

Etnomatemática e didática da matemática e suas interações para a formação sociocultural e matemática

Ethnomathematics and didactics of mathematics and their interactions for sociocultural and mathematical education

Etnomatemáticas y didáctica de las matemáticas y sus interacciones para la educación sociocultural y matemática

Saddo Ag Almouloud¹  

Teodora Pinheiro Figueroa²  

RESUMO

Este artigo é oriundo de uma pesquisa qualitativa de cunho teórico. O objetivo é tecer reflexões sobre as interconexões entre a etnomatemática e a didática da matemática na formação sociocultural e matemática de alunos e professores que ensinam matemática. Depois de discutir alguns aspectos relacionados com a etnomatemática, a teorias das situações e a teoria antropológica do didático, apresentamos dois exemplos que colocam em jogo a interconexão da etnomatemática com a teoria das situações (primeiro exemplo que envolve dois jogos tradicionais da república do Mali), e a etnomatemática com a teoria antropológica do didático (segundo exemplo que envolve o jogo Ntxuva, uma versão do jogo Mancala em Moçambique). Nesses dois exemplos, mostra-se o potencial sociocultural e didático dessas interações na construção e análise de situações-problema que proporcionam condições favoráveis à formação sociocultural e matemática do aluno e do professor que ensina matemática.

Palavras-chave: Conhecimentos socioculturais; Jogos tradicionais; Situação didática; Organizações praxeológicas; Formação sociocultural e matemática.

ABSTRACT

This article is the result of qualitative theoretical research. The aim, therefore, is to reflect on the interactions between ethnomathematics and the didactics of mathematics in the sociocultural and mathematical education of students and teachers who teach mathematics. After discussing some aspects related to ethnomathematics, situation theory, and the anthropological theory of didactics, we present two examples that bring into play the interaction of ethnomathematics with situation theory (the first example involving two traditional games from the Republic of Mali) and ethnomathematics with the anthropological theory of didactics (second example involving the game Ntxuva, a version of the game Mancala in Mozambique). These two examples show the sociocultural and didactic potential of these interactions in constructing and analyzing problem situations that provide favorable conditions for the sociocultural and mathematical formation of the student and the teacher who teaches mathematics.

Keywords: Socio-cultural knowledge; Traditional games; Didactic situation; Praxeological organizations; Socio-cultural and mathematical education.

RESUMEN

Este artículo es el resultado de una investigación teórica cualitativa. El objetivo, por lo tanto, es reflexionar sobre las interacciones entre la etnomatemática y la didáctica de las matemáticas en la educación sociocultural y matemática de alumnos y profesores que enseñan matemáticas. Tras discutir algunos aspectos relacionados con la etnomatemática, la teoría de la situación y la teoría antropológica de la didáctica, presentamos dos ejemplos que ponen en juego la interacción de la etnomatemática con la teoría de la situación (el primer ejemplo se refiere a dos juegos tradicionales de la República de Mali), y de la etnomatemática con la teoría antropológica de la didáctica (el segundo ejemplo se refiere al juego Ntxuva, una versión del juego Mancala de Mozambique). Estos dos ejemplos muestran el potencial sociocultural y didáctico de estas interacciones en la construcción y análisis de situaciones problemáticas que proporcionan condiciones favorables para la formación sociocultural y matemática del alumno y del profesor que enseña matemáticas.

Palabras clave: Conocimiento sociocultural; Juegos tradicionales; Situación didáctica; Organizaciones praxeológicas; Educación sociocultural y matemática.

1 Doutor em Matemática e Aplicações, Université de Rennes I (França), Professor Titular Livre na Universidade Federal do Pará (UFPA), Belém do Pará, Brasil. Passagem Alberto Engelhard nº 252, entre Estrada da Ceasa e Passagem Terres, CEP 66610-330, Curió Utinga, Belém do Pará, Brasil. E-mail: saddoag@gmail.com

2 Doutorado em Engenharia Mecânica pela Universidade de São Paulo (2005). Pós-doutorado em Educação Matemática (2019). Atualmente é Professora Doutora na Classe D, de Professor Associado nível IV da Universidade Tecnológica Federal do Paraná- UTFPR. Áreas de Pesquisa: Matemática Computacional, Novas Tecnologias e Didática da Matemática. E-mail: teodora.pinheiro@gmail.com

INTRODUÇÃO

O estudo dos fenômenos referentes aos processos de ensino e aprendizagem têm despertado o interesse de vários pesquisadores da área de educação matemática. As pesquisas têm contribuído com diversas abordagens teóricas-metodológicas tanto no contexto do ensino da sala de aula, como em qualquer espaço onde a aprendizagem possa ocorrer. Dessa forma, consideramos que os processos de ensino e aprendizagem podem ocorrer em qualquer ambiente onde alguém ensina ao outro a aprender alguma coisa. Neste caso, constatamos que durante a evolução da história da matemática, vários foram os espaços de ensino e de aprendizagem dos povos das mais diversas culturas.

Ao analisar as contribuições matemáticas destes povos, observamos que elas envolvem diferentes formas de se fazer matemática, características de um determinado tipo de cultura.

Na perspectiva da sala de aula das instituições de ensino, também se observam diferentes tipos de grupos culturais e dois fatores que estão em jogo: a) a cultura matemática do professor, associada à visão do professor de como a matemática deve ser experienciada por um determinado grupo de alunos; b) a cultura matemática dos alunos, associada à sua relação cultural-social.

No que diz respeito à cultura, D'Ambrosio (1985) assevera que não é um conceito singular, mas plural, que está em constante evolução. Cultura se refere a padrões de ser e fazer, que incluem maneiras de ser, comunicar, crenças, práticas, valores, contextos e conhecimento diversos, todos os quais moldam como as pessoas pensam e se envolvem com práticas matemáticas (D'Ambrosio, 1985).

Burton (2009, p. 1-2) reforça que é fundamental levar em consideração a epistemologia da cultura matemática de quem aprende, ou seja, de como o aluno experiencia a matemática. O autor assevera que na perspectiva da Europa Ocidental o conhecimento é independente do conhecedor e/ou de sua cultura, mas acessível por meio do poder da razão clara e, dessa forma, a aprendizagem é entendida, como um produto apenas da transmissão pedagógica. Portanto, deve-se levar em consideração a pessoa e sua relação cultural-social.

Na mesma direção, Meng e Liu (2022, p. 1-2) relatam em suas pesquisas que existe o impacto da cultura no desempenho matemático de quem aprende e afirmam que os educadores matemáticos devem considerar as diferenças culturais na prática educacional.

Ao levar em consideração a cultura matemática de quem ensina e de quem aprende, o universo didático se expande em um universo de análise de diferentes tipos de situações associadas aos diferentes tipos de praxeologias que podem revelar fenômenos de ensino característicos de um grupo de alunos, ou de uma comunidade, por meio de interconexões entre a didática da matemática e a etnomatemática.

Este artigo apresenta um modelo de interconexão da etnomatemática com a didática da matemática na formação sociocultural e matemática de alunos e professores que ensinam matemática. No que diz respeito à didática da matemática, focalizamos nossas re-

flexões sobre alguns constructos teóricos da teoria das situações (Brousseau, 1986, 1997) e da teoria antropológica do didático-TAD (Chevallard, 1999).

Os avanços das pesquisas em didática da matemática conduziram estudiosos a pensar na constituição de uma área científica que investiga os processos de ensino e de aprendizagem de conceitos matemáticos. Partindo desse princípio, a didática da matemática é definida como a ciência da educação cujo propósito é estudar os fenômenos de ensino e de aprendizagem, cuja compreensão pode sustentar o estudo de situações que visam à aquisição de conhecimentos/saberes matemáticos pelos alunos ou adultos em formação, tanto do ponto de vista das características dessas situações, bem como do tipo de aprendizagem que elas possibilitam.

Vale ainda destacar que a teoria das situações supõe que os *conhecimentos matemáticos só podem ser compreendidos por intermédio de atividades que eles permitem realizar, ou seja, resolver*. A matemática é, antes de tudo, uma *atividade que se realiza em situação e contra um milieu*. Além disso, trata-se de uma atividade *estruturada*, na qual se pode destacar diferentes fases: ação, formulação e validação, bem como a devolução e a institucionalização, que abordaremos mais adiante. Nessa visão, a prioridade é dada à organização própria das noções científicas a adquirir. O trabalho de aprendizagem vai ser analisado em nível do sujeito, mas também a nível de um grupo de sujeitos e de interações entre sujeitos de um grupo.

A teoria antropológica do didático (TAD), desenvolvida por Yves Chevallard (1999), insere a didática no campo da antropologia e focaliza o estudo das **organizações praxeológicas matemáticas e didáticas**.

