REMATEC
REVISTA DE MATEMÁTICA, ENSINO E CULTURA

Representações Múltiplas no ensino de Álgebra e Resolução de Problemas: aspectos teóricos e práticos

Fabíola da Cruz Martins[1]
Universidade Estadual da Paraíba

Silvanio de Andrade[2]
Universidade Estadual da Paraíba

RESUMO

Este artigo tem como objetivo apresentar as potencialidades das Representações Múltiplas no ensino-aprendizagem de Álgebra através da Resolução de Problemas. A Pesquisa caracteriza-se como qualitativa, na modalidade de Pesquisa Pedagógica e foi desenvolvida por meio de uma Oficina com licenciandos em Matemática de uma Universidade Federal na Paraíba. Neste trabalho, utilizou-se a Resolução de Problemas em sua perspectiva atual, a qual é considerada uma metodologia de ensino-aprendizagem de Matemática. Os resultados apontam um notório avanço dos alunos, sobretudo na transição entre as representações, visto que eles passaram a utilizar a linguagem matemática para expressar as resoluções dos problemas, não recorrendo à tentativa e erro, como no início da Oficina. Portanto, evidencia-se que as Representações Múltiplas de Álgebra e a transição entre elas, aliada a Resolução de Problemas, favorecem uma aprendizagem com mais compreensão e contribui para a construção de uma nova postura frente ao ensino de Álgebra.
Palavras-chave: Educação Algébrica; Sistemas Lineares; Exploração-Resolução-Proposição de Problemas; Formação Inicial do Professor.

Multiple representations in the teaching of Algebra and Problem Solving: theoretical and practical aspects

ABSTRACT

This article aims to present the potential of Multiple Representations in teaching-learning Algebra through Problem Solving. The Research is characterized as Qualitative, in the Pedagogical Research modality and was developed through a Workshop with graduates in Mathematics from a Federal University in Paraíba. In this work, Problem Solving was used in its current perspective, which is considered a teaching-learning methodology in Mathematics. The results point to a notable advance of the students, especially in the transition between the representations, since they started to use the mathematical language to express the resolutions of the problems, not resorting to trial and error, as at the beginning of the Workshop. Therefore, it is evident that the Multiple Representations of Algebra and the transition between them, combined with Problem Solving, favor learning with more understanding and contribute to the construction of a new posture in the teaching of Algebra.
Keywords: Algebraic Education; Linear systems; Problem Exploration-Solving-Posing; Pre-Service Teacher.

Representaciones Múltiples en la enseñanza de Álgebra y Resoluciones de Problemas: aspectos teóricos y prácticos

RESUMEN

Este artículo tiene como objetivo presentar las potencialidades de las Representaciones Múltiples en la enseñanza-aprendizaje de Álgebra por medio de la Resolución de Problemas. La encuesta está caracterizada como Cualitativa, en la modalidad de Encuesta Pedagógica y fue desarrollada por medio de un taller con licenciados en Matemática

[1] Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Paraíba (UEPB). Professora de Matemática na Secretaria de Estado da Educação e da Ciência e Tecnologia (SEECT), Cacimba de Dentro, Paraíba, Brasil. Rua Bela Vista, 364, Centro, Cacimba de Dentro, Paraíba, Brasil, 58230-000. ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6838-9671. E-mail: fabiolaa--@hotmail.com.

[2] Doutor em Educação pela Universidade de São Paulo (USP). Professor no departamento de Matemática na Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), Campina Grande, Paraíba, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Desembargador Trindade, 332, Campina Grande, PB, Brasil CEP: 58400-000. ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1490-812X. E-mail: silvanio@usp.br

REMATEC, Belém (PA), v. 16, Fluxo Contínuo, p. 277-294, Jan.-Dez., e-ISSN: 2675-1909, 2021
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2021.n.p277-294.id360

de una Universidad Federal en Paraíba. En este trabajo, se utilizó la Resolución de Problemas en su perspectiva actual, la cual es considerada una metodología de enseñanza-aprendizaje de Matemática. Los resultados apuntan un notorio avance de los alumnos, sobre todo en la transición entre las representaciones, visto que ellos pasaron a utilizar el lenguaje matemático para expresar las resoluciones de los problemas, no recurriendo a la tentativa y error, como en el inicio del Taller. Por lo tanto, se evidencia que las Representaciones Múltiples de Álgebra y la transición entre ellas, aliada a la Resolución de Problemas, favorece una aprendizaje con más comprensión y contribuye para la construcción de una postura frente a la enseñanza de Álgebra.
Palabras-llave: Educación Algébrica; Sistemas Lineares; Exploración-Resolución-Proposición de Problemas; Formación Inicial del Profesor.

INTRODUÇÃO

A Álgebra está presente nos currículos da Educação Básica, nos cursos de Licenciatura, Bacharelado, Pós-Graduação, dentre outros. Ela consiste em um ramo da Matemática que compreende diversos campos e áreas, tendo em cada campo o seu objeto de estudo, suas aplicações e suas especificidades. O interesse legal em introduzi-la no ensino brasileiro ocorreu com a Carta Régia de 19 de agosto de 1799, a qual recomendava uma introdução de forma independente, assim como a Aritmética, a Geometria e a Trigonometria, disciplinas que já faziam parte do ensino (MIGUEL, FIORENTINI; MIORIM,1992).

No início do século XIX, a Álgebra foi introduzida pela primeira vez no ensino secundário brasileiro e, até meados do século XX, ocupava grande espaço nos programas do ensino básico e secundário. No fim do século XX e começo do século XXI, como ressaltam Sousa, Panossian e Cedro (2014), houve grande valorização na perspectiva que considera a Álgebra como uma ferramenta para a resolução de problemas, a qual incentivava os alunos a resolver problemas da Álgebra, não utilizando necessariamente o transformismo algébrico, mas, recorrendo a outras representações, tais como tabelas, planilhas e outros.

A Álgebra assume um papel importante na formação dos alunos, contudo, é perceptível que o seu ensino não tem sido reconhecido por eles, como algo relevante em seu desenvolvimento. Como afirmam com Sousa, Panossian e Cedro (2014, p. 46) “a álgebra tem se tornado, quase que a fonte principal do processo de alienação dos estudantes em relação à aprendizagem dos conhecimentos matemáticos”.

No contexto do ensino de Álgebra, as pesquisas destacam diversas problemáticas emergentes em nossas salas de aulas nos anos atuais que podem levar a tal alienação, neste trabalho, destacamos a ênfase a representação algébrica e uso do transformismo algébrico e a separação entre conceitos algébricos e técnicas. Acredita-se que quando não há a percepção de que a aprendizagem das técnicas deve ser embasada na aprendizagem dos conceitos, isso dificulta a aprendizagem, uma vez que os alunos dedicam muito tempo com repetições exaustivas em listas de exercícios e, na maioria das vezes, não compreendem o conceito.

Nesse contexto, este artigo tem como objetivo apresentar as potencialidades das Representações Múltiplas no ensino-aprendizagem de Álgebra através da Resolução de Problemas, buscando proporcionar reflexões sobre novas posturas no ensino de Álgebra. A pesquisa aqui apresentada é fruto da dissertação de mestrado da primeira autora, a qual versou sobre o “Ensino-aprendizagem de Sistemas Lineares na formação do Professor de Matemática via Exploração, Resolução e Proposição de Problemas” (MARTINS, 2019).

Referente a estrutura do trabalho, inicialmente, apresentamos o nosso aporte teórico sobre as Representações Múltiplas de Álgebra, fundamentados em Friedlander e Tabach (2001) em consonância com Duval (2003) e sobre a Resolução de Problemas como metodologia de ensino, tendo como embasamento as definições de Van de Walle (2009), Onuchic e Allevato (2011) e Andrade (1998, 2017). Em seguida, apresentamos a metodologia da pesquisa e, por fim, discutimos os resultados obtidos, dando ênfase a uma atividade aplicada na pesquisa, destacando nossas observações e as contribuições.

