

O ensino de problemas multiplicativos envolvendo isomorfismo de medidas por meio de atividades experimentais

The teaching of multiplicative problems involving isomorphism of measures through experimental activities

La enseñanza de problemas multiplicativos que involucran isomorfismo de medidas a través de actividades experimentales

Valquíria Magalhães de Oliveira¹  

Pedro Franco de Sá²  

RESUMO

Este trabalho é recorte de uma dissertação de mestrado defendida no Programa do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da UEPA. Apresenta resultados de uma pesquisa que buscou responder a seguinte questão: Quais os benefícios que uma sequência didática, por meio das metodologias Ensino por Atividades Experimentais e Resolução de Problemas, pode proporcionar ao ensino de problemas multiplicativos envolvendo isomorfismo de medidas em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental? Teve como objetivo geral: Investigar os efeitos que uma sequência didática realizada mediante as metodologias citadas acima tem sobre a aprendizagem de problemas multiplicativos, envolvendo Isomorfismo de Medidas em uma turma do 6º ano. Foi realizada em uma escola municipal de Tucuruí/ PA com uma turma de 6º ano. A comparação dos resultados dos testes apontou aumento significativo dos acertos no pós-teste, a análise do Teste Exato de Fisher revelou influencia moderada dos fatores socioeducativa nos resultados.

Palavras-chave: Ensino; Problemas multiplicativos; Atividades Experimentais; Isomorfismo de Medidas; Sequência didática.

ABSTRACT

This work is part of a master's thesis defended in the Professional Master's Program in Mathematics Teaching at UEPA. It presents results of a research that sought to answer the following question: What are the benefits that a didactic sequence, through the methodologies Teaching by Experimental Activities and Problem Solving, can provide to the teaching of multiplicative problems involving isomorphism of measures in a 6th grade class of Elementary School? It had as general objective: To investigate the effects that a didactic sequence carried out through the methodologies Teaching by Experimental Activities and Problem Solving of Problems has on learning multiplicative problems involving Measure Isomorphism in a 6th grade class. It was carried out in a municipal school in Tucuruí/PA with a 6th grade class. The comparison of the test results showed a significant increase in the correct answers in the post-test, the analysis of Fisher's Exact Test revealed a moderate influence of socio-educational factors on the results.

Keywords: Teaching; Multiplicative problems; Experimental Activities; Measure Isomorphism; Following teaching.

RESUMEN

Este trabajo forma parte de una tesis de maestría defendida en la Maestría Profesional en Enseñanza de las Matemáticas de la UEPA. Presenta resultados de una investigación que buscó responder a la siguiente interrogante: ¿Cuáles son los beneficios que una secuencia didáctica, a través de las metodologías Enseñanza por Actividades Experimentales y Resolución de Problemas, puede brindar a la enseñanza de problemas multiplicativos que involucran isomorfismo de medidas en un 6to grado? clase de primaria? Tuvo como objetivo general: Indagar los efectos que realizó una secuencia didáctica a través de las metodologías Enseñanza por Actividades Experimentales y Resolución de Problemas. of Problems tiene que ver con el aprendizaje de problemas multiplicativos relacionados con el isomorfismo de medida en una clase de sexto grado. Fue realizado en una escuela municipal de Tucuruí/PA con una clase de 6º grado. La comparación de los resultados de la prueba mostró un aumento significativo de las respuestas correctas en la prueba posterior, el análisis de la Prueba Exacta de Fisher reveló una influencia moderada de los factores socioeducativos en los resultados.

Palabras clave: Enseñanza; Problemas multiplicativos; Actividades Experimentales; Isomorfismo de Medidas; Secuencias Didácticas.

1 Mestra em Ensino de matemática pela Universidade do Estado do Pará (UEPA). Professora de matemática da Prefeitura Municipal de Tucuruí, Tucuruí, Pará, Brasil. Endereço para correspondência: Rua J., 09, Santa Mônica, Tucuruí/PA, Brasil, CEP: 68460-000. E-mail: valkiria_oliveira_2012@hotmail.com. .

2 Doutor em Educação pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN). Professor lotado na Universidade do Estado do Pará (UEPA), Belém, Pará, Brasil. E-mail: pedro.sa@uepa.br

INTRODUÇÃO

Os problemas multiplicativos com Isomorfismo de medidas são denominados por Vergnaud (2009) como situações que possuem quatro quantidades, e que estabelecem entre si relações de proporcionalidade. Esses tipos de problemas multiplicativos estão presentes nos documentos oficiais da Educação Básica. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) evidenciam que esse objeto matemático deve ser ensinado a partir do 2º ano do Ensino Fundamental - Anos iniciais e estender-se até o 6º ano do Ensino Fundamental - Anos finais.

Diversas são as pesquisas sobre problemas multiplicativos, entre elas temos as que classificamos como experimentais e diagnósticas. A primeira categoria aborda os estudos que propuseram ou realizaram atividades de ensino em sala de aula, voltadas à resolução de problemas envolvendo princípio multiplicativo ou as operações de Multiplicação e/ ou Divisão com números naturais. A segunda categoria são os estudos que realizaram análises e identificaram dificuldades dos discentes na aprendizagem e/ou "dificuldades dos" docentes no ensino desses tipos de problemas.

Entre as pesquisas da primeira categoria, destacamos os estudos realizados por Altoé (2017), Santos (2017), Barbosa (2021), Vizula (2020), Silva (2015) que aplicaram sequências didáticas que usam metodologias que divergem do ensino do objeto matemático a partir da apresentação da definição, exemplos e exercícios. E, entre as da segunda categoria enfatizamos os estudos realizados por Martins (2012), Zaran e Santos (2012), Magina, Santos e Merline (2014), Magina, Lauter e Santos (2020), Castro e Curi (2020), Lara (2011), Magina, Santana e Carzola (2018).

Todas essas pesquisas evidenciam a necessidade de mais estudos sobre alternativas metodológicas para o ensino de problemas multiplicativos, entretanto entre as pesquisas analisadas não foram encontrados estudos experimentais sobre resolução de problemas multiplicativos com Isomorfismo de Medidas.

Dados atuais sobre o Relatório do SAEB – 2005 a 2015, mostraram que a média de proficiência em matemática no Brasil para discentes do 5º ano do Ensino Fundamental-Anos iniciais ficou entre "231,82 a 245,81, isto é, houve uma variação de 19,33" pontos, durante essa década (BRASIL.INEP, 2018, p. 116). No âmbito do estado do Pará, o documento demonstra que a média de proficiência nesse período para o 5º ano do Ensino Fundamental-Anos finais ficou entre "231,56 a 241,10, o que evidencia uma variação de 9,54" pontos (BRASIL.INEP, 2018, p. 116).

Os resultados exibidos no relatório do SAEB – 2005 à 2015 evidenciaram que de forma nacional e no estado do Pará, os discentes do 5º ano do Ensino Fundamental-Anos iniciais estão na escala de proficiência no nível 5, ou seja, estão aptos a: "[...] Resolver problemas envolvendo a análise do algoritmo da adição de dois números naturais; resolver problemas, no sistema monetário nacional, envolvendo adição e subtração de cédulas e moedas; resolver problemas que envolvam a metade e o triplo de números Naturais [...]" (BRASIL.INEP, 2020, p. 3).

Os cálculos desses dados comprovam que nacionalmente os alunos do 5º ano do Ensino Fundamental- Anos iniciais têm saído desta série/ano sem o que é esperado pelos PCN e BNCC, que seria resolver situações-problemas com as operações aritméticas fundamentais com números naturais e racionais. Ademais, evidenciam que a situação é mais crítica no aprendizado das situações-problemas com as operações de Multiplicação e Divisão, e que os discentes têm concluído o 5º ano sem conseguir solucionar situações-problemas exigidas pelos descritores D18 e D20, de modo que podemos perceber que esses aprendizes não foram bem-sucedidos na resolução de problemas multiplicativos, incluindo os relacionados a Isomorfismo de Medidas, vinculados às ideias de proporcionalidade.

