descrições através das argumentações da equipe junto aos pressupostos levantados na etapa anterior, com o suporte do GeoGebra, realiza a exploração das propriedades matemática com à descrição dos pontos K, L, M, B' e C' relacionado aos pontos médios de BP, CQ, PQ, CA e AB (Figura 9).

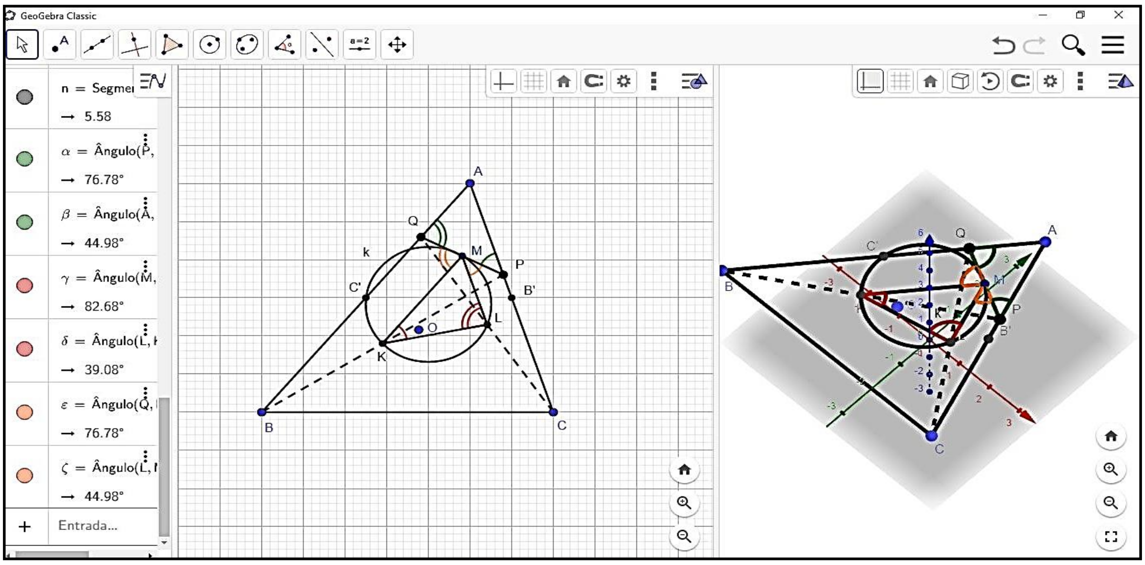
Figura 9 – Construção do problema olímpico



Fonte: Elaboração pelos autores (2022)

Assim, ampliando a figura no GeoGebra, percebe-se que a relação de $CA \,||\, LM$, tem conexão com os pontos $\angle LMP = \angle QPA$. Como o ponto K toca o segmento PQ em M, encontra-se a descrição $\angle LMP = \angle LKM$. Sendo possível, analisar outro triângulo ΔKLM descrito na circunferência com lados iguais e um diferente - triângulo equilátero (Figura 10).

Figura 10 – Visualização do problema olímpico no GeoGebra



Fonte: Elaboração pelos autores (2022)

Portanto, os pontos médios descritos pelos estudantes incluem $PAQPA = \angle LKM$, com isso, segue a descrição que $AB \,||\, MK$ que $\angle PQA = \angle KLM$ é determinado seus ângulos. Já os triângulos APQ e MKL existem relações entre si.

$$\frac{\mathrm{AP}}{\mathrm{AQ}} = \frac{\mathrm{MK}}{\mathrm{ML}} = \frac{\frac{\mathrm{QB}}{2}}{\frac{\mathrm{PC}}{2}} = \frac{\mathrm{QB}}{\mathrm{PC}} \qquad (P1)$$