REFERÊNCIAL TEÓRICO

As Representações Múltiplas no ensino de Álgebra

A ideia da utilização das Representações Múltiplas no ensino de Álgebra está presente nos documentos oficiais, sendo recomendada inicialmente nos *Principles and Standards for School Mathematics*, documento organizado pelo *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), no ano 2000, nos EUA. De acordo com o *Standards* (2000, p. 75), a representação é considerada como um padrão de procedimento, dessa forma, “o termo representação refere-se tanto ao processo como ao resultado – por outras palavras, à aquisição de um conceito ou de uma relação matemática expressa numa determinada forma à forma em si mesma”.

Friedlander e Tabach (2001) apresentam a ideia de Representações Múltiplas de Álgebra a partir de quatro representações, a saber: representação verbal, representação numérica, representação gráfica e representação algébrica. De acordo com os autores, o uso das representações tem o potencial de tornar o processo de aprendizagem de Álgebra significativo e efetivo.

A representação verbal geralmente é usada para apresentar um problema e é necessária na interpretação final dos resultados obtidos na solução do processo. A representação numérica é familiar para os estudantes no início da fase do estudo de Álgebra, sendo importante para adquirir uma primeira compreensão de um problema e para a investigação de casos particulares. A representação gráfica é eficaz em fornecer uma imagem clara de uma função real de uma variável real. A representação algébrica é concisa, geral e efetiva na apresentação de padrões e modelos matemáticos.

Podemos relacionar as Representações Múltiplas da Álgebra citadas com as Representações Semióticas apresentadas por Duval (2003), a saber: sistemas de numeração, figuras geométricas, escritas algébricas e formais, as representações gráficas e a língua natural.

De acordo com Duval (2003), a compreensão de um saber é manifestada a partir da apresentação das diversificadas formas de representação e a apropriação do seu significado acontece por meio das conversões estabelecidas entre as diversas formas de representar o objeto. Para o autor, “as conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados: por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica”. (DUVAL, 2003, p. 16).

No entanto, tradicionalmente, estas representações são utilizadas de maneira isolada, sendo priorizada a representação algébrica e, mais adiante, a representação gráfica, não havendo transições entre as representações. De acordo com Friedlander e Tabach (2001), se utilizadas dessa forma, nenhuma das representações consegue abranger a totalidade de um conteúdo, pois, embora possuam inúmeras vantagens, elas também possuem desvantagens, como podemos ver no quadro a seguir:

Quadro 1 – Vantagens e desvantagens das Representações Múltiplas de Álgebra

Representação	Vantagens (potencialidades)	Desvantagens (limitações)
Verbal	• Possibilita ambiente natural para entender seu contexto e comunicar sua solução; • Facilita a apresentação e aplicação de padrões gerais; • Possibilita a conexão entre a matemática e outras áreas;	• Pode ser ambígua e provocar associações irrelevantes ou enganosas; • É menos universal; • Sua dependência do estilo pessoal pode ser um obstáculo na comunicação matemática;
Numérica	• Familiar para os estudantes na fase inicial com Álgebra; • Oferece uma ponte eficaz para Álgebra e precede as outras representações; • Importante na compreensão inicial de um problema e na investigação de casos particulares;	• Pode não ser eficaz em fornecer um quadro geral; • Alguns aspectos ou soluções importantes de um problema podem ser perdidos; • É uma ferramenta limitada na resolução de problemas;
Gráfica	• Eficaz em fornecer uma imagem clara de uma função real estimada de uma variável real; • Os gráficos são intuitivos e atraentes aos que gostam de uma abordagem visual;	• Pode não ter a precisão necessária, é influenciada por fatores externos (como escala); • Sua utilidade como ferramenta matemática varia de acordo com a tarefa em questão;
Algébrica	• Concisa, geral e efetiva na apresentação de padrões e modelos matemáticos; • A manipulação de objetos algébricos às vezes é o único método de justificar ou provar declarações gerais.	• O uso exclusivo de símbolos (em qualquer estágio de aprendizagem) pode dificultar o significado matemático ou natureza dos objetos representados, causando, dificuldades na interpretação dos seus resultados.

Fonte: Elaboração baseada em Friedlander e Tabach (2001).

Destacamos essas vantagens e desvantagens no sentido de apresentar as potencialidades e limitações de cada representação e de evidenciar a importância e a necessidade de utilização simultânea de várias representações, uma vez que, isoladamente, nenhuma representação pode abranger todas as potencialidades.

Friedlander e Tabach (2001) apontam para a necessidade de os professores e desenvolvedores do currículo estarem conscientes da necessidade de trabalhar em um ambiente de múltiplas representações, isto é, um ambiente que permita a representação de um problema e sua solução de várias maneiras, pois acreditam que esta é uma forma de atender aos estilos individuais de pensamento dos alunos, como também, acreditam que a utilização combinada das múltiplas representações pode cancelar as possíveis desvantagens de alguma representação.

Desse modo, acreditamos que a utilização das diferentes representações e a transição entre elas pode facilitar a compreensão do aluno sobre os conceitos matemáticos, como também, o trabalho do professor, no que diz respeito à avaliação contínua do desenvolvimento do aluno, uma vez que “a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação” (DUVAL, 2003, p. 14).

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO UMA METODOLOGIA DE ENSINO

A Resolução de Problemas é utilizada por diversos povos em situações do cotidiano e, nas aulas de Matemática, em todos os níveis de escolaridade há muito tempo. No entanto, nem sempre essa abordagem aconteceu da mesma forma, pois diversas concepções sobre a utilização

REMATEC, Belém (PA), v. 16, Fluxo Contínuo, p. 277-294, Jan.-Dez., e-ISSN: 2675-1909, 2021
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2021.n.p277-294.id360

da Resolução de Problemas no ensino da Matemática têm sido discutidas e modificadas ao longo da história.

Em 1945, o matemático húngaro George Polya, considerado o Pai da Resolução de Problemas, publicou o primeiro livro nessa temática, intitulado *"How to Solve It",* conhecido no Brasil como "A arte de resolver problemas". O livro é fundamentado em um longo e sério estudo dos métodos de resolução, denominado "heurística", o qual proporciona a percepção de dois aspectos da Matemática: i) a rigorosa ciência de Euclides, isto é, uma ciência dedutiva e sistemática; ii) a matemática em desenvolvimento, que se apresenta como uma ciência indutiva e experimental.

Ao longo da história, Schroeder & Lester (1989) identificam e apresentam três modos diferentes de abordar a Resolução de Problemas nas aulas de Matemática: ensinar *sobre* resolução de problemas; ensinar Matemática *para* resolver problemas; e ensinar Matemática *através* da Resolução de Problemas. Esse debate tem sido atualizado em diferentes pesquisas, como aponta Andrade (2017).

De acordo com os autores, ao ensinar sobre a Resolução de Problemas, o professor enfatiza o modelo de Polya (1945) – i) compreensão do problema; ii) estabelecimento de um plano; iii) execução do plano; iv) retrospecto; ou alguma variação dele. Ao ensinar Matemática para resolver problemas, o professor foca na maneira como a matemática é ensinada e como aplicá-la na resolução de problemas, isto é, o objetivo para aprender Matemática é a capacidade de saber aplicá-la. Já no terceiro modo, ao tratar do ensino da Matemática através da Resolução de Problemas, ela é vista como uma metodologia de ensino, como um ponto de partida e um meio de ensinar Matemática.

De acordo com Onuchic e Allevato (2005), a partir dos anos 90, a Resolução de Problemas, como uma metodologia de ensino, passa a ser o lema das pesquisas e estudos em Resolução de Problemas. As autoras atribuem essa nova visão de ensino-aprendizagem da Matemática aos estudos desenvolvidos pelo NCTM, por meio da publicação dos *Standards 2000*, intitulado *Principles and Standards for School Mathematics* (Princípios e Padrões para a Matemática Escolar).