Uma das contribuições da teorização de Chevallard (1999) situa-se em que um objeto ostensivo é considerado, em primeiro lugar, como *instrumento* possível da atividade humana, isto é, como uma entidade que permite, em associação com outras entidades, a execução de uma tarefa. Além disso, a *problemática ecológica* (Chevallard, 1999) amplia o campo de análise e permite abordar os problemas que se criam entre os diferentes objetos do saber a ensinar. Nessa visão, os objetos possuem *inter-relações* hierárquicas que permitem entrever “*estruturas ecológicas entre os objetos*”.

Em relação ao professor, descrever sua atividade é um projeto de pesquisa ambicioso, pois a atividade do professor é complexa. Uma das preocupações de pesquisadores em didática da matemática é a problemática das práticas docentes e dos efeitos potenciais dessas práticas sobre a aprendizagem dos alunos, bem como o trabalho específico do professor (Robert, 2001). Segundo Brousseau (1986) a análise do professor deve ser feita tendo em conta a modelização de seu jogo e interações didáticas na classe e analisando o sentido de certos eventos e as decisões ligadas a estes. Apoiando-se na teoria antropológica do didático (Chevallard, 1999), pesquisadores procuram caracterizar as tarefas do docente usando um modelo mais geral que permite compará-las com a organização praxeológica de outros tipos de tarefas, como por exemplo, as tarefas matemáticas.

No que diz respeito à etnomatemática, Silva D. F (2023, p. 391) assevera que, ao contrário da prática vigente no contexto escolar, a etnomatemática tem por foco os saberes

socioculturais e questiona a sua ausência nos processos de ensino e aprendizagem, “ressaltando a importância da atuação do aluno na construção do conhecimento”. Nessa direção, Rosa e Orey (2017, apud Silva D. F., 2023, p. 391) afirmam que

[...] a nossa cultura caracteriza, expressa e determina a forma pelo qual nos comunicamos, como agimos, como interagimos, como valorizamos os nossos costumes e também a forma que captamos e percebemos o mundo. É destacado pelos autores que os modos pelos quais adquirimos os nossos conhecimentos e as maneiras por meio das quais aprendemos, não podem ser separadas do contexto cultural, pelo fato das nossas experiências serem repletas de perspectivas, expectativas e valores construídos ao longo das nossas vivências. Ainda, dizem que o destaque educacional dado a cultura não deve ser diferente nos estudos que envolvem a Matemática, pois a aquisição do conhecimento matemático está diretamente relacionada e influenciada de acordo com as considerações culturais dos indivíduos que participam da comunidade escolar.

Silva D. F (2023) aponta também a contradição da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que apesar de tentar valorizar os aspectos socioculturais, estabelece “mínimos comuns de aprendizagem, indo na contramão do que é amplamente defendido na Educação Matemática” (p. 391). O autor ainda aponta a importância dada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), quando enfatizam a etnomatemática como uma proposta que engloba tal pensamento (p. 392):

Dentre os trabalhos que ganharam expressão nesta última década, destaca-se o Programa Etnomatemática, com suas propostas alternativas para a ação pedagógica. Tal programa contrapõe-se às orientações que desconsideram qualquer relacionamento mais íntimo da Matemática com aspectos socioculturais e políticos — o que a mantém intocável por fatores outros a não ser sua própria dinâmica interna. Do ponto de vista educacional, procura entender os processos de pensamento, os modos de explicar, de entender e de atuar na realidade, dentro do contexto cultural do próprio indivíduo. A Etnomatemática procura partir da realidade e chegar à ação pedagógica de maneira natural, mediante um enfoque cognitivo com forte fundamentação cultural (Brasil, 1997, apud Silva D. F., 2023, p. 392).

A etnomatemática, quando considerada no processo de ensino e aprendizagem, além de favorecer a aprendizagem que considera e favorece o saber/fazer social e cultural, contribui para desmitificar a concepção de que a matemática é algo difícil, acessível somente a uma parcela da sociedade, pois, ao amplificar a ideia que todos produzem e praticam a matemática em seus contextos socioculturais, democratizam o ensino dessa área.

Não obstante, a etnomatemática, como reafirmação matemático-cultural, possibilita o desenvolvimento da criticidade dos alunos por meio da incorporação de elementos culturais e a resignificação da ideia de uma matemática “culturalmente neutra”, ajudando a combater o preconceito racial e neocolonial, como afirma Gerdes (2012), algo atual em tempos que vivemos. A proposição de práticas de ensino que mostrem que indígenas, quilombolas, pedreiros, comerciantes urbanos, moradores de assentamentos, entre outros, produzem e dominam conceitos matemáticos que são úteis para o contexto em que estão inseridos, quebram paradigmas de que a única matemática existente é a que se ensina na escola. Nesse sentido, tais matemáticas (ou etnomatemáticas) caminham lado a lado com a matemática escolar, considerada também uma forma de matemática, não se sobrepondo as outras matemáticas, mas tão importante como elas. No complexo sistema educacional brasileiro marcado por distintas realidades sociais e culturais que são encontradas dentro de um mes-

mo município, a etnomatemática pode vir a ser um importante recurso para a compreensão mais ampla da matemática pelos alunos. Ampla no sentido de não ser somente uma ponte para a ratificação da matemática escolar como predominante, mas suscitar nos alunos a criticidade em relação à suposta universalidade da matemática, facilitando as compreensões mais generalizadas que são apresentadas no contexto escolar e que geralmente têm origem no próprio contexto social e cultural.

Nosso objetivo, portanto, é apresentar um modelo para análise de fenômenos didáticos, por meio de interconexões que ampliam o universo de análises didáticas, para tecer reflexões/discussões sobre as interações/interconexões entre a etnomatemática e a didática da matemática na formação sociocultural e matemática de alunos e professores que ensinam matemática. Depois de discutir alguns aspectos relacionados com a etnomatemática, a teoria das situações e a teoria antropológica do didático, apresentamos dois exemplos que colocam em jogo a interação entre elas. O intuito é mostrar o potencial sociocultural e didático dessas interações na construção e análise de situações-problema que proporcionam condições favoráveis à formação sociocultural e matemática do aluno e do professor que ensina matemática.

ETNOMATEMÁTICA

D'Ambrosio (2002) define a etnomatemática como: etno: o Ambiente natural, social, cultural e imaginário, matema: explicar, aprender, conhecer, lidar com; tica: modos, estilos, artes, técnicas.

Para o autor, a etnomatemática estuda a matemática presente nas práticas de grupos culturais, tais como comunidades urbanas e rurais, grupos de trabalhadores, classes profissionais, crianças de uma certa faixa etária, sociedades indígenas, e tantos outros grupos que se identificam por objetivos e tradições comuns ao grupo (Quitembo e Nkholondjo, 2024). Estes autores, apoiando-se em D'Ambrosio (2001), asseveram que algumas práticas que emergem do contexto familiar na realização de suas ações no seu dia a dia revelam o uso da matemática sem que os praticantes percebam de forma explícita os conceitos matemáticos empregados.

Para Silva J. R (2023, p. 15), a etnomatemática é "o processo de desenvolvimento de uma determinada atividade feita de modo diferente, a depender da cultura, do comportamento de cada região, cada país, cada povo no mundo". Ou seja, segundo o autor, a etnomatemática trata de entender o saber e o fazer matemática próprio das pessoas de um dado contexto sociocultural que não consideradas, cujo conhecimento não é reconhecido como conhecimento a ser introduzido no ensino formal.

No entender de Sufiatti et al (2013), a etnomatemática não rejeita a matemática acadêmica, mas visa dar visibilidade as diferentes formas de fazer matemática, pretendendo com isso agregar valores da humanidade a esses conhecimentos, de modo que as diferentes maneiras de se fazer matemática sejam respeitadas. No entanto, Amaral et al (2024), sublinham que ela "procura despertar um novo olhar sobre os processos e práticas já consolidadas e que desconsideram os contextos socioculturais". Neste sentido, tendo em conta que o conhecimento matemático é passado através da realidade de cada região em que o

aluno habita, cada cultura/região terá desenvolvido seus sistemas “de conhecimento com os mesmos objetivos, mas em outras matemáticas, utilizando diferentes formas de medir, contar, avaliar, ou seja, todos esses sistemas podem ser chamados de Etnomatemáticas” (Silva, 2021). De acordo com Dos Santos e De Lara (2021) a etnomatemática, como área da história da matemática, tem mostrado a evolução do conhecimento matemático realizado não “de modo linear e contínuo, visto que, ao longo da história diversos povos e civilizações contribuíram para o desenvolvimento do que hoje conhecemos por Matemática”.

Na concepção de D'Ambrosio (2005), Bishop (1991) e Lave (1988, 1996), a etnomatemática está voltada para “maneiras de fazer”, práticas sociais situadas, ancoradas em um contexto. A etnomatemática se preocupa, então, com as matemáticas que se manifestam em algumas atividades de culturas ou de instituições: «os conhecimentos oriundos de práticas quantitativas e qualitativas, tais como contar, pesar e medir, agrupar e classificar».

