

Reflexão sobre o processo de elaboração de tarefas de geometria espacial em um movimento formativo de professores

Ohanna Peres Varela Garcia Lecker¹

Universidade Federal do ABC

Vinícius Pazuch²

Universidade Federal do ABC

RESUMO

Tarefas sobre Geometria Espacial são fundamentais na formação de professores. Neste artigo, buscou-se analisar o processo de elaboração de tarefas investigativas sobre o ensino de geometria espacial, com o uso do software GeoGebra por professores de matemática durante um processo formativo. Professores de matemática participaram de um curso de extensão sobre construções geométricas com o uso do software GeoGebra para a Educação Básica, em uma universidade pública federal brasileira. Os dados foram produzidos por meio de filmagem e posteriormente transcritos para análise. Identificou-se que os grupos com mais integrantes e/ou que eram formados por professores com experiências profissionais e habilidades distintas favoreceram as discussões durante a elaboração da tarefa. Além disso, a ação de professores em pares ou grupos, a discussão e a socialização das reflexões e das ideias intensificaram o processo de construção da base de conhecimentos STAMPK.

Palavras-chave: Conhecimento do professor; Formação Continuada; Software de Geometria Dinâmica; Ensino de Geometria.

Reflection on the process of spatial geometry tasks in a teacher education movement

ABSTRACT

Spatial Geometry tasks are fundamental in teacher education. In this article, we sought to analyze the process of elaborating investigative tasks for spatial geometry teaching, using the GeoGebra software by mathematics teachers during a formative process. Mathematics teachers participated in an extension course on geometric constructions using the GeoGebra software for Middle and High School, at a Brazilian federal public university. The data were produced through filming and later transcribed for analysis. It was identified that groups with more members and/or that were constructed from teachers with different professional experiences and skills favored discussions during the task elaboration. In addition, the action of teachers in pairs or groups, the discussion and socialization of reflections and ideas intensified the process of building the STAMPK knowledge base.

Keywords: Teacher knowledge; Continuing Education; Dynamic Geometry Software; Geometry teaching.

Reflexión sobre el proceso de elaboración de tareas de geometría espacial en un movimiento de formación docente

RESUMEN

Las tareas de geometría espacial son fundamentales en la formación del profesorado. En este artículo, buscamos analizar el proceso de desarrollo de tareas investigativas sobre la enseñanza de la geometría espacial, utilizando el software GeoGebra por profesores de matemáticas durante un proceso formativo. Profesores de matemáticas participaron en un curso de extensión sobre construcciones geométricas utilizando el software GeoGebra para Educación Básica, en una universidad pública federal brasileña. Los datos se produjeron mediante filmación y

¹ Mestre em Ensino e História das Ciências e da Matemática pela Universidade Federal do ABC (UFABC). Endereço para correspondência: Avenida dos Estados, 5001 – Bangú, Santo André – SP, Brasil, CEP: 09210-580. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4406-6488>. E-mail: ohannaperes1@outlook.com.

² Doutor em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Luterana do Brasil (ULBRA). Professor Adjunto do Centro de Matemática, Computação e Cognição (CMCC) da Universidade Federal do ABC (UFABC). Endereço para correspondência: Avenida dos Estados, 5001 – Bangú, Santo André – SP, Brasil, CEP: 09210-580. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6997-1110>. E-mail: vinicius.pazuch@ufabc.edu.br.

luego se transcribieron para su análisis. Se identificó que los grupos con más integrantes y / o que estuvieran formados por docentes con diferentes experiencias y habilidades profesionales favorecieron las discusiones durante la elaboración de la tarea. Además, la acción de los docentes en parejas o grupos, la discusión y socialización de reflexiones e ideas intensificó el proceso de construcción de la base de conocimientos STAMPK. **Palabras clave:** Conocimiento del profesor; Educación continua; Software de geometría dinámica; Enseñanza de la geometría.

INTRODUÇÃO

O ensino de matemática, por possuir desafios vinculados ao ensino de conteúdo específico, é frequentemente debatido entre professores e pesquisadores em Educação Matemática. Em particular, o ensino de geometria se destaca por ser uma unidade de conhecimento na qual os professores são desafiados a propiciar ao aluno habilidades que favoreçam a construção de relações entre conceitos e figuras. Esses desafios baseiam-se nas dificuldades dos estudantes em relação à visualização, aos conhecimentos básicos da geometria e às relações entre as formas (ROGENSKI; PEDROSO, 2007).

Cada subdivisão da geometria possui seus próprios desafios relacionados ao ensino e à aprendizagem. Abordaremos especificamente o ensino de Geometria Espacial, para contribuir com o crescimento dos estudos nessa área, que necessita de expansão, e por possuir um leque de recursos com potencial para auxiliar o processo de ensino. Como um dos possíveis recursos, há pesquisas que apontam potencialidades e formas de utilizar *Softwares* de Geometria Dinâmica (SGD) para o ensino e a aprendizagem de geometria espacial em sala de aula (MIYAZAKI et al., 2012; SCHUMANN, 2010).

A *Base Nacional Comum Curricular (BNCC)* (BRASIL, 2017), no que se refere ao ensino desse conteúdo, cita a possibilidade de usar tais *softwares* como um dos recursos tecnológicos para desenvolver nos alunos as habilidades relativas ao tema:

Anos Finais do Ensino Fundamental:

(EF09MA17) Reconhecer vistas ortogonais de figuras espaciais e aplicar esse conhecimento para desenhar objetos em perspectiva. (BRASIL, 2017, p. 319)

Ensino Médio:

(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones, incluindo o princípio de Cavalieri, para a obtenção das fórmulas de cálculo da medida do volume dessas figuras.

(EM13MAT407) Interpretar e construir vistas ortogonais de uma figura espacial para representar formas tridimensionais por meio de figuras planas (BRASIL, 2017, p. 531-533, grifo nosso).

Apesar de a *BNCC* contemplar o uso de SGD, entendemos que seu simples uso não garante aprendizagem ao aluno, pois é necessário que o professor associe seu conhecimento pedagógico e do conteúdo com o conhecimento sobre o *software* que escolheu e a forma com que fará a intervenção em sua aula. O conhecimento relacionado aos *softwares* pode ser mobilizado em vários contextos, como em meio à participação em grupos colaborativos, cursos de extensão, cursos de especialização, grupos de estudo e formação inicial. Quanto à forma como o professor o conduzirá em sala de aula, avaliamos que o uso do *software* necessita estar associado com tarefas elaboradas para o ensino de geometria espacial. Dessa forma, a tarefa é um elemento fundamental e determinante para que o ensino dessa área matemática com *softwares* específicos norteie o aluno na construção do conhecimento.

Sendo assim, é essencial que o professor de matemática se prepare para a imprevisibilidade que pode ocorrer com o uso do *software* de geometria dinâmica. Para isso, ele poderá se preparar a partir da construção do que é chamado de base de conhecimento (BC) do professor, que delimita os saberes indispensáveis para o professor ensinar matemática. Apoiado nas bases de conhecimento existentes, neste artigo partimos daquela proposta por Getenet (2017), chamada de Conhecimento Pedagógico, Matemático e Tecnológico Especializado (*Specialized Technological and Mathematical Pedagogical Knowledge - STAMPK*). No entanto, vamos nos ater à forma como os professores elaboraram suas tarefas no final de um processo formativo após o desenvolvimento da base de conhecimento necessária para promover um ensino eficiente usando o *software* aqui especificado. Algumas justificativas nos levaram a delimitar este tema nesse artigo. A *primeira* delas é a lacuna de pesquisas que se referem ao acompanhamento de professores de matemática em processos formativos, ainda mais aqueles destinados a trabalhar estratégias de ensino ou o uso de recursos voltados à tecnologia para o ensino de geometria espacial, que observamos em uma pesquisa anterior (LECRER; PAZUCH, 2020).

Como *segunda* justificativa, temos o potencial que o uso desse *software* apresenta quando é associado com tarefa de cunho investigativo, que instiga o aluno a seguir como um matemático na formulação de questões e conjecturas, na realização de provas e refutações e na apresentação de resultados, na discussão e na argumentação (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013). Um modo de favorecer e potencializar esse processo é utilizar tarefas investigativas de geometria dinâmica (GUTIÉRREZ; PAZUCH, 2020) ou tarefas investigativas associadas com *softwares* específicos (POWELL; PAZUCH, 2016), já que é um recurso que propicia esta ação investigativa pelo aluno. Tendo duas ferramentas associadas que favorecem a investigação do aluno, essa estratégia pode ser fundamental para o ensino de geometria espacial.

Como *terceira* e última justificativa, uma tarefa investigativa possibilita nortear as ações do aluno, porém de forma que não interfiramos em suas ações investigativas e nem reduzamos o grau de complexidade da tarefa. Sendo assim, devemos ter cuidado redobrado quando as tarefas investigativas planejadas são associadas com *softwares* de geometria dinâmica. Reconhecendo o zelo necessário no momento do planejamento e da elaboração da tarefa, acompanhamos o processo e as dificuldades de professores participantes de um curso de extensão que desenvolveu a base de conhecimento necessária para o ensino de geometria espacial com tais *softwares*, e as apresentaremos posteriormente.

