

## Tecnología digital y el uso de la historia de la matemática en la enseñanza: construyendo conexiones

Digital technology and the use of the history of mathematics in mathematics teaching: making connections

Tecnologia digital e o uso da história da matemática no ensino: construindo conexões

Jesús Victoria Flores Salazar<sup>1</sup>  

Morella Cristina Théry Romero<sup>2</sup> 

### RESUMEN

En este artículo, que forma parte de un proyecto de investigación y de una tesis de maestría, se asocia la formación continua de profesores con el uso de tecnología digital para analizar cómo docentes de matemática planifican una clase sobre el tema de cuadriláteros e identificar, por medio del modelo TPACK, sus conocimientos tecnológicos. Además, se intenta conectar el uso de la tecnología digital con el uso de la historia de la matemática. Para ello, se presenta una tarea sobre cuadriláteros y se analiza, en base a aspectos de la teoría Espacio de Trabajo Matemático ETM, las posibles génesis y planos verticales que pueden activar los profesores.

**Palabras clave:** Tecnología; Cuadriláteros; TPACK; ETM.

### ABSTRACT

Este artigo, que faz parte de um projeto de pesquisa e de uma dissertação de mestrado, associa a formação contínua de professores ao uso da tecnologia digital para analisar como professores de matemática planejam uma aula sobre o tema quadriláteros e para identificar, por meio do modelo TPACK, seu conhecimento tecnológico. Além disso, tenta-se conectar o uso da tecnologia digital com o uso da história da matemática. Para isso, é apresentada uma tarefa sobre quadriláteros e com base em aspectos da teoria ETM Mathematical Workspace são analisadas as possíveis gêneses e planos verticais que os professores podem ativar.

**Keywords:** Technology; Quadrilaterals; TPACK; MWS.

### RESUMO

Este artigo, que faz parte de um projeto de pesquisa e de uma dissertação de mestrado, associa a formação contínua de professores ao uso da tecnologia digital para analisar como professores de matemática planejam uma aula sobre o tema quadriláteros e para identificar, por meio do modelo TPACK, seu conhecimento tecnológico. Além disso, tenta-se conectar o uso da tecnologia digital com o uso da história da matemática. Para isso, é apresentada uma tarefa sobre quadriláteros e com base em aspectos da teoria ETM Mathematical Workspace são analisadas as possíveis gêneses e planos verticais que os professores podem ativar.

**Palavras-chave:** Tecnologia; Quadriláteros; TPACK; ETM.

1 Doctora en Educación Matemática por la Pontificia Universidad Católica de Sao Paulo, Brasil (PUC-SP). Docente de la Pontificia Universidad Católica del Perú (PUCP), Lima, Perú. Directora del Instituto de Investigación sobre la Enseñanza de las Matemáticas (IREM-PUCP) y coordinadora de la Red Iberoamericana de Investigación en Trabajo Matemático (RIITMA), Lima, Perú. Av. Universitaria, 1801, Urb. Pando, San Miguel, Lima, Perú, CEP: 1761. E-mail: jvflores@pucp.pe

2 Miembro del Instituto de Investigación sobre la Enseñanza de las Matemáticas (IREM-PUCP) y de la Red Iberoamericana de Investigación en Trabajo Matemático (RIITMA), Lima, Perú. Av. Universitaria, 1801, Urb. Pando, San Miguel, Lima, Perú, CEP: 1761. E-mail: mthery@pucp.edu.pe

## CONSIDERACIONES INICIALES

La tecnología ofrece la oportunidad a profesores en formación de profesores, la de relacionar aspectos de la historia de la matemática con sus conocimientos sobre la matemática e inclusive como hacer o reorganizar planes de trabajo, entre otros. Pues es un medio que permite que saberes que habían sido relegados, a veces debido a la complejidad de representación de los objetos matemáticos, es decir su construcción o proceso de visualización.

De acuerdo con Drijvers et al. (2016), la relación compleja entre tecnología, matemática y educación no solamente se debe a esta en sí, sino que ha existido desde que se utilizan diferentes “artefactos” para la enseñanza de matemática, pues existen tecnologías con diferentes niveles o grados de suficiencia, pues depende de los propósitos para los que fue creada y los usos que se hagan de ella en la enseñanza de matemática.

Además, Salazar, Gaona y Richard (2022) afirman que los artefactos digitales para la enseñanza y aprendizaje de matemática son un conjunto de proposiciones caracterizadas por ser ejecutables por una máquina electrónica que contiene inteligencia histórica y una validez epistemológica relativa, es así que permiten realizar diferentes representaciones de objetos matemáticos que, al ser exploradas, promueven la comprensión.