Os estudos sobre a Resolução de Problemas, nessa perspectiva, avançaram no Brasil a partir de 1992, ano que deu início, na UNESP – Rio Claro, ao Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas – GTERP, coordenado pela Prof.ª Dr.ª Lourdes de la Rosa Onuchic, em que trabalhavam a Matemática para a sala de aula usando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Nesse cenário, surge, no Brasil e no mundo, uma nova perspectiva de Resolução de problemas, em que ela passa a ser considerada em sala de aula como um ponto de partida. De acordo com Allevato e Onuchic (2009), ao considerar o problema como ponto de partida, ele é proposto aos alunos antes de lhes ter sido apresentado formalmente o conteúdo matemático necessário ou mais apropriado à sua resolução.

Allevato e Onuchic (2009) explicam a utilização da palavra composta "Ensino-Aprendizagem-Avaliação", destacando compreender que ensino e aprendizagem devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento, tendo o professor como guia e os alunos como co-construtores desse conhecimento. Já no que diz respeito à avaliação, essa metodologia integra uma concepção mais atual sobre avaliação, em que é construída durante a

REMATEC, Belém (PA), v. 16, Fluxo Contínuo, p. 277-294, Jan.-Dez., e-ISSN: 2675-1909, 2021
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2021.n.p277-294.id360

resolução do problema, associando-se ao ensino e objetivando acompanhar o crescimento dos alunos.

Allevato (2014) destaca que a perspectiva atual de Resolução de Problemas como metodologia de ensino engloba os três modos diferentes de abordar a Resolução de Problemas mencionados por Schroeder e Lester (1989), uma vez que "quando o professor adota essa metodologia, os alunos podem aprender tanto sobre Resolução de Problemas quanto aprendem Matemática para resolver novos problemas enquanto aprendem Matemática através da Resolução de Problemas". (ALLEVATO, 2014, p. 215).

Nesta pesquisa, utilizamos a Resolução de Problemas como metodologia de ensino-aprendizagem. Desse modo, consideramos imprescindível esclarecer nossa ideia de problema e de que forma ele é considerado nesta proposta. A partir das concepções a seguir, elucidaremos nossa compreensão.

De acordo com Van de Walle (2009), "problema" é qualquer tarefa ou atividade para a qual não se tem métodos ou regras prescritas ou memorizadas, nem a percepção de que haja um método específico para chegar à solução correta. Onuchic e Allevato (2011, p. 81) definem "problema" como "tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer". Assim, podemos perceber que o que é um problema para uma pessoa, pode não ser para outra, visto que, para ser problema, deve haver algo novo nele, de modo que seja algo que a pessoa venha a descobrir, e, acima de tudo, deve haver o interesse da pessoa para resolver o problema.

Nessa perspectiva, Andrade (1998, 2017) entende o Problema como um projeto, uma questão, uma tarefa, uma situação em que: i) o aluno não tem ou não conhece algum processo que lhe permita de imediato encontrar a solução; ii) o aluno deseja resolver, explorar ou realizar algum trabalho efetivo; iii) introduz-se e/ou se leva o aluno à realização de algum trabalho efetivo.

Consideramos, portanto, que, no contexto da Resolução de Problemas, conceitos e habilidades são aprendidos. Assim, é nesse ponto de vista e na perspectiva de Van de Walle (2009), Onuchic e Allevato (2011) e Andrade (1998, 2017) que compreendemos o que é um problema e que elaboramos a sequência de atividades utilizadas na Oficina desenvolvida nesta pesquisa, utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas.

Allevato e Onuchic (2009) destacam que a utilização dessa metodologia em pesquisas com alunos e em atividades de formação de professores tem favorecido significativos avanços na compreensão de conceitos e conteúdos matemáticos e no aprimoramento da prática docente do professor.

Ao adotar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, o GTERP utiliza um roteiro o qual pode ser destinado à orientação de professores para a condução de suas aulas. A saber: 1) Formação de grupos; 2) Preparação do problema; 3) Leitura individual; 4) Leitura em conjunto; 5) Resolução do problema; 6) Observação e incentivo; 7) Registro das resoluções na lousa; 8) Plenária; 9) Busca do consenso; 10) Formalização do conteúdo; 11) Proposição de problemas.

O último item do roteiro, a Proposição de problemas, foi adicionado recentemente, no ano de 2015, por Lourdes de la Rosa Onuchic e Norma Suely Gomes Allevato, no VI Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (SIPEM).

Vale ressaltar que este roteiro não é um caminho único para se trabalhar a Resolução de Problemas, pois não há forma fixa ou receita para utilização de qualquer metodologia de ensino, uma vez que o público-alvo se diferencia, pois, cada turma, em particular, cada aluno, tem a sua subjetividade. Contudo, o modelo das autoras pode servir aos professores de Matemática como orientação para ensinar Matemática através da Resolução de Problemas.

Nos últimos anos, Andrade (2017) tem dado forte atenção ao trabalho com Proposição de Problemas, utilizando a expressão Exploração, Resolução e Proposição de Problemas, ou somente Exploração de Problemas, por compreender que a Exploração envolve tanto a Proposição, quando a Resolução de Problemas. O autor destaca que a Exploração de Problemas não tem o propósito de contrapor a Resolução de problemas, e justifica sua proposta, afirmando que, em muitas abordagens, a utilização da Resolução de Problemas limita-se apenas à busca da solução do problema, sem ir além do problema inicialmente dado. Já a proposta de Exploração de Problemas busca a solução, bem como abrange outros pontos.

Nesse sentido, Andrade (2017) esclarece que, em sua proposta, seu interesse principal está centrado no desencadeamento da realização de algum trabalho efetivo que, a partir da mediação-refutação do professor e dos próprios alunos, possa se chegar à solução e muito além dela. Assim, esta compreensão de problema se mostra como algo que envolve não somente a resolução, mas a sua exploração em múltiplos contextos.

Vale salientar que esta proposta de Exploração, Resolução e Proposição de Problemas precisa ser entendida como uma proposta aberta, embora não solta, para que, dessa forma, seja possível compreender todos os aspectos que configuram o cotidiano da sala de aula.

METODOLOGIA

Para a realização desta pesquisa científica optamos por uma abordagem qualitativa, por identificarmos uma maior possibilidade de compreensão do fenômeno de interesse, utilizando da modalidade de Pesquisa Pedagógica (LANKSHEAR; KNOBEL, 2008). Esta escolha foi realizada mediante os problemas evidenciados na literatura e identificados no âmbito de trabalho da professora-pesquisadora.

Nossa compreensão por Pesquisa Qualitativa é fundamentada em Bogdan e Biklen (1994), os quais a caracteriza da seguinte forma: i) a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal; ii) a investigação qualitativa é descritiva; iii) o processo é tão importante quanto os resultados ou produtos; iv) os dados são analisados de maneira indutiva e v) o significado é de importância essencial na abordagem qualitativa; e por Yiin (2016), que define para a Pesquisa Qualitativa as seguintes particularidades: i) estudar o significado da vida das pessoas, nas condições da vida real; ii) representar as opiniões e perspectivas das pessoas de um estudo; iii) abranger as condições contextuais em que as pessoas vivem; iv) contribuir com revelações sobre conceitos existentes ou emergentes que podem ajudar a explicar o comportamento social humano; v) esforçar-se por usar múltiplas fontes de evidência em vez de se basear em uma única fonte.