Em face desses dados apontados nesse relatório do SAEB, e por normalmente de acordo com Silva e Sá (2015), os discentes apresentam dificuldades para solucionar problemas multiplicativos, dado que nem sempre conseguem realizar a escolha adequada da operação, buscamos investigar o seguinte problema científico: Quais os benefícios que uma sequência didática, por meio das metodologias Ensino por Atividades Experimentais e Resolução de Problemas, pode proporcionar ao ensino de problemas com princípio multiplicativo envolvendo isomorfismo de medidas em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental? Para obtermos a resposta do referido problema, traçamos como objetivo geral: Investigar os efeitos que uma sequência didática realizada por meio das metodologias de Ensino por Atividades Experimentais e Resolução de Problemas tem sobre a aprendizagem de situações-problemas com princípio multiplicativo, envolvendo Isomorfismo de Medidas em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental.

CAMINHOS METODOLÓGICOS

O caminho metodológico adotado para essa investigação foi a Engenharia Didática que pode ser concebida como uma Metodologia de Pesquisa e também com um Pesquisa Experimental. Enquanto Metodologia de Pesquisa, pode ser descrita como um esquema experimental que possui como estrutura “realizações didáticas” que ocorrem no âmbito da sala de aula, isto é, “na concepção, realização, observação e análises de sessões de ensino”. (ALMOULOU; COUTINHO, 2008, p. 66).

A investigação foi desenvolvida durante os meses de agosto, setembro e outubro de 2022, em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental- Anos finais de uma escola pública municipal na cidade de Tucuruí/PA, teve como fonte de informação 31 discentes, e ocorreu em duas etapas aditiva e multiplicativa. A primeira etapa contou com a aplicação de um questionário socioeducativo, pré e pós- teste aditivos, e a aplicação de sete atividades que foram replicadas de Santos (2017). Na segunda etapa foram aplicados pré-teste e pós-teste com problemas multiplicativos com Isomorfismo de Medidas e dez atividades multiplicativas.

Para realizarmos a pesquisa, foi feito o tratamento estatístico dos elementos que foram obtidos na fase de experimentação por meio da comparação percentual dos dados obtidos nos testes e análises dos tipos de erros. A análise dos dados foi iniciada mediante a observação dos percentuais de acertos (quando o estudante apresentou uma solução e estava correto), erros (quando o estudante apresentou uma solução e o resultado estava

incorreto) e em branco (quando o estudante não apresentou solução), em cada questão dos testes aditivos e multiplicativos.

Apresentamos também a classificação dos problemas (em aritméticos ou algébricos) e a análise (se a elaboração da sentença de modelação resultou em acertos ou erros na escolha da operação). Além disso, foi analisada a conduta dos discentes nos testes aditivos e multiplicativos referentes à sentença de modelação e à escolha da operação, assim como os equívocos cometidos na elaboração da sentença de modelação.

O cômputo dos testes e do questionário foi sistematizado em quadros, tabelas e gráficos. Ademais, o Teste de Exato de Fisher foi utilizado com o objetivo de averiguar se existe ou não uma associação entre o desempenho dos estudantes e suas situações socio-educativas, como: afinidade com a matemática, hábitos de estudos, exercício do trabalho remunerado, escolaridade do responsável feminino e masculino, distração nas aulas, dificuldade em aprender matemática, distração nas aulas de matemática, auxílio nas tarefas de casa e notas em matemática. O Teste T para amostras pareadas foi utilizado para verificar se a metodologia adotada proporcionou melhoras no desempenho dos discentes do segundo para o primeiro teste, tanto na etapa aditiva quanto na multiplicativa.

Por essa pesquisa se configurar como recorte de uma dissertação apresentada no curso de pós-graduação em Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da Universidade do Estado do Pará (UEPA) descrevemos a seguir o diagnóstico realizado com os discentes por meio do Questionário Socioeducativo, o pré e pós-teste multiplicativo e as 10 atividades aplicadas na etapa multiplicativa.

Diagnóstico Inicial, descrição dos testes multiplicativo e das atividades multiplicativas

A diagnose inicial, foi composta de um Questionário Socioeducativo, que tencionava levantar dados relativos sobre a vida escolar, relação dos discentes com a matemática, escolaridade dos responsáveis feminino e masculino, hábitos de fazer compras e trabalho remunerado, e o pré-teste com a finalidade de avaliar o desempenho dos alunos nos problemas multiplicativos.

A aplicação do Questionário Socioeducativo reportou que todos os participantes da pesquisa eram oriundos da escola pública; 61% era do gênero masculino e 39% do feminino; 91% tinham idade superior a 11 anos; 9,68% não gostam de matemática, 38,71% gostam pouco, 35,48% gostam, 16,13% gostam muito.

De acordo com Picareta e César (2001 *apud* PREDIGER; BERWANGER; MORS, 2009), o conhecimento matemático é necessário para que haja um entendimento de mundo de forma a auxiliar nas tomadas de decisões das diversas situações. No entanto, ao perguntarmos aos alunos se eles prestavam atenção nas aulas de matemática, constatamos que 48% dos discentes da amostra, na maioria das vezes, se distrai nas aulas de matemática e 7% não consegue prestar atenção.

Com relação a dificuldade deles em aprender matemática, reportou um resultado desanimador, visto que somente 6% disseram não ter dificuldade, e ao somarmos os percentuais dos que afirmaram ter um pouco de dificuldade ou responderam sim, isso totaliza 94%.

Entre os consultados 48,39% não têm ninguém que os auxiliem nas tarefas de matemática. Esses dados mostram que há pouca participação da família nesse processo. Esta é uma situação que merece destaque, porque durante o processo educacional a família exerce um papel relevante, pois “quanto maior a participação familiar na educação dos estudantes, maior será a possibilidade de obtenção de um bom desempenho em sua trajetória escolar” (MIRANDA, 2020, p.51).

Sobre o hábito de estudar matemática fora do ambiente escolar, 45,16% dos respondentes estudam matemática alguns dias da semana; 32,26% só no período de prova; 12,90% só nos fins de semana; 6,45% só na véspera das provas e 3% todos os dias.

Em relação ao trabalho remunerado 58% dos consultados não exercem trabalho remunerado. Entretanto, 42% dos discentes, em algum momento, exercem algum tipo de atividade remunerada, o que é algo preocupante, visto que a amostra reportou que 74% desses possui idade entre 11 anos a 13 anos.

A consulta revelou que 55% dos respondentes têm o hábito de fazer compras e 39% às vezes realizam compras, o que é algo significativo, pois ao somarmos esses percentuais, vemos que 94% dos respondentes em algum momento tiveram contato com a ação de fazer compras, o que pode ser positivo, pois os alunos têm contato com dinheiro e por consequência tem contato com as operações matemáticas de Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão em algum momento.

Quanto à escolaridade do responsável feminino; 35% possuem o ensino fundamental incompleto, não chegaram a concluir o 5º ano; 19% não completou o Ensino Fundamental-Anos finais; 13% completou o ensino fundamental; 23% concluiu o Ensino Médio e 6% possui ensino superior.

A escolaridade do responsável masculino, por sua vez, apresenta apenas 6,45% de nível superior; 16,13% possuem ensino médio completo; 9,68% não são escolarizados; 16,13% não chegaram a concluir o Ensino Fundamental-Anos iniciais (1º ao 5º ano); 12,91% não completaram o Ensino Fundamental-Anos finais (6º ao 9º ano); 19,35% concluiu o Ensino Médio e 16,13% não terminou o Ensino Médio. Essas informações revelam que os responsáveis masculinos dos consultados possuem baixa escolaridade.

Outro instrumento diagnóstico aplicado foi o pré-teste que contou com 9 questões multiplicativas com Isomorfismo de Medidas, sendo duas aritméticas e sete algébricas e teve como objetivo avaliar os conhecimentos dos discentes sobre resolução de problemas multiplicativos com Isomorfismo de Medidas. A seguir apresentamos no Quadro 1 cada uma das questões desse teste.

