

Pesquisas sobre os processos de ensino e de aprendizagem da geometria

Research into the processes of teaching and learning geometry

Investigación de los procesos de enseñanza y aprendizaje de la geometría

Saddo Ag Almouloud  

José Messildo Viana Nunes  

Afonso Henriques  

Neste número temático da revista REMATEC são publicados artigos oriundos de investigações sobre os processos de ensino e de aprendizagem da geometria. A ideia desse número temático é reunir uma coletânea de artigos com resultados de investigações abrangendo desde os primeiros anos da Educação Básica até o Ensino Superior sobre os processos de ensino e de aprendizagem de geometria. Para tanto, contamos com contribuições de pesquisadores brasileiros e estrangeiros que dedicam suas pesquisas à essa temática.

Este volume é composto de quatorze artigos, que apresentamos de forma resumida.

O artigo «**Enseigner la géométrie plane en cohérence de 6 à 15 ans**» (en francês e inglês) é da autoria de **Marie-Jeanne Perrin-Glorian**. A autora tece reflexões sobre o ensino da geometria plana no contexto francês, com o objetivo de prever uma abordagem coerente em toda a escolaridade obrigatória que leve em conta a aprendizagem que geralmente é ignorada no ensino. Após uma análise das dificuldades do ensino da geometria, propõe uma abordagem da geometria baseada na análise, na reprodução e na construção de figuras com instrumentos de desenho, excluindo os instrumentos de medida, e na explicação das regras de utilização geométrica desses instrumentos, com o objetivo de conceituar os objetos geométricos teóricos de base e suas relações, em particular as retas, as circunferências, os pontos, os ângulos etc.

Alexandre Pereira Sousa, Renato Borges Guerra, José Messildo Viana Nunes, no seu artigo intitulado “**Geometria não euclidiana na formação do professor de matemática: oficinas de práticas matemática**”, evidencia-se a necessidade da inserção de conteúdos relativos à Geometria não euclidiana na proposta curricular do Curso de Formação de Professores de Matemática. Nesta perspectiva, propuseram oficinas de práticas matemáticas, na formação de professores, para fomentar a inserção de assuntos da geometria não euclidiana no currículo de cursos de licenciaturas em Matemática. Essas oficinas se mostraram ser um dispositivo importante para inserir esta área de conhecimento da matemática na formação de professores de Matemática.

O terceiro artigo **“Contributos do GeoGebra para exploração do Pensamento Computacional no contexto da Geometria”** de **Celina Aparecida Almeida Pereira Abar, Vieira de Almeida**, traz reflexões sobre o desenvolvimento de habilidades do Pensamento Computacional, por meio de atividades com os comandos do GeoGebra. A opção foi por uma metodologia qualitativa na qual surgiram relatos das experiências, nas diferentes etapas previstas e relacionadas com a formação de professores de Matemática. Espera-se que a proposta tenha reflexos positivos na prática docente, considerando as habilidades do Pensamento computacional e sua relação com a IA

O quarto artigo intitulado **“Construção e desconstrução geométrica: gestos intelectuais fundamentais para a aprendizagem da geometria”** de **Adalberto Cans, Mércles Thadeu Moretti**, tem por objetivo trazer reflexões que possam contribuir para consolidar o ensino das construções e desconstruções geométricas como requisito auxiliar básico à aprendizagem da Geometria. Apoiando-se na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval, os autores evidenciam as mudanças na trajetória das construções geométricas na educação brasileira, além disso, mostram que as construções geométricas realçam o valor heurístico da desconstrução geométrica e induzem que a prática desses gestos intelectuais pode mitigar danos cognitivos no conhecimento geométrico do sujeito.

“Atividades de estudo e pesquisa no âmbito da formação de professores: modelização de tarefas sobre óptica” de **Rita Lobo Freitas e Saddo Ag Almouloud**, é o quinto artigo, no qual apresenta-se os principais resultados de um percurso de estudo e pesquisa (PEP) sobre a geometria analítica, desenvolvido com estagiários de um curso de licenciatura em matemática, no estado da Bahia-Brasil. O objetivo do PEP foi o desenvolvimento de conhecimentos profissionais envolvidos nas situações de aprendizagem, modeladas por meio de problemas de óptica. O principal resultado foi a percepção de que houve alterações na constituição da formação matemática, tecnológica e didática dos estagiários, aspectos relacionados à formação profissional de futuros professores.