Como mencionado, não temos uma definição única para a Pesquisa Qualitativa, mas sim alguns aspectos que ajudam a caracterizá-la. Podemos perceber que as características citadas pelos autores são semelhantes e se complementam. Nesse sentido, destacamos, a seguir, alguns pontos de nossa pesquisa que acreditamos corresponder aos aspectos citados:

REMATEC, Belém (PA), v. 16, Fluxo Contínuo, p. 277-294, Jan.-Dez., e-ISSN: 2675-1909, 2021
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2021.n.p277-294.id360

- O ambiente natural desta pesquisa foi uma turma do curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade Federal localizada na Paraíba, cursando a disciplina "Ensino da Matemática através da Resolução de Problemas", em que a professora da turma era a própria pesquisadora, responsável pela elaboração do material para levantamento de dados, como também pela aplicação, observação, descrição e análise, sendo esta disciplina o instrumento principal da pesquisa.
- Os dados foram levantados por meio de uma Oficina desenvolvida na disciplina, através dos registros escritos dos alunos na resolução das atividades, diálogos registrados durante as aulas e seminários apresentados pelos alunos.
- O propósito das atividades desenvolvidas não era centrado no resultado obtido, mas no percurso de cada aluno durante a resolução do problema.
- A partir das discussões e ao analisarmos o desenvolvimento dos alunos no decorrer da Oficina, unimos pressupostos relevantes para a discussão acerca da utilização das Representações Múltiplas de Álgebra no ensino de Sistemas Lineares, como também sobre as contribuições da metodologia Resolução de Problemas no estudo deste conteúdo.
- Ao considerar que os alunos da licenciatura já haviam tido contato com o conteúdo abordado, o diálogo durante a Oficina buscou identificar as concepções que os alunos construíram ao longo de sua vida acadêmica, proporcionando a ampliação delas a partir de uma aprendizagem com mais compreensão e, até mesmo, contribuir no desenvolvimento de novos conceitos.

A turma foi composta por treze alunos, sendo oito mulheres e cinco homens, matriculados regularmente no curso diurno. Para identificar os alunos e preservar suas identidades, os nomeamos nesta pesquisa, em ordem alfabética, como disposto no diário de classe, por: Aluno1, Aluno2, Aluno3, ... , Aluno13.

Todas as aulas aconteceram no Laboratório de Matemática, local espaçoso, arejado, contendo datashow, computador, lousa, três mesas retangulares grandes, o que facilitou o desenvolvimento das atividades em grupo e propiciou maior interação da turma.

Durante a Oficina, utilizamos como registro dos dados as notas de aula da professora-pesquisadora, atividades impressas, registros dos alunos na resolução das atividades, imagens fotográficas de resoluções na lousa e outras produções dos alunos. Para auxiliar na descrição das atividades e melhor compreensão do raciocínio dos alunos, também utilizamos, como registro, as suas falas, uma vez que, no decorrer das aulas, a professora-pesquisadora buscou anotar diálogos e comentários pertinentes, sempre procurando transcrevê-los ao final das aulas.

Optamos por não utilizar recursos de gravação de voz e filmagem por prezarmos pela espontaneidade dos alunos, de modo que agissem da forma que estavam adaptados. E pelo fato de a Oficina ter sido desenvolvida no âmbito de trabalho da Professora-Pesquisadora, procuramos atuar de maneira que os alunos não se sentissem inibidos e não viessem a ter o desempenho na disciplina comprometido.

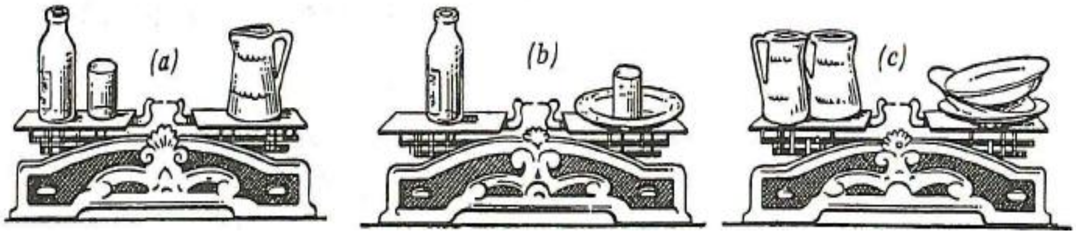
ANÁLISES E RESULTADOS

A seguir, apresentaremos uma atividade realizada em nossa pesquisa, a qual foi aplicada no 2º Encontro de nossa Oficina, tendo como título: Transitando entre as representações Múltiplas de Álgebra e resolvendo Sistemas Lineares.

Quadro 2 – Atividade aplicada no 2º encontro da Oficina

A Balança em Equilíbrio

Observe a figura a seguir e responda as questões abaixo.



Observação: todos os objetos repetidos têm o mesmo peso.

a) Como você representaria esta situação?
b) Quantos copos têm o peso equivalente ao de uma garrafa?
c) Sabendo que o peso de um prato é 350g, qual o peso dos outros objetos?
d) Quais as outras equivalências que podemos obter?
e) Como encontrar a equivalência entre o copo e a garrafa manipulando apenas os objetos na balança (podendo utilizar garrafas, pratos, jarras e copos auxiliares de mesma medida), de modo que as três balanças permaneçam em equilíbrio?

Fonte: Elaboração baseada em Clube de Matemática da OBMEP. Sala de Problemas. Disponível em: <http://clubes.obmep.org.br/blog/sala-de-problemas/> Acesso em: 23 de mar. de 2018.

Neste encontro, faltaram quatro alunos. Com um número menor de apenas nove alunos, foi possível reunir todos ao redor de uma só mesa do laboratório de Matemática, os discentes receberam uma cópia impressa do problema, realizou-se a leitura e foi solicitada a resolução do primeiro item "a".

Como podemos ver, a atividade apresenta uma imagem de três balanças em equilíbrio, as quais contêm quatro tipos de objetos distribuídos em diferentes quantidades. A balança de dois pratos é um recurso fortemente recomendado para o ensino de equações, uma vez que, por meio do equilíbrio dos pratos, podemos visualizar a definição de equações e inequações, como também possibilita ao aluno a observação de possibilidades e, através das balanças, permite discutir a manipulação de termos, minimizando os efeitos da passagem da linguagem usual para a linguagem algébrica.

Os diversos itens da atividade apontam para as diferentes formas de modelar o problema, de modo que não seja repetitivo e favoreça somente algum tipo de pensamento. Nesse sentido, o item "a" da atividade busca identificar as representações múltiplas da álgebra utilizada pelos alunos para expressar situações; o item "b" estimula a resolução do sistema de equações; o item "c" investiga a interpretação do aluno quanto à representação e ao valor encontrado para cada incógnita das equações dos sistemas; o item "d" busca analisar a capacidade de se expressar algebricamente e realizar operações algébricas; o item "e" objetiva explorar aspectos de álgebra e pensamento algébrico na manipulação de objetos concretos.

REMATEC, Belém (PA), v. 16, Fluxo Contínuo, p. 277-294, Jan.-Dez., e-ISSN: 2675-1909, 2021
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2021.n.p277-294.id360

Os alunos foram informados pela professora que poderiam ficar livres para expressar a situação da maneira que achassem conveniente, como pedido no item “a”. Diante disso, ao ouvir os estudantes ao final da resolução do item “a”, pudemos identificar as seguintes representações:

Quadro 3 – Representações utilizadas pelos alunos

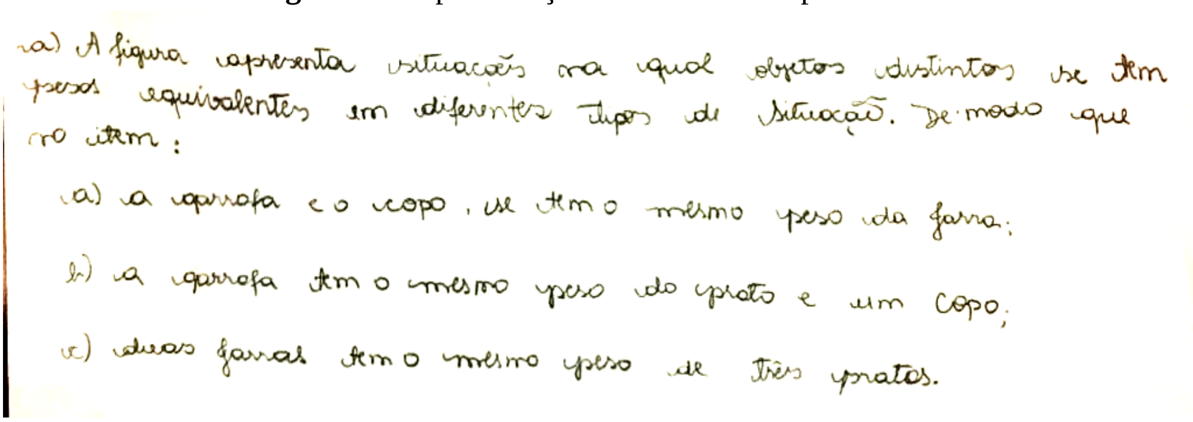
Representação	Quantidade de alunos
Sistema linear	Um
Equações	Três
Verbal	Cinco

Fonte: Elaboração pelos autores.