Finalmente sintetizamos a conceitualização da etnomatemática, citando Castro (2024), que assevera que:

A Etnomatemática é um campo de estudo interdisciplinar que se dedica a explorar as interações entre práticas matemáticas e as diversas culturas ao redor do mundo, reconhecendo e valorizando os saberes matemáticos presentes em diferentes contextos culturais. [...] a Etnomatemática propõe uma matemática plural, contextualizada e profundamente enraizada nos valores e práticas culturais dos diversos grupos sociais, destacando que o conhecimento matemático não é uma entidade única e isolada, mas sim uma construção coletiva que reflete a diversidade de experiências humanas ao longo da história (Castro, 2024, p. 3)

Mas ela, a priori, não se interessa em estudar diretamente os meios, nem as condições de transmissão desses conhecimentos. Há muito tempo que ela é utilizada

[...] também como um método de ensino-aprendizagem que leva em conta o ambiente em que determinado grupo social vive, facilitando a incorporação do conhecimento acadêmico. Isso é feito utilizando suas atividades diárias para melhor compreender a linguagem científica da matemática (Passos, 2008 apud Azevedo e Abreu, 2024, p. 2)

No que tange à relação entre cultura e matemática, nossa visão da matemática é a da matemática contextualizada ancorada em uma cultura, o que constitui uma ruptura em relação à visão segundo a qual a matemática é um conjunto de saberes e processos universais descontextualizados (Bishop, 1991; Ernest, 1991; Lave, 1988).

Para Bishop (1991), a matemática é um constructo cultural e sua aprendizagem faz apelo a uma certa maneira de conhecer, à uma ação, para cada pessoa, de reconstrução dos valores, de símbolos de sua cultura.

A matemática está associada a práticas sociais construídas por atores, adquire um significado em um contexto particular. Nesta visão, Bishop (1991) destaca diversas práticas quotidianas que envolvem a contagem, mensurações, construções/concepção ou explicações, reforçando assim os resultados de várias pesquisas em etnomatemática. A conceitualização do campo da etnomatemática feita por D'Ambrósio (2005) evidencia bem essas preocupações para as práticas quotidianas.

A questão política da preservação e da coabitação de culturas diferentes deve estar sempre presente no ensino e na aprendizagem da matemática e a preocupação de manter sempre vivas essas culturas coloca o ensino no primeiro plano das inquietações daqueles que querem conservá-las.

Como exemplo, destacamos a relação das culturas matemáticas e a matemática. As culturas africanas produzem conhecimentos matemáticos desde tempos imemoriais. Nesse sentido, “a africanização do conhecimento”, segundo Gerdes (2002, p. 221-222), “pode ser entendida como uma tentativa de compreender, analisar e disseminar ideias produzidas por diferentes culturas no continente africano”. Essas ideias são desenvolvidas pelos seres humanos quando elaboram atividades culturais e pensam nelas. Nesta perspectiva, Gerdes (2002, p. 222) assevera que:

Essas ideias podem ou não ser transmitidas a outros indivíduos, apreendidas de outros grupos, ou então inventadas por indivíduos ou demais sociedades em interação. A matemática não é produto de uma esfera cultural particular, mas uma experiência humana comum a todos os povos. “O processo de estudar as suas ideias em contextos culturais diversas permite aprofundar o entendimento do que constitui a atividade matemática.

No que diz respeito à formação de professores, Castro (2024) assevera que a integração da etnomatemática tem desempenhado uma função crucial no equipamento de professores, agregando nele conhecimento matemático e a tomada de consciência “das diferentes culturas e práticas sociais que seus estudantes trazem para a sala de aula” (p. 3). Para o autor:

A formação de professores que integra a etnomatemática promove uma prática pedagógica inclusiva, capaz de engajar todos os estudantes em processos de ensino e aprendizagem significativos para suas realidades culturais. Essa abordagem é fundamental para a construção de uma educação matemática que contribua para a justiça social, reconhecendo e valorizando a diversidade cultural (Castro, 2024, p. 3)

À luz das reflexões tecidas sobre a etnomatemática, apresentamos reflexões sobre os diálogos possíveis entre a etnomatemática e a didática da Matemática.

ETNOMATEMÁTICA E DIDÁTICA DA MATEMÁTICA

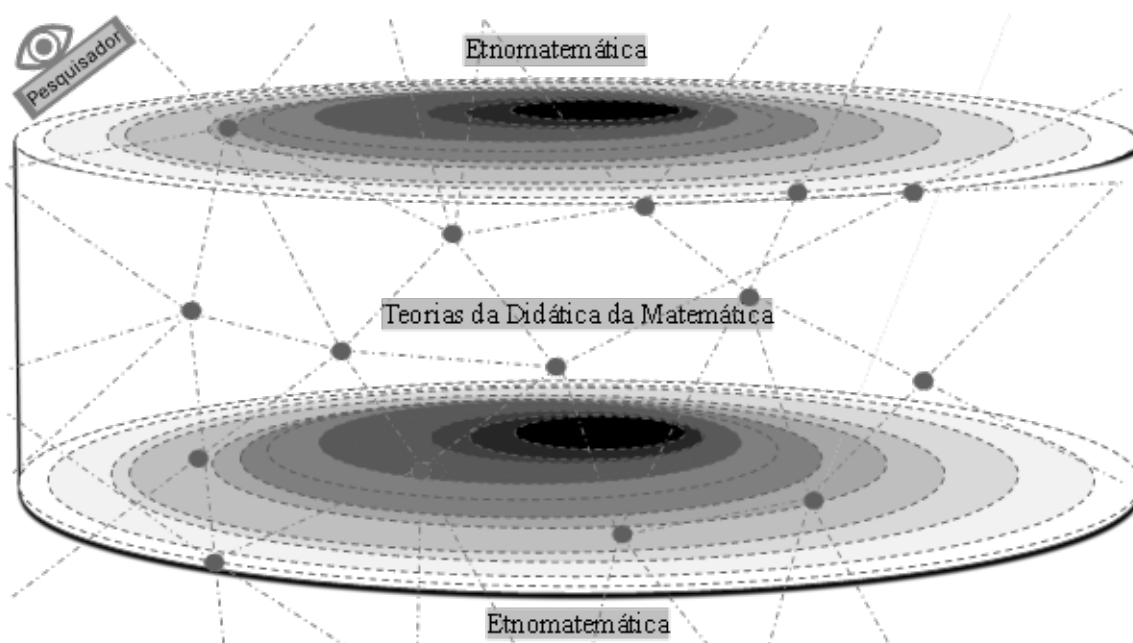
A didática da matemática como área de conhecimento nasceu pelo empenho de pesquisadores franceses, entre outros, em investigar os problemas relativos ao ensino e à aprendizagem da matemática, bem como propor ações fundamentadas para resolver, pelo menos parcialmente, tais problemas. As construções teóricas e experimentais permitiram a identificação e a compreensão de fenômenos que impactam os processos de ensino e de aprendizagem de conceitos matemáticos. Ela estuda também as condições específicas da difusão de conhecimentos e atividades matemáticas, ou seja, os projetos sociais cujo objetivo é fazer um indivíduo ou uma instituição se apropriar de um saber matemático constituído ou em constituição em uma outra instituição.

No cerne dos estudos e pesquisas dos fenômenos de aprendizagem matemática estão em jogo as relações entre um determinado indivíduo ou grupo de indivíduos (quem ensina e quem aprende, ambos em suas respectivas posições institucionais), o saber e o *milieu* em meio a um sistema didático. Portanto, implicitamente, neste sistema didático existem

diferentes universos relativos a diferentes grupos culturais, de acordo com a história pessoal-cultural associada às instituições onde cada indivíduo passou ao longo de sua trajetória. Além disso, a possibilidade de estudo de diferentes culturas abre espaço para os indivíduos deste sistema didático experienciarem outras formas de se fazer matemática e assim colocar à prova as suas formas de saber-fazer. Essas considerações trazem à luz a emergência de discussões a respeito de como as interconexões entre a didática da matemática e a etnomatemática podem contribuir no ensino e aprendizagem de matemática.

Com o intuito de ampliar os espaços de discussões, apresentamos o esquema da Figura 1, que representa uma estrutura cilíndrica formada pela intersecção entre a etnomatemática e a didática da matemática, onde a etnomatemática é representada por povos de diferentes culturas, seus diferentes modos de saber fazer alguma coisa, representados pelos discos que formam o topo e base da estrutura cilíndrica sólida (Figura 1). O estudo destes povos é determinante no processo de investigação de fenômenos didáticos, onde os pontos em cinza representam as teorias da didática da matemática e seus constructos teóricos, que refletem a possibilidade de conexões teóricas de acordo com as questões de pesquisa relativas a interface da relação pessoal da pessoa com o objeto matemático de conhecimento e a sua relação cultural-social, as quais são indissociáveis.

Figura 1 – Universos da etnomatemática & teorias da didática da matemática



Fonte: Autores

As interconexões, conforme a Figura 1, podem trazer contribuições para o ensino e a aprendizagem da matemática, ampliando o *milieu* de quem aprende por intermédio do estudo das culturas e suas etnias e transcendendo o *milieu* do professor às diversas dimensões de um determinado objeto de conhecimento.