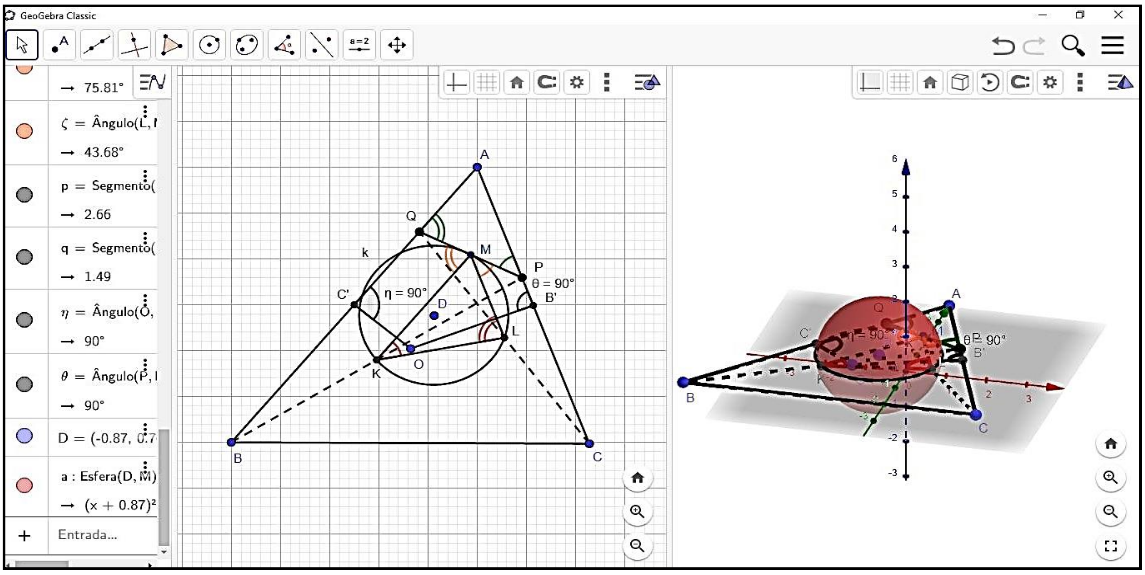
Os pontos equivalentes de $AP \cdot PC = AQ \cdot QB$, diante dos pontos P e Q em relação à circunferência do triângulo ΔABC é igual $OP = OQ$. Uma terceira etapa é inclusa na resolução do problema denominada por dialética de validação, aqui existem as mudanças de informações com a interação da equipe, tornando necessário provar o que foi descrito por meio da etapa anterior. Desse modo, os estudantes discutem, analisam e chegam a uma conclusão das informações encontradas e suas resoluções escritas. Portanto, destaca-se que a fases de ação, formulação e validação identificam a SDO, na definição direta da resposta sem interferência do professor. Na última descrição realizada pelos estudantes temos:

$$\begin{aligned} OP2 - OQ2 &= OB'2 + B'P2 - OC'2 - C'Q2 \qquad \text{(P2)} \\ &= (OA2 - AB'2) + B'P2 - (OA2 - AC'2) - C'Q2 \\ &= (AC'2 - C'Q2) - (AB'2 - B'P2) \\ &= (AC' - C'Q)\,(AC' + C'Q) - (AB' - B'P)\,(AB' + B'P) \\ &= AQ \cdot QB - AP \cdot PC \end{aligned}$$

Com isso, conclui-se que os pontos ligados são definidos na relação final de que $OP2 - OQ2 = 0$, conforme descrito na visualização da tangente inscrita da circunferência 3D, os estudantes podem visualizar os pontos circunscritos na esfera tridimensional, observando que a tangente é inclusa no triângulo retângulo (Figura 11).