Sendo assim, temos como objetivo *analisar o processo de elaboração de tarefas investigativas sobre o ensino de geometria espacial, com o uso do software GeoGebra³ por professores de matemática durante um processo formativo*.

Na próxima seção apresentaremos a fundamentação teórica de nossa pesquisa, seguida do processo metodológico utilizado para realizar este artigo, a apresentação dos dados e, por fim, a discussão dos resultados.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

³SGD escolhido como recurso de ensino no processo formativo que os professores de matemática participaram.

É de suma importância o estudo da geometria espacial, pois é por meio dela que proporcionamos aos alunos o desenvolvimento da capacidade de abstração, comparação e reconhecimento de conceitos e características das formas geométricas para resolver problemas do cotidiano (BRASIL, 2006).

O ensino dessa disciplina pode ser realizado por meio de diversas estratégias de ensino. Pensando nas múltiplas possibilidades de recursos como opção para esse trabalho, o uso de programas específicos é fortemente indicado, por propiciar que os alunos rotacionem, arrastem e manuseiem as figuras espaciais nos *softwares*, ampliem a visualização da figura que estão observando, suas características e conceitos. Dessa forma, a centralidade do estudo do aluno são as próprias figuras espaciais e a visualização de suas características, e não as fórmulas, que é o que acaba sendo priorizado em estratégias de ensino tradicionais (BOZZA, 2015).

A escolha do recurso aos *softwares* de geometria para o ensino requer do professor de matemática uma preparação específica para cada *software* escolhido, pois, apesar da similaridade entre eles, os recursos podem apresentar diferenças significativas em cada *software*. Essa preparação do professor favorece a condução e a mediação no momento da aprendizagem, essenciais para um ensino eficiente (PERKINS, 1985). A fim de nortear a preparação do professor, Getenet (2017) discorre sobre o conhecimento dele exigido para ensinar de forma eficaz com o uso de tecnologia, construindo sua própria base de conhecimento, chamada de STAMPK. Apesar de já citada anteriormente, nesta seção a explanaremos mais detalhadamente.

Os estudos sobre a base de conhecimento necessário do professor foram se desenvolvendo desde as décadas de 1970 e 80. Entretanto, no início não traziam particularidades e especificidades relativas a cada componente curricular. Os estudos seguintes começaram a definir a base de conhecimento que é exclusivo para professores que ensinam matemática. No Quadro 1, apresentamos a cronologia de alguns desses estudos.

Quadro 1 - Estudos sobre bases de conhecimento do professor

	Estudos de base de conhecimentos sem o uso de tecnologias digitais		Estudos de base de conhecimentos com o uso de tecnologias digitais	
	Shulman (1987)	Ball et al. (2008)	Mishra e Koehler (2006)	Getenet (2017)
Base de conhecimento	- Conhecimento Pedagógico; - Conhecimento do Conteúdo.	- Conhecimento Comum do Conteúdo (<i>Common Content Knowledge</i> - CCK) - Conhecimento do Conteúdo no Horizonte (<i>Horizon Content Knowledge</i> - HCK) - Conhecimento Especializado do Conteúdo (<i>Specialized</i>	- Conhecimento Pedagógico (<i>Pedagogical Knowledge</i> - PK) - Conhecimento do Conteúdo (<i>Content Knowledge</i> - CK) - Conhecimento Tecnológico (<i>Technological Knowledge</i> - TK)	- Conhecimento Pedagógico Especializado (<i>Specialized Pedagogical Knowledge</i> - SPK) - Conhecimento de Matemática Especializado (<i>Specialized Mathematics Knowledge</i> - SMK)

		<i>Content Knowledge - SCK)</i> - Conhecimento do Conteúdo e Currículo (<i>Knowledge of Content and Curriculum - KCC</i>) - Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes (<i>Knowledge of Content and Students - KCS</i>) - Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (<i>Knowledge of Content and Teaching - KTS</i>)		- Conhecimento Tecnológico (<i>Technological Knowledge - TK</i>)
Nome da estrutura	Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (<i>Pedagogical Content Knowledge - PCK</i>)	Conhecimento Matemático para o Ensino (<i>Mathematical Knowledge for Teaching - MKT</i>)	Conhecimento do Conteúdo Pedagógico e Tecnológico (<i>Technological Pedagogical Content Knowledge - TPACK</i>)	Conhecimento Pedagógico Matemático e Tecnológico Especializado (<i>Specialized Technological and Mathematical Pedagogical Knowledge - STAMPK</i>)

Fonte: Baseado em Getenet (2017)

Shulman (1986, 1987) empreendeu os primeiros estudos sobre o conhecimento do professor para o ensino. Com a necessidade de trazer uma base de conhecimento específica para o ensino de Matemática, Ball et al. (2008) reformularam uma nova, partindo do que já tinha sido descrito por Shulman. No entanto, como outras dificuldades eram vivenciadas por professores, quando associavam a sua prática de ensino à tecnologia, Mishra e Koehler (2006) sentiram a necessidade de incorporar um novo componente na base de conhecimento do professor, o Conhecimento Tecnológico (TK). Com o avanço das pesquisas, descobriu-se que, diante da complexidade no ensino com tecnologia, a simples associação do TK, CK e PK de Mishra e Koehler (2006) não era suficiente para trabalhar alguns aspectos. Essa complexidade é, em sua maioria, relacionada com os mais variados desafios e dificuldades que os professores vivenciam em diferentes situações. Com isso, foi sugerido por Getenet (2017) que o professor precisava ter um conhecimento especializado para o ensino, e todos os componentes que Mishra e Koehler (2006) propuseram se mantiveram na estrutura de Getenet (2017), mas foram associados com o conhecimento especializado de cada um deles. Um dos pontos determinantes para a evolução e o desenvolvimento de novas bases de conhecimento é a dificuldade que os professores de matemática encontram em suas práticas de ensino.

De acordo com Getenet (2017), para se obter um conhecimento especializado no que se refere ao campo pedagógico, matemático e tecnológico, é necessário que o professor participe de processos formativos que o desenvolvam. Este artigo toma como processo formativo aquele em que o professor revê, reflete, renova e amplia seu conhecimento e sua prática— individual ou coletivamente. Esses processos ocorrem na formação inicial e na formação continuada dos professores.

Questionamentos e dificuldades do professor podem ser debatidos em um momento de processo formativo em conjunto com outros docentes. Tardif (2014) infere que os saberes e conhecimentos profissionais são constituídos em um contexto de socialização. No entanto, poder desenvolver esses saberes e conhecimentos associados ao saber acadêmico complementa o conhecimento do professor, preparando-o cada vez mais para lidar com desafios e dificuldades encontrados em sala de aula (MIZUKAMI, 1986).

Nesse cenário, no qual compartilham vivências sobre o ensino de geometria espacial, os professores de matemática discutem sobre estratégias de ensino e aumentam sua base de conhecimento, o que pode ser um momento ideal para a elaboração de tarefas a serem usadas em sala de aula. Definiremos como tarefa as questões, os problemas, as construções, as aplicações e os exercícios propostos pelo professor, ainda não iniciados pelos alunos (PONTE, 2014). Quando o aluno inicia a realização da tarefa e desenvolve o seu sentido e significado é que ela passa a ser uma atividade (MORETTI; MOURA, 2011). Por compreendermos que as tarefas são essenciais e influenciam diretamente no processo de ensino, elaborá-las em contextos formativos com outros professores é um modo de discutir e compartilhar o conhecimento especializado mobilizado e debatido.

Ao escolhermos um SGD para o ensino, as tarefas precisam ser elaboradas, pensando, além do objetivo a ser atingido, nas possíveis dificuldades que os alunos podem apresentar, consideradas duas perspectivas. A *primeira* é composta pelas dificuldades que os alunos revelam em relação ao conteúdo e a *segunda*, por aquelas que os alunos terão, ao manusear o *software*. Esta segunda circunstância determina que o professor de matemática tenha o conhecimento tecnológico especializado do recurso escolhido (FASSARELLA; ROCHA, 2018).

Além das possíveis dificuldades que os alunos podem apresentar, as tarefas precisam estar em sincronia com a potencialidade de cada *software*. Skovsmose (2000) propõe que o ensino de matemática seja realizado baseando-se no paradigma da investigação, pois oportuniza que os alunos levantem questões para investigar e realizem testes de suas hipóteses para validar suas ideias ou remodelá-las. É necessário instigar os alunos para que eles assumam uma postura de aluno investigador, convidando-o a agir como um matemático quando formula suas próprias conjecturas, trabalha na validação ou na refutação delas e argumenta sobre os resultados os quais encontrou, proporcionando um momento para discussão (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013).

Como a investigação implica na ação para testar, observar, conjecturar e validar, as opções de “arrastar” e “rotacionar” que os SGD oferecem permitem que os alunos realizem as ações que uma tarefa investigativa requer, quando o objeto de análise é uma figura geométrica. Tarefas investigativas com o auxílio de *softwares* “devem chamar os alunos a explorar propriedades e teoremas, testar e discutir com colegas suas ideias, para que no decorrer do

processo de investigação, possam desenvolvê-las e refiná-las” (PINHEIRO, 2013, p. 8). As tarefas de caráter investigativo são as mais indicadas para serem usadas em aulas em que o SGD será usado como recurso. A ação que o aluno realiza no *software* permite realizar as ações que uma tarefa investigativa requer, favorece a investigação, tornando uma associação poderosíssima para o ensino de geometria espacial (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014).