O sexto artigo intitulado **“As limitações da geometria euclidiana e a razão de ser de outras geometrias”** de **Milenko Schiavetti Basilio Kovacevic, Maria José Ferreira da Silva**, é uma pesquisa de cunho teórico, sob a perspectiva da Teoria Antropológica do Didático que tem por objetivo destacar o potencial das geometrias não euclidianas no ensino de matemática e sua relevância histórica e cultural ao considerar as limitações da geometria euclidiana e identificar suas razões de ser.

No artigo **“Noções geométricas nas aplicações de integrais definidas”**, **Afonso Henriques, Saddo Ag Almouloud** buscam respostas às seguintes questões: Qual relação as *aplicações de integrais definidas* de funções reais de uma variável real, tem com a geometria plana, analítica e espacial? Como é que os estudantes do ensino superior lidam com esta relação na resolução de tarefas propostas? Para responder a essas questões, os autores recorrem à teoria dos registros de representação semiótica, assim como às organizações didáticas locais propostas em livros de cálculo e de geometrias, culminando na análise de práticas de estudantes. Os resultados mostram que a relação está atrelada aos conceitos de medidas de áreas de regiões planas e de volume de sólidos, assim como de comprimentos

de curvas, mobilizando-se objetos do saber conhecidos pelos estudantes nas instituições anteriores ao ensino superior.

Renato Borges Guerra e Raquel Soares do Rêgo Ferreira, no seu artigo **“Uma re-flexão sobre o ensino atual da geometria”**, tecem reflexões o ensino de geometria nas escolas básica brasileira, frente ao tipo de transposições didáticas nelas utilizadas, em busca de traços de um possível modelo epistemológico que as tenham subsidiado. Para isso, análises espontâneas de fragmentos do percurso de estudos e investigações na matemática no entorno dos últimos quinhentos anos é empreendido, considerando a importância desse período para o desenvolvimento da matemática. Os autores concluem que a geometria ensinada nas escolas básicas pode ser vista como transposições didáticas da geometria com procedimentos algébricos propostas por estudiosos dos séculos anteriores ao século XVIII e apontam possíveis dificuldades no estudo de geometria bem como caminhos que retirem o seu estudo do isolamento temático em que se encontra atualmente nas escolas brasileiras.

No seu artigo **“Modelo Epistemológico de referência en torno al estudio de los vectores en la geometria”**, **Maritza Luna Valenzuela, Saddo Ag Almouloud, Maria Jose Ferreira da Silva, Francisco Javier Ugarte Guerra**, estudam e analisam os processos de transposição didática do vetor antes de ser transformado para ser ensinado, para externalizar aspectos importantes da constituição de um Modelo Epistemológico de Referência para o ensino de vetor. O estudo explicitou três modelos, a saber, o estudo de vetores na geometria sintética, na geometria analítica e na álgebra linear. Os elementos desses três modelos permitiram propor um modelo epistemológico de referência justificando uma razão de ser de vetores.

Sounkharou Diarra e Moustapha Sokhna, no artigo intitulado **«Analyse praxéologique des programmes et manuels de géométrie au niveau de la transition élémentaire-collège: les paradigmes géométriques en question »**, analisam os fundamentos colocados em prática nos programas de ensino e aprendizagem de geometria e nos livros didáticos, particularmente no quinto e sexto ano do ensino fundamental do Senegal. Essa análise deve possibilitar a compreensão da organização matemática dessa disciplina (geometria) nos currículos escolares e nos livros didáticos, levando em conta a questão dos paradigmas geométricos para compreender e explicar como as escolhas institucionais de ensino contribuem para as dificuldades de aprendizagem dos alunos no nível de transição entre o ensino fundamental e o ensino superior. Os resultados mostram que as organizações matemáticas presentes nesses livros didáticos e programas são incompletas (em termos de tipo de tarefa, técnica e tecnologia) e não levam em conta a transferência entre paradigmas geométricos no nível de transição entre o ensino fundamental e o ensino médio.