Quadro 1. Questões do pré- teste multiplicativo com Isomorfismo de Medidas

- 1) Minha Mãe quer comprar 4 pacotes de bolacha. Cada pacote custa R\$ 6,00. Quanto ela irá pagar pelos quatro pacotes de bolacha?
- 2) Bianca comprou 7 litros de açaí e pagou R\$ 105,00. Quanto custou o litro do açaí?
- 3) João comprou alguns cadernos a R\$ 25,00 reais cada um e pagou R\$ 275,00. Quantos cadernos João comprou?
- 4) Camila comprou 6 pacotes de pirulito, cada pacote tinha 15 pirulitos. Quantos pirulitos Camila comprou ao todo?
- 5) Comprei 4 saias iguais e paguei R\$ 92,00. Quanto custou cada saia?
- 6) Mariana comprou algumas caixas de chocolate, cada caixa continha 20 barras de chocolate. Ao todo Mariana comprou 160 barras de chocolate. Quantas caixas de chocolate Mariana comprou ao todo?
- 7) Pedro comprou 288 latas de refrigerante que vieram armazenadas em 12 caixas. Quantas latas de refrigerante havia em cada caixa?
- 8) Ronaldo comprou algumas camisas do time do Remo e pagou R\$ 55,00 por cada camisa. O valor total pago por Ronaldo pelas camisas foi de R\$ 275,00. Quantas camisas Ronaldo comprou?
- 9) João comprou uma bicicleta por um certo valor e pagou em 5 prestações iguais de R\$ 70,00. Qual o valor total que João vai pagar pela bicicleta?

Fonte: Elaborado pelos autores

Elaboração e aplicação das dez atividades

Para a elaboração e aplicação das atividades, tomou-se como base as Tendências em Educação Matemática, Ensino por Atividades Experimentais proposta por Sá (2019, 2020) e Resolução de Problemas embasada em Sá (2021), haja visto que tanto a primeira quanto a segunda propõem que o discente seja protagonista e o docente seja mediador durante o processo de ensino-aprendizado.

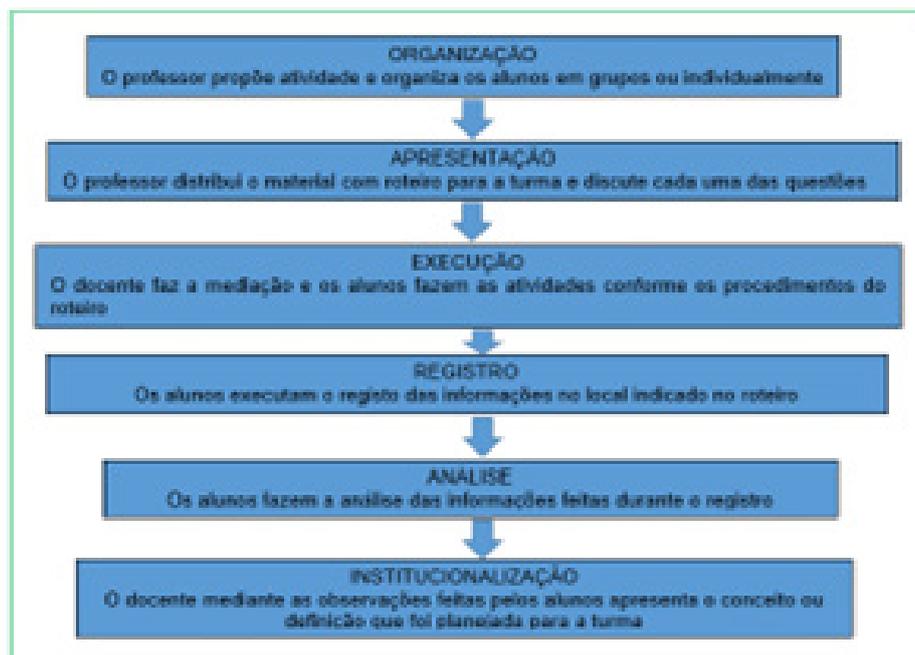
As atividades elaboradas foram distribuídas entre atividades de aprendizagem e fixação. As de aprendizagem tinham como objetivo conduzir o discente a chegar a compreensão dos procedimentos necessários para a sua resolução. As de fixação continham questões multiplicativas com situações vivenciadas nas atividades de aprendizagem.

Os parâmetros utilizados aparam a elaboração das atividades foram:

- Encorajar os alunos a fazerem leitura dos enunciados das questões propostas;
- as atividades de aprendizagem continham questões agrupadas de 3 em 3, de acordo com suas características, aritméticas com sentenças matemáticas no formato $b \times c = ?$, algébricas com sentenças $b \times x = c$ ou $x \times b = c$;
- Estimular os participantes a elaborarem a sentença construída;
- Conduzir os alunos a descobrirem uma lei geral para resolução das situações problema com Isomorfismo de Medidas por meio de questões com itens interrogativos e preenchimento de quadros, ao final das atividades de aprendizagem.

Para a aplicação das atividades foram seguidos os passos apresentados da Figura 1.

Figura 1- Passos para Aplicação das atividades multiplicativas



Fonte: Adaptado de Sá (2019, 2020)

A aplicação da sequência de atividades ocorreu entre os dias 15 de setembro a 8 de outubro de 2022, distribuída em 8 sessões de ensino, conforme a descrição apresentada no Quadro 2.

Quadro 2. Cronograma da experimentação

DATA	SESSÃO	ATIVIDADES	TEMPO DE DURAÇÃO DA APLICAÇÃO
15/09/2022	1º	Pré-teste multiplicativo	60 minutos
21/09/2022	2º	Atividade 1 – Multiplicação na igualdade	40 minutos
		Atividade 2 – Divisão na igualdade	60 minutos
22/09/2022	3º	Atividade 3 – Sentenças multiplicativas	40 minutos
		Atividade 4 – Questões multiplicativas 1	60 minutos
05/10/2022	4º	Atividade 5 – Questões multiplicativas 2	60 minutos
06/10/2022	5º	Atividade 6 – Questões multiplicativas 3	50 minutos
		Atividade 7 – Questões multiplicativas 4	60 minutos
13/10/2022	6º	Atividade 8 – Questões multiplicativas 5	120 minutos
19/10/2022	7º	Atividade 9 – Questões multiplicativas 6	52 minutos
		Atividade 10 – Questões multiplicativas 7	50 minutos
20/10/2022	8º	Pós-teste multiplicativo	65 minutos

Fonte: Dados da pesquisa de campo (2022)

Iniciamos a aplicação das atividades por meio da aplicação da atividade de aprendizagem multiplicação na igualdade seguida da atividade de aprendizagem divisão na igualdade, e ambas foram realizadas em grupo. A primeira tinha como objetivo levar os alunos a descobrirem por meio da multiplicação quando uma igualdade permanece verdadeira. Para isto, a atividade continha um quadro com 13 situações com valores diferentes para a , b , c , d nos quais os alunos tinham que verificar se as igualdades $a = b$ e $a \times c = b \times d$ eram verda-

deiras ou falsas. A segunda atividade era similar a primeira, porém tinha como objetivo conduzir os alunos a descobrirem mediante a divisão quando uma igualdade permanece verdadeira e foi composta por 13 situações. A seguir, um exemplar de cada uma dessas questões.

Atividade 1	Valores	a = b	A expressão a = b é verdadeira?		a x c = b x d	A expressão a x c = b x d é verdadeira?	
			Sim	Não		Sim	Não
	a = 5 b = 5 c = 3 d = 3						

Atividade 2	Valores	a = b	A expressão a = b é verdadeira?		a : c = b : d	A expressão a x c = b x d é verdadeira?	
			Sim	Não		Sim	Não
	a = 14 b = 14 c = 2 d = 2						

Os estudantes não apresentaram dificuldades no preenchimento do quadro e nem na observação da regularidade. Muitos discentes fizeram analogia dessa atividade com as atividades 1 e 2 da etapa aditiva do experimento e isso ficou evidenciado mediante a fala do discente A₁₆: “Essa atividade é parecida com a que já fizemos, o que muda é que a operação é de vezes”.