Nesse sentido, abordaremos os aspectos metodológicos, tendo como centralidade a elaboração de tarefas por professores em um processo formativo.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A presente pesquisa possui uma perspectiva qualitativa, já que os dados serão apresentados de forma descritiva e foram produzidos colaborativamente, com as ações de professores e futuros professores de matemática, a partir da observação por nós, pesquisadores, de um ambiente natural (CRESWEL, 2007).

Para a produção dos dados, acompanhamos um curso de extensão denominado “Construções geométricas com o uso do *software* GeoGebra para a Educação Básica”, oferecido por uma universidade pública brasileira. O público-alvo do curso foi composto por professores de matemática de escolas públicas em exercício e licenciandos em matemática da própria universidade.

O curso ocorreu durante os meses de abril a dezembro de 2019, dividido em duas partes. A *primeira*, de abril a julho, destinava-se à Geometria Plana; e a *segunda*, de setembro a dezembro, à Geometria Espacial. Como o objetivo deste artigo é *analisar o processo de elaboração de tarefas investigativas sobre o ensino de geometria espacial, com o uso do software GeoGebra, por professores de matemática durante um processo formativo*, os dados que apresentaremos nesta pesquisa são de episódios da *segunda* parte do curso – particularmente, o encontro em que ocorreu a elaboração das tarefas pelos participantes. Quando dizemos “observar o processo de elaboração de tarefas” referimo-nos à análise de ações, discussões, reflexões e dificuldades que permearam o momento de elaboração da tarefa, após os professores participarem de um processo formativo que contribuiu para a construção da STAMPK.

A *segunda* parte do curso de extensão englobou um total de oito encontros presenciais, semanais, com duração de três horas cada, com nove participantes que finalizaram o processo formativo. No Quadro 2, mostramos o que foi desenvolvido com os participantes em todos os encontros, isto é, um panorama geral do processo formativo. Além disso, sinalizamos o encontro no qual produzimos os dados deste artigo.

Quadro 2 - Cronograma de encontros da segunda parte do curso de extensão

Encontro	Data	Objetivos das tarefas realizadas
1	24/09/2019	<ul style="list-style-type: none"> - Apresentar alguns recursos do <i>software</i> GeoGebra para a visualização na janela 2D, assim como algumas características da Geometria Dinâmica. - Construir prismas. - Construir pirâmides. - Construir cilindros e cones.

2	01/10/2019	<ul style="list-style-type: none"> - Explorar o conceito de volumes de prismas retos através da utilização do material dourado, de objetos de aprendizagem e dos recursos do <i>software</i> GeoGebra. - Explorar o princípio de Cavalieri a partir do uso de um objeto de aprendizagem. - Estimular a elaboração de conjecturas sobre a fórmula para cálculo de volumes de prismas, com o uso do <i>software</i> GeoGebra, para a visualização nas janelas 2D e 3D, assim como ferramentas de medidas de áreas e volumes. - Fazer uma análise, de um ponto de vista didático, da natureza e da estrutura das tarefas desenvolvidas nesse encontro.
3	08/10/2019	<ul style="list-style-type: none"> - Explorar possíveis relações entre os volumes de prismas e pirâmides de mesma base e altura, utilizando os recursos do <i>software</i> GeoGebra.
4	05/11/2019	<ul style="list-style-type: none"> - Explorar o volume do cubo pela sua decomposição em pirâmides. - Explorar o volume do dodecaedro pela sua decomposição em pirâmides.
5	12/11/2019	<ul style="list-style-type: none"> - Explorar o volume do icosaedro pela sua decomposição em pirâmides. - Construir um objeto de aprendizagem.
6	26/11/2019	<ul style="list-style-type: none"> - Elaborar uma tarefa que possibilite desenvolver a investigação de um conceito da Geometria Euclidiana Espacial.
7	05/12/2019	<ul style="list-style-type: none"> - Executar a tarefa em sala de aula da Educação Básica.
8	10/12/2019	<ul style="list-style-type: none"> - Analisar e refletir sobre determinados momentos da execução da tarefa “Prismas e Pirâmides”⁴ pelos professores e sobre o processo de realização da referida tarefa pelos alunos.

Fonte: Dados do Curso de Extensão

Algumas das tarefas executadas em cada encontro deveriam ser realizadas individualmente e outras, a partir da formação de grupos. No Encontro 6, especificamente, sugerimos que as tarefas fossem elaboradas em grupo, porém deixamos que os professores se agrupassem de acordo com suas preferências e afinidades. Não interviemos no momento do agrupamento para não interferir nos resultados produzidos. Durante a elaboração, eventualmente conversamos com cada grupo, com a finalidade de verificar as dificuldades que estavam surgindo e auxiliar com algumas questões que pudessem nortear a elaboração da tarefa de cada grupo.

No Quadro 3, apresentamos os grupos formados e as características principais dos integrantes. Para preservar a identidade de todos eles, os nomes apresentados no quadro e no decorrer do artigo são fictícios.

Quadro 3 - Formação e caracterização dos grupos

Grupo	Integrantes	Composição
1	<i>Camila:</i> Professora atuante em escola de Educação Básica <i>Ana:</i> Professora atuante em escola de Educação Básica <i>Matheus:</i> Licenciando da própria universidade <i>Amanda:</i> Professora atuante em escola de Educação Básica	Professores em exercício e licenciando
2	<i>Erivaldo:</i> Professor atuante em escola de Educação Básica	Professor em exercício
3	<i>Leandro:</i> Licenciando da própria universidade <i>Mauro:</i> Licenciando da própria universidade	Somente licenciandos
4	<i>William:</i> Professor atuante em escola de Educação Básica <i>Pedro:</i> Licenciando da própria universidade	Professor em exercício e licenciando

⁴ Das tarefas investigativas elaboradas pelos professores, somente uma delas pôde ser aplicada em sala de aula.

Fonte: Os autores

No Quadro 3, podemos observar que a maioria dos grupos formados não possuem a mesma composição. Uma das formações realizadas possui apenas um integrante, o que descaracteriza o que é chamado de grupo, mas iremos identificá-lo como Grupo 2 para facilitar a apresentação, a identificação e a compreensão das informações que apresentaremos nos próximos tópicos.

Os dados produzidos no Encontro 6 foram obtidos por meio de gravações de áudio e vídeo. Escolhemos a gravação como recurso de captura de dados para favorecer sua análise, pois é um dos recursos mais indicados quando temos que acompanhar ações humanas que são complexas e difíceis de serem observadas e interpretadas enquanto estão se desenrolando (LOIZOS, 2008). Seleccionamos alguns episódios que estão diretamente alinhados com o que queremos observar nesta pesquisa. Desses episódios, realizamos alguns recortes, chamados de “eventos críticos”, que

[...] podem ser descritos como sequências conectadas de expressões e ações que, dentro do contexto das nossas — a priori ou a posteriori — questões de pesquisa, requerem explicação por nós, pelos estudantes ou por todos. (POWELL; FRANCISCO; MAHER, 2004, p. 104, grifos no original)

Assim, analisamos as dificuldades que os professores tiveram para planejar as tarefas investigativas associadas com o GeoGebra, as discussões que ocorreram durante esse momento e as reflexões que surgiram delas. Também analisamos situações em que ficou evidente a importância da participação no curso de extensão e a forma como a discussão entre professores nesse momento da elaboração de tarefas favorece a construção dos três componentes do STAMPK. Por fim, discutiremos sobre alguns pontos importantes, nesses eventos críticos, que provocam algumas reflexões sobre a profissão docente.

DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS EVENTOS CRÍTICOS

Dos eventos que apresentaremos nesse tópico, um deles se refere à apresentação da proposta aos professores participantes do Encontro 6. Além desse primeiro evento, apresentaremos oito eventos críticos do que presenciamos e participamos com os professores naquele dia. Descreveremos as ações, as falas e os diálogos entre participantes e pesquisadores de cada evento.

O início da descrição dos eventos será o momento em que apresentamos aos professores participantes a proposta para aquele encontro e o roteiro para norteá-los durante o desenvolvimento da tarefa.

Evento: Introdução e apresentação da tarefa aos professores participantes

Marcos⁵: *Gente, nós elaboramos um roteiro...⁶ não é um roteiro, é como se fosse uma base para vocês elaborarem que tipo de tarefa vocês vão elaborar. [...]Depois quando vocês vão falar sobre a tarefa...apresentar essa tarefa...nós vamos comentar um pouco sobre ela [a tarefa]. [...]No início tem uma reflexão sobre a importância das tarefas exploratórias e investigativas. E depois, na segunda parte, tem as orientações para a elaboração da tarefa. [...]Selecione um conceito da Geometria Espacial, [...] depois definam um objetivo para essa tarefa a partir do conceito que vocês escolheram e após vocês vão montar questões que vão conduzir...pensando nos alunos é claro...para conduzir essa tarefa.*

Os próximos quatro eventos que vamos apresentar são eventos críticos dos momentos em que os professores estavam elaborando a tarefa. Os quatro eventos críticos seguintes a esses serão apresentados numerando os grupos de 1 a 4.