Das representações utilizadas, pudemos perceber que quatro alunos utilizaram a representação algébrica e cinco alunos utilizaram a representação verbal. Dos alunos que representaram algebricamente, somente um aluno utilizou o sistema linear para representar a situação, os demais, representaram uma equação separadamente para cada balança.

Para melhor elucidarmos o quadro acima, trouxemos um registro de cada representação mencionada:

Figura 1 - Representação verbal utilizada pelo Aluno5


a) A figura representa situações na qual objetos distintos se tem pesos equivalentes em diferentes tipos de situação. De modo que no item:

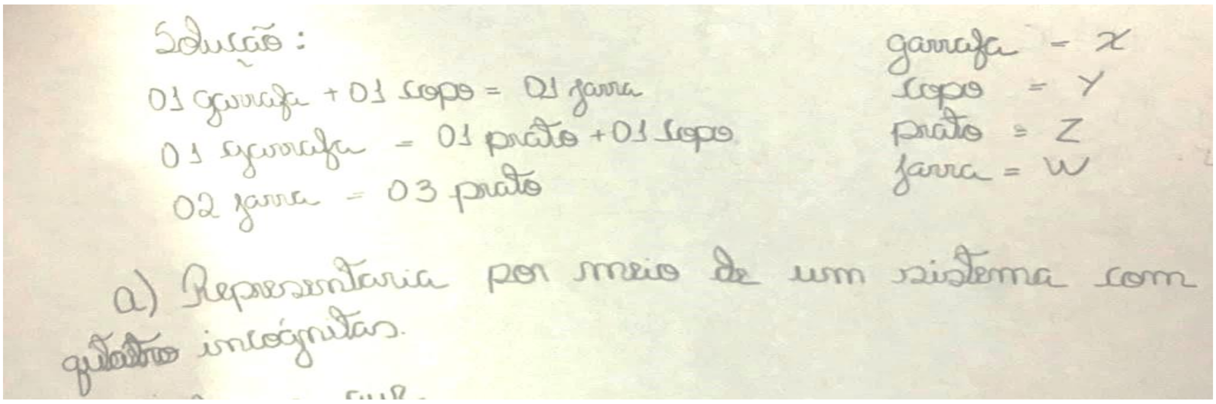
a) a garrafa e o copo, se tem o mesmo peso da jarra;

b) a garrafa tem o mesmo peso do prato e um copo;

c) duas jarras tem o mesmo peso de três pratos.

Fonte: Martins (2019, p. 79)

Figura 2 - Representação algébrica sugerindo sistema linear utilizada pelo Aluno3


Solução:

01 garrafa + 01 copo = 01 jarra
01 garrafa = 01 prato + 01 copo
02 jarra = 03 prato

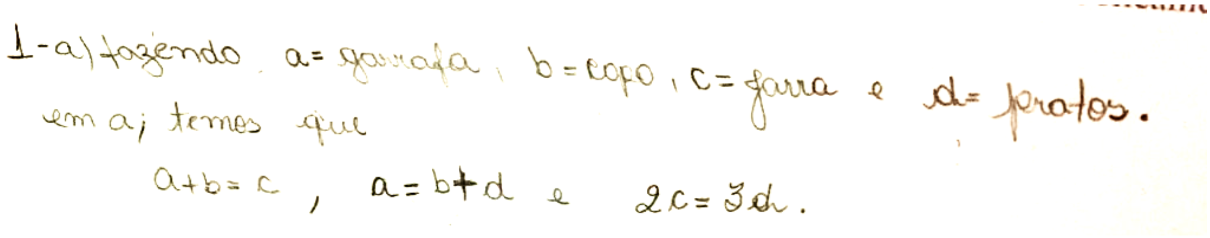
garrafa - x
copo = y
prato = z
jarra = w

a) Representaria por meio de um sistema com quatro incógnitas.

Fonte: Martins (2019, p. 79)

REMATEC, Belém (PA), v. 16, Fluxo Contínuo, p. 277-294, Jan.-Dez., e-ISSN: 2675-1909, 2021
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2021.n.p277-294.id360

Figura 3 - Representação algébrica utilizada pelo Aluno8.



Fonte: Martins (2019, p. 80)

No momento da plenária, em que cada aluno explicou sobre sua representação, pudemos registrar o seguinte diálogo:

Professora: *O que aconteceria se eu retirasse um copo da primeira balança?*
Aluno7: *Teríamos um desequilíbrio.*
Aluno12: *Uma desigualdade!*
Professora: *Seria possível representar este desequilibro ou desigualdade?*
Aluno3: *Sim, bastava desenhar o primeiro lado da balança com a garrafa mais acima e o lado da jarra mais abaixo e ia analisando as outras…*
Professora: *Poderíamos expressar isso algebricamente?*
(Silêncio)
Professora: *Teria como expressar utilizando equação?*
Aluno2: *Só se quebrar uma parte da jarra.*
(Risos)
Aluno12: *Seria praticamente impossível quebrar exatamente o peso do copo.*
Professora: *Permanecendo na situação, em que de um lado temos uma garrafa e, do outro, uma jarra, teria alguma forma de expressar algebricamente?*
Aluno3: *Acho que algebricamente não, porque a equação representa uma igualdade de lados, e aí não temos igualdade.*
Professora: *E o que é uma equação?*
Aluno9: *É uma expressão que contém uma igualdade de lados e nestes lados temos um valor ou valores desconhecidos. Para resolver a equação, precisamos encontrar esse valor ou os valores que satisfaçam a igualdade.*
Professora: *Quais aspectos da situação não correspondem à definição de equação?*
Aluno9*: Sabemos que um lado é mais pesado que o outro, logo, o sinal de igual não pode ser utilizado.*
Professora: *Numa equação, o que significa o sinal de igual?*
Aluno3: *Significa que de um lado temos o mesmo que do outro lado.*
Professora: *Exatamente! Então, por que não podemos utilizar uma equação para representar a situação?*
Aluno9: *Porque nessa variação do problema não temos uma igualdade, pois um lado é mais pesado que o outro.*
Professora*: Então temos uma desigualdade! Como podemos representar a desigualdade?*
(Silêncio)
Professora: *Quem lembra dos símbolos >, <, ≤ e ≥?*
Aluno3: *Ah! É verdade. > (maior que), < (menor que), ≤ (maior ou igual que) e ≥ (menor ou igual que).*
Aluno8: *Não ia lembrar nunca disso...*
Aluno9: *Usamos inequação pra representar uma desigualdade, é verdade...*

Os questionamentos da professora, neste momento, foram direcionados à utilização da linguagem algébrica para representar situações. Nesse sentido, os alunos mostraram-se firmes

REMATEC, Belém (PA), v. 16, Fluxo Contínuo, p. 277-294, Jan.-Dez., e-ISSN: 2675-1909, 2021
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2021.n.p277-294.id360

quanto à utilização de equações para representar igualdades, no entanto, não demonstraram firmeza quanto à utilização de inequações para representar desigualdades.