Nomeamos o esquema representado pela Figura 1 propondo um espaço de discussões/reflexões de modelo de interconexão entre a etnomatemática (MED) e a didática da matemática, que detalharemos na próxima seção.

Modelo de Interconexão entre a Etnomatemática e a Didática da Matemática (MED)

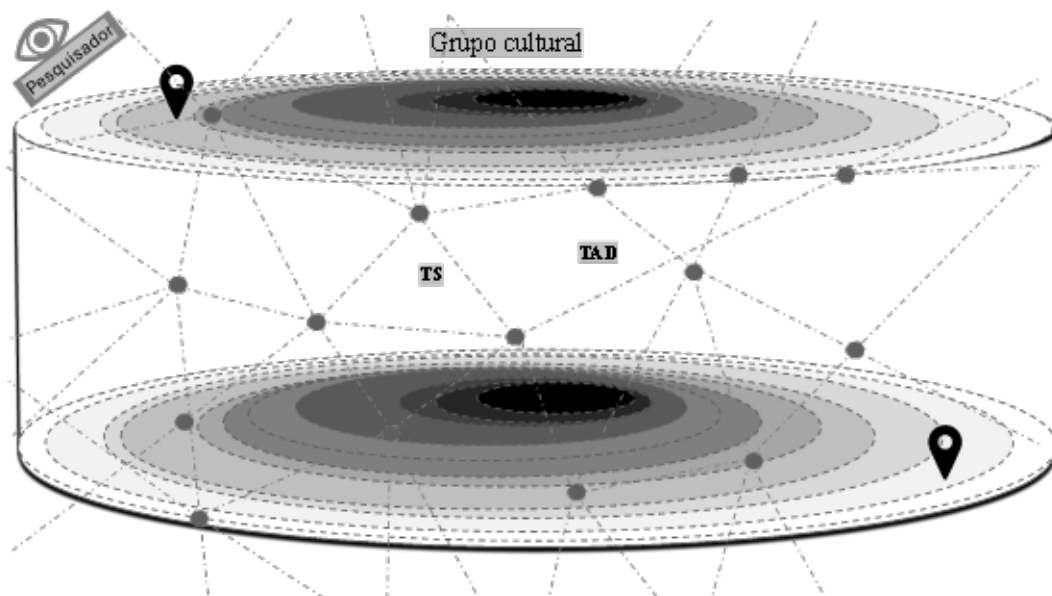
O MED surge como uma possível contribuição ao debate político destacado no trabalho de Brousseau (2006), relativo às formas em que uma “sociedade transmite os conhecimentos oriundos de suas práticas e de sua cultura, em que algumas práticas são abandonadas em detrimento de outras. Diante deste contexto, ele assevera que a etnomatemática e a didática da matemática tornam-se dois elementos científicos essenciais, a primeira para descrever os conhecimentos e a segunda na incumbência de transmiti-los em novas condições

Brousseau destaca que:

Em didática, o professor quer transmitir aos alunos uma cultura que, naquele momento, lhes é estranha. Cria, por isso, um meio (cursos, textos, problemas, materiais etc.) favorável às atividades e aquisições que está visando. Sua legitimidade é de ser o mandatário de uma sociedade à qual o aluno quer pertencer e que lhe pede para aprender (Brousseau, 2006)

Diante deste cenário, o MED propõe um espaço de discussões/reflexões esquematizado na Figura 2, onde a etnomatemática é um universo determinante para instigar diversas praxeologias investigativas ao nível da pesquisa em didática da matemática (no seio das teorias didáticas e de seus constructos teóricos), as quais, sob a análise do pesquisador em um percurso de estudo e pesquisa (símbolo de localização, indicando o início de um percurso e o fim), podem contribuir para ampliar o equipamento praxeológico do professor de matemática no que diz respeito a sua cultura matemática, e a uma visão ampliada/vigilante que identifica a cultura matemática dos alunos, ressignificando as suas praxeologias didáticas e matemáticas.

Figura 2 – MED



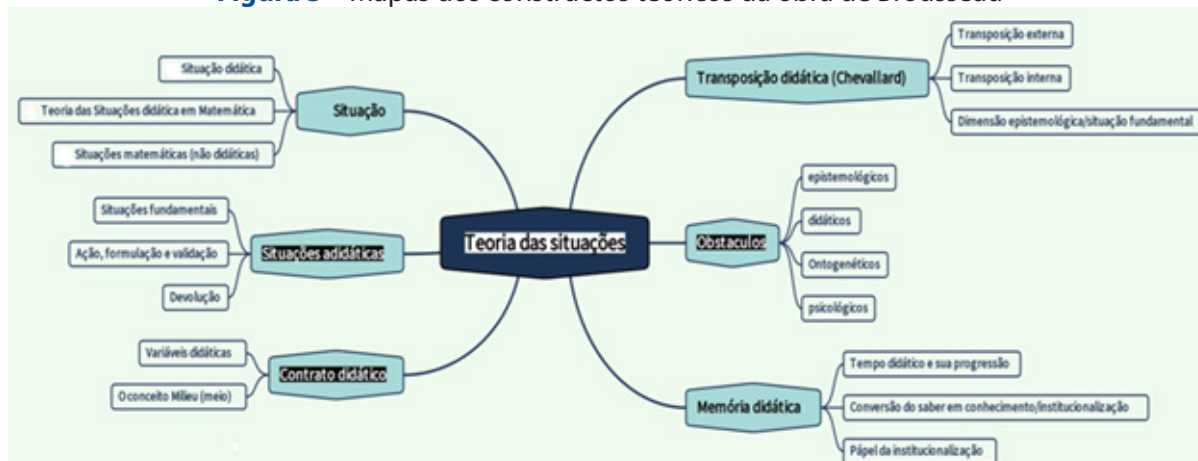
Fonte: Autores

No que segue, apresentamos alguns constructos teórico-metodológicos, e exemplos de análise de situações oriundas da etnomatemática à luz desses constructos.

Teoria das Situações

O esquema da Figura 3 representa, de forma não exaustiva, os principais constructos teóricos desenvolvidos por Guy Brousseau. Apresentam-se de forma sucinta as diferentes compreensões sobre esses constructos, iniciando pela teoria das situações (TS).

Figura 3 – Mapas dos constructos teóricos da obra de Brousseau



Fonte: Construção com ajuda de <https://gitmind.com/app/docsl>

Um dos objetivos da TS é criar um modelo da interação entre o aprendiz, o saber e o *milieu* (ou meio)³ em que a aprendizagem deve se desenrolar. Ela foi desenvolvida por Guy Brousseau no intuito de modelar os processos de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos. Para o autor,

[...] um processo de aprendizagem pode ser caracterizado de modo geral (senão, determinado) por um conjunto de situações identificáveis (naturais ou didáticas) reprodutíveis, conduzindo frequentemente à modificação de um conjunto de comportamentos de alunos, modificação característica da aquisição de um determinado conjunto de conhecimentos (Brousseau, 1975, apud Almouloud, 2022, p. 33).

Observa-se, portanto, que, o objetivo da **teoria das situações** é caracterizar um processo de aprendizagem por uma série de situações que podem ser reproduzidas, e conduzem em geral à modificação de comportamentos de alunos em jogo nas situações almejadas. A referida modificação atesta de uma possível aquisição de um determinado conhecimento, da ocorrência de uma aprendizagem significativa.

A Figura 3 apresenta a TS como um conjunto de constructos teóricos do campo de pesquisa que, sob a lente de Brousseau, permitem analisar os diferentes tipos de situações que podem ocorrer nos processos de ensino e aprendizagem de um determinado saber.

Chamamos a atenção sobre o objeto central de estudo da TS que é a *situação didática*, em que são identificadas as interações estabelecidas entre professor, aluno e saber. Brousseau (1986) procura teorizar os fenômenos ligados a estas interações, visando a especificidade do conhecimento ensinado. Para isso, considera fundamental a estrutura formada pelo sistema mínimo que é o conjunto das interações entre **professor e alunos** mediadas pelo **saber** nas situações do ensino.

³ Neste texto utilizaremos o termo *milieu* ou *milieux* em francês no lugar de sua tradução em português, “meio”, por entender que esta não dá conta da ideia que está em jogo. Explicitaremos neste capítulo o que entendemos por *milieu* segundo Brousseau (1986).

Na TS estuda-se a consistência dos objetos e de suas propriedades (lógica, matemática, ergonômica), necessárias para a construção lógica e a invenção de “situações”, e faz-se a confrontação científica (empírica ou experimental) da adaptação desses modelos e suas características com a contingência.

Brousseau chama atenção sobre a importância de entender as distinções entre “situações” didáticas, adidáticas e não-didáticas. Um situação não-didática específica de um saber é uma situação sem uma finalidade didática na qual a relação com o saber é desenvolvida como um meio econômico de ação.