REMATEC, Belém (PA), v. 18, n. 43, e2023015, Jan.-Dez., *e*-ISSN: 2675-1909, 2023
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2023.n43.pe2023015.id481

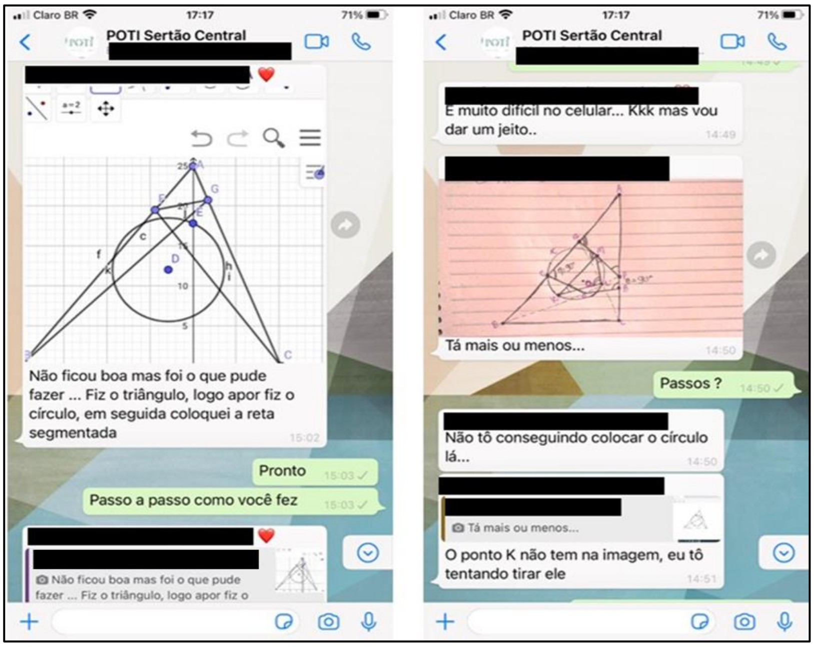
Figura 11 – Desenvolvimento final do problema olímpico tridimensional



Fonte: Elaboração pelos autores (2022)

Em termos ecossistêmicos, introduzimos a última situação didática da institucionalização, quando o professor tem a resolução revelada para os estudantes, Brousseau (1981, p. 17), descreve que acontece a caracterização do “[...] momento de fixação ou convenção explícita do estatuto cognitivo de um conhecimento, ou saber”. Artigue (1984, p. 8), fala sobre o papel do professor de matemática no conhecimento matemática científica em sala de aula, onde o “[...] conhecimento matemático que o expert deverá convencionar ou fixar, seguindo os rituais acadêmicos, com estatuto de um novo saber, rico em relações conceituais”.

Figura 12 – Fase da institucionalização dos estudantes relacionado à situação olímpica