A terceira atividade teve como objetivo determinar o valor desconhecido de uma sentença matemática multiplicativa, com variação da incógnita nas três possíveis posições (**a x b = c e a ÷ b = c**), por meio do princípio da igualdade, incluía 24 itens e foi realizada individualmente. Vejamos a seguir alguns exemplos dos itens propostos nessa atividade.

Os estudantes não apresentaram muitas dificuldades para a sua resolução, pois fizeram analogia dessa atividade com a atividade 3 da etapa aditiva do experimento, e isso ficou evidenciado nas falas dos discentes A₁₉ e A₃: “Esta atividade é parecida com a que fizemos na parte da adição e subtração”.

a) $2 \times 7 = ?$	j) $15 \times ? = 60$	q) $? \div 5 = 11$
---------------------	-----------------------	--------------------

A quarta atividade foi realizada em grupo, contou com seis questões aritméticas com sentenças matemáticas no formato $b \times c = ?$, com situações-problema envolvendo **Isomorfismo de Medidas relacionadas à ação de compra e venda** e possuíam itens interrogativos para conduzir o seu processo de resolução e um quadro que deveria ser preenchido pelos alunos. Teve como objetivo conduzir os discentes a perceberem a relação fundamental de compra e venda: **Quantidade de mercadoria x Preço por unidade = Preço total a pagar**. A seguir mostramos uma das questões propostas nessa atividade e o quadro que tinha de ser preenchido ao final da atividade.

01) Kátia comprou 3 calças a R\$71,00 cada uma. Qual o valor total gasto na compra das 3 calças?

a) Quantas calças Kátia comprou? _____

b) Qual o valor de cada calça? _____

c) O que a questão pede? _____

d) Que sentença representa a situação? _____

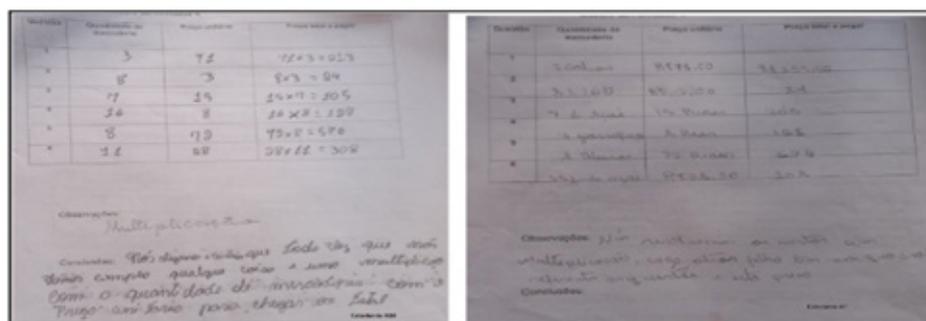
e) Qual o valor total gasto na compra das 3 calças? _____

f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____

Como você fez para determinar o valor total a pagar na compra das calças?

Os alunos não apresentaram dificuldades para o preenchimento desse quadro, e por meio do seu preenchimento conseguiram chegar à relação fundamental de compra e venda, que era o objetivo desta atividade. A seguir, a Figura 2 mostra o preenchimento das observações e conclusão realizada pelo estudante e o preenchimento do quadro e das observações realizado pelo discente A_{7e} e A_{18} .

Figura 2 - Preenchimento do quadro observações e conclusões



Fonte: Pesquisa de campo (2022).

A quinta atividade contou com 6 questões que não possuíam itens interrogativos para conduzir o processo de resolução, e todas eram algébricas com variação da posição da incógnita ($a \cdot x = c$ e $x \cdot b = c$). Teve como objetivo praticar a resolução de problemas com Isomorfismos de Medidas, contendo questões com a relação fundamental de compra e venda, foi realizada em grupo. Vejamos alguns exemplos dessas questões a seguir.

1) Comprei 8 blusas iguais e paguei um total de R\$72,00. Qual o preço de cada blusa?
5) Berenice comprou alguns kg de peixe a R\$12,00 cada kg e pagou um total de R\$120,00. Quantos quilos (kg) de peixe Berenice comprou?

Os discentes tiveram uma certa dificuldade na resolução, no entanto, minimizamos-as quando os incentivamos a formular a sentença, de forma que muitos encontraram a solução utilizando a propriedade multiplicativa da igualdade.

A sexta atividade contou com 14 questões de fixação, 11 algébricas e 3 aritméticas, sobre problemas multiplicativos de Isomorfismo de Medidas com situações de compra e venda. O objetivo dessa atividade foi praticar resolução de problemas multiplicativos de

Isomorfismo de Medidas com a relação fundamental de compra e venda, e foi realizada individualmente. A seguir expomos alguns exemplares dessas questões.

- 01) Um bolo de chocolate custa R\$35,00. Quanto pagarei por 3 desses bolos?
 02) Comprei 4 vestidos iguais e paguei R\$136,00. Quanto custou cada vestido?
 03) Janice comprou algumas bonecas a R\$20,00 cada uma e pagou um total de R\$200,00. Qual a quantidade de bonecas que Janice comprou?
 10) Luana comprou uma certa quantidade de toalhas para o seu salão de beleza a R\$32,00 cada uma e pagou um total de R\$ 128,00. Quantas toalhas Luana comprou?

Durante a realização dessa atividade estimulamos os discentes a formularem a sentença referente ao problema para realizarem a escolha correta da operação. Percebemos durante a realização desta atividade que os alunos formulavam a sentença referente ao problema e realizavam a escolha da operação de forma adequada, no entanto, na solução dos problemas algébricos, apresentaram dificuldade na utilização do algoritmo da divisão.

A sétima atividade foi realizada em grupo e contou com 7 questões aritméticas com situações-problema, envolvendo Isomorfismo de Medidas que se relacionavam à quantidade de coleções com a quantidade de elementos da coleção, e o total de elementos dessa coleção. Cada uma das questões possuía itens interrogativos para conduzir o processo de resolução das questões e ao final das questões propostas havia um quadro que deveria ser preenchido. Vejamos a seguir um exemplo das questões propostas e o quadro que devia ser preenchido ao final da atividade.

- 1) Bruno comprou 5 caixas de bombons, cada caixa tem 12 bombons. Quantos bombons ele comprou ao todo?
 a) Quantas caixas de bombons Bruno comprou? _____
 b) Quantos bombons tem em cada caixa? _____
 c) O que a questão pede? _____
 d) Que sentença representa a situação? _____
 e) Quantos bombons Bruno comprou ao todo? _____
 f) Qual a operação usada para resolver a questão? _____
 Como você fez para determinar a quantidade total de bombons? _____

Questão	Quantidade de coleções	Quantidade de elementos por coleção	Quantidade total de elementos
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			

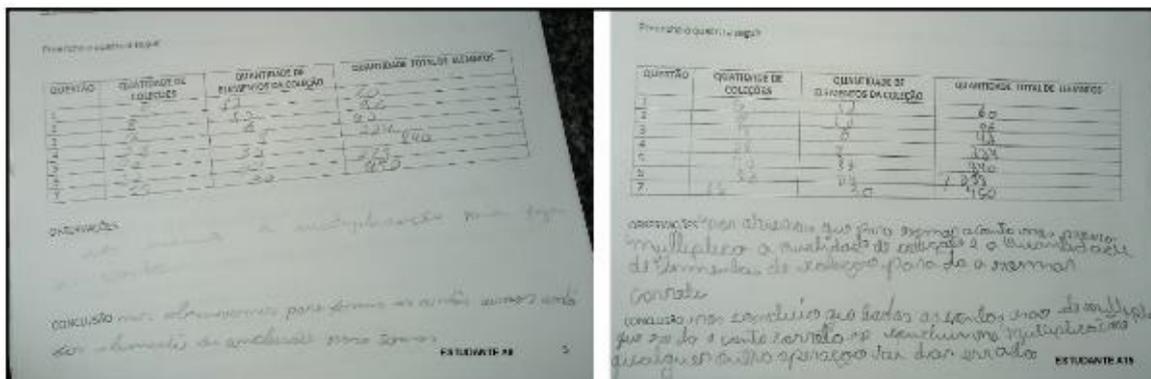
Observação:

Conclusão:

Durante o desenvolvimento da atividade, circulamos entre os grupos e estimulamos os discentes a elaborarem as sentenças referentes aos problemas. Além disso, enfatizamos

bastante a necessidade do preenchimento do quadro localizado no final da atividade, e que após o seu preenchimento, utilizassem-no para realizar as análises de como resolveram as situações-problemas propostas. A Figura 3 mostra o preenchimento desse quadro pelos discentes A_{15} e A_8 .