Um constructo teórico da TS é “*milieu*” que é definido como um sistema antagônico do actante. Com relação a uma situação de ação, o *milieu* é tudo aquilo que atua sobre o aluno ou/e sobre o qual o aluno atua.

Para Brousseau (1998), o actante é “aquilo” que atua sobre o *milieu* de forma racional e econômica dentro das regras da situação.

A estruturação do milieu didático do aluno revela um intertravamento de situações correspondentes a projetos distintos, cada um dos quais serve como *milieu* para o próximo. O *milieu* de um conceito matemático é o agregado dos *milieux* das situações em que os conhecimentos relacionados a este conceito aparecem como um meio de resolução. Exemplo: a folha de papel, a régua graduada e a bússola geram o *milieu* da geometria plana euclidiana (Brousseau, 1998, s/n, Glossaire V5, *tradução livre, grifo nosso*)

O *milieu* para um aluno genérico pode ser também definido com um sistema de conhecimento capaz de evoluir, de aprender um determinado conhecimento. Para Perrin-Glorian (2024, p. 185), “A distinção entre conhecimento e saber, está intimamente relacionada com a criação de *milieu* adequado que permite a transformação do saber que se pretende aprender em conhecimento necessário para resolver um problema que representa esse saber”. Ainda assevera que esta caracterização do *milieu* implica a identificação, além dos problemas que podem ser resolvidos pelo saber, como novos conhecimentos podem surgir ao buscar resolver tal problema, apoiando-se em conhecimentos antigo e as interpretações das retroações do *milieu*.

Os constructos “**Situação fundamental e devolução**” são outros elementos importantes da TS.

Uma Situação fundamental é uma situação capaz de gerar, por intermédio de jogo de variáveis didáticas que a determinam, o conjunto de situações correspondentes a um determinado saber. Tal situação, quando pode ser identificada, oferece possibilidades de ensino, mas sobretudo uma representação do saber pelos problemas em que intervém, permitindo que o significado do saber a ser ensinado seja restaurado.

Para Almouloud (2022), uma **situação fundamental** é uma situação adidática cuja noção a ensinar é a resposta considerada a mais indicada. Ela permite introduzir os conhecimentos em sala de aula numa epistemologia propriamente científica. Portanto, é uma situação adidática característica de um *saber* ou de um *conhecimento*, e cujo funcionamento depende dos valores das variáveis didáticas escolhidas.

O caráter adidático de uma fundamental depende também da **devolução** ao aluno da situação de aprendizagem pelo professor. A devolução é ato pelo qual o professor obtém que o aluno aceite e –possa aceitar– agir em uma situação adidática, assumindo o risco e a responsabilidade de seus atos em condições incertas.

A **devolução** é a contrapartida da **institucionalização**. Estas são as duas intervenções didáticas do professor sobre a situação “aluno–*milieu*–conhecimento”. É um importante elemento sui generis do contrato didático.

Brousseau (1997) assevera que as situações diferem essencialmente pelas regras que são geralmente determinadas pelo conhecimento a ser ensinado. Mas, as formas de conhecimentos, sua aprendizagem ou aquisição dependem da estrutura do sistema, ou seja, das classes de situações que podem provocar a aprendizagem e aquisição do conhecimento pelo jogo de **variáveis cognitivas e didáticas**⁴. Nesta perspectiva, o autor apresenta quatro classes de situações (Quadro 1): as situações de ação, as situações de comunicação (formulação), a situação de demonstração ou de validação social e a situação institucionalização.

Quadro 1 – situações não didáticas (mas com uso didático)

Manifestação	Função	Forma de conhecimento	Modo de aquisição
Ação: Performance Competência Código	Decisão Modelo implícito de ação Repertório	Meio de tomar decisões	Assimilação Acomodação
Formulação: Performance Competência Código	Oral, escrito, gestual Mensagem Linguagem	Meio de comunicar	Modificação ou criação de uma linguagem
Validação: Argumentação Prova	Enunciado Conjetura Teorema Teoria	Meio de convencer, de provar	Retórica Lógica Demonstração
Institucionalização	Saber	Referência Validação social ou cultural	Informação Convenção Instrução

Fonte: Almouloud, 2022, p. 39

A **situação de ação** é um ‘modelo’, em que um sujeito manifesta seu conhecimento em suas interações com um ‘*milieu*’ de acordo com as ‘regras’ ou no contexto de uma situação.

Na **situação de formulação**, a formulação de conhecimentos implementa vários repertórios linguísticos (sintaxe e vocabulário) e a aquisição desses repertórios acompanha a dos conhecimentos que eles expressam, mas os processos são distintos. Como resultado, a aquisição de conhecimento pode ser feita diretamente, como no esquema da ação, ou pela conversão em ‘modelos implícitos’ de aquisições obtidas por formulações e comunicações.

Na **situação de demonstração, ou de validação social**, os alunos organizam enunciados em demonstrações, constroem teorias –conjuntos de enunciados de referência–, e

⁴ Uma **variável cognitiva** é um parâmetro de uma situação que, de acordo com os valores que são atribuídos a ele, altera o conhecimento necessário para a resolução de um problema e/ou os processos de aprendizagem. Uma **variável didática** é uma **variável cognitiva** que pode ser modificada pelo professor, e que afeta a hierarquia das estratégias de resolução (pelo custo, validade, complexidade). Dito de outra forma, uma **variável didática** de um problema ou situação é uma variável cujos **valores podem ser alterados pelo professor** e cujas modificações podem provocar sensivelmente o comportamento dos alunos em termos de aprendizagem, assim como provocar procedimentos ou tipos de resposta distintos (Almouloud, 2016, p. 121).

aprendem como convencer os outros ou ser persuadidos sem ceder a argumentos retóricos com autoridade, a sedução, amor-próprio, a intimidação etc.

A **institucionalização** é a passagem para um conhecimento de seu papel ferramenta de resolução de uma situação de ação, de formulação ou de prova, para um novo papel de objeto de referência para utilizações futuras, coletivas ou pessoais. O professor reconhece e nomeia os conhecimentos interessantes nas produções dos alunos, que deve esquecer suas próprias formulações e fixar o vocabulário. O professor e os alunos entram em uma nova convenção: o valor do conhecimento em jogo não é estabelecido imediatamente, ele é garantido pela sociedade, pela cultura. Ele se revelará daqui em diante em outras atividades didáticas ou não. O professor combina com os alunos a possibilidade de exigir no futuro 'saberes' como conhecidos e familiares. Às vezes, alguns objetivos de aprendizagem podem ser escolhidos e sua responsabilidade dividida entre o professor e os alunos.

O conjunto das relações envolvidas nessas diferentes situações (Quadro 1) é um 'jogo' relacionado com a teoria das situações didáticas em matemática (TSDM) cujo objetivo "é classificar as situações (ação, formulação, validação e institucionalização) (Quadro 1) e, portanto, os conhecimentos de acordo com suas relações e as possibilidades de aprendizado e ensino que elas oferecem" (Almouloud, 2022, p. 39).

Essas relações dependem do tipo de contrato didático estabelecido entre o professor e seus alunos. Um dos importantes é o **contrato baseado na transformação do saber**. Na perspectiva deste tipo de contrato,

[...] o sistema didático aceita questionar a ordem empírica, a ordem axiomática ou a organização cultural padrão para adaptar-se a uma ordem genética. Ele aceita a realidade da aprendizagem por acomodação, a existência de obstáculos e a necessidade de conhecimentos provisórios, 'transpostos' e que podem ser revista no processo de ensino. A articulação e a gênese dos saberes coletivos ou pessoais, entre na negociação do contrato (Brousseau, 1995, apud Almouloud, 2022, p. 58).

O autor ainda acrescenta que o docente leva em consideração sua história e a do aprendiz, já que este

[...] desenvolve sua própria relação ao saber antigo, a que já atribuiu um significado, um lugar na construção de outros saberes. A recuperação de um saber antigo faz apelo a uma nova divisão de responsabilidades entre o professor e o aluno. Na maioria das vezes, as razões para a recuperação não são as mesmas para o professor e para os alunos (Almouloud, 2022, p. 59).

Do ponto de vista do contrato didático, este representa, de acordo com Brousseau (1990), os direitos e deveres implícitos dos alunos e do professor em relação aos objetos e ao saber matemático ensinados. Caracteriza o conjunto de regras que os alunos e o professor compartilham e que limitam as responsabilidades de cada parte, alunos e professor, com relação a um saber matemático que está sendo ensinado.

No decorrer do ensino de um saber, as regras de comunicação entre alunos e professor sobre os objetos de saber são estabelecidas, alteradas, quebradas e restabelecidas à medida que o saber é adquirido, dependentes de sua evolução sua história. Essas regras não assumem uma forma única e fixa no tempo; pelo contrário, são o resultado de uma negocia-

ção constantemente renovada. Essa negociação produz uma espécie de jogo cujas regras provisoriamente estáveis permitem que os protagonistas e, em particular, o aluno, tomem decisões com um certo grau de segurança, necessária para garantir a independência característica da apropriação (Brousseau, 1986).