No artigo **“A aventura da criatividade matemática: o princípio de variabilidade na geometria elementar”**, **José Carlos Cifuentes e Alessandra Hendi dos Santos** tecem reflexões sobre a formação do professor de Matemática e do professor formador de professores na pesquisa matemática em nível elementar com propósitos didáticos. Para levar a cabo o estudo, os autores introduzem um princípio metodológico inovador que denominaram *princípio de variabilidade*, mostrando o seu funcionamento por intermédio de exemplos representativos especialmente no campo da geometria e trigonometria elementares. Mos-

tram como no campo da descoberta e criatividade matemáticas são importantes formas de pensamento matemático que priorizem a intuição e visualização sobre a forma de um argumento como meio de acesso ao conhecimento matemático.

No artigo **“O estudo das cônicas em um grupo de professores do ensino básico: reflexões a partir de uma investigação com encontros virtuais síncronos e interações assíncronas”**, **Gerson Pastre de Oliveira e Yuri Osti Barbosa** apresentam resultados de uma pesquisa qualitativa, com base na abordagem descritiva e interpretativa, que foi realizada no âmbito de um grupo de professores de matemática do ensino básico. Os autores analisaram como a organização de um grupo de estudos com encontros virtuais pode concorrer para a revisita e aprofundamento da noção de cônicas, em termos do conhecimento didático e tecnológico do conteúdo. Os resultados indicam que iniciativas de estudo continuado em ambientes virtuais devem levar em consideração as condições objetivas dos participantes, suas possibilidades e recursos para o acesso e participação efetiva.

Franck Bellemain, nos seu artigo **“Geometria instrumental: a transdisciplinaridade das formas para a pesquisa e o ensino em geometria”**, retoma uma reflexão sobre a pesquisa e o ensino da geometria, e isso sem colocar as tecnologias computacionais no centro dessa reflexão. O propósito é discutir, apoiado em alguns exemplos, a abordagem de uma geometria instrumental como área de pesquisa transdisciplinar e norteia seu ensino em torno da noção de forma para qual se propõe uma primeira caracterização. O texto é um ponto a pé inicial terminando com algumas perspectivas de continuidade da discussão.

No artigo **“Géométrie et modélisation intra-mathématique : le cas des vecteurs et du théorème de Thalès”** de **Pierre Job, Kevin Balhan e Ludovic Simonis** propõe-se traçar um caminho teórico que explique como seria possível introduzir as premissas da noção de vetor em uma perspectiva de modelagem intramatemática, mostrando como essa noção de vetor pode ser construída como uma ferramenta para aumentar a instrumentalidade do teorema de Tales, formulado de forma métrica, quando se trata de construir as equações cartesianas de retas no plano. Para alcançar esse objetivo, os autores tecem reflexões sobre a diferença entre a extramatemática e modelagem intramatemática. Essa distinção é funcional do ponto de vista da didática, pois destaca a ênfase excessiva na educação secundária (e além dela) no componente extra da modelagem matemática em detrimento do componente intra e, portanto, oferece chaves para a compreensão das dificuldades de compreensão dos conceitos matemáticos quando se tenta, por ignorância e/ou ideologia, forçá-los a um molde extra, embora sua razão de ser mais profunda seja de natureza intra.

Enfim, o artigo **“La Geometría Euclidiana y su transposición didáctica”**, de autoria de **Francisco Ugarte e Cecilia Gaita**, apresenta como a noção de transposição didática pode ser usada para explicar a gênese de um sistema de conceitos matemáticos, como a geometria euclidiana. Os autores consideram, também, os níveis de codeterminação, o contexto histórico-cultural e o desenvolvimento das sociedades, da ciência e da tecnologia. Eles mostram uma evolução constante das praxeologias, mas sobretudo a dependência do bloco prático-técnico da evolução do bloco tecnológico-teórico. Os autores concluem que uma transposição didática requer a construção prévia de um bloco tecnológico-teórico que também consiste em um tecido de organizações matemáticas de complexidade crescente.