Figura 3. Preenchimento das observações e conclusões da atividade 7 dos alunos A_{15} e A_8



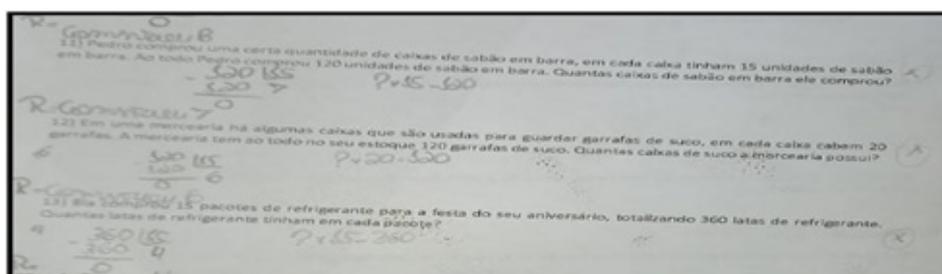
Fonte: Dados da pesquisa de campo (2022).

A atividade oito contou com 15 questões, 10 algébricas e 5 aritméticas, sobre problemas multiplicativos com situações de Isomorfismo de Medidas, que envolviam a quantidade de coleções, a quantidade de elementos da coleção e o total de elementos, e foi realizada de forma individual. O objetivo dessa atividade foi o de praticar a resolução de problemas multiplicativos, praticar resolução de situações-problemas em relações que relacionam a quantidade de coleções e a quantidade total de elementos de cada coleção. A seguir apresentamos alguns exemplos das questões presentes nessa atividade.

- 1) Maria comprou 5 caixas de pirulito, cada caixa tem 25 pirulitos. Quantos pirulitos ela comprou ao todo?
- 4) Alana comprou uma certa quantidade de caixas de sabonete, em cada caixa tinha 5 unidades de sabonete. Ao todo ela comprou 20 unidades de sabonete. Quantas caixas de sabonete ela comprou?
- 6) Uma empresa quer transportar seus 2400 funcionários para uma capacitação, usando um ônibus que transporta 30 passageiros sentados por viagem. Quantas viagens de ida e volta serão necessárias para que esse ônibus transporte todos os funcionários sentados?

No decorrer da realização dessa atividade incentivamos os alunos a escreverem a sentença referente ao problema, percebemos que formulavam a sentença, porém apresentaram dificuldade na utilização do algoritmo da divisão. A Figura 4 evidencia essa dificuldade na realização das questões 11, 12 e 13 pelo discente A_3 .

Figura 4. Erros do algoritmo da divisão nas questões 11 a 13 da Atividade 8



Fonte: Dados da pesquisa de campo (2022)

Assim, ao final dessa atividade, fizemos uma revisão do algoritmo da divisão com o objetivo de minimizar essa situação.

A nona atividade foi uma atividade de aprofundamento, não possuía itens interrogativos, contou com 9 questões algébricas sobre problemas multiplicativos com Isomorfismo de Medidas que associavam a quantidade de viagens com a quantidade de vagas do veículo, e foi desenvolvida individualmente. Teve como objetivo praticar a resolução de problemas multiplicativos com Isomorfismo de Medidas que associam a quantidade de viagens com a quantidade de vagas do veículo. Abaixo exemplificamos algumas dessas questões.

- 1) Uma escola deve transportar seus 350 professores para um evento, usando um ônibus que transporta 35 passageiros sentados por viagem. Quantos ônibus desses são necessários para transportar todos os professores de uma única vez?
- 4) Uma empresa quer transportar seus 500 funcionários para uma capacitação, usando um ônibus que transporta 50 passageiros sentados por viagem. Quantas viagens de ida e volta serão necessárias para que esse ônibus transporte todos os funcionários sentados?
- 8) Uma empresa quer transportar 500 colaboradores para uma confraternização, usando um ônibus que só transporta passageiros sentados. Quantos ônibus serão necessários se cada um transportar 25 passageiros sentados?

Durante a resolução da atividade, percebemos que muitos discentes, apesar da atividade não possuir os itens interrogativos para conduzir o processo de resolução das questões, conseguiram observar que os problemas eram todos algébricos, e utilizaram a propriedade da igualdade para determinar a solução das questões.

A última atividade contou com 12 questões, 11 algébricas e 3 aritméticas, sobre problemas multiplicativos com Isomorfismo de Medidas. Teve como objetivo exercitar (fixar) a resolução de problemas com Isomorfismo de Medidas. A seguir apresentamos uma amostra de algumas das questões contidas nessa atividade.

- 1) Meire comprou 15 caixas de cerveja para a festa do seu aniversário, cada caixa tem 24 garrafas. Quantas garrafas de cerveja Meire comprou?
- 06) Leonardo comprou alguns pacotes de pratos descartáveis, em cada pacote há 24 pratos descartáveis. Se ao todo Leonardo comprou 72 pratos descartáveis, quantos pacotes de pratos descartáveis ele comprou?
- 13) Bia comprou 15 pacotes de refrigerante para a festa do seu aniversário, totalizando 360 latas de refrigerante. Quantas latas de refrigerante tinham em cada pacote?

No curso dessa atividade percebemos que os estudantes apresentavam dúvidas sobre o algoritmo da divisão ou da multiplicação, auxiliávamos de forma individual. Ficamos durante todo o desenvolvimento estimulando os discentes a elaborar a sentença referente a cada uma das questões, e constatamos que muitos conseguiram modelar a sentença referente às questões e utilizaram propriedade da igualdade para a resolução dos problemas algébricos.

ANÁLISES E RESULTADOS

Apresentamos aqui os resultados aferidos durante a pesquisa de acordo com os instrumentos que foram utilizados para a coleta dos dados. Os resultados foram sistematizados por meio de quadros e tabelas e para isso foram selecionadas algumas categorias para aná-

lise acertos (quando o estudante apresentou uma solução e estava correto), erros (quando o estudante apresentou uma solução e o resultado estava incorreto) e em branco (quando o estudante não apresentou solução). Realizamos a classificação dos problemas (em aritméticos ou algébricos) e a análise se a elaboração da sentença de modelação resultou em acertos ou erros na escolha da operação.

O Teste de Exato de Fisher foi utilizado com o objetivo de averiguar se existe ou não uma associação entre o desempenho dos estudantes e suas situações socioeducativas, como: afinidade com a matemática, hábitos de estudos, exercício do trabalho remunerado, escolaridade do responsável feminino e masculino, distração nas aulas, dificuldade em aprender matemática, distração nas aulas de matemática, auxílio nas tarefas de casa e notas em matemática.

O Quadro 3 analisa a influência da elaboração da sentença matemática para a escolha da operação.

Quadro 3. Categoria dos erros dos testes multiplicativos

Questão	Tipo	Elaboração da sentença natural da questão(%)						Escolha da operação (%)					
		Elaborou a sentença corretamente		Elaborou a sentença incorretamente		Não elaborou a sentença		Acerto		Erro		Em branco	
		Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-	Pré-	Pós-
Q1	Aritmética	6,45	67,74	6,45	6,45	87,10	25,81	70,97	100	29,03	0,00	0,00	0,00
Q2	Algébrica	3,23	29,04	9,68	41,94	87,15	35,48	9,68	51,61	64,52	48,39	22,58	0,00
Q3	Algébrica	3,23	41,94	9,68	29,03	87,10	29,03	25,81	67,42	74,19	32,58	00,00	0,00
Q4	Aritmética	6,45	58,06	3,23	6,45	87,10	35,48	51,61	83,87	45,17	16,13	3,23	0,00
Q5	Algébrica	0,00	29,03	9,68	41,94	77,42	29,03	22,58	80,65	61,29	16,12	9,68	3,23
Q6	Algébrica	0,00	51,61	6,45	16,13	83,87	29,03	22,58	74,19	67,74	22,58	9,68	3,23
Q7	Algébrica	0,00	19,35	6,45	48,39	74,19	32,26	9,68	48,39	67,74	51,61	19,35	3,23
Q8	Algébrica	0,00	45,16	3,23	12,90	67,74	41,94	9,68	61,29	58,06	38,71	29,03	0,00
Q9	Algébrica	0,00	45,16	0,00	19,35	96,78	32,26	25,80	77,42	70,97	22,58	3,23	0,00

Fonte: Dados da pesquisa de campo (2022).