Por este motivo, es que consideramos que el conocimiento o la experiencia que tenga el docente con el uso de una u otra tecnología digital influye en la enseñanza de un determinado contenido matemático, pero también influye las potencialidades y limitaciones del artefacto, así como las necesidades de los estudiantes.

Pensamos que un paso fundamental para establecer esas posibles relaciones está en la formación de profesores y en las políticas educativas que favorezcan esta integración. Por eso, planteamos algunos aspectos a tomar en cuenta:

El diseño de tareas que conecten el uso de la historia de la matemática para la enseñanza con la tecnología digital que permitan impulsar el trabajo matemático de los estudiantes.

El uso de la tecnología en la enseñanza de la matemática, considerando los conocimientos del profesor de matemática (tecnológico, pedagógico y de contenido).

Entonces allí surge un cuestionamiento: *¿cómo estructurar tareas, con el uso de tecnología digital, en las que se conecte el uso de la historia de la matemática para la enseñanza? ¿cómo analizarlas? ¿Qué herramientas teóricas y metodológicas en Didáctica de la Matemática tenemos para caracterizarlas?* Estas son preguntas que probablemente no lograremos responder en este artículo, pero que esperamos nos sirvan de guía para iniciar una etapa de sobre esta temática.

## ESPACIO DE TRABAJO MATEMÁTICO

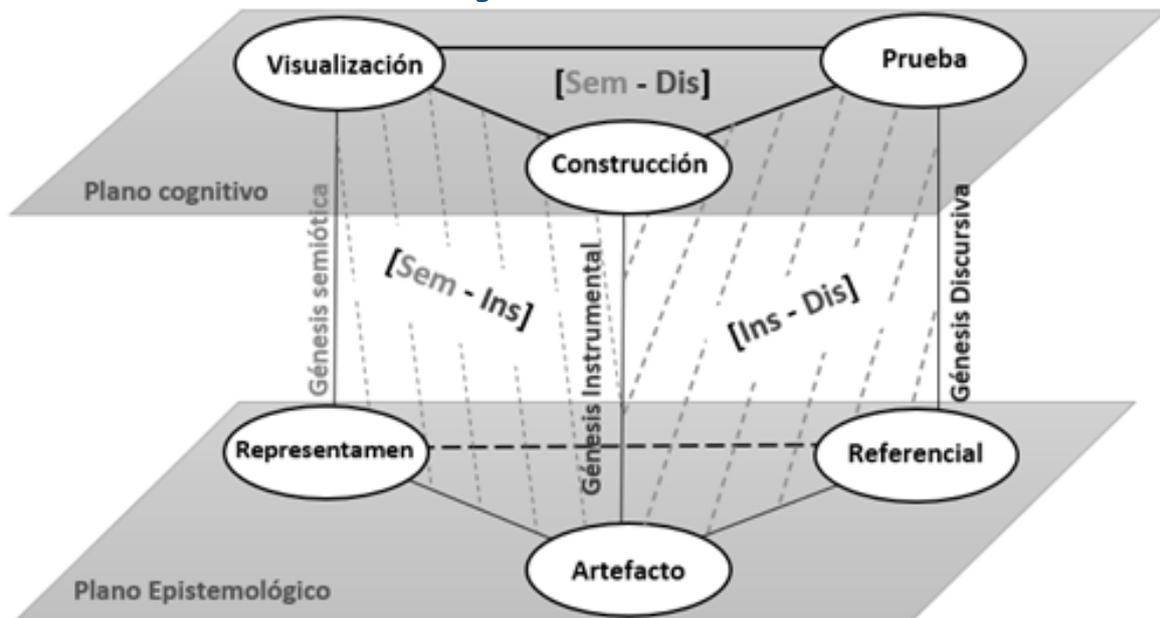
Una de las teorías que nos interesa conectar es la del Espacio de Trabajo Matemático (ETM). Kuzniak, Tanguay y Elia (2016) afirman que el trabajo matemático que desarrolla el estudiante le permite la construcción de su propio conocimiento sobre la matemática. Sin

embargo, este proceso es gradual, interactivo y complejo pues la evolución de los conocimientos matemáticos dependerá, en gran medida, de las tareas propuestas y de las actividades como el estudiante las resuelva.