Na exploração do item "a" da atividade, que questionava sobre a representação do problema, pudemos identificar o movimento P-T-RS (Problema-Trabalho-Reflexões e Sínteses), mencionado por Andrade (2017), em que foi perceptível, principalmente, a realização de novas reflexões e de novas sínteses.

Diante das dificuldades dos alunos no item "a" da atividade, pudemos destacar o seguinte comentário do aluno Aluno8:

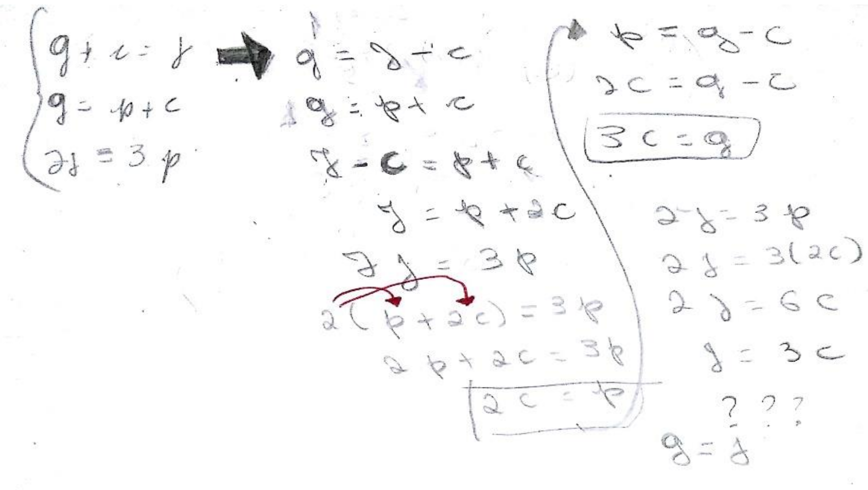
> **Aluno8**: *O problema é que, muitas vezes, não estamos adaptados com esse tipo de situação, em que precisamos expressar algo matematicamente, na maioria das vezes, o nosso interesse é aplicar determinado conteúdo para encontrar o resultado.*

Diante da fala do Aluno8, percebemos que a perspectiva a qual ele se refere é semelhante à destacada por Schroeder & Lester (1989) – ensinar Matemática *para* resolver problemas. Nesta perspectiva, o professor foca no modo como a matemática é ensinada e visa sua aplicação na resolução de problemas. Embora nos últimos anos a Resolução de Problemas como campo de pesquisa tenha aumentado e ela tenha passado a assumir uma perspectiva de metodologia de ensino, o ensino para resolver problemas ainda é muito frequente em nossas salas de aula.

Assim, ressaltamos a importância da Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas, pois ela trata do problema em uma perspectiva atual, focada na aprendizagem e desenvolvimento do aluno, não com mera aplicação de conteúdo.

No item "b" da atividade, os alunos apresentaram dificuldades no ato da resolução do sistema, contudo, eles próprios admitiram ter chegado a absurdos, concluindo que suas resoluções não estavam corretas. Dos equívocos encontrados, é possível destacar o registro do aluno Aluno6, que concluiu que "o peso de uma garrafa é igual ao peso de uma jarra", como podemos ver abaixo.

Figura 4 - Registro da resolução de Aluno6.



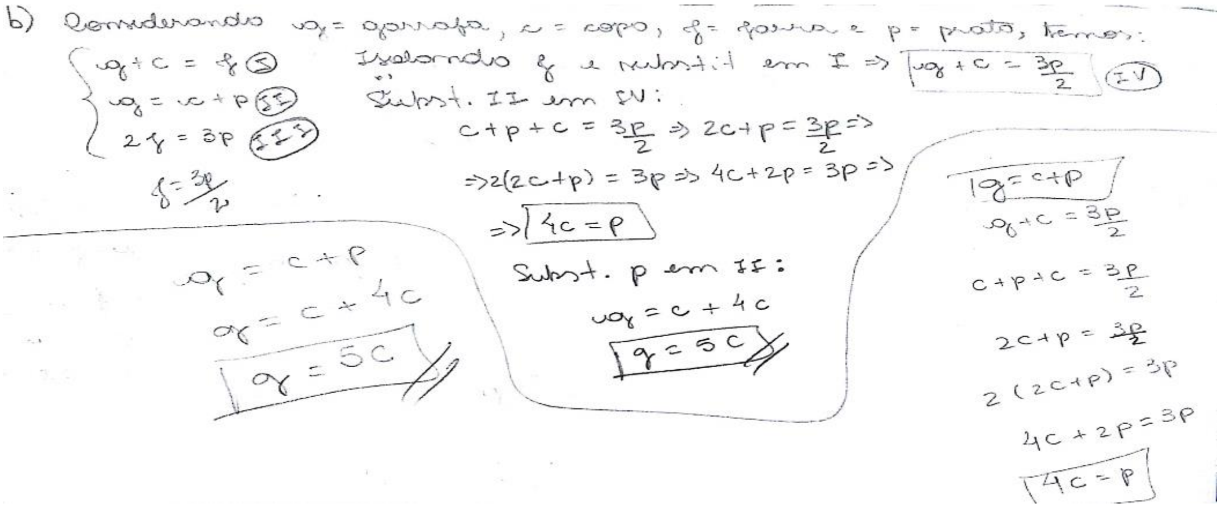
Fonte: Martins (2019, p. 82)

REMATEC, Belém (PA), v. 16, Fluxo Contínuo, p. 277-294, Jan.-Dez., e-ISSN: 2675-1909, 2021
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2021.n.p277-294.id360

Diante desse registro, pudemos notar que a conclusão do aluno foi oriunda de um erro na propriedade distributiva, em que ele multiplicou apenas o p e repetiu o $2c$, como destacado em vermelho.

Outros alunos responderam corretamente, utilizando métodos conhecidos, como o método da substituição, como podemos ver a seguir:

Figura 5 - Registro da resolução de Aluno5.



b) Considerando g = garrafa, c = copo, j = jarra e p = prato, temos:

$$\begin{cases} g + c = j & \text{(I)} \\ g = c + p & \text{(II)} \\ 2j = 3p & \text{(III)} \end{cases}$$

$j = \frac{3p}{2}$

Isolando j e substit. em I $\Rightarrow \boxed{g + c = \frac{3p}{2}}$ (IV)

Subst. II em IV:

$c + p + c = \frac{3p}{2} \Rightarrow 2c + p = \frac{3p}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow 2(2c + p) = 3p \Rightarrow 4c + 2p = 3p \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{4c = p}$

Subst. p em II:

$g = c + 4c$

$\boxed{g = 5c}$

$g = c + p$

$g = c + 4c$

$\boxed{g = 5c}$

$\boxed{g = c + p}$

$g + c = \frac{3p}{2}$

$c + p + c = \frac{3p}{2}$

$2c + p = \frac{3p}{2}$

$2(2c + p) = 3p$

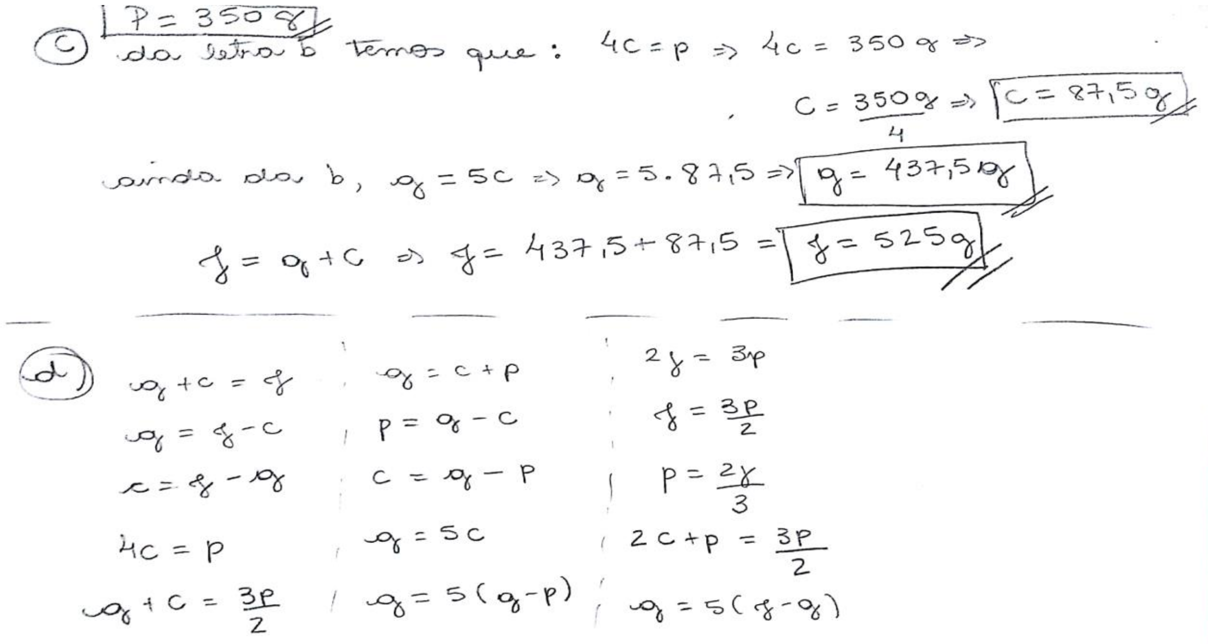
$4c + 2p = 3p$

$\boxed{4c = p}$

Fonte: Martins (2019, p. 83)

Nos itens "c" e "d", os alunos não tiveram dificuldades, uma vez que o item "b" possibilitou a manipulação dos termos das equações, deixando claras as equivalências e facilitando a substituição dos valores. Podemos ver essa facilidade pelo registro de Aluno5, que continuou utilizando o mesmo raciocínio do item "b":

Figura 6 - Registro da resolução de Aluno5.



c) $\boxed{P = 350\,g}$

da letra b temos que: $4c = p \Rightarrow 4c = 350\,g \Rightarrow$

$c = \frac{350\,g}{4} \Rightarrow \boxed{c = 87{,}5\,g}$

ainda da b, $g = 5c \Rightarrow g = 5 \cdot 87{,}5 \Rightarrow \boxed{g = 437{,}5\,g}$

$j = g + c \Rightarrow j = 437{,}5 + 87{,}5 = \boxed{j = 525\,g}$

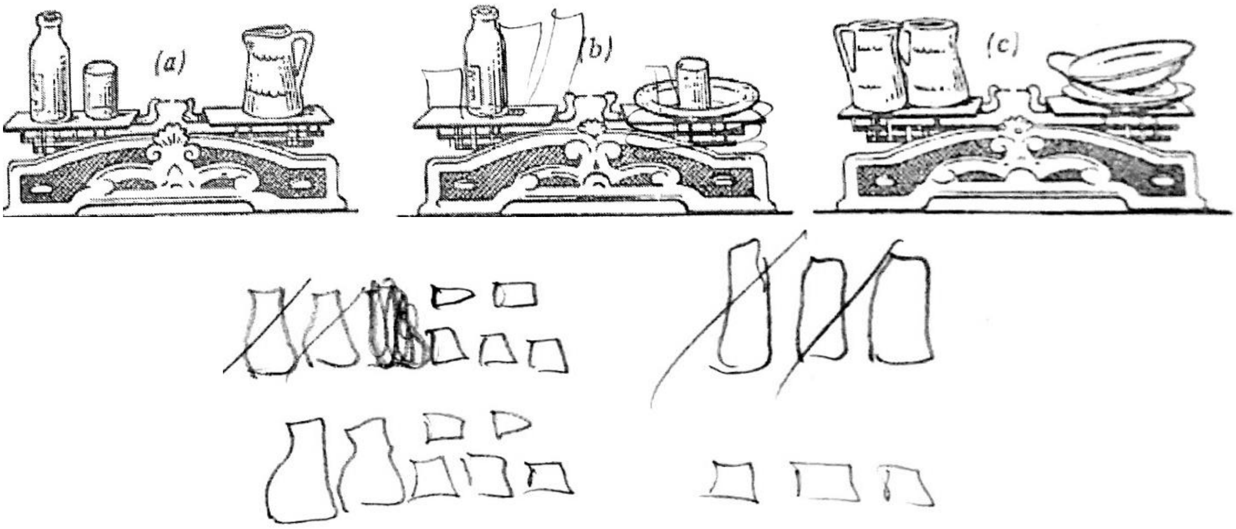
d)

$g + c = j$	$g = c + p$	$2j = 3p$
$g = j - c$	$p = g - c$	$j = \frac{3p}{2}$
$c = j - g$	$c = g - p$	$p = \frac{2j}{3}$
$4c = p$	$g = 5c$	$2c + p = \frac{3p}{2}$
$g + c = \frac{3p}{2}$	$g = 5(g - p)$	$g = 5(j - g)$

Fonte: Martins (2019, p. 83)

Já no item “e”, os alunos apresentaram muitas dificuldades, pois não conseguiam visualizar a manipulação dos objetos. Dos nove alunos presentes, somente um aluno conseguiu finalizar a questão. Ao apresentar a solução para a turma, o aluno Aluno13 ilustrou da seguinte forma:

Figura 7 - Ilustração da resolução do Aluno13.



Fonte: Martins (2019, p. 84)

Ao apresentar essa ilustração para a turma, o aluno explicou ter seguido os seguintes passos:

Aluno13:

1° *Sabendo que o peso de 2 jarras equivale ao peso de três pratos, adicionei-os à segunda balança, obtendo, de um lado, duas jarras e uma garrafa e, do outro, quatro pratos e um copo.*

2° *Multiplicando a primeira balança por dois, temos que duas jarras equivalem a duas garrafas mais dois copos. Assim, substituindo na segunda balança, obtemos três garrafas mais dois copos no primeiro lado igual a quatro pratos e um copo.*

3° *Adicionando 3 copos a ambos os lados da 2º balança, obtemos, de um lado, três garrafas mais cinco copos e, no segundo lado, 4 pratos mais quatro copos, que podem ser substituídos por quatro garrafas.*

4° *Assim, obtemos a seguinte igualdade: três garrafas mais cinco copos têm o mesmo peso que quatro garrafas.*

5° *Retirando três garrafas de ambos os membros, chegamos à conclusão de que uma garrafa equivale ao peso de cinco copos.*

Responder um sistema de tal forma possibilita o entendimento da representação, das substituições de equações e da manipulação de termos. No entanto, acreditamos que a dificuldade apresentada pelos alunos na visualização da manipulação dos objetos sem representá-los por símbolos é decorrente da habitual manipulação algébrica sem utilizar um pensamento algébrico, em que, muitas vezes, é feita sem significado, não permitindo, assim, uma transição entre as múltiplas representações.

REMATEC, Belém (PA), v. 16, Fluxo Contínuo, p. 277-294, Jan.-Dez., e-ISSN: 2675-1909, 2021
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2021.n.p277-294.id360

Um ponto bastante pertinente que foi percebido ao longo do desenvolvimento da atividade diz respeito as diferentes letras utilizadas pelos participantes para representar as incógnitas, em que cada um ficou livre para representar da forma que achasse mais conveniente. Talvez essa representação não apresente tanto impacto na compreensão do conceito de variáveis, por serem licenciandos em Matemática, mas, se fosse no contexto da educação básica, acreditamos que essa seria uma forma de romper a tradicional utilização do "x" e "y", em que, na maioria das vezes, o aluno não compreende e passa a buscar o valor do "x" e "y" como se fosse um valor fixo. A partir do momento que o aluno faz a representação de forma livre e espontânea, ele passa a compreender que aquele valor desconhecido pode ser representado por uma letra ou um símbolo qualquer.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo buscou apresentar as potencialidades das Representações Múltiplas no ensino de Álgebra através da Resolução de Problemas, buscando proporcionar reflexões sobre novas posturas no ensino de Álgebra. Para tanto, apresentamos uma Pesquisa Pedagógica, fruto da Dissertação de Mestrado da primeira autora, a qual foi desenvolvida com alunos do curso de Licenciatura em Matemática, utilizando em sala de aula a metodologia através da Exploração, Resolução e Proposição de Problemas.