A análise dos resultados apresentados no Quadro 2 mostra que no pré-teste houve a elaboração da sentença natural de forma correta nas questões Q1 (6,45% da amostra), Q3 (3,23% da amostra), Q4 (6,45% da amostra) e Q5 (3,23% da amostra) e também de forma incorreta nas questões Q1 (6,45% da amostra), Q4 (6,45% da amostra), Q5 (6,45% da amostra), Q6 (6,45% da amostra), Q7 (6,45% da amostra), Q8 (3,23% da amostra) e Q9 (3,23% da amostra).

Os resultados também mostram que no primeiro teste a média de acertos na elaboração da sentença natural foi 2,15% e no segundo a média cresceu para 43%. Houve aumento no acerto da escolha da operação em todas as questões no segundo teste. A média de acertos na escolha da operação no primeiro teste foi de 27,60% e no segundo subiu para 71,65%.

O Quadro 4 a seguir mostra os resultados referente ao desempenho por questão

Quadro 4. Desempenho por questão no pré e pós-teste.

QUESTÃO	TIPO	SENTENÇA	ACERTO (%)		ERRO (%)		EM BRANCO (%)	
			PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE
Q1	Aritmética	$4 \times 6 = ?$	77,42	100,00	22,58	0,00	0,00	0,00
Q2	Algébrica	$7 \times ? = 105$	19,35	51,61	67,74	48,39	12,91	0,00
Q3	Algébrica	$? \times 25 = 275$	25,81	58,06	67,74	41,94	6,45	0,00
Q4	Aritmética	$6 \times 15 = ?$	41,93	87,10	54,84	12,90	3,23	0,00
Q5	Algébrica	$4 \times ? = 92$	6,45	35,48	87,10	64,52	6,45	0,00
Q6	Algébrica	$? \times 20 = 160$	16,13	70,97	70,97	25,81	12,90	3,22
Q7	Algébrica	$12 \times ? = 288$	3,23	32,26	77,42	64,52	19,35	3,22
Q8	Algébrica	$? \times 55 = 275$	9,68	34,48	67,74	65,52	22,58	0,00
Q9	Algébrica	$5 \cdot P = ?$	16,14	74,19	58,06	25,81	25,20	0,00

Fonte: Dados da pesquisa de campo (2022).

Os dados apresentados no Quadro 3 evidenciam que a média de acertos no pré-teste foi de 24,01%; de erros 63,79%, e em branco foi 12,12%. No pós-teste a média de acertos das questões progrediu para 60,46%, a média de erros caiu para 38,82% e a média de brancos diminuiu para 0,72%.

No pós-teste em todas as questões houve o aumento percentual de acertos, porém as questões que apresentaram o maior percentual foram as questões aritméticas Q1 (100%) e Q4 (87,10%) e as que apresentaram o menor percentual de acertos foram as questões algébricas Q5, Q7, Q8 e Q9. Entretanto, essas questões apresentaram um avanço considerável no pós-teste, visto que no pré-teste o percentual de acertos delas foi respectivamente 6,45%, 3,23%, 9,68% e 16,14%. Dessa maneira, cada uma dessas questões avançou no pós-teste, respectivamente, 29,03%; 29,03%; 24,80% e 58,05%. A seguir no Quadro 5 a análise do desempenho por discente.

Quadro 5. Desempenho por aluno nos testes multiplicativos

ALUNO	ACERTO (%)		ERRO (%)		EM BRANCO (%)	
	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE	PRÉ-TESTE	PÓS-TESTE
A1	22,22	100,00	55,55	0,00	22,23	0,00
A2	22,22	88,89	77,78	11,11	0,00	0,00
A3	66,67	66,67	0,00	33,33	33,33	0,00
A4	0,00	44,45	100,00	55,55	0,00	0,00
A5	11,11	44,45	88,89	55,55	0,00	0,00
A6	22,22	44,45	77,78	55,55	0,00	0,00
A7	44,45	88,89	55,55	11,11	0,00	0,00
A8	11,11	77,78	88,89	22,22	0,00	0,00
A9	11,11	11,11	11,11	77,78	77,78	0,00
A10	0,00	11,11	100,00	77,78	0,00	0,00
A11	22,22	22,22	77,78	77,78	0,00	0,00
A12	0,00	33,33	100,00	66,67	0,00	0,00
A13	22,22	44,45	77,78	55,55	0,00	0,00
A14	66,67	66,67	0,00	33,33	33,33	0,00
A15	66,67	100,00	33,33	0,00	0,00	0,00
A16	22,22	88,89	77,78	11,11	0,00	0,00
A17	11,11	88,89	88,89	11,11	0,00	0,00
A18	33,33	77,78	66,67	22,22	0,00	0,00
A19	100,00	100,00	0,00	00,00	0,00	0,00
A20	0,00	22,22	100,00	77,78	0,00	0,00
A21	11,11	33,33	88,89	66,67	0,00	0,00
A22	22,22	44,45	66,67	55,55	11,11	0,00
A23	0,00	88,89	100,0	11,11	0,00	0,00
A24	55,55	100,00	44,45	0,00	0,00	0,00
A25	0,00	44,45	100,00	55,55	0,00	0,00
A26	0,00	66,67	100,00	33,33	0,00	0,00
A27	11,11	66,67	55,55	33,33	33,34	0,00
A28	11,11	66,67	88,89	33,33	0,00	0,00
A29	11,11	44,45	88,89	55,55	0,00	0,00
A30	11,11	33,33	88,89	66,67	0,00	0,00
A31	33,33	55,55	66,67	44,45	0,00	0,00

Fonte: Dados da pesquisa de campo (2022).

No pré-teste multiplicativo, conforme os dados apresentados no Quadro 95 e no Gráfico 18, a maioria dos discentes apresentou rendimento muito baixo. 19,35% dos discentes não acertaram nenhuma questão; 74,19% tiveram rendimento compreendido entre 0% a 23%. Além disso, somente o discente A₁₉ apresentou 100% de rendimento, e apenas os discentes A₃, A₁₄, A₁₅, A₁₇ e A₂₄ (16,13% da amostra) tiveram rendimento superior a 50%.

No pós-teste multiplicativo houve uma melhora significativa nos acertos das questões, com exceção dos discentes A₃, A₉, A₁₁ e A₁₄ (12,90% da amostra) que mantiveram o mesmo rendimento do pré-teste, respectivamente 66,67%; 11,11%; 22,22% e 66,67%. 12,90%

dos discentes acertaram todas as questões. 51,61% dos discentes apresentaram rendimento acima de 50% e apenas 12,90% tiveram rendimento compreendido entre 10% a 22,22%.

A fim de aferirmos informações acerca da influência de fatores externos ao desempenho dos alunos na realização da escolha da operação aplicamos o Teste Exato de Fisher, através do software *Jamovi* (2000), versão 2.3. E para medir as correlações usamos *V de Cramer*. Vejamos no Quadro 4 o resultado dessas correlações.

O Teste Exato de Fisher foi usado em decorrência desse instrumento gerar informações não-paramétricas, não normal e a possibilidade de informar se há dependência ou não entre os dados. E, para alcançar os objetivos da análise, foi estabelecido $\alpha = 0,05$ para o *p-valor* obtido no teste, o qual se reporta ao nível de confiança de 95% estabelecido para as hipóteses. Além disso, realizou-se um recorte nos acertos referentes à escolha da operação. Foram considerados como corretos os acertos acima de 60% na seleção da operação nos testes multiplicativos.