En cuanto a definiciones fundamentales del ETM, Kuzniak, Montoya-Delgadillo y Vivier (2015) señalan que paradigma es el conjunto de creencias, técnicas y valores que comparte un grupo científico; dominio matemático es determinado según la naturaleza de los objetos estudiados y de los paradigmas que lo caracterizan, por ejemplo, dominio de geometría, álgebra, aritmética, análisis, etc.; trabajo matemático consiste en resolver problemas matemáticos, identificar problemas y organizar contenidos en un dominio determinado.

Además, en el ETM (ver Figura 1), se articulan los planos epistemológico y cognitivo, por medio de las génesis que se evidencian por el trabajo matemático. La génesis semiótica es el proceso asociado a los signos y representamen (o significantes), la génesis instrumental permite hacer a los artefactos operativos mediante los procesos de construcción que ayudan a alcanzar el trabajo matemático y; la génesis discursiva aplica las propiedades del sistema de referencia teórico para ponerlas a favor del razonamiento matemático y para una validación no solamente icónica, sino también gráfica o instrumental. Además, Kuzniak y Richard (2014) identificaron tres planos verticales en el ETM cada uno de los cuales está definido por la interacción de dos génesis: semiótica e instrumental [Sem-Ins]; instrumental y discursiva [Ins-Dis] y, semiótica y discursiva [Sem-Dis].

**Figura 1.** Modelo ETM



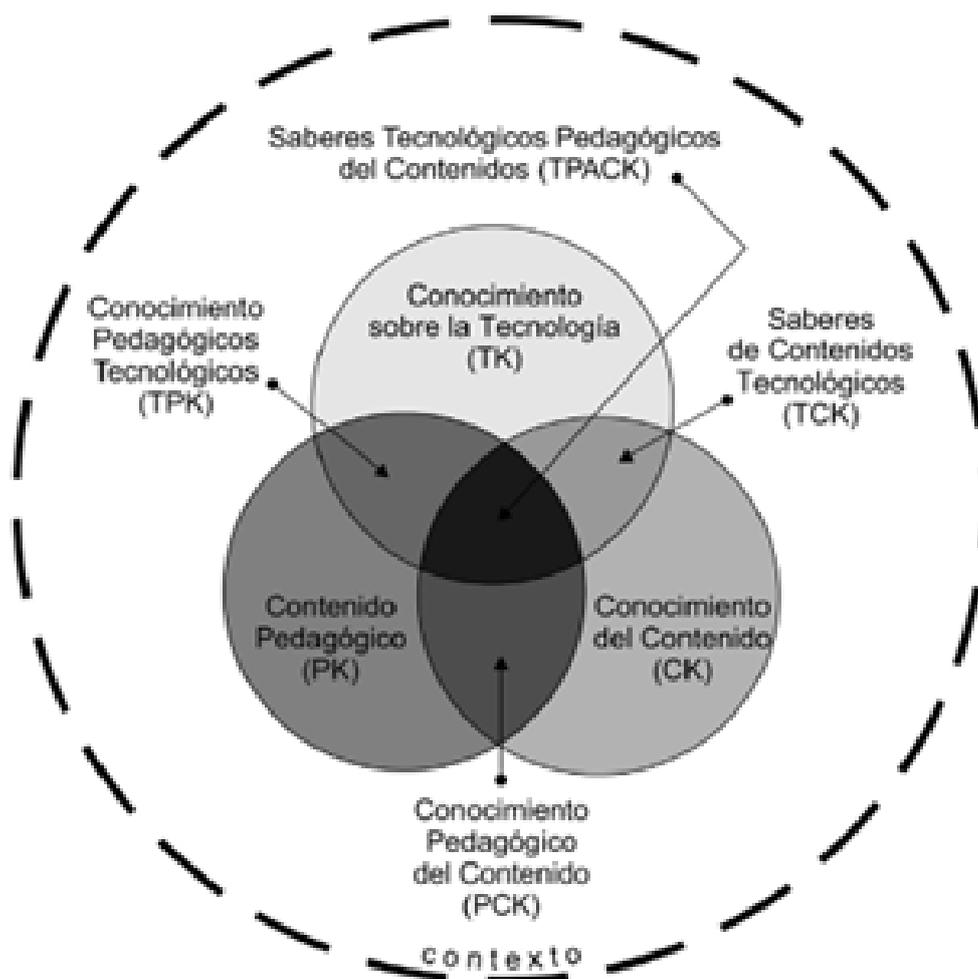
**Fuente:** Kuzniak *et al.* (2015, p. 248)

En cuanto a los planos: [Sem-Ins] asociado a una génesis semiótica y a la génesis instrumental. Existen dos formas de trabajo, una hacia la construcción de los resultados (figuras, gráficos) y la otra hacia la interpretación de los datos propuestos por los artefactos; [Ins-Dis] asociado a una génesis discursiva de la prueba y a la génesis instrumental y, [Sem-Dis] asociado a las génesis semiótica y discursiva, en el cual se distinguen los razonamientos argumentativos. Por otro lado, el trabajo matemático es caracterizado por sus respectivos paradigmas (dependiendo del dominio matemático).