Desde o princípio, tivemos o intuito de realizar esta Pesquisa Qualitativa na modalidade de Pesquisa Pedagógica, buscando não somente o levantamento de dados, mas, aprimorar nossa prática pedagógica e, sobretudo, contribuir para a formação desses futuros professores de Matemática, levando novas ideias de Álgebra e a oportunidade de aprofundar seus conhecimentos quanto ao Ensino da Matemática através da Resolução, Exploração e Proposição de Problemas.

Ao final da análise das atividades, os resultados evidenciaram que as Representações Múltiplas de Álgebra e a transição entre elas favorecem uma aprendizagem com mais compreensão. Além disso, podemos afirmar que a pesquisa despertou nos licenciandos o interesse em revisar os conteúdos da Educação Básica e os relembrou sobre seus compromissos com este público, pois os cursos de Licenciatura em Matemática têm como objetivo principal a formação do professor de Matemática.

Vale salientar que, ao discutir sobre o ensino de Álgebra na Licenciatura em Matemática, não requeremos um ensino simples e superficial, ao contrário, prezamos pela rigorosidade matemática, mas que aconteça de modo que se tenha compreensão e faça sentido para o licenciando.

> Defendemos que o professor de matemática precisa conhecer, com profundidade e diversidade, a matemática enquanto prática social e que diz respeito não apenas ao campo científico, mas, sobretudo, à matemática escolar e às múltiplas matemáticas presentes e mobilizadas/produzidas nas diferentes práticas cotidianas. (FIORENTINI; OLIVEIRA, 2013, p. 924).

Assim, compreendemos que o licenciando precisa estar em contato, em sua formação, com situações que o levem a refletir e compreender a matemática como campo de conhecimento, para que, dessa forma, o conhecimento construído possa ampliar a visão dos futuros professores e proporcionar, futuramente, o desenvolvimento de práticas em sala de aula que levem uma matemática com mais compreensão e que, principalmente, faça sentido para os seus alunos.

Nessas condições, acreditamos ter contribuído para a formação dos participantes da Oficina, ao proporcionarmos experiências com a utilização da Exploração, Resolução e Proposição de Problemas como Metodologia de ensino-aprendizagem de Matemática, possibilitando, assim, reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Álgebra, aliado ao uso das Representações Múltiplas de Álgebra, como também, na construção de uma nova postura frente ao ensino de Sistemas Lineares.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G. Trabalhar através da Resolução de Problemas: Possibilidades em dois diferentes contextos. **VIDYA**, Santa Maria - RS, 2013, v. 34, n. 1, p. 209-232. Jan./jun., 2014.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. R. **Ensinando matemática na sala de aula através da resolução de problemas.** Boletim GEPEM, UFRJ, Rio de Janeiro, n. 55, jul./dez. 2009.

ANDRADE, S. **Ensino-aprendizagem de Matemática via resolução, exploração, codificação e decodificação de problemas**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1998.

ANDRADE, S. Um caminhar crítico reflexivo sobre Resolução, Exploração e Proposição de Problemas Matemáticos no Cotidiano da Sala de Aula. In: **Perspectivas para resolução de problemas** / Lourdes de la Rosa Onuchic, Luiz Carlos Leal Junior, Marcio Pironel, (organizadores). – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017, p. 355-396.

BODGAN, R. C.; BIKLEN, S. K**. Investigação qualitativa em educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Portugal: Editora Porto, v.12, 1994.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática. In: **Aprendizagem em Matemática:** Registros de Representação Semiótica / Silvia Dias Alcântara Machado (org.) – Campinas, SP. Papirus, 2003.

FIORENTINI, D.; OLIVEIRA, A. T. C. C. O Lugar das Matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas? **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro (SP), v. 27, n. 47, p. 917-938, dez. 2013.

FIORENTINI, D; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. Contribuição para um repensar... a Educação Algébrica elementar. **Pro-Posições**, v. 4, n.1 (10), p. 78-91, 1993.

FRIEDLANDER, A.; TABACH, M.. Promoting Multiple Representations in Álgebra. In: Cuoco, Albert A. **The roles of representation in school mathematics** / Albert A. Cuoco, Frances R. Curcio. p. cm. — (Yearbook; 2001)

LANKSHEAR, C.; KNOBEL, M. **Pesquisa pedagógica:** do projeto à implementação. Porto Alegre: Artmed, 2008.

MARTINS, F. C. **Ensino-aprendizagem de Sistemas Lineares na Formação do Professor de Matemática via Exploração, Resolução e Proposição de Problemas.** 2019, 138 p. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), Campina Grande, 2019.

MIGUEL, A.; FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. Álgebra ou Geometria: Para onde Pende o Pêndulo? **Pró-Posições**, v. 3, n. 1(7), p. 39 – 54, mar. 1992.

NCTM. **Princípios e normas para a matemática escolar**. (2000) / Tradução: Magda Melo. 2. ed. Lisboa: APM, 2008.

OBMEP. **Clube de Matemática da OBMEP:** Sala de Problemas. *Site*. Disponível em: <http://clubes.obmep.org.br/blog/sala-de-problemas/> acesso em: 23 de março de 2018.

ONUCHIC, L R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs). **Educação Matemática - pesquisa em movimento.** 2.ed. p. 213-231, São Paulo, 2005.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática**,** v. 25, n.41, Rio Claro (SP): UNESP – IGCE, p. 73-98, dez. 2011.

POLYA, G**. A arte de resolver problemas:** um novo aspecto do método matemático / G. Polya (1945); tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. _ 2. Reimpr. – Rio de Janeiro: interciência, 1995.

SCHROEDER, T. L.; LESTER, F. K. Developing Understanding in Mathematics via Problem Solving. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Eds.). **New Directions for Elementary School Mathematics**. Reston: NCTM, 1989.

SOUSA, M. C.; PANOSSIAN, M. L.; CEDRO, W. L. **Do movimento lógico e histórico à organização do ensino:** o percurso dos conceitos algébricos / Maria do Carmo de Sousa, Maria Lúcia Panossian, Wellington Lima Cedro. - Campinas, SP: Mercado de Letras, 2014.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, Arthur F. e SHULTE, Alberto P. **As ideias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. / John A. Van de Walle; tradução Paulo Henrique Colonese. - 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

YIIN, R. K. **Pesquisa qualitativa do início ao fim.** Tradução Daniel Bueno. Revisão técnica: Dirceu da Silva. Porto Alegre: Penso, 2016.

REMATEC, Belém (PA), v. 16, Fluxo Contínuo, p. 277-294, Jan.-Dez., e-ISSN: 2675-1909, 2021
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2021.n.p277-294.id360

***Submetido em*:** 06 de Setembro de 2021.

***Aprovado em*:** 28 de Novembro de 2021.

***Publicado em*:** 02 de Dezembro de 2021.

Como citar o artigo:

MARTINS, F. C.; ANDRADE, S. Representações Múltiplas no ensino de Álgebra e Resolução de Problemas: aspectos teóricos e práticos. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura - REMATEC**, Belém/PA, v. 16, Fluxo Contínuo, p. 277-294, Mês-Mês, 2021.
https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2021.n.p277-294.id360