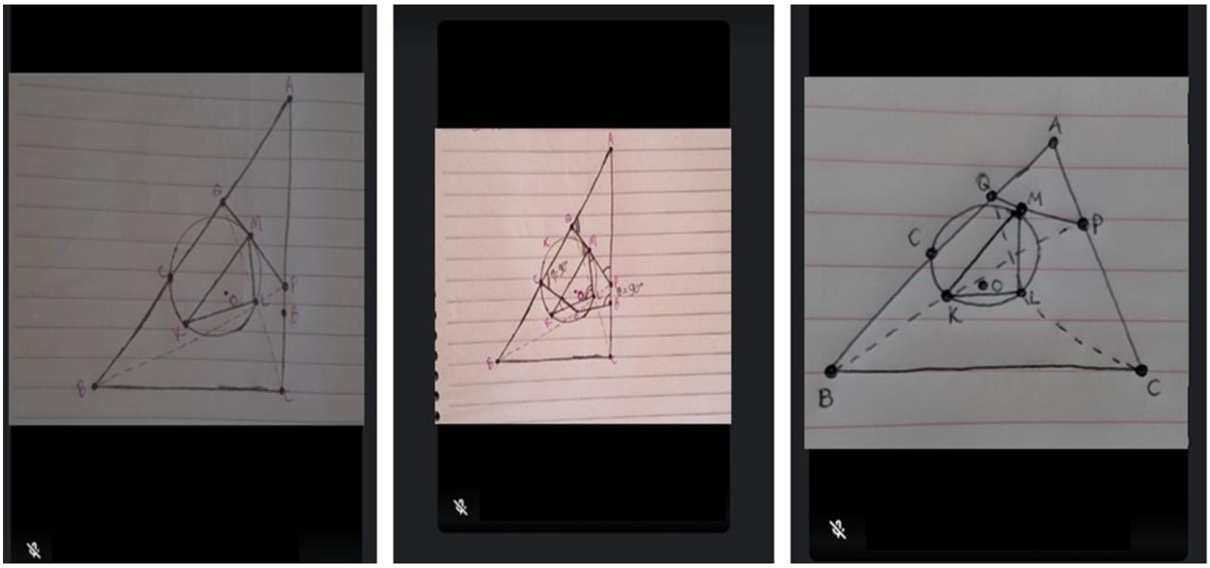


Fonte: Os autores (2022)

REMATEC, Belém (PA), v. 18, n. 43, e2023015, Jan.-Dez., *e*-ISSN: 2675-1909, 2023
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2023.n43.pe2023015.id481

Descrição do P3: *inicialmente, utilizei o comando segmento para construir o triângulo retângulo ABC* [construindo no GeoGebra], *sem medidas exatas, conforme consta na questão. Agora apertei o comando Círculo Definido por Três Pontos para incluir a circunferência sem medição. Finalmente, adicione alguns pontos para formar um triângulo com o ponto médio O como centro, OP=OQ para provar a resolução da situação olímpica.*

Figura 13 – Solução geométrica da situação didática olímpica



Fonte: Os autores (2022)

Diante dos dados analisados, verificou-se que outros estudantes da turma também encontraram a mesma geometria do triângulo retângulo, atingindo assim o objetivo deste cenário olímpico. Conforme as informações obtidas com os estudantes, a plataforma de ensino adaptada para o *software* GeoGebra é importante para tornar novos conhecimentos práticos do uso da visualização e estabelecer um método de resolução de problemas.

Destacamos que em se relacionar as situações olímpicas referentes aos PO possibilita uma melhor interação com o suporte do GeoGebra, atingindo mais estudantes, a partir da utilização do problema com a tecnologia digital, a contribuição de discurso da turma de estudantes, permite uma aproximação dos raciocínios matemáticos na estruturação e validação de conjecturas da matemática.

CONCLUSÕES

O ensino da matemática deve incluir o elemento de preparação para torneios olímpicos no estudo da matemática, refere-se ao fato da inclusão da didática junto a modelização de problemas referidas às aulas olímpicas. Apresentamos uma Situação Didática Olímpica (SDO) estruturada de maneira sistemática, a ponto de, interagir os estudantes com o raciocínio e os saberes matemáticos ao longo do processo de ensino e aprendizagem.

Este trabalho teve o objetivo de estruturar um estudo com as fases dialéticas da Teoria das Situações Didáticas (TSD), visando a construção de uma sequência didática para aulas de olimpíadas de Matemáticas, indo de encontro com as aprendizagens dos estudantes nos

REMATEC, Belém (PA), v. 18, n. 43, e2023015, Jan.-Dez., *e*-ISSN: 2675-1909, 2023
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2023.n43.pe2023015.id481

conteúdos do circuncentro do triângulo retângulo - geometria plana e a tangente da circunferência inscrita - geometria espacial.

Para aplicação dessa junção de conteúdos, que o software GeoGebra possibilita um suporte ao livro didático exposto e que pode ser usado em qualquer ambiente escolar devido à facilidade do acesso pelo *software*.

A aplicação dos referidos tópicos de matemática relacionados a Geometria Plana por meio dos livros didáticos disponibilizados podem favorecer o entendimento do conceito de vários conteúdos citados anteriormente e, para que essa aprendizagem seja aplicável de maneira eficiente, o professor pode oferecer recursos tecnológicos como o GeoGebra, aumentado a visualização de figuras em várias dimensões.