## CONOCIMIENTO TECNOLÓGICO PEDAGÓGICO DEL CONTENIDO (TPACK)

El modelo TPACK de Koehler y Mishra (2015) describe los conocimientos de los profesores para enseñar con tecnologías. Este modelo tiene componentes que permiten explicar el TPACK de los docentes como, las concepciones generales de la enseñanza de contenidos con tecnologías; el conocimiento de la comprensión, el pensamiento y el aprendizaje de los alumnos con las tecnologías; conocimiento del currículo y de otros documentos curriculares y; el conocimiento de la enseñanza y de las representaciones didácticas.

**Figura 2.** Modelo TPACK



**Fuente:** Koehler *et al.* (2015, p.14)

Para describir la transformación del conocimiento de los profesores para la enseñanza con tecnologías, en este modelo se plantean cinco niveles de aceptación de la enseñanza con tecnologías: reconocer, aceptar, adaptar, explorar y ampliar. Estos niveles de aceptación son explorados por los componentes del TPACK para explicar el desarrollo de los conocimientos, habilidades y disposiciones que comprenden el conocimiento de los profesores.

## TAREAS CON EL USO DE LA HISTÓRIA Y LAS TECNOLOGÍAS

Consideramos estos planteamientos teóricos en el diseño de una tarea que permita impulsar el trabajo matemático de los estudiantes sobre cuadriláteros vinculando, como

mencionamos anteriormente, el uso de la historia de la matemática, la tecnología digital para la enseñanza y los conocimientos de profesores.

Presentamos, como ejemplo, una de las tareas de una secuencia didáctica sobre cuadriláteros que fue aplicada a tres profesores en ejercicio que dictan el curso de matemática en primero, segundo o tercero de secundaria en instituciones privadas peruanas (enseñan a estudiantes peruanos de 12, 13 y 14 años respectivamente).

Para esta tarea, tomamos la historia de Proclus sobre cuadriláteros que relata **cómo algunos terratenientes del Antiguo Egipto tenían conocimientos de geometría** más avanzados que sus pares y lo aprovechaban para su beneficio propio. Presentamos la historia con imágenes y textos a los profesores que participan en una capacitación (ver figura 3).

**Figura 3.** Historia de Proclus

En el antiguo Egipto, muchas personas dependían de la agricultura. Las tierras más fértiles y deseadas se encontraban a orillas del río Nilo. Este río se desbordaba todos los años borrando los linderos entre las parcelas de los terratenientes. Los antiguos egipcios desarrollaron la geometría para resolver problemas reales como este.



Los tensores de cuerdas eran los encargados de marcar las tierras después del desbordamiento anual a través de la utilización de cuerdas, estacas e instrumentos de medición para construir cuadriláteros a través de triángulos rectángulos con los números sagrados 3, 4 y 5. Los impuestos que se pagaban al faraón por dichas tierras se calculaban en base al perímetro del cada terreno.



Proclus relata que los participantes en la división de tierras a veces confundían a sus compañeros en la distribución de las tierras a través del uso a su conveniencia de la medida del lado más largo de bordes limítrofes entre terrenos.