Com essas apresentações, podemos acompanhar algumas discussões que surgiram em cada grupo. Para complementar esses diálogos, vamos trazer algumas informações a respeito de cada grupo, para que possamos iniciar a análise desses momentos e fazer algumas reflexões que serão discutidas posteriormente.

No Grupo 1, acompanhamos muitas discussões a respeito de qual figura geométrica seria o objeto de observação da tarefa. Cada figura pensada possuiria uma construção diferente no *software* GeoGebra, que deveria estar alinhada com o objetivo da tarefa, com as questões direcionadas aos alunos e, até mesmo, adequada à forma como os alunos teriam que realizar a construção dela. Porém as discussões que acompanhamos, e que apresentamos no evento crítico do Grupo 1, mostram que os integrantes já possuem um conhecimento consistente sobre o GeoGebra e suas ferramentas estudadas durante o processo formativo. Assim, os professores puderam destinar maior tempo à discussão sobre a construção da tarefa, a partir do olhar pedagógico, porém não apresentaram dificuldades limitantes.

Evento Crítico 1: Grupo 1- Escolha do objetivo/objeto de análise da tarefa – “Volume de um prisma e pirâmide”.

Camila: *A pirâmide me permite escolher a base, agora no cone não me permite escolher a base [no GeoGebra]. Se na pirâmide eu posso fixar a base é mais fácil [de construir]...vamos testar? [...] Quando você coloca a opção pirâmide aqui ele fala o seguinte: “crie um polígono ou selecione”, aí ele já permite.*

Ana: *Mas será que ele vai perguntar qual será a base?*

Camila: *Esse dá para fazer pela ferramenta “polígono”. E a gente consegue mostrar que tendo a mesma altura, qualquer que seja a angulação ó...vai ser um terço [do volume].*

Bianca⁷: *Ficou fácil de visualizar, né?*

⁵ Professor formador e pesquisador.

⁶ As *reticências* representam eventuais pausas que ocorreram durante a fala de cada pessoa. As *reticências entre parênteses* mostram que ocorreram mais falas do que as que foram apresentadas. As *palavras em parênteses* são expressões que estão destacando as ações do indivíduo. As *palavras entre colchetes* indicam uma explicação de algo subentendido.

⁷ Professora formadora e pesquisadora

Camila: *É...pelo número dá para observar legal.*

Bianca: *[...]vocês conseguiram fixar um ano para ser aplicado essa tarefa?*

Camila: *Teria que ser no ensino médio...no fundamental só trabalha com cilindro.*

Bianca: *E nessa tarefa quanto tempo vocês planejaram para aplicar ela? 1 ou 2 [aulas]?*

Camila: *Eu acho que se for só essa dá para fazer só em 1...não dá? Por que o que ele [aluno] vai fazer? Ele vai fazer as comparações.*

Matheus: *Vai fazer as construções...*

Camila: *Os comandos são simples. Se fosse aquele do cilindro estaria mais grave.*

Amanda: *Mas teria que ser duas (aulas) porque até a gente ir lá, pegar, levar...*

Bianca: *Introduzir a tarefa...ajudar eles a construírem...[...] aí tem aquele caso também...eles terão a descrição dos passos que esses terão que fazer, mas sempre tem aquele que fala assim “deu errado alguma coisa aqui” aí você tem que voltar...*

Camila: *É, então teríamos que deixar todos os comandos, constrói uma base deslizante para isso...tem que dar todos os comandos [...].*

Observamos no Grupo 1 que qualquer ponto levantado por qualquer integrante do grupo que precisasse ser ponderado, eles mesmos conseguiam chegar a uma conclusão rapidamente com uma discussão entre eles. Porém, se os participantes do grupo não tivessem a oportunidade de participar do processo formativo para aprender sobre o GeoGebra e como usá-lo, quais seriam os assuntos discutidos entre eles, enquanto tentassem elaborar uma tarefa investigativa usando esse *software*? Sem esse conhecimento construído no processo formativo, seria possível elaborar uma tarefa investigativa usando o GeoGebra? Essas são as primeiras perguntas que trazemos para que possamos provocar algumas reflexões. Posteriormente, voltaremos a essa discussão.

No Grupo 2, podemos observar que *Erivaldo* apresentou dificuldades em elaborar as questões que norteariam os alunos durante o desenvolvimento da tarefa. Apesar de ser normal o surgimento de alguns questionamentos em virtude de suas próprias dúvidas durante o seu planejamento, a ausência de outro professor nesse momento dificulta, ainda mais, o processo de elaboração.

Evento Crítico 2: Grupo 2 - Escolha do objetivo/objeto de análise da tarefa – “Relação de Euler”.

Bianca: *Qual foi o objetivo que você escolheu para a tarefa?*

Erivaldo: *Trabalhar a relação de Euler.*

Bianca: *Você testou no GeoGebra?*

Erivaldo: *[...]você pode planificar a figura...aí, como a tarefa é investigativa eles [os alunos]vão investigar essa relação.*

Bianca: *Você conseguiu fixar um ano para ser aplicada essa tarefa?*

Erivaldo: *Essa tarefa pode ser aplicada no 2.º EM.*

[...]

Bianca: *O que você quer que os alunos observem, quando eles começarem a trabalhar com aqueles comandos?*

Erivaldo: *Então eu estou vendo aqui que talvez não seja necessário usar aqueles controles ali. Porque aqui já está bem dinâmico, né?*

Bianca: *Só arrastar?*

Erivaldo: *Só arrastar...eu acredito que a planificação vai ajudar alguma coisa na atividade...o que eu quero é que eles contêm aqui os vértices, né?...as faces [...] e para facilitar a contagem das faces.*

[...]

Bianca: *Você estava com dificuldade de montar as questões?*

Erivaldo: *É, nas questões.*

A elaboração de uma tarefa investigativa requer cuidados, assim como o uso de *softwares* em sala de aula. Ter outro professor para participar deste momento ajudaria nas discussões que surgiriam nesse processo. Para esse evento crítico, propusemos outras questões, para favorecer a reflexão sobre esta situação: Por mais que o professor atue sozinho durante sua instrução em sala de aula, essa individualidade na profissão docente é inerente ao professor? Atualmente, em sua maioria, os professores trabalham, planejam, refletem sobre suas aulas individualmente ou com a ajuda de outros professores?

Já no Grupo 3, acompanhamos uma situação diferente do que vimos nos outros grupos. Esse grupo foi formado por dois integrantes, *Leandro* e *Mauro*, que eram alunos da graduação da própria universidade que ofereceu o curso de extensão, ou seja, professores em formação inicial. Por não possuírem experiência como professores atuantes na sala de aula, sua maior dificuldade foi na parte pedagógica da elaboração da tarefa.

Evento Crítico 3: Grupo 3 - Escolha do objetivo/objeto de análise da tarefa– “Planificação do Prisma”

Bianca: *Que conceito vocês escolheram?*

Leandro: *A gente vai tentar mostrar a superfície planificando o prisma.*

Bianca: *Vocês tiveram alguma dificuldade nos comandos?*

Leandro: *Nos comandos não.*

Mauro: *A gente teve mais dificuldade na parte pedagógica.*

Bianca: *Como preparar a tarefa?*

Mauro: *É...pensando em aplicar aos alunos. Porque a gente...para saber por exemplo...onde aplicar, para um aluno do ensino médio por exemplo, ele já tem uma bagagem sobre elementos geométricos, mas um aluno do ensino fundamental não tem.*

Bianca: *[...] se vocês fossem aplicar essa tarefa para que ano seria?*

Mauro: *Ainda não sabemos.*

Bianca: *Assim...você falou uma coisa que é interessante...os alunos do ensino médio realmente teriam facilidade para lidar com isso. [...]Agora...por exemplo, se você usar essa tarefa em um ano que ainda não tiveram tanto contato assim, mas vocês sabem que eles vão começar a ver figuras geométricas espaciais, por exemplo...um 8.º ou 9.º ano, dependendo da escola, alguns já começaram e outros vão começar, então eu acho que seria interessante vocês pensarem em aplicar essa tarefa para 8.º ou 9.º ano. No ensino médio talvez não seria muito proveitoso, eles vão ver uma coisa que provavelmente eles já conhecem...não iria prender eles...não teriam muito o que*

investigar...agora nesses outros anos seria melhor. Já que agora a gente conseguiu falar sobre o ano para aplicar a tarefa...Algum de vocês já dá aula?

Leandro: Não.

Mauro: ...na verdade, participei de algumas aulas, não de matemática, mas já participei de algumas aulas.

O componente KT já havia sido construído durante o processo formativo para esses integrantes, de forma que eles não apresentaram nenhuma dificuldade a respeito do uso do GeoGebra, mas os outros componentes da base de conhecimentos de Getenet (2017) – SPK e SMK – ainda estavam no início de sua construção, pois Leandro e Mauro ainda estavam em sua formação inicial. Para esse evento crítico também trazemos uma questão para integrar às outras reflexões que iniciamos nesta pesquisa: Quais ações os professores podem ter, em meio a um processo formativo, que poderiam favorecer a construção dos componentes SMK e SPK? Esta questão vai ajudá-lo(a) a identificar quais comportamentos e atitudes devemos ter em qualquer processo formativo.