O antagonismo do contrato didático depende das situações desenvolvidas, principalmente de situações fundamentais:

Esses constructos teóricos, representados pelos pontos cinza do MED (Figura 2), contribuem para a análise do universo da etnomatemática, que pode ser representada pelo saber-fazer de um determinado grupo cultural.

A seguir apresentamos os jogos africanos *Ntùntùn* e *Ngelu*, os quais fazem parte deste universo (topo e base da Figura 2) e, em seguida sua interconexão com a teoria das situações, cujo estudo, análise e discussão contribuam para o ensino e a aprendizagem da matemática.

Ntùntùn e Ngelu

Na perspectiva da etnomatemática apresentamos dois jogos (*Ntùntùn* e *Ngelu*) praticados por crianças em República do Mali (África) no intuito de desenvolver a criatividade e o raciocínio lógico.

Kanouté e Almouloud (2023) asseveram que o *Ntùntùn* e *Ngelu* são jogos da sociedade tradicional. Na área sociocultural Bamanan (Mali), o *Ntùntùn* é uma linguagem usada por crianças para saber até que ponto seu colega pode descobrir o significado oculto de um certo número de dados.

O *Ngelu* é um jogo em que a criança deve adivinhar um elemento de um conjunto preciso, previamente escolhido por outros amigos. Por exemplo, duas crianças escolhem discretamente o animal “leão” e depois vêm ver um grupo de camaradas e perguntam-lhes em qual “animal selvagem” pensaram.

O campo de intervenção de *ntenten* é infinitamente maior do que o de *Ngelu*; da mesma forma, o enunciado de *ntenten* é mais complexo do que o de *Ngelu*.

No ambiente Bamanan, *ntenten* em sua forma original está sujeito a regras que dizem respeito ao tempo, lugar, pessoas e recitação (Bonvini, 1988, p. 251). Kanouté e Almouloud (2025, p. 63) afirmam que:

- As crianças brincavam à noite e durante a estação das chuvas. Normalmente, suas atividades começam com *ntenten*. Como tal, o *ntenten* pode ser considerado um teste de aptidão, como o cálculo mental na educação formal ou o aquecimento na educação física.
- O jogo era geralmente jogado em “clubes infantis”. Não era incomum assistir a cenas de *ntenten* na família com os mais velhos, os avós. É neste nível que o máximo de *ntenten* e suas respostas são listados; é também aí que se resolvem os possíveis conflitos que opõem às crianças sobre a solução de um *ntenten* [...]. A educação tradicional é ministrada em todo lugar, em todos os momentos e por todos, em vez de localizá-la em um local, com horário e equipe especializada.

Além disso,

[...] o jogo também tem proibições, “a troca de charadas é estritamente excluída entre as seguintes categorias de parentesco: pai e filha, mãe e filho (em idade conjugal), genro e sogros, marido e irmã da esposa. [...] Uma criança nunca pode tomar a iniciativa de perguntar uma charada a uma pessoa mais velha que ela (Bonvini, 1988, apud Kanouté e Almouloud, 2023; p. 63)

Esses autores acrescentam que é preciso relativizar essas restrições, pois no que diz respeito ao “contrato social entre a criança e a sociedade dos adultos, caracterizado pelo respeito aos mais velhos, pais, mães, líderes e o mestre” (p. 63), a sociedade Bamanan definiu o direito de brincar com os avós, com os cunhados e cunhadas, com os primos.

O *ntenten* começa e termina com uma fórmula sagrada: Suponha que duas crianças estejam jogando o jogo: P é o proponente e R o respondente. A fórmula é (invariavelmente) o seguinte diálogo (Quadro 2):

Quadro 2 - Jogo de pergunta e resposta no *ntenten*

Perguntas (P)	Respostas R
P– <i>ntenten</i>	R– <i>ntenmasa</i>
P–(P dá a declaração de <i>ntenten</i>)	R–(R dá sua resposta)
Se a resposta dada estiver correta, P parabeniza R)	Caso contrário, R reconhece sua falha e oferece P:
R–n ye misi di i ma (ofereço-lhe um boi)	P–n y’a mine (eu aceito) Então P dá a resposta correta

Fonte: Kanouté e Almouloud (2023, p. 65)

Kanouté e Almouloud (2023) explicam que na sociedade Bamanan, o *ntenten* tem uma função essencialmente pedagógica, serve para iniciar a criança na manipulação da imagem e na analogia ... e no domínio do símbolo.

De fato, a natureza dos objetos declarada no texto do *ntenten* é muitas vezes diferente daquela dos objetos-soluções. [...] Em outras palavras, o objetivo essencial de *ntenten* é fazer com que a criança compare formas, cores, habilidades; para estabelecer relações entre realidades aparentemente distantes, para despertar sua mente para a observação, ensiná-lo a julgar e a não confiar nas aparências (p. 65)

Concretamente, como o *ntenten* cumpre essa função educacional? Por quais técnicas? Kanouté e Almouloud (2023, p. 65) apresentam duas observações:

1 °) Se é verdade que os textos e soluções dos *ntenten* apelam a “uma série de imagens e alusões”, não foi possível encontrar no terreno, nem um debate sobre uma solução proposta, nem a justificativa para uma solução, nem a rejeição de uma solução

2 °) Em um dado ambiente cultural, um *ntenten* tem a mesma forma e a mesma estrutura sintática; as respostas são únicas e invariáveis, existem respostas padrão.

Os autores deduzem que,

[...] de um lado, os *ntenten* são textos pensados e construídos em alto nível da sociedade, com estilo e para uma função bem definida, e por outro lado, o *ntenten* nos parece um jogo de memória. Parece-nos que a criança é solicitada a lembrar de memória o texto do *ntenten* e sua resposta, pois para a sociedade a grande capacidade de memorização de uma criança é um indício seguro de inteligência (p. 65)

Com relação à prática do *Ngelu*, Kanouté e Almouloud reportam-se à Dembelé (1989) que afirma o *Ngelu* é um jogo de memória, um jogo bamanan em que meninos e meninas competem pela inteligência. É um jogo de adivinhação.

As crianças se sentam em ordem, lado a lado. O líder, acompanhado por um assistente, recua até um canto para decidir o que pedir aos jogadores que adivinhem. Eles decidem e voltam para encontrar os outros, o líder apresenta o problema nestes termos: "Um animal selvagem"! em seguida, indexando o primeiro jogador, ele diz: "Ngelu!" este responde: "o leão". Se estiver certo, ele é aplaudido e deve se afastar. Se a resposta não estiver correta, o questionamento continua. Quando ninguém consegue adivinhar a resposta correta, o adjunto do líder a revela dizendo: "Suruku bo ye aw k]r]" que significa: "Aqui estão os excrementos da hiena espalhados à sua frente!" O líder e seu adjunto vão ainda escolher outra coisa, e o jogo continua até que todas as crianças consigam ter sucesso." (Dembele, 1989, apud Kanouté e Almouloud, 2023, p. 66)

O olhar do pesquisador para esta parte do universo da Figura 2, a partir dos jogos *Ntùntùn* e *Ngelu*, revelam várias interconexões que se podem realizar por intermédio do saber-fazer do jogo, e a releitura deste saber fazer pelas lentes da teoria das situações, em um processo de transposição didática para o ensino e aprendizagem da matemática.

A seguir apresentamos esta possibilidade de interconexões/articulações.

MED-EXEMPLO DE ARTICULAÇÃO DA ETNOMATEMÁTICA E A TEORIA DAS SITUAÇÕES

O olhar do pesquisador em didática da matemática ao conhecer uma cultura, seus modos de realizar as tarefas, de viver em comunidade resulta em diversas questões na perspectiva do ensino e da aprendizagem.

Kanouté e Almouloud (2023, p. 67) exploram como os jogos *Ntùntùn* e *Ngelu* podem ser explorados do ponto de vista pedagógico, e afirmam que os *Ntùntùn-jate*⁵ diferem dos problemas escolares, essencialmente, pela forma do enunciado e pela natureza das relações entre os objetos mencionados no texto. Nesta perspectiva, apresentam quatro exemplos de problemas escolares:

O enunciado de um problema escolar (*jate*) geralmente consiste em duas partes: os dados constituídos por objetos reais ou imaginários (conjuntos, número, relações, figuras e tabelas) seguidos por uma ou mais questões formuladas explicitamente. Esses enunciados têm duas qualidades essenciais: clareza quanto às relações em jogo; simplicidade em relação à linguagem e estrutura sintática; a precisão dos termos usados.

Exemplo 1: comprei um frango por 650F e vendi por 1000F. Eu ganhei ou perdi?

Exemplo 2: Um trem sai de Kayes às 7h15 e chega a Bamako às 19h35. Quanto tempo durou o trajeto?

Exemplo 3: a mãe de Ali tem 5 filhos. Qual é sua idade?