Ao trabalhar com o *software* GeoGebra, ficou claro que os estudantes aplicaram sua compreensão intuitiva de formas planas para resolver problemas. Os participantes utilizaram as ferramentas visuais fornecidas pelo GeoGebra para aprimorar seu conhecimento epistêmico e pragmático, levando a uma compreensão mais profunda do Problema Olímpico (PO) e sua solução. Essa abordagem diferia dos métodos tradicionais de ensino de livros didáticos que dependem de exercícios repetitivos, sufocando a autonomia e promovendo a memorização mecânica de conceitos matemáticos.

Essa atividade pode contribuir tanto para os professores, aprimorando ainda mais o ensino de matemática devido à forma como o conteúdo é exposto de maneira diferente do que quando se usa apenas livros didáticos, quanto para os estudantes, que podem ser visualizados pelo GeoGebra melhorando a compreensão das figuras geométricas.

Além disso, na etapa da validação os estudantes construíram a representação geométrica em 2D e 3D e analisaram o estudo da Geometria, relacionando elementos geométricos com as descrições algébricas visualizadas na janela de álgebra do GeoGebra. Dessa forma, o PO segue as dialéticas da TSD, trazendo autonomia do estudante e sua equipe durante a aplicação da proposta matemática.

Assim, espera-se que essa proposta olímpica matemática possa trazer contribuições para o ensino da matemática pelo modelo didático de inclusão de torneios olímpicos, que se usa do suporte tecnológico para atrair atenção e desenvolver a aprendizagem dos estudantes.

REFERÊNCIAS

ABREU, P. F.; BAIRRAL, M. A. O uso que professores de matemática fazem da informática educativa em suas aulas. In: BAIRRAL, M. A. (Org.). **Tecnologias informáticas, salas de aula e aprendizagens matemáticas**. Rio de Janeiro: Edur, 2010.

ALMOULOUD, A. S. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: Editora UFPR, 2007.

ALVES, F. R. V. Situações didáticas olímpicas (SDOs): ensino de olimpíadas de matemática com arrimo no software Geogebra como recurso na visualização. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 13, n. 1, p. 319-349, 2020. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/1982-5153.2020v13n1p319. Acesso em: 18 abr. 2023. DOI: https://doi.org/10.5007/1982-5153.2020v13n1p319

ALVES, F. R. V. Situação didática olímpica (sdo): aplicações da teoria das situações didáticas para o ensino de Olimpíadas. **Revista Contexto & Educação**, v. 36, n. 113, p. 116-142, 2021. Disponível em: https://www.revistas.unijui.edu.br/index.php/contextoeducacao/article/view/7992. Acesso em: 20 abr. 2023.
DOI: https://doi.org/10.21527/2179-1309.2021.113.116-142

ARTIGUE, M. Modélisation et reproductibilité en Didactiques des Mathématiques. **Les Cahier Rouge des Didactiques des Mathematiques**. v. 8, p. 1-38, 1984.

ANDRADE, A. M. de. **A geometria plana e espacial no ensino médio:** um contexto formal e não formal como espaço de aprendizagem. 2019.242f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências) - Câmpus Anápolis de Ciências Exatas e Tecnológicas Henrique Santillo Universidade Estadual de Goiás, Anápolis, 2019. Disponível em: https://www.bdtd.ueg.br/handle/tede/100. Acesso em: 18 abr. 2023.

BADIA, A.; MENESES, J.; SIGALÊS, C. Teachers' perceptions of factors affecting the education use of ICT in technology-rich classrooms. **Electronic Journal of Research in Educational Psychology**, v. 11, n. 3, p. 787-808, 2013. Acesso em: 19 abr. 2023.
DOI: http://dx.doi.org/10.14204/ejrep.31.13053

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/. Acesso em: 18 abr. 2023.