Os integrantes do Grupo 4 apresentaram dificuldades distintas em diversos momentos. *Pedro* não revelava dificuldade na utilização do GeoGebra, mas, sim, na parte pedagógica da tarefa, já *William* apresentou exatamente o contrário.

Evento Crítico 4: Grupo 4 - Escolha do objetivo/objeto de análise da tarefa– “Volume de um cilindro”

Bianca: Conseguiram encontrar algum conceito para a tarefa?

Pedro: Estamos trabalhando dentro da geometria espacial com volume do cilindro. Aqui nós vamos trabalhar com aproximação do volume do cilindro por polígonos inscritos e circunscritos. A nossa intenção é que o aluno perceba que, quando a gente aumenta o número de lados, obtemos uma aproximação maior [entre as figuras]. Ou, em outras palavras, que a razão entre os dois fica bem próxima de 1, porque eles vão ficando praticamente iguais.

Bianca: O objetivo da tarefa é fazer o aluno perceber o valor aproximado entre os dois? É isso?

Pedro: Sim, a aproximação do cilindro é pelo volume do polígono que já é mais conhecido.

Bianca: Nossa, eu não imaginava que hoje teríamos uma tarefa com esse objetivo. Se fosse aplicar para um ano específico, qual seria? Vocês preveem alguma dificuldade por parte dos alunos?

Pedro: Não sei ao certo...não sei em qual ano os alunos aprendem isso. Sobre as dificuldades, talvez ao usar o GeoGebra, mas não sei ao certo.

William: A partir do 9.º é...na escola particular já é trabalhado no 9.º, talvez eles teriam um pouco de dificuldade usando a ferramenta [o GeoGebra]...mas o conteúdo é a partir do 9.º. Talvez seja melhor para o ensino médio, porque no 9.º, só de fosse no final.

Bianca: Entendi. Interessante o que vocês construíram para visualizar essa aproximação [na tarefa]. Sentiram alguma dificuldade?

William: Eu senti um pouco na construção no GeoGebra...o Pedro que bolou essa forma [a construção no GeoGebra].

Isso nos possibilitou observar que as diferenças entre as experiências profissionais e as habilidades dos integrantes fizeram com que as discussões entre eles servissem de complemento para as dificuldades do outro. Enquanto *Pedro* colaborava com a facilidade do manuseio do GeoGebra, *William* complementava com a experiência em sala de aula, fazendo com que a troca de conhecimento e experiência entre os integrantes atendessem à dificuldade do outro. Em cada evento crítico que apresentamos, trazemos uma questão a ser refletida, e não seria diferente para este. Vemos com frequência essa união de professores com diferentes experiências e habilidades para discutir sobre os desafios encontrados em sala de aula, sobre novos recursos para o ensino, para planejar e construir tarefas? Quando fazemos, é por livre escolha ou por “determinação” de uma instituição?

Antes do início das discussões, apresentaremos um conjunto de outros quatro eventos críticos correspondentes aos momentos em que cada grupo apresentou aos demais professores a tarefa investigativa elaborada por eles. Naquele momento houve a troca de ideias e opiniões entre todos os professores que participaram do processo formativo. Como esses foram os momentos que mais demandaram tempo no Encontro 6, os quatro eventos críticos a seguir serão um pouco mais extensos, com a finalidade de ampliar as informações mais importantes e algumas discussões que ocorreram.

Evento Crítico 5: Grupo 1- Socialização e discussão da tarefa investigativa elaborada sobre volume de prismas e pirâmides.

Matheus: *Essa é uma tarefa que envolve tanto prismas quanto pirâmides. O que a gente quis fazer foi uma pirâmide que a gente conseguisse alterar a posição do vértice do topo da pirâmide e conforme o GeoGebra...calculasse o volume. Os alunos iriam verificar o que acontecia com o volume da pirâmide quando você alterasse esse ponto do vértice do topo da pirâmide. A gente fez aqui um “roteirozinho” de como a gente cria...as figuras. A ideia não é construir um objeto de aprendizagem onde os alunos só mexem os controles deslizantes para ver o que acontece. A gente quis fazer com que os alunos mexessem diretamente no GeoGebra para eles fazerem as construções.*
[...]

Renata⁸: *O que vocês consideram que eles já saberiam antes de fazer essa tarefa?*

Amanda: *Que eles já conhecem os volumes. Que sabem como calcular o volume, que precisa da área da base, precisa da altura.*
[...]

Renata: *Mas vocês não pediram para acompanhar os volumes das...vocês perguntaram qual era a relação, não é? Então estava mais para enfatizar a relação que existe entre o volume do prisma e da pirâmide.*

Amanda: *Isso.*

Bianca: *Qual foi a parte mais difícil para vocês construírem essa tarefa?*

Matheus: *A gente tentou primeiro fazer a tarefa com cilindro e cone e a gente não conseguiu.*
[...]

⁸ Professora formadora

Camila: *Assim...depois dessa atividade do hexágono, [base do prisma e da pirâmide]como é simples, a gente poderia promover que mudassem a base para o pentágono regular, ou um outro polígono, para eles acharem o centro que seria mais complicado para eles entendeu?*

[...]

Marcos: *Nessa tarefa você disse que vocês chegaram a discutir que seria um pouco mais complicado...quais são as dificuldades que os alunos teriam na resolução?*

Camila: [...] *A ideia de achar um centro...essas coisas...porque no hexágono é fácil, é visual...,mas assim, se você alterar o polígono da base eu acho que não é tão visual assim e aí apareceriam as dificuldades.*

Bianca: *Alguém tem alguma sugestão para a tarefa deles? Alguma pergunta?*

Erivaldo: *A dificuldade maior do ensino médio é conhecer o programa[SGD] e o que pode ser feito no programa...então...essa atividade ela tem que ser o mais objetiva possível [...]ele [o aluno]vai demandar tempo para conhecer todos os recursos.*

Camila: *Foi por isso que a gente fez...se você olhar no nosso roteiro a gente colocou a figura de todos os comandos e a localização dos comandos.*

Erivaldo: *Mas demanda tempo para ele procurar.*

Camila: *Realmente, demanda tempo [...]na tarefa estamos mostrando o local de cada ferramenta para facilitar a construção dele. Como eu falei com a Bianca, a gente não pode apresentar um objeto de aprendizagem já pronto? Para o aluno só movimentar? Aí o grupo concluiu que isso não seria tão interessante, que não cativaria o aluno, o fato de a construção já estar pronta. Então a gente elaborou um processo para que o aluno conseguisse construir.*

Marcos: *É...com a construção pronta seria algo mais exploratório. Quando a pessoa faz é mais investigativo.*

Podemos observar que o Grupo 1 escolheu elaborar uma tarefa se preocupando em garantir que o aluno participe do processo de construção das figuras, o que, segundo os integrantes do grupo, faz com que os alunos explorem o GeoGebra e investiguem o que eles prepararam para cada questão. Para facilitar a construção das figuras no *software*, eles prepararam um roteiro para os alunos seguirem, com a imagem de todas as ferramentas que eles precisariam e na ordem que iriam utilizar. Ao observarmos a tarefa pronta, notamos que o roteiro formado pelo grupo seria fácil de acompanhar até mesmo pelos alunos que nunca tiveram contato com o GeoGebra. Quando *Erivaldo* sugeriu que a tarefa precisaria ser mais objetiva, notamos que ele não se sentia confortável com uma tarefa em que o aluno participasse do processo de construção, pensando nas dificuldades que o aluno poderia obter no desenvolvimento da tarefa. Sobre isso, vamos primeiro observar o próximo evento crítico e, depois vamos fazer um *link* com este primeiro.

Evento Crítico 6: Grupo 2 - Socialização e discussão da tarefa investigativa elaborada sobre a Relação de Euler.

Erivaldo: *Eu vou trabalhar os poliedros [...]fugindo um pouco do que foi apresentado pelo outro grupo, eu fugi da parte da construção. Alguns alunos meus já conhecem também o GeoGebra, mas sempre tem aquela dificuldade.[...]Eu escolhi aquela*

relação de Euler $F + V = A + 2$. [...]As questões que eu coloquei aqui são questões investigativas porque eu acredito que seja isso...investigar alguma coisa e depois concluir. O GeoGebra oferece...aquela página oferece diversos recursos, não só a parte de construção, mas oferece jogos, oferece vídeos, então no momento de uma aula você pode explorar também o vídeo. Então coloquei aqui ó...o vídeo. [...]Assistiu esse vídeo, vai ter uma atividade até a questão 4, que são atividades que você pode explorar as formas geométricas. [...] E agora ele vai poder fazer uma simulação. Então o ideal aqui é que o aluno movimente apenas o deslizante 1 que é o número de lados e o deslizante de planificação. [...]O professor vai construir uma tabela [...]ele [o aluno] vai completar essa tabela com os valores sobre face, arestas e vértices, olhando essa parte da simulação. [...] Depois de preencher aquela tabela, ele vai testar aquilo que ele preencheu na tabela, na questão: verifique, testando a relação $F + V = A + 2$ se é verdadeira para todos os prismas dessa atividade. [...]Qual é a dificuldade...eu acredito olhando aqui que o aluno não vai ter dificuldade nenhuma, mas na hora pode surgir alguma dificuldade lá.