Exemplo 4: Um caçador vê 12 perdizes em uma árvore. Ele saca seu rifle e mata 7. Quantas perdizes sobraram na árvore?

Kanouté e Almouloud (2023) observam que o *Ntùntùn* tradicional não pode ser uma atividade matemática que permite a construção de novos conhecimentos: "a forma sintática de seus enunciados, o significado das palavras e da situação, a natureza da justificação ou da

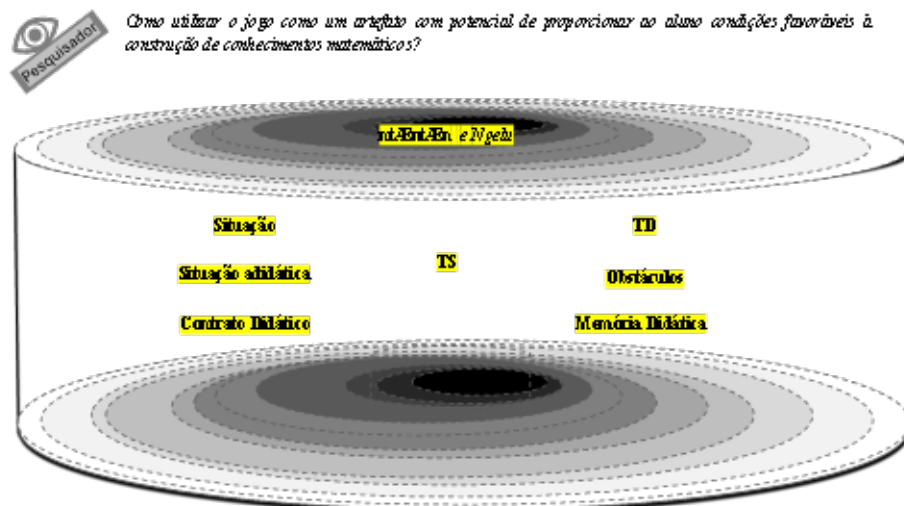
⁵ Jate significa contar em Bamanan.

prova” (p. 67). Dessa forma, surge a pergunta de natureza didática, mais especificamente da teoria das situações: *Como utilizar o jogo como um artefato com potencial de proporcionar ao aluno condições favoráveis à construção de conhecimentos matemáticos?*

Essa questão leva os autores ao estudo e análise do jogo que revelam as possíveis interconexões entre a etnomatemática e constructos da teoria das situações, resultando em um processo de transposição didática, conforme o esquema da Figura 4.

O esquema da Figura 4 apresenta os jogos *Ntùntùn* e *Ngelu* como parte do topo da estrutura cilíndrica, pertencente ao universo da etnomatemática, o qual será estudado/pesquisado pelo MED, por meio da interconexão com a teoria das situações, as quais são explicitadas pelos pesquisadores em seu percurso de estudo e análise dos jogos na perspectiva da didática da matemática.

Figura 4 - MED- Etnomatemática e a teoria das situações



Fonte: Autores

Kanouté e Almouloud (2023, p. 66) afirmam que

[...] o ritual utilizado para fazer o outro concordar em brincar, ou seja, descobrir o real significado da situação proposta e dar uma solução ao problema proposto, torna nt.Ænt.Æn um meio poderoso para fazer a **devolução** do problema no sentido de Brousseau (1986).

Os autores ainda afirmam que

Com o ritual (Ntùntùn nt.Ænmasa), a criança se sente envolvida em um processo que ela aceitou. Para torná-lo um instrumento educativo, vamos atuar sobre o conteúdo das falas e introduzir o “voto-debate” em sala de aula. Acrescentando à forma clássica o processo martinière e o debate, criaremos um nt.Ænt.Æn adaptado à matemática que chamaremos de Ntùntùn-jate ou simplesmente Nt.Ænjate.

O texto de um nt.Ænt.Æn-jate é um conjunto de dados (possivelmente imagens), questionados ou não, cujo ritual inicial é o seguinte **ntenten** — ntenmasa.

Neste texto, consideraremos qualquer enigma (**ntenten**) como um “enigma-problema” (**ntenten-jate**). Quando a pergunta está faltando na declaração, o ritual usual é acompanhado pela exclamação “N ñininka!” [Pergunte-me alguma coisa !]

Exemplo 1: Ntùntùn —————-(**nt.Ænmasa**)

N ñininka : Comprei um frango por 650F e vendi por 1000F.

Exemplo 2 : Ntùntùn —————-(**nt.Ænmasa**)

N ñininka : Deixei Kayes às 7h15 e cheguei em Bamako às 19h35.

Exemple 3 : Ntùntùn —————-(*ntEnmasa*)

N ñininka : Um caçador vê 12 perdizes em uma árvore. Ele dispara seu rifle e mata 7.
(Kanouté e Almouloud, 2023, p. 68)

O *Ngelu* tradicional envolve a veracidade da resposta do receptor. Kanouté e Almouloud (2023, p. 72) asseveram que

[...] o líder do jogo pergunta à criança “um animal selvagem”, a criança responde ‘hiena’, o líder responde ‘não é isso!’ (O tÆ). No entanto, hiena é de fato um animal selvagem [a resposta “hiena” é falsa, o que é verdade em algum lugar: portanto, não estamos mais em matemática]. Aqui surge o problema das instruções, ambiguidades, implícitas nos problemas com soluções múltiplas.

Ao escolher o *Ngelu* como uma situação de comunicação (Brousseau, 1997) em que a formulação das instruções e sua decodificação são de responsabilidade dos transmissores e receptores, respectivamente, introduzimos na aula um jogo cujo funcionamento e organização são semelhantes ao *Ngelu*, e que chamaremos de *Ngelujate* (Kanouté e Almouloud, 2023).

Estes autores asseveram que no *Ngelu*, o *milieu* (Brousseau, 1997) é constituído por todas as respostas fornecidas e as avaliações do líder e seus auxiliares.

Ao levar o jogo para sala de aula, o professor pode enriquecer o *milieu* por propriedades características do elemento procurado. Portanto, a sala de aula

[...] é regida por um contrato de pesquisa: o jogo, assim, aproxima-se de problemas do tipo escolar, dando lugar a um debate e cuja solução pode ser controlada. Por exemplo, o líder (o professor ou um aluno) possivelmente acompanhado por um assistente (um aluno), propõe e designa um aluno a quem pergunta:

Ngelu: “cinco inteiros pares menores que dez”, ou ele submete um certo número de alunos aos seguintes testes:

Ngelu: “número de três dígitos (que não começa com zero) e cuja soma dos dígitos é dois” (o líder escolheu por exemplo o número 101)

Ngelu: “Quadrilátero com dois lados paralelos” (O líder pede que a classe aprecie cada resposta com saudações). Portanto, se alguns alunos torcem e outros não, então nos deparamos com uma situação de debate que o professor deve lançar (Kanouté e Almouloud, 2023, p. 72-73)

Esses autores introduziram o termo *Ntùntùnjate* para designar tanto o *Ntùntùnjate* como o *Ngelujate*. Eles afirmam que a introdução de *Ntùntùnjate* no primeiro ciclo do ensino básico da república de Mali tem duas vantagens claras.

Essas vantagens estão associadas a perguntas e respostas que o jogo requer, o que leva a diversas situações adidáticas que constituem a situação fundamental característica do saber em jogo, as quais se referem, em primeiro lugar, à criança ser confrontada com “problemas supostamente impossíveis” que “consistem em problemas irreais, problemas contraditórios, problemas insolúveis e problemas com questões inesperadas” (p. 73). Este tipo de situação pode exigir da criança a ampliação de seu escopo de análise de um problema. E em segundo lugar, ao fazer a devolução (Brousseau, 1997) da resolução da questão ao aluno, os autores inferem “sua compreensão do problema ou da situação-problema será mais “visível”

porque, [...] “a criança só consegue lidar bem com os problemas que “consegue propor para seus camaradas” (p. 73)

Portanto, *Ntùntùnjate* tem potencial para o processo de devolução da situação de aprendizagem pelo professor, em que o significado imediato da atividade proposta e a compreensão da tarefa são atribuídos ao aluno. Os autores afirmam:

Esses problemas de enigma e a abordagem pedagógica que os acompanha parecem duplamente importantes para nós:

1) do ponto de vista do contrato didático, permitirão romper com certos maus hábitos constantemente observados nas aulas (de matemática): hábitos ligados à percepção que os alunos têm da escola, do professor e de um problema de matemática, e hábitos relacionados com a concepção que os professores têm do aluno e a matemática. Esses hábitos justificam amplamente o comportamento do aluno quando confrontado com um problema, a atmosfera geral da aula e o progresso da aula de matemática.

2) do ponto de vista do debate, considerado como elaboração do raciocínio e confronto da argumentação em torno da questão matemática (Kanouté e Almouloud, 2023, p. 74)

Os autores inferem o debate em torno de *Ntùntùnjate* permite, por quebra de contrato vigente, que o aluno tenha um novo comportamento diante de um problema matemático e o professor: “tenha acesso às diferentes concepções que os alunos têm de um problema matemático e da sua solução” (p. 76).