Para a realização deste experimento, instituímos para o teste de hipótese as seguintes afirmações:

- **Hipótese nula :** Não há associação significativa entre as duas variáveis.
- **Hipótese alternativa (Ha):** Há associação significativa entre as duas variáveis.

Vejamos no Quadro 6 as correlações dos fatores socioeducativos e o acerto na escolha das operações no pré e pós-teste multiplicativo.

Quadro 6. Correlação dos fatores socioeducativos e o acerto na escolha da operação nos testes multiplicativos

Fatores socioeducativos	Acerto na escolha da operação no pré-teste	Acerto na escolha da operação no pós teste
1. Trabalho Remunerado	Não houve associação	Não houve associação
2. Hábitos de fazer compras	Não houve associação	Não Houve associação
3. Escolaridade do responsável feminino	Houve associação	Não houve associação
4. Distração nas aulas	Não houve associação	Não houve associação
5. Dificuldade de aprender matemática	Não houve associação	Não houve associação
6. Afinidade com a matemática	Não houve associação	Não houve associação
7. Escolaridade do responsável masculino	Houve associação	Houve associação
8. Hábitos de estudo	Não houve associação	Não houve associação
9. Auxílio nas tarefas	Não houve associação	Não houve associação
10. Notas	Não houve associação	Não houve associação

Fonte: Dados da pesquisa de campo (2022).

Os dados apresentados no Quadro 6 evidenciam que houve associação dos fatores socioeducativos: escolaridade do responsável feminino e escolaridade do responsável masculino no pré-teste multiplicativo, com acerto na escolha da operação. No pós-teste multiplicativo, os dados obtidos mostram que houve associação do fator escolaridade do responsável masculino e isto também foi evidenciado no pós-teste aditivo.

As associações entre essas variáveis foram mensuradas nominalmente e foram dispostas em tabelas de contingência ordem superior a 2x2, de modo que seu grau de correlação pode ser medido por meio do teste de contingência *V Cramer*, o qual, de acordo com Levin (1978), usa-se para o cálculo desse coeficiente o valor do Teste Qui-quadrado calculado.

Considerando o exposto e que o Teste Exato de Fisher é utilizado em tabelas de contingências (e que este surgiu como uma alternativa do teste do Qui-quadrado, quando as hipóteses a serem testadas são iguais), utilizamos o teste de contingência *V Cramer* para medir o grau de associação entre as variáveis que apresentaram associação nos testes aditivos.

O *V Cramer* mede as correlações para variáveis categóricas, de forma que é “como se fosse a correlação de Person, mas para variáveis categóricas, ou seja, nominais” (IGNORÂNCIA ZERO, 2022).

O Quadro 7 a seguir mostra as correlações de Person e as respectivas classificações.

Quadro 7. Grau de correlações nos testes multiplicativos

COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO	CORRELAÇÃO
$r = 1$	Perfeita positiva
$0,8 \leq r < 1$	Forte positiva
$0,5 \leq r < 0,8$	Moderada positiva
$0,1 \leq r < 0,5$	Fraca positiva
$0 < r < 0,1$	Ínfima positiva
$r = 0$	Nenhuma correlação
$-0,1 < r < 0$	Ínfima negativa
$-0,5 < r \leq -0,1$	Fraca negativa
$-0,8 < r \leq -0,5$	Moderada negativa
$-1 < r \leq -0,8$	Forte negativa
$r = -1$	Perfeita negativa

Fonte: Dados da pesquisa de campo (2022).

Considerando as medidas expostas no Quadro 7 apresentamos no Quadro 8 uma classificação para os fatores socioeducativos que apresentaram correlações com a escolha da operação, com o intuito de classificar os resultados (*V Cramer*).

Quadro 8. Classificação da correlação

Associação entre os fatores socioeducativos e os acertos na escolha da operação	Valor do <i>V Cramer</i>	Grau de associação
Escolaridade do responsável feminino e acerto na escolha da operação no pré-teste multiplicativo.	0,693	Moderada positiva
Escolaridade do responsável masculino e acerto na escolha da operação no pré-teste multiplicativo.	0,635	Moderada positiva
Escolaridade do responsável masculino e acerto na escolha da operação no pós-teste multiplicativo.	0,695	Moderada positiva

Fonte: Dados da pesquisa de campo (2022).

Os dados obtidos no Quadro 8 mostram que os fatores que apresentaram associação tiveram uma correlação moderada positiva. Assim, o bom desempenho dos discentes na resolução de problemas de estruturas multiplicativas com Isomorfismo de Medidas deve-se às metodologias de ensino adotadas nessa experimentação. A sequência didática aplicada surtiu efeito positivo na resolução desses tipos de problemas e na participação dos estudantes durante a experimentação.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresentou uma pesquisa que foi desenvolvida durante o curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática sobre o ensino de Problemas Multiplicativos com Isomorfismo de Medidas, e buscou resposta para o seguinte problema científico: Quais os benefícios que uma sequência didática por meio das metodologias Ensino por Atividades Experimentais e Resolução de Problemas pode proporcionar ao ensino de situações-problemas, com princípio multiplicativo, envolvendo isomorfismo de medidas em uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental?

A pesquisa teve como objetivo investigar os efeitos que uma sequência didática – realizada por meio das metodologias Ensino por Atividades Experimental e Resolução de Problemas – tem sobre a aprendizagem de situações-problemas com princípio multiplicativo, envolvendo Isomorfismo de Medidas em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental.

A metodologia de pesquisa adotada para alcançarmos esse objetivo foi a Engenharia Didática. Dessa forma, foram realizadas análises prévias de modo que foram aplicados um pré-teste e pós-teste e uma sequência didática com 10 atividades.

A investigação realizada mostrou a interferência dos fatores que desfavorecem o desempenho dos alunos na resolução de “problemas multiplicativos com Isomorfismo de medidas”, dentre os quais enfatizamos: fatores relacionados à interpretação do comando do problema e modelo de problema aritmético ou algébrico.

As anotações e observações realizadas na etapa de experimentação evidenciaram que as atividades que continham itens interrogativos foram importantes, pois conduziram o entendimento da elaboração da sentença de modelação. O preenchimento dos quadros facilitou a percepção dos alunos sobre a existência de uma relação de dependência entre a posição da incógnita na sentença de modelação dos problemas e a escolha da operação. Observamos que as atividades realizadas na fase aditiva serviram de suporte para a realização das atividades multiplicativas, dado que nessa fase os discentes apresentaram redução das dificuldades para realizar as atividades.

Os resultados comparativos percentuais do pré-teste para o pós-teste mostraram que houve melhoria no desempenho dos discentes. Os resultados nos dois pós-testes mostraram que houve um desempenho melhor nas questões aritméticas do que nas algébricas, porém ocorreu um aumento percentual nas questões algébricas. Além disso, reportou uma diminuição nos erros dos discentes na escolha da operação e do uso dos algoritmos do primeiro para o segundo teste. Nos dois pós-testes, observamos que a elaboração correta da sentença de modelação contribuiu para o acerto da escolha da operação.

Os resultados do Teste Exato de Fisher para correlação entre os fatores socioeducativos (hábitos de estudos, auxílio nas tarefas de matemática, hábitos em fazer compras, distração nas aulas de matemática, escolaridade do responsável masculino e feminino, dificuldade em aprender matemática) e os acertos na escolha da operação nos testes multiplicativos resultaram para os dados obtidos: não houve associação entre os fatores socioeducativos e os acertos na escolha da operação no pós-teste multiplicativo, exceto para o fator escolaridade do responsável masculino, e o seu grau de associação foi moderado. Concluímos que não houve influência desses fatores nos problemas com estruturas multiplicativas com Isomorfismo de Medidas. Portanto, o bom desempenho dos estudantes nessa fase se deve às metodologias de ensino adotadas na experimentação.