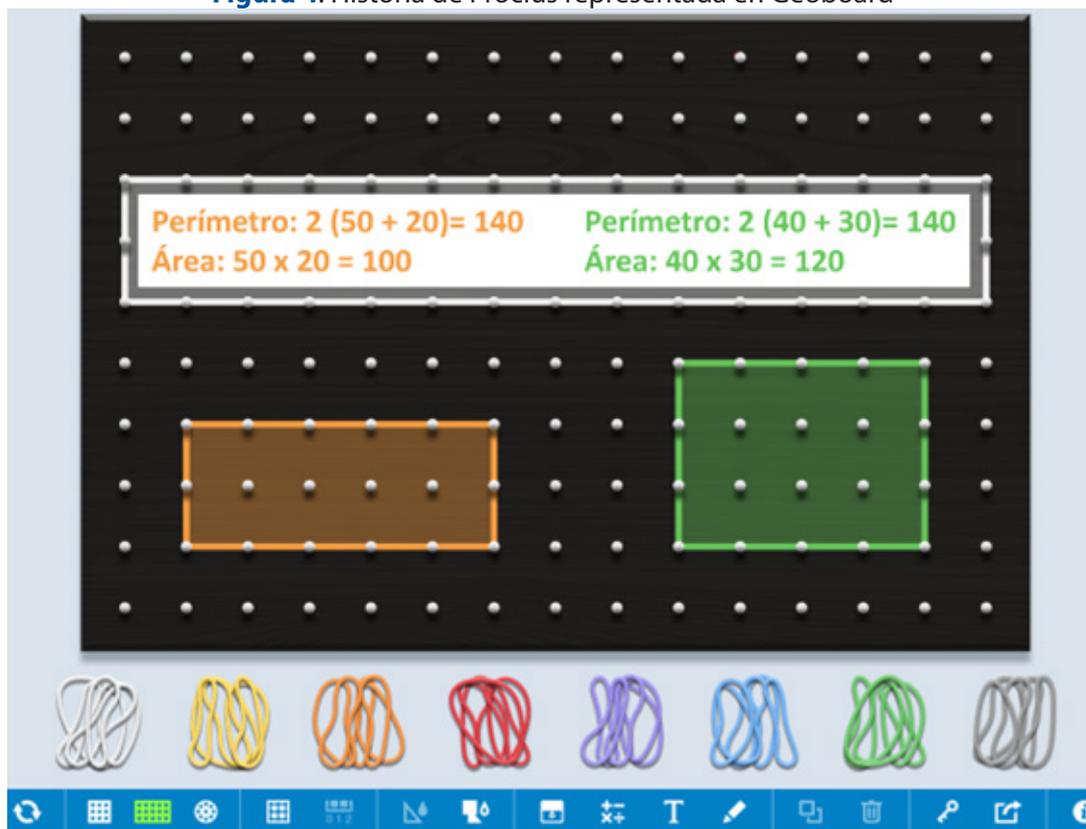
Habiendo adquirido un terreno con más periferia o distancia con sus vecinos laterales (de forma rectangular), después lo intercambiaban por tierras con menor límite (acercándose a un cuadrado) y así obtenían más terreno que sus vecinos.

Además, al hacer esto, ganaban una reputación de tener gran honestidad.



**Fuente:** Compilación de las autoras.

Se propone a los profesores que muestren, con el geoplano digital, por qué los terratenientes modificaban el largo y ancho de sus terrenos manteniendo el mismo perímetro registrado por los tensores de cuerdas. Los profesores construyen dos cuadriláteros con ángulos rectos para representar los terrenos que los tensores de cuerdas delimitarían en esta situación. La Figura 4 muestra una posible respuesta esperada de los profesores.

**Figura 4.** Historia de Proclus representada en Geoboard

**Fuente:** Elaboración de las autoras

El rectángulo anaranjado de la figura anterior representa el terreno original antes de la subida del Nilo de uno de los terratenientes de la historia de Proclus. El cuadrilátero verde es el cuadrilátero que el terrateniente consigue después de la subida del Nilo, al cambiar las medidas de los lados de su terreno y pedir a los tenedores de cuerdas un terreno con el mismo perímetro del suyo original.

Esta tarea promueve la activación de la génesis semiótica cuando los participantes hacen la representación figural de los terrenos como cuadrados o rectángulos. También se espera la activación de la génesis instrumental con el uso del geoplano como artefacto para representar los cuadriláteros según las medidas de los lados dadas. La activación de estas dos génesis genera la activación del plano vertical [Sem-Ins]. Por otro lado, se espera la activación de la génesis discursiva al usar el referencial de áreas y perímetros de los profesores para identificar el área y perímetro de los cuadriláteros y explicar la relación entre área y perímetro usando propiedades de cuadriláteros. Al usar las propiedades de los cuadriláteros descritos para explicar su representación se activaría el plano [Sem-Dis]. Se espera la activación del plano [Ins-Dis] cuando usan el geoplano para calcular áreas y perímetros buscando una relación entre ellos: que se mantenga el perímetro mientras aumenta el área. Esto también les permitiría explicar la razón del engaño de los terratenientes

Los profesores resuelven la tarea tomando el rol de sus estudiantes y, luego, responden preguntas de *reflexión pedagógica* que nos permiten evidenciar sus conocimientos y nivel de integración de tecnología.