Renata: Eu gostaria de fazer alguns comentários...elogios, como você falou né, foi a questão de você ter selecionado diferentes mídias para usar na sua atividade...eu acho isso interessante. [...]outra coisa que eu gostaria de perguntar, você disse que a atividade é investigativa...será que se a gente apresenta só para eles verificarem se ela é válida ou não...é uma atividade investigativa?

Erivaldo: [...] O aluno pode fazer esse processo de contagem pela tabela. Eu acredito que essa tarefa é investigativa de apenas ver a veracidade dela...

Renata: Então...mas será que isso caracteriza a atividade investigativa? Só verificar se uma relação é válida ou não?

Erivaldo: Exato, o aluno está investigando se é válido ou não.

Amanda: É...ele já a deu construída. Os alunos poderiam chegar pela atividade nessa relação.

[...]

Marcos: É que na investigação de fato você não sabe aonde vai chegar...entendeu? Você vai dando pistas, pedindo para eles fazerem testes e irem reformulando para conseguir chegar no teu objetivo final que no caso seria esse.

[...]

Renata: Eu não sei...assim...que você tem receio que seus alunos não cheguem na relação só contando...da minha experiência de ter feito [...] eles chegam. Eu achei interessante a planificação para identificar as faces. A minha sugestão seria não dar a relação e tentar fazer com que eles cheguem nela.

Bianca: Então poderia acrescentar uma questão na tarefa.

Renata: Poderia ser assim...ao pedir para o aluno preencher a tabela fazer uma pergunta “existe uma relação entre esses números?”... “qual é a relação?”.

A questão que *Erivaldo* levantou na apresentação do Grupo 1 está diretamente ligada com a tarefa elaborada por ele. Por esse motivo apresentamos primeiro o evento crítico anterior para, só após, fazermos uma análise deste momento.

Vemos, com esse evento, que a tarefa que ele elaborou possui um objetivo com potencial investigativo. Entretanto, esse professor parece sentir-se desconfortável porque o aluno constrói sua própria conjectura e a coloca em prova para validá-la ou refutá-la. Com isso, acaba

direcionando o aluno até o objetivo da tarefa, minimizando as dificuldades encontradas durante o desenvolvimento e reduzindo o grau de complexidade da tarefa e, conseqüentemente, o potencial que a tarefa possui.

Pensar nas dificuldades que o aluno venha a ter durante a tarefa é papel do professor no momento do planejamento, porém é interessante lembrar que dificuldades são, muitas vezes, desafiadoras – e não limitantes. Vale a pena ressaltar uma breve diferença entre elas: a dificuldade desafiadora é aquela que instiga o aluno a encontrar uma maneira de resolver a questão, porém sabemos que o aluno possui o conhecimento prévio que é necessário. Já a dificuldade limitante pode inibir o desenvolvimento do aluno na tarefa, fazendo com que ele não consiga avançar para o próximo item ou a próxima questão. É essa preocupação que vimos em *Erivaldo*, porém, neste caso, uma tarefa que era para ser investigativa, acabou perdendo seu potencial exploratório e investigativo. Veremos no próximo evento crítico o momento de socialização da tarefa elaborada pelo Grupo 3.

Evento Crítico 7: Grupo 3 - Socialização e discussão da tarefa investigativa elaborada sobre planificação de um prisma.

Mauro: *É a primeira vez que estou tendo o contato com o GeoGebra. Os objetivos [da tarefa]...na verdade...é para introduzir os elementos geométricos...que a gente utiliza no cotidiano. [...]Basicamente o que a gente vai fazer é pedir para eles [os alunos] criarem um prisma e aí eles vão comparar essa planificação desse prisma e com isso a gente vai utilizar os objetos do cotidiano. [...] A gente pode usar, por exemplo, um papel para eles dobrarem, mas com o GeoGebra facilita muito mais com eles mesmos tendo contato com o GeoGebra. [...]Os desafios que a gente encontrou basicamente para aplicar essa aula...essa daí é uma primeira aula, uma aula introdutória. O desafio basicamente é a defasagem desses alunos então os alunos que não possuem uma bagagem...acho que eles serão o nosso maior desafio para um primeiro contato com o GeoGebra e embasar um problema do cotidiano.*

Bianca: *Vocês falaram que...na verdade essa tarefa é...destinada para alunos que não tiveram contato com o GeoGebra.*

Mauro: *Isso.*

Bianca: *Então é ela bem introdutória...vocês teriam um passo a passo para a construção dessa figura com os alunos? Porque, se eles não conhecem o GeoGebra, eles não conseguiriam, por exemplo, construir o cubo e depois fazer a planificação e fazer os controles deslizantes...vocês planejaram fazer um passo a passo para a construção para os alunos seguirem?*

Mauro: *É...a gente planejou assim [...]a gente ia fazendo e eles iam acompanhando e fazendo junto. [...]*

Bianca: *Certo.*

Renata: *O que são os controles [controle deslizante]? Um é para a planificação...e os outros? O que eles estão mudando?*

Mauro: *É para alterar o número de lados da base, a altura do prisma e um é o comprimento do lado da base.*

Renata: *Está...comprimento, número de lados e altura.*

Mauro: *Isso.*

Renata: *A ideia então é explorar o conceito do prisma?*

Mauro: *Isso.*

Renata: *Vocês pensaram em explorar a planificação feita aí para justamente para definir o que é um prisma? Por que o que caracteriza um prisma? Ele tem que ter o quê? Como é que são as faces de um prisma? [...] São retângulos [as faces]. É justamente isso que caracteriza um prisma. Então na planificação...você poderia aproveitar a planificação para ver que, quando você muda o número de lados do...da sua base...você está mudando a base e a...o que seria a face paralela a base. Isso [a base] mudou, pode ser triângulo pode ser quadrado pode ser hexágono, pentágono, qualquer coisa...,mas as outras faces são retangulares...sempre...e é isso que caracteriza o prisma. Então isso daria para ver na planificação.*

Erivaldo: *Ou paralelogramo.*

Renata: *Bem observado...se ele for oblíquo [o prisma] são paralelogramos [as faces]. Então nas faces...é um retângulo ou paralelogramo.*

Com esse evento crítico, vemos como foi importante a discussão sobre a tarefa após a apresentação do Grupo 3. Já que os integrantes desse grupo não possuem experiência em sala de aula, a troca de ideias favoreceu para que eles pudessem potencializar a tarefa que elaboraram, pensando no objetivo que tinham designado. Isso contribui fortemente para a construção da base de conhecimentos do professor de matemática, ainda mais quando a discussão ocorre entre professores com diferentes experiências e habilidades. A seguir apresentamos o evento crítico do momento de socialização da tarefa elaborada do Grupo 4.

Evento Crítico 8: Grupo 4 - Socialização e discussão da tarefa investigativa elaborada sobre volume de um cilindro.

William: *[...] O objetivo principal é conhecer o software GeoGebra para explorar o volume do cilindro. No caso nosso trabalho aqui hoje é só em cima do cilindro está bom? [...] A quantidade de aulas depende...no caso nós colocamos 1 aula ou 2 [aulas] uma para o aluno que já conhece um pouquinho do GeoGebra e 2 para aqueles que estão tendo um primeiro contato. Bom, na tarefa temos o seguinte: “Peça para os alunos acessarem o objeto de aprendizagem e interajam com os controles deslizantes”. Bom, no 2.º passo: “os alunos deverão observar os volumes dos três sólidos e deverão compará-los. Logo em seguida, os alunos deverão elaborar uma planilha com os volumes dos cilindros e prismas”...o próprio software já oferece esse recurso. [...] “Ao aumentar o número de lados dos prismas o que acontece com o volume deles?” [...]*

Pedro: *É que, quando aumenta o número de lados...os prismas...dentro e fora [inscrito e circunscrito]...eles se aproximam do cilindro então é uma maneira de aproximar o volume ao volume do cilindro. [...] aqui é o volume do cilindro, aqui é o volume do prisma dentro e aqui é o volume do prisma por fora.*

Renata: *[...] na verdade é um prisma inscrito e circunscrito.*

Pedro: *Isso.*

[...]

Bianca: *Você acha que para fazer essa tarefa os alunos teriam alguma dificuldade no desenvolvimento dela?*

William: *Teriam...se eles não conhecessem o software e com certeza vão ter no dia a dia.*

[...]