Esperamos que, a partir dessa pesquisa, os docentes de matemática possam utilizar a sequência didática apresentada nessa investigação para melhorar o desempenho dos estudantes no aprendizado de problemas multiplicativos com Isomorfismo de medidas. Além disso, sugerimos que sejam realizadas outras pesquisas com essa temática, utilizando as metodologias Ensino por Atividades Experimentais e Resolução de problemas, por meio da adequação e aplicação da sequência didática aqui apresentada, uma vez que os problemas com Isomorfismo de Medidas são abordados de acordo com os documentos oficiais da educação a partir do 2º ano do Ensino Fundamental- Anos Iniciais.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo; COUTINHO, Cileda. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19. ANPED. **REVEMAT**, Florianópolis, 2008, v. 3, n. 1, p. 62-77.

ALTOÉ, Renan Oliveira. **Formulação de problemas do campo conceitual multiplicativo no ensino fundamental**: uma prática inserida na metodologia de resolução de problemas. 229p. Dissertação (mestrado) - Instituto Federal do Espírito Santo. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática. Vitória/ES, 2017.

ARTIGUE, Michele; DOUADY, Régine; MORENO, Luis. **Ingeniería Didáctica em Educación Matemática**: um esquema para la inversión y la innovación em la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica, 1995.

BARBOSA, Cira Naiá Campos. **O ensino do princípio fundamental da contagem nos anos iniciais do Ensino Fundamental por meio de atividades experimentais**. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade do Estado do Pará: PPGED, 2021.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudo e Pesquisa Anísio Teixeira. **INEP**. Disponível em: <<http://download.inep.gov.br/educa%C3%A7ao-basica/provabrazil/edital/2015-enem.2015.pdf>>. Acesso em 20 set. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **PNLD 2020**: apresentação – guia de livros didáticos/ Ministério da Educação – Secretaria de Educação Básica – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2019.

CASTRO, Cláudia A. de; CURI, Edda. Resolução de Problemas do Campo Multiplicativo com Crianças de 1º e 2º Anos do Ensino Fundamental. **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, v 17, p. 1-18. São Paulo: RSBM, 2020.

LARA, Izabel C. M. de. O uso da estrutura multiplicativa na resolução de problemas nos anos iniciais da educação básica. **Revista Vidya**, v. 31, n. 2, p.105-122, 2011.

LAUTERT, Síntria L.; SANTOS, Ernani M. dos. Estudantes do 1º ano ao 3º ano resolvem situações multiplicativas. In LAUTERT, Síntria L.; CASTRO-FILHO, José A.; SANTANA, Eurivalda R. dos S. (Org.). **Ensinando multiplicação e divisão do 1º ao 3º ano – Série Alfabetização Matemática, Estatística e Científica**. Coletânea Cadernos E-Mult, v. 1, p. 45-76. Itabuna-Bahia: Via Litterarum, 2017.

LEVIN, Jack. **Estatística aplicada a ciências humanas**. 2. ed. Tradução: Sergio Francisco da Costa, São Paulo: Habra, 1978.

MAGINA, S.; SANTANA, E.; CAZORLA, I. As Estruturas Multiplicativas e a formação de professores que ensinam Matemática na Bahia: um projeto de larga escala. **Com a Palavra, o Professor**, v. 3, n. 7, p. 33-52, 17 dez. 2018.

MAGINA, Sandra Maria Pinto; GITIRANA, Verônica; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça; SPINILLO, Alina Galvão. **Repensando a multiplicação e divisão**: contribuições da teoria dos campos conceituais. 1 ed. São Paulo: PROEM, 2014.

MAGINA, Sandra Maria Pinto. A pesquisa na sala de aula de matemática das séries iniciais do ensino fundamental: Contribuições teóricas da psicologia. **Educar em Revista**. Curitiba/PR: Editora UFPR, 2011, p. 63-75.

MAGINA, Sandra M. P.; SANTOS, Aparecido dos. MERLINI, Vera Lucia. O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. **Revista Ciência e Educação**, v. 20, n.2, p.517-533. Bauru/SP, 2014.

MAGINA, Sandra M. P.; MERLINI, Vera L.; SANTOS, Aparecido dos. **A Estrutura Multiplicativa sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais**: uma visão do ponto de vista da aprendizagem. In: 3º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Fortaleza: Anais, 2012.

MAGINA, Sandra M. P.; LAUTERT, Síntria L.; SANTOS, Ernani M. dos. Estratégias Exitosas de Alunos dos Anos Iniciais em Situações de Proporção. **Revista Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 45, n. 4, p.1-24, 2020. <https://doi.org/10.1590/2175-623696023>

PREDIGER, Juliane; BERWANGER, Luana; MÖRS, Marlete Finke. Relação entre aluno e matemática: reflexões sobre o desinteresse dos estudantes pela aprendizagem desta disciplina. **Revista Destaques Acadêmicos**, v. 1, n. 4, 2013.

SÁ, Pedro Franco de. **Possibilidades de Resolução de Problemas em Aula de Matemática**. In: 2º Simpósio Nacional sobre Ensino e Pesquisa de Matemática no Contexto da Educação, Ciência e Tecnologia. Belém/PA: SINEPEM, 2021, p. 4-35.

SÁ, Pedro F. de; SILVA, Benedita das G.; SANTOS, Neusa de O. As operações aritméticas fundamentais ao longo da história. In: SÁ, Pedro F. de; LOPES, Adrielle C. Mendello. (Org.). **Aspectos históricos da matemática elementar**. Belém: CCSE-UEPA, 2018.

SÁ, Pedro F. de; ALVES, Fábio J. da C. A engenharia didática: alternativa metodológica para pesquisa em fenômenos didáticos. In: MARCONDES, Maria Inês; OLIVEIRA, Ivanilde A.; TEIXEIRA, Elizabeth. (Org.). **Abordagens teóricas e construções metodológicas na pesquisa em educação**. Belém: EDUEPA, 2011.

SÁ, Pedro F. de; SILVA, Benedita das G. S. da. Esta questão é de vezes ou de dividir? **Revista Cocar**, Edição Especial n.3, p. 59 a 87 – Jan./Jul. 2017. Belém: Programa de Pós-graduação em Educação da UEPA. Disponível em:<<http://páginas.uepa.br/seer/index.php/cocar>>. Acesso em: 10 mai. 2022.

SÁ, Pedro Franco de. Ensinando matemática através da redescoberta. **Revista Traços**, Belém, v. 2, n. 3, p. 77-81, 1999.

SÁ, Pedro Franco de. **Atividades para o ensino de Matemática no nível fundamental**. Belém: EDUEPA, 2009.

SÁ, Pedro Franco de. **Os problemas envolvendo as quatro operações e a unidade do pensamento linear** (Tese de Doutorado). Natal/RN: UFRN, 2003, 214 p.

SÁ, Pedro Franco de. As atividades experimentais no ensino de matemática. **REMATEC**, v. 15, n. 35, p. 143-162, 2020.

VIZZULA, Aline Mazza. **Aprendizagem Matemática da Multiplicação e Divisão: proposta de atividades para alunos do 6º ano**. 2020. 149 f. Dissertação (Mestrado em Matemática). Campos dos Goytacazes/RJ: Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, 2020.

ZARAN, Mariana L. de O.; SANTOS, Cintia Aparecida B. **Análise dos procedimentos de resolução de alunos de 5º ano em relação a problemas do grupo isomorfismo de medidas**. In: Encontro de Produção Discente PUCSP/Cruzeiro do Sul. São Paulo: Anais, 2012. Disponível em:<<https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/epd/article/view/458>>. Acesso em: 2 mai. 2022.

Histórico

Recebido: 25 de agosto de 2023.

Aceito: 10 de dezembro de 2023.

Publicado: 15 de dezembro de 2023.

Como citar – ABNT

OLIVEIRA, Valquíria Magalhães de; SÁ, Pedro Franco de. O ensino de problemas multiplicativos envolvendo isomorfismo de medidas por meio de atividades experimentais. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC**, Belém/PA, n. 43, e2023038, 2023. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2023.n43.pe2023038.id518>

Como citar – APA

OLIVEIRA, V. M.; SÁ, P. F. (2023). O ensino de problemas multiplicativos envolvendo isomorfismo de medidas por meio de atividades experimentais. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC**, (43), e2023038. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2023.n43.pe2023038.id518>