BROUSSEAU, G. **Problème de didactique des décimaux:** recherches en didactiques des mathématiques. v. 2, n. 3, p. 37-127, 1981. Disponível em: https://revue-rdm.com/1981/problemes-de-didactique-des/. Acesso em: 20 abr. 2023.

BROUSSEAU, G. **Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques**. (thése d´état). Bourdeaux; Université Bourdeaux I, 1986. Disponível em: https://theses.hal.science/tel-00471995v3. Acesso em: 22 abr. 2023.

BROUSSEAU, G. Fundamentos e Métodos da Didáctica da Matemática. In: BRUN, J. **Didática das Matemáticas**. Tradução de: FIGUEIREDO, M. J. Lisboa: Instituto Piaget, 1996. Cap. 1. p. 35-11.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao Estudo das Situações Didáticas:** Conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

CARRAPIÇO, F. Condicionalismos e potencialidades do uso das Tic, no 1º ciclo do ensino básico, no Algarve (Portugal). Uma visão dos professores. **Investigación en la Escuela**, n. 95, p. 63-80, 2018. Acesso em: 23 abr. 2023. DOI: http://dx.doi.org/10.12795/IE.2018.i95.5

DJUKIC, D.; JANKOVIĆ, V.; MATIĆ, I.; PETROVIĆ, N. **The IMO Compendium:** A Collection of Problems Suggested for the International Mathematical Olympiads: 1959-2009, Second Edition, Springer. 2011. Disponível em: http://mathksar.weebly.com/uploads/1/4/4/0/14403348/the-imo-compendium-1959_2009.pdf. Acesso em: 12 mar. 2023.

FAINGUELERNT, E.K. O Ensino de Geometria no 1º e 2º graus. **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**. São Paulo, ano III, n. 4, p. 45–53, 1995.

FERREIRA, A. dos S. **A modelagem matemática aplicada ao estudo da geometria plana e espacial:** área, perímetro e volume. 2020. 94 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2020. Disponível em: https://tede.ufam.edu.br/handle/tede/7785. Acesso em: 23 mar. 2023.

FLORES, P.; ESCOLA, J.; PERES, A. O retrato da integração das TIC no 1º Ciclo: que perspetivas?. **VII Conferência Internacional de TIC na educação – Challenges 2011**. Braga, 2011. Disponível em: https://recipp.ipp.pt/bitstream/10400.22/6401/1/ART_PaulaFlores2011.pdfhttps://www.nonio.uminho.pt/wpcontent/uploads/2020/09/actas_challenges_2009.pdf. Acesso em: 14 mar. 2023.

FOMIN, D.; GENKIN, S.; ITENBERG, I. **Círculos Matemáticos – A experiência Russa**. Rio de Janeiro: IMPA, 2013.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. São Paulo: Atlas, 2007.

HELLMEISTER, A. C. P. **Geometria em Sala de Aula**. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

KANDEL, E. R.; SCHWARTZ, J.; JESSELL, T. M.; SIEGELBAUM, S. A.; HUDSPETH, A. J.; QUILLFELDT, C. D. J. A. (2014). **Princípios de neurociências**. 5. ed. Porto Alegre: AMGH, 2014.

LORENZATO, S. A. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, S. A. (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas: Autores Associados, 2006.

MAIA, É. J.; PROENÇA, M. C. de. A resolução de problemas no ensino da geometria: dificuldades e limites de graduandos de um curso de pedagogia. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 11, n. 2, p. 402-417, 2016. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2016v11n2p402. Acesso em: 23. Mar. 2023. DOI: https://doi.org/10.5007/1981-1322.2016v11n2p402

LIVEIRA JÚNIOR, M. P. de; PINHEIRO, H. M.; BARRETO, W. D. L. A case study on the application of problem solving techniques in Mathematics Olympiads to improve the teaching of the subject. **Research, Society and Development**, v. 11, n. 6, 2022. Disponível em: https://rsdjournal.org/index.php/rsd/article/view/29295. Acesso em: 20 mar. 2023. DOI: https://doi.org/10.33448/rsd-v11i6.29295

ONUCHIC, L. de La R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema - Mathematics Education Bulletin**, v. 25, n. 41, p. 73-98, 2011. Disponível em: http://hdl.handle.net/11449/72994. Acesso em: 23 mar. 2023.