Las reflexiones y comentarios de los profesores participantes muestran que dieron mayor valor a ciertos aspectos de la tarea propuesta:

El uso de la historia para la enseñanza de las matemáticas.

El uso de la historia para dar un contexto y uso real del objeto matemático.

El uso de la tecnología que permite a los estudiantes visualizar y experimentar muchos casos con mayor eficiencia en el uso del tiempo.

Uso de manipulables de forma digital para motivar a los estudiantes

Uso de tecnología considerada apropiada para las características de desarrollo de los estudiantes.

Uso de la tecnología para mejorar la enseñanza de cuadriláteros porque ayuda a una mejor comprensión.

El uso del artefacto digital en esta tarea corresponde principalmente a los niveles de *Reconocimiento y Aceptación del TPACK* porque se transforma una tarea que se realiza con recursos físicos al medio digital, sin que represente un cambio profundo en la metodología o el uso, pero con ventajas en la actitud de los participantes y cierta simplificación del uso del recurso.

## REFLEXIONES FINALES

Se hace necesario, desde la didáctica de la matemática, seguir reflexionando sobre las posibles conexiones de la tecnología digital, el uso de la historia de la matemática y la formación de profesores de matemática.

Consideramos que, si bien este artículo alcanzó parcialmente responder a los cuestionamientos iniciales, nuevas discusiones podrían ser abiertas en el ámbito de los grupos de investigación de nuestros países de Latinoamérica, pues cuando profesores en ejercicio utilizan herramientas digitales y clásicas por separado presentan dificultades en su uso; sin embargo, al usarlas de forma coordinada y conjunta, les permite avanzar y lograr resultados superando algunas dificultades.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo forma parte del proyecto de la Dirección de Fomento de la Investigación de la Pontificia Universidad Católica del Perú, a través de la subvención del "Concurso anual de Proyectos de Investigación PUCP 2022", 2022-C-0025 [PI0890].

Agradecemos también al Instituto de Investigación sobre la Enseñanza de las Matemáticas IREM-PUCP y a la Red Iberoamericana de Investigación en Trabajo Matemático RIITMA, por su colaboración.

## REFERENCIAS

DRIJVERS, P.; BALL, L.; BARZEL, B.; HEID, K.; Cao, Y., MASCHIETTO, M. **Uses of Technology in Lower Secondary Mathematics Education**. Springer Open, 2016. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-33666-4>

KOEHLER, M.; MISHRA, P.; CAIN, W. ¿Qué son los Saberes Tecnológicos y Pedagógicos? **Virtualidad, Educación y Ciencia**. n. 10, p. 9-23, 2015. <https://www.punyamishra.com/wp-content/uploads/2016/08/11552-30402-1-SM.pdf>

KUZNIAK, A.; MONTOYA, E.; VIVIER, L. El espacio de trabajo matemático y sus génesis. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. **Centro De Investigación y Formación en Educación Matemática**. v. 11, n. 15, p. 235-249, 2016. <http://www.centroedumatematica.com/Cuadernos/CuadernosCompletos/Cuaderno15.pdf>

KUZNIAK, A.; TANGUAY, D.; ELIA, I. (2016). Mathematical Working Spaces in schooling: an introduction. **ZDM Mathematics Education**, v. 48, n. 6, p.721–737. <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0812-x>

SALAZAR, J. V. F., GAONA, J. Y RICHARD, P. Mathematical Work in the Digital Age. Variety of Tools and the Role of Geneses. En KUZNIAK, A.; MONTOYA-DELGADILLO, E.; RICHARD, P. (Eds.), **Mathematical Work in Educational Context**. (pp.165-210). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-90850-8\\_8](https://doi.org/10.1007/978-3-030-90850-8_8)

### Histórico

Recibido: 15 de abril de 2023.

Aceito: 20 de maio de 2023.

Publicado: 01 de agosto de 2023..

### Como citar - ABNT

SALAZAR, Jesús Victoria Flores; THÉRY, Morella Cristina. Tecnología digital y el uso de la historia de la matemática en la enseñanza: construyendo conexiones. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC**. Belém/PA, n. 44, e2023006, 2023. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2023.n44.pe2023006.id511>.

### Como citar - APA

Salazar, J. V. F.; Théry, M. C. (2023). Tecnología digital y el uso de la historia de la matemática en la enseñanza: construyendo conexiones *Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC*, (44), e2023006. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2023.n44.pe2023006.id511>

### Número temático organizado por

Iran Abreu Mendes  

Luis Andrés Castillo  