Renata: *Eu vejo essa atividade com muito potencial, mas ela precisa ser mais bem trabalhada. Olha tem tanta coisa envolvida aí...tem conceito de infinito, tem uma porção de coisas envolvidas, e essa história de assim, por exemplo, o conceito de volume é muito fácil de você trabalhar, dizendo que você preenche com unidades de volume...certo? Você preenche com unidades de volume e você calcula o volume...bom, quando isso é prisma de base quadrada é fácil...mas e o redondo? Então, para fazer a relação de que o volume do prisma equivale ao volume do cilindro sendo área da base vezes altura, essa ideia é muito interessante, certo? Por que tem um prisma inscrito que quando você aumenta o número de lados você tende ao volume do cilindro e tem um prisma circunscrito que também tende ao volume do cilindro, certo? Tem conceitos aí que são trabalhados na universidade, então tem muito potencial. Agora, onde vai conseguir fazer isso...eu sei...mas eu acho muito interessante. Eu acho assim, mais para o final do ensino médio talvez, mas enfim, achei interessante...precisa pensar no potencial que ela tem e ver como trabalhar isso.*

Amanda: *Eu acho que no terceiro ano seria melhor aplicado.*

Renata: *Então, mas até hoje a gente não tinha pensado nada interessante para volume do cone, e isso é muito interessante. Só precisa dar uma “trabalhadinha” melhor.*

Nesse último evento crítico, observamos que os integrantes desse grupo não tinham pensado na potencialidade e na diversidade que a tarefa elaborada possuía. Quando *Renata* pondera que a tarefa poderia ser desenvolvida até mesmo nos cursos superiores, os professores que estavam no processo formativo se mostraram, na maioria, pensativos, pois nenhum deles tinha experiência com aulas de nível superior. Isso colaborou para que pudessem ter um vislumbre do que poderia ser desenvolvido em um ambiente no qual eles ainda não haviam ministrado aulas.

Com esses quatro últimos eventos críticos, percebemos que metade dos grupos tiveram suas tarefas com seu potencial expandido, quando ela foi compartilhada com os outros professores no processo formativo. A perspectiva de um outro docente no momento do planejamento e da discussão de tarefas planejadas normalmente resulta no aumento da potencialidade da tarefa, ainda mais quando há uma diversidade de experiências profissionais e habilidades entre professores.

Até este momento, discorremos a respeito das ações e das reflexões referentes ao processo de elaboração das tarefas e sua socialização. Entretanto, ainda não abordamos as nossas observações a respeito das características de cada tarefa elaborada nem analisamos se elas possuem cunho investigativo. Para auxiliar o acompanhamento da análise, apresentamos no Quadro 4 componentes e características de cada tarefa elaborada pelos professores, estabelecendo uma sistematização e um panorama delas e complementando os eventos críticos apresentados e analisados.

Quadro 4 - Características das tarefas elaboradas

Grupo 1	
---------	--

	<p>Conceito de GE: Relações entre os volumes de prismas e pirâmides de mesma base e altura; relações entre pirâmides retas e oblíquas de mesma base e altura.</p> <p>Objetivo: Levar o aluno a perceber, a partir de uma construção feita com o <i>software</i> GeoGebra, a relação entre o volume de prismas e pirâmides de mesma base e altura.</p> <p>Questões:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Qual a relação existente entre o volume de um prisma e de uma pirâmide que possuem a mesma base e altura? 2) O que podemos afirmar sobre o volume das diferentes pirâmides obtidas? Qual a conclusão a que você chega, após analisar as diferentes construções? 3) Qual a posição do vértice externo à base da pirâmide, para que as arestas laterais sejam todas congruentes? Você conseguiria determinar esse ponto? <p>Uso de construções ou OA⁹: Construções pelos alunos.</p> <p>Tarefa de cunho investigativo: Sim.</p>
Grupo 2	<p>Conceito de GE: Relação de Euler nos poliedros.</p> <p>Objetivo: Identificar os elementos aresta, vértice e face nos prismas. Reconhecer a relação entre esses elementos.</p> <p>Questões: a tarefa elaborada não possui questões e sim orientações, que são as seguintes:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Os prismas regulares retos são caracterizados por duas faces (bases). De acordo com seu formato ou número de lados, o prisma é denominado. Mova o ponteiro número de lado (deslizante) e identifique o polígono que forma a base. 2) Na situação inicial do controle (prisma triangular) conte os elementos face, vértice e aresta. Idem para os demais prismas. 3) Verifique, testando a relação $F+V = A + 2$, se é verdadeira para todos os prismas dessa atividade. <p>Uso de construções ou OA: OA</p> <p>Tarefa de cunho investigativo: Não.</p>
Grupo 3	<p>Conceito de GE: Conceitos da superfície de um prisma.</p> <p>Objetivo: Apresentar um conceito de prisma; fazer com que o aluno compreenda as particularidades das planificações de um elemento geométrico; permitir o contato do aluno com o Programa GeoGebra. Concluir a tarefa, explicando a relação de área e superfície.</p> <p>Questões: Não especificado na tarefa elaborada.</p> <p>Uso de construções ou OA: OA</p> <p>Tarefa de cunho investigativo: Não.</p>

⁹ Chamamos de Objeto de Aprendizagem as construções que já foram realizadas pelo professor previamente, deixando ao aluno o uso de controles deslizantes como meio de interação com o GeoGebra.

Grupo 4	<p>Conceito de GE: Volume do Cilindro</p> <p>Objetivo: Conhecer o <i>software</i> GeoGebra e explorar o volume do cilindro.</p> <p>Questões: A tarefa elaborada não possui questões, e sim orientações destinadas para professores que aplicariam a tarefa.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) Peça para os alunos acessarem o objeto de aprendizagem e interajam com os controles deslizantes, alterando o raio, a altura e o número de lados dos prismas inscrito e circunscrito. 2) Os alunos deverão observar os volumes dos três sólidos e deverão compará-los. 3) Os alunos deverão montar uma planilha com os volumes dos cilindros e dos prismas, deixando o raio e a altura fixos e variando o número de lados. 4) Ao aumentar o número de lados dos prismas, o que acontece com o volume deles? <p>Uso de construções ou OA: OA</p> <p>Tarefa de cunho investigativo: Sim.</p>
---------	--

Fonte: Elaborado pelos autores (2020)

Na análise das tarefas, destacamos que uma tarefa investigativa não possui inicialmente uma questão definida, ou seja, o aluno não tem delimitado o caminho que ele irá percorrer inicialmente. Isso faz com que ele delimite com seus pares o que poderá ser realizado para o desenvolvimento da tarefa (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2013). Em outras palavras, o aluno não sabe de início a que ele chegará, porém acaba sendo protagonista da criação de suas próprias conjecturas, das provas para validá-las ou refutá-las e da argumentação para aquilo que observaram. A investigação matemática em sala de aula busca desenvolver nos alunos o espírito da atividade matemática genuína.

Analisamos as tarefas elaboradas pelos professores, identificando aquelas que possuem um cunho investigativo. Observando-as, percebemos que os professores possuíam dificuldades para elaborar tarefas que solicitem do aluno ações investigativas. Os Grupos 1 e 4 criaram tarefas que possuem, de fato, um cunho investigativo. Entretanto, os Grupos 2 e 3 escolheram um conceito da matemática que oportuniza a realização de uma tarefa investigativa, porém a forma como planejaram a tarefa não proporciona ao aluno vislumbrar realizações investigativas.

Se observarmos as questões que cada grupo elaborou, as tarefas dos Grupos 1 e 2 possuem questões e/ou orientações que mostram que os alunos ainda não sabem exatamente o que eles precisam observar. No caso do Grupo 1, quando perguntado qual é a relação existente entre os volumes do prisma e da pirâmide, os alunos precisariam constatar que o volume da pirâmide é sempre um terço do volume do prisma, quando eles possuem a mesma base e altura, sem saber dessa relação. Eles chegariam a essa conclusão, observando vários valores de volumes nas figuras no GeoGebra, criariam suas conjecturas sobre as relações que eles acreditam que existam e realizariam o processo de prova. O mesmo ocorreu no Grupo 4, quando

foi delimitado que os alunos observassem os volumes de três sólidos para então chegarem a uma relação que eles ainda não sabiam e não foi mencionada na tarefa em momento algum.

Já na tarefa que o Grupo 2 elaborou, a relação de Euler já foi dada para que os alunos simplesmente a testassem e validassem. Dessa maneira, os alunos já têm delimitado, e sabem, o caminho a ser percorrido e não precisam criar suas conjecturas para trabalhar o processo de prova e argumentação. Assim também ocorre no Grupo 3: não havia questões ou orientações a serem seguidas, e os objetivos delimitados para a tarefa não indicam que os alunos descobrirão os conceitos definidos através de suas investigações, mas por meio da apresentação do professor.

Mesmo com o trabalho de tarefas investigativas em um processo formativo e em grupos, existe a dificuldade para criar tarefas com essas características. Entretanto, nos grupos que possuíam mais integrantes e naqueles em que os integrantes possuíam experiências e habilidades diferentes, as discussões realizadas durante o processo de criação favoreceram a elaboração de tarefas potenciais para o ensino de geometria espacial com o uso do GeoGebra.

Já os grupos que tinham apenas um integrante e aquele cujos integrantes possuíam a mesma experiência e habilidade não criavam discussões que favorecessem trabalhar essas questões. Isso nos mostra que um dos cenários mais propícios para a elaboração de tarefas com grande potencial para o ensino dessa disciplina envolve outros professores, que possuem experiências e habilidades distintas, já que isso favorece a discussão no momento de criação.