SANTIAGO, P. V. da S. **Olimpíada Internacional de Matemática:** situações didáticas olímpicas no ensino de geometria plana. 2021. 160 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2021. Disponível em: https://repositorio.ufc.br/handle/riufc/61842. Acesso em 18 mar. 2023.

SCHEFFER, N. F.; HEINECK, A. E. Ambientes Informatizados de Aprendizagem na investigação de construções geométricas: uma experiência com professores do Oeste Catarinense. **Caminho Aberto-Revista de Extensão do IFSC**, v. 3, n. 4, p. 16-22, 2016. Disponível em: https://periodicos.ifsc.edu.br/index.php/caminhoaberto/article/view/1843. Acesso em: 26 mar. 2023. DOI: https://doi.org/10.35700/ca20160416-231843

SHINE, C. Y. **21 Aulas de Matemática Olímpica**. Rio de Janeiro: SBM, 2009.

SILVA, K. S.; FONSECA, L. Princípios neuroquímicos da aprendizagem matemática: o caso das razões trigonométricas no triângulo retângulo apresentadas em livros didáticos. **Caminhos da Educação Matemática em Revista**, Aracaju, v. 4, n. 2, p. 117-134, 2015. Disponível em: http://funes.uniandes.edu.co/28041/1/Silva2019Princ%C3%ADpios.pdf. Acesso em: 23 mar. 2023.

SILVA, K. S.; FONSECA, L. S. Análise neurodidático-cognitiva de livros didáticos para o ensino de ciências e matemática. In: Souza, D.; Fonseca, L. S. (Org.). **O livro didático em pesquisa: história, legislação e contemporaneidade**. São Cristóvão: Editora UFS, 2017, p. 138-154.

SOUSA, R. T. de; AZEVEDO, I. F. de; ALVES, F. R. V. Jogos de RPG: Uma proposta didática para aulas de Matemática. **Indagatio Didactica**, v. 12, n. 5, p. 329-344, 2020. Acesso em: 14 mar. 2023. DOI: https://doi.org/10.34624/id.v12i5.23484

PAVANELLO, M. R. Por que Ensinar/aprender Geometria? In: VII Encontro Paulista de Educação Matemática. 2004. **Anais...** Disponível em http://miltonborba.org/CD/Interdisciplinaridade/Anais_VII_EPEM/mesas_redondas/mr21-Regina.doc Acesso em: 19 mar. de 2023.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. 2. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

PRASAD, P. Mathematics Olympiads in Indian. **Azim Premji University At Right Angles**, p. 85-96, 2018. Disponível em: https://azimpremjiuniversity.edu.in/SitePages/pdf/Publications/At-Right-Angles/Sub-PDFs/At-Right-Angles-Vol-7-No-3-november 2018/17_Phoolan_MathsOlympiadsIndia.pdf. Acesso em: 10 abr. 2023.

***Submetido em*:** 20 de maio de 2023.

***Aprovado em*:** 03 de junho de 2023.

***Publicado em*:** 05 de junho de 2023.

Como citar o artigo:
SANTIAGO; P. V. S.; SANTANA, J. R. Teoria das Situações Didáticas na Geometria Plana com uso do GeoGebra: uma aplicação da Olimpíada Internacional de Matemática. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura - REMATEC**, Belém/PA, v. 18, n. 43, e2023015, Jan.-Dez., 2023.
https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2023.n43.pe2023015.id481