DISCUSSÃO DOS RESULTADOS E CONCLUSÃO

Com a apresentação dos eventos críticos, podemos levantar alguns pontos importantes a serem discutidos, já que delimitamos como objetivo para este artigo: *analisar o processo de elaboração de tarefas investigativas sobre o ensino de geometria espacial, com o uso do software GeoGebra por professores de matemática durante um processo formativo.*

Discutindo os resultados da pesquisa aqui retratada, iniciamos pelo momento em que o professor atua sozinho durante o ensino pela relação com o planejamento de aulas e a elaboração de tarefas. Frequentemente, os professores trabalham sozinhos nos momentos de planejamento, elaboração e até mesmo de reflexão sobre suas aulas, como se isso fosse inerente à profissão docente. Entendemos ser fundamental incentivar a atuação dos professores em pares, principalmente, nas atividades docentes realizadas fora da sala de aula.

Trazendo essa situação para o cenário do uso do GeoGebra em sala de aula, a atuação em pares e em grupos de professores nesse processo de elaboração da aula e da tarefa é indispensável, independentemente da experiência profissional dos professores. Identificamos o cuidado necessário ao processo de elaboração de uma tarefa investigativa usando como recurso o *software* GeoGebra e destacamos a potencialidade de integração do *software* GeoGebra para o ensino de GE. Em adição, vislumbramos que essa integração é potencializada quando temos um cenário de trabalho em conjunto com outros professores.

Mesmo que essa atuação em conjunto ocorra, é imprescindível a participação dos professores em processos formativos para a construção STAMPK, como ocorreu no curso de extensão, que contribuiu para a construção do TK, SMK e SPK. Identificamos isso, principalmente, nos momentos de discussão, dos quais os professores formadores participaram: eles favoreceram, direcionaram e moveram informações importantes nas discussões que

surgiram ao final do Encontro 6, relacionadas ao caráter pedagógico e investigativo da tarefa. Muito embora nem todos os grupos tenham alcançado o que tínhamos delimitado no início do Encontro 6, o processo formativo oportunizou que seis dos nove participantes colaborassem para a elaboração de tarefas investigativas com potencial para o ensino de geometria espacial usando o GeoGebra.

As discussões entre os professores com diferentes experiências profissionais, durante o momento de socialização, colaboraram para que as tarefas desenvolvidas inicialmente pudessem ter seu potencial ampliado, o que só se torna possível quando os professores discutem sobre aspectos conceituais que poderiam ser trabalhados e desenvolvidos nas tarefas, pensam nas dificuldades e na aprendizagem de seus próprios alunos e estabelecem relação com a construção do STAMPK. Dessa forma, os resultados indicam que as ações essenciais dos professores favorecem a construção dessa base de conhecimento proposta por Getenet (2017), ações em pares e/ou grupos, discussão e socialização de ideias, que precisam ser estimuladas e propostas pelos próprios professores, pensando no próprio desenvolvimento profissional, e não somente quando solicitadas por uma instituição. Afirmamos isso, pois é frequente a participação dos professores nesses momentos somente quando requisitados pelas escolas em que atuam. Isso pode impossibilitar a utilização desse tempo para desenvolver a construção dos componentes das bases de conhecimento em sua totalidade.

O processo de elaboração de tarefas foi iniciado com um momento para uma refletir sobre elementos importantes para compor uma tarefa, construí-la em grupo, socializá-la e discuti-la. Entretanto, os momentos mais significativos para potencializar as tarefas elaboradas foram os de socialização e discussão – no processo de elaboração, os que mais contribuíram para o desenvolvimento docente. Ressaltamos que é importante que a participação do professor em processos formativos se reflita na sua prática docente.

Pensando que o momento da elaboração foi sucedido pela aplicação dessa tarefa, uma forma de complementar este estudo seria observar como os professores conduziram a execução da tarefa elaborada em uma sala de aula, utilizando o GeoGebra com os alunos, após vivenciar este processo formativo. Deixaremos a análise da prática docente durante a execução da tarefa como um objeto de análise de uma próxima pesquisa.

O processo formativo para docentes que utilizam tecnologia para o ensino de geometria espacial é um tema que possui lacunas nas pesquisas acadêmicas (LECRER; PAZUCH, 2020). Sendo assim, sugerimos para futuras pesquisas o desenvolvimento do STAMPK em processos formativos de outros *softwares*, diante do cenário da ausência de pesquisas nessa área e pelo fato de o STAMPK ser uma base de conhecimento emergente.

REFERÊNCIAS

BALL, D. L., THAMES, M. H., PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? **Journal of Teacher Education**, v. 59, n. 5, p. 389–407, 2008.

BORBA, M. C.; SILVA, R. S.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática**: sala de aula e internet em movimento. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

BOZZA, M. Pensando o ensino de geometria espacial: estratégias didáticas que utilizam o software GeoGebra e materiais concretos. **Scientia cum Industria**, Caxias do Sul, v.3, n.3, p.134 -138, 2015.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros curriculares nacionais: Ensino médio**. Volume 2: Ciência da natureza, matemática e tecnologia. Brasília: MEC, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF, 2017. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/#/site/inicio>>. Acesso em: maio 2020.

CRESWEL, J. W. **Projeto de pesquisa: método qualitativo, quantitativo e misto**. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.

FASSARELLA, L. S.; ROCHA, R. J. Geogebra 3D: Relato de uma experiência na superação de dificuldades de aprendizagem em geometria espacial. **Kiri-Kerê: Pesquisa em Ensino**, Espírito Santo, n.5, p.261-275, 2018.

GETENET, S.T. Adaptando a estrutura do conhecimento pedagógico do conteúdo tecnológico para ensinar matemática. **Educational and Information Technologies**, Nova Iorque, v. 22, n. 5, p. 2629-2644, 2017.

LECRER, O. P. V. G.; PAZUCH, V. O ensino de geometria espacial: um panorama de pesquisas por meio de uma metassíntese. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 9, n. 20, 2020.

LOIZOS, P. Vídeo, filme e fotografias como documentos de pesquisa. In: BAUER, M. W.; GASKELL, G. (Org.). **Pesquisa qualitativa com texto, imagem e som**. 2. ed. Petrópolis: Vozes, 2008. p. 137-155.

MISHRA, P.; KOEHLER, M. J. Conhecimento Pedagógico do Conteúdo Tecnológico: um quadro de conhecimento dos professores. **Teachers College Record**. v. 108, n. 6, p. 1017-1054, 2006.

MIYAZAKI et al. Potentials for spatial geometry curriculum development with three-dimensional dynamic geometry software in lower secondary Mathematics. **International Journal for Technology in Mathematics Education**, Plimude, v.19, n.2, p.73-79, 2012.

MIZUKAMI, M. G. N. **Ensino: as abordagens do processo**. São Paulo: EPU, 1986.

MORETTI, V. D.; MOURA, M. O. Professores de matemática em atividade de ensino: contribuições da perspectiva histórico-cultural para a formação docente. **Ciência & Educação**, Bauru, v.17, n.2, p. 435-450, 2011.

PERKINS, D. N. The fingertip effect: How information-processing technology shapes thinking. **Educational Researcher**, Thousand Oaks, v. 14, n.7, p.11-17, 1985.

PINHEIRO, J. M. L. **Uma proposta para aplicação de atividades exploratórias e investigativas no virtual math teams with Geogebra**. 2013. 44 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2013.

PONTE, J. P. da. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. In: **Práticas profissionais dos professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p.13-27.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 3. ed. rev. ampl. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

POWELL, A. B.; FRANCISCO, J. M.; MAHER, C. A. Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento de ideias e raciocínios matemáticos de estudantes. **Bolema**, Rio Claro, n. 21, p.81-140, 2004.

POWELL, A. B.; PAZUCH, V. Tarefas e justificativas de professores em ambientes virtuais colaborativos de geometria dinâmica. **Zetetiké**, Campinas, v. 24, p. 191-207, 2016.

ROGENSKI, M. L. C.; PEDROSO, S. M. D. O ensino da geometria na educação básica: realidade e possibilidades. 2007. Disponível em:
<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/44-4.pdf>. Acesso em: 28 ago. 2020.

SCHUMANN, H. Interactive geometric constructions in the virtual space. **Boletín de la Sociedad Puig Adam de profesores de matemáticas**, Madrid, n. 86, p.12-54, 2010.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, Thousand Oaks, v. 15, n. 4, p. 4-14, 1986.

SHULMAN, Lee S. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, Cambridge, v. 57, p. 1-22, 1987.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**, Rio Claro, n.14, p.66-91, 2000.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. 17. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014.

Submetido em: 11 de Outubro de 2020.

Aprovado em: 17 de Dezembro de 2020.

Publicado em: 18 de Janeiro de 2021.

Como citar o artigo:

LECRER, O. P. V. G.; PAZUCH, V. Reflexão sobre o processo de elaboração de tarefas de geometria espacial em um movimento formativo de professores. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura - REMATEC**, v. 16, n. 37, p. 97-122, Jan.-Abril, 2021. DOI:

<https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2021.n37.p97-122.id280>