As reflexões que apresentamos apoiam-se no trabalho de Kanouté e Almouloud (2023), que consistia em transformar os dois jogos referenciados em situações didáticas explícitas (Brousseau, 1987). Dizendo de outra maneira, o

[...] objetivo é fazer com que o professor “transforme” os jogos tradicionais em ferramentas de ensino de acordo com as realidades culturais do aluno do Mali. Para ter sucesso nessa transformação, é necessário trabalhar na formulação das instruções, bem como na identificação dos conhecimentos a serem verificados ou eventualmente construídos (Kanouté e Almouloud, 2023, p. 83)

Ainda asseveram que

Por exemplo, a apresentação de exercícios ou atividades matemáticas na forma de um *ntEnjate* obriga o professor a trabalhar na produção de afirmações claras, precisas e concisas e, portanto, facilmente acessíveis ao aluno. O *Ngelujate* pode se adaptar a todas as situações de comunicação. O trabalho que é, portanto, da responsabilidade do professor é a formulação das instruções e a organização da aula. A estrutura tradicional escolhida é suficientemente motivadora para permitir uma rápida conversão do problema a ser resolvido.

Além dos aspectos apontados na citação acima, os autores explicitam a questões relacionadas com a “modelagem teórica da contagem oral Bamanan, bem como a **‘didatificação’** dos jogos tradicionais, ambas se relacionam a um problema **etnomatemático**” (p. 84).

O MED- etnomatemática e a teoria das situações traz à luz o resultado da interconexão entre a etnomatemática e a teoria das situações por meio do:

- Estudo de práticas sociais com o objetivo de extrair modelos de conhecimento que façam sentido em matemática;

- Estudo das condições de “didatificação” destes modelos para integrá-los aos conteúdos da formação docente (Kanouté e Almouloud, 2023, p. 84)

Dessa forma, o MED ilustra que conhecer o universo etnomatemático, no caso, em particular, o jogo característico da República do Mali (África) promove de diversas possibilidades de análise e planejamento de situações didáticas de modo que a interação aluno, professor, saber e *milieu* se torne cada vez mais estreita para que a institucionalização dos saberes seja estabelecida. Além disso, os jogos apresentados (Kanouté, 2007) podem servir de base para que os professores construam jogos educativos com o objetivo de introduzir um conceito, controlar sua aquisição ou promover sua construção.

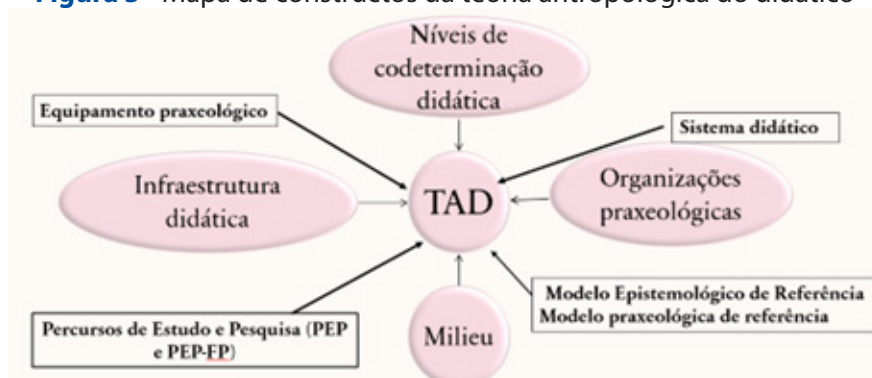
A transformação dos jogos do ambiente tradicional com vista à sua integração no curso de matemática tem potencial para que o professor produza “criações didáticas originais” que podem proporcionar “o estabelecimento progressivo de uma etnomatemática adaptada” (Kanouté e Almouloud, 2023, p. 84).

Para a discussão do MED- etnomatemática e a teoria antropológica do didático, segue um breve relato sobre esta última

Teoria antropológica do didático

A teoria antropológica do didático estuda as condições de possibilidade e funcionamento de sistemas didáticos sujeito-instituição-saber. Insere a didática no campo da antropologia. Focaliza-se essencialmente no estudo das organizações didáticas (praxeologias didáticas) pensadas para o ensino e a aprendizagem de organizações matemáticas (praxeologias matemáticas). O mapa representado pela Figura 3 ilustra os principais constructos da teoria antropológica do didático (TAD).

Figura 5 - Mapa de constructos da teoria antropológica do didático



Fonte: Os autores

Bosch e Chevallard (1999) asseveram que essa teoria permite analisar, descrever e estudar as práticas institucionais. Nesse sentido, um conteúdo matematicamente organizado é, em parte, o objetivo que o professor almeja ao mesmo tempo em que dá suporte para a elaboração da praxeologia ou organização didática, que será colocada em prática, em sala de aula, como organização do saber matemático em jogo. Chevallard (2002) afirma que o primeiro aspecto dessa organização caracteriza o saber-fazer, designado por um **bloco prático-técnico** que considera que toda atividade humana, inclusive as atividades matemáticas, consiste em cumprir uma tarefa (t) de certo tipo (T), por pelo menos uma técnica (τ). O segundo aspecto caracteriza o saber, em um sentido restrito, geralmente designado por

um **bloco tecnológico-teórico**, que considera certa tecnologia (θ) que justifica a técnica (τ) e uma teoria (Θ), que por sua vez, justificaria tal tecnologia. A tecnologia ao mesmo tempo que permite pensar sobre a técnica, permite também produzir novas técnicas.

Para Chevallard (2002), um tipo de tarefa do professor é “ensinar certo tema matemático” que é entendido por ele como uma organização praxeológica de natureza matemática, que chama, para ser breve, de organização matemática. Para o autor, em um universo de tarefas rotineiras, as praxeologias podem envelhecer quando seus componentes teóricos e tecnológicos perderem crédito, pois, a todo o momento, novos tipos de tarefas problemáticas se apresentam como problemas, cuja solução encaminha para a construção de novas praxeologias.

Há os que acreditam que a formação contínua é o veículo que pode provocar a formação de um novo sistema didático, que interrompe a prática mecanizada que está instituída. Um deles é Chevallard (1999), para quem essa prática mecanizada acontece pelo abandono da problemática didática que poderia ser provocada por tarefas problemáticas. Embora acredite que a formação de um novo sistema didático interrompa o fluxo normal da atividade escolar e apareça como fonte de confusão, para ele a escola nas sociedades modernas é uma maneira de gerenciar aprendizagens, pois nela se consolida socialmente a ideia de didática e de estudo, ou seja, de fazer qualquer coisa a fim de aprender qualquer coisa (saber) ou de aprender a fazer qualquer coisa (saber-fazer). Para o autor, uma dificuldade do professor é criar uma exposição adequada de um tema matemático de estudo que possibilite ao aluno desempenhar um trabalho autônomo que propicie bons rendimentos em termos de aprendizagem.

Uma subárea da teoria antropológica do didático é o enfoque ecológico, que também será um referencial teórico nas pesquisas desenvolvidas a partir do presente projeto.

Para Chevallard (1991), a transposição didática permite evidenciar o percurso de um saber, desde sua origem até a sala de aula, que, por sua vez permite indicar características que possibilitam definir a sobrevivência de um saber enquanto objeto de ensino ou um sistema didático, isto é, observar as condições para que um objeto de ensino possa existir. Essa problemática ecológica permite então abordar os problemas estabelecidos entre os diferentes objetos do saber a ensinar.

Em termos da TAD, a abordagem ecológica permite ao pesquisador questionar as relações estabelecidas entre os saberes e o tipo de tarefas que favorecem ou dificultam a construção dessas relações. Para Artaud (1998), a problemática ecológica se apresenta:

[...] como um meio de questionar o real. O que existe e por quê? Mas também, o que não existe, e por quê? Sob quais condições? Inversamente, dado um conjunto de condições, quais objetos são levados a viver, ou ao contrário, são impedidos de viver nessas condições? (Artaud, 1998, p. 1)

A utilização desse referencial teórico parte de uma analogia com a biologia, quando apela à ideia de ecossistema em equilíbrio, e permite, dessa forma, analisar as relações construídas quando se introduz um objeto matemático, didático ou informático no sistema de ensino. Artaud (2006, p. 1), ao se referir a esse último ponto, aponta que “sua integração no

sistema de ensino passa por um estudo cuidadoso das condições ecológicas cujos níveis de determinação didática vão dos mais genéricos aos mais específicos”.

A noção de ecologia se apoia nas ideias de nicho, habitat e ecossistema no sentido de que a alteração de um único saber pode acarretar modificações em todo o ecossistema e, assim, a perda de equilíbrio. O habitat de um objeto matemático seria o tipo de instituição onde se encontra o saber relacionado a esse objeto, que, por sua vez, determina seu nicho quando explicita a função desse saber. Mas como um objeto matemático não vive isoladamente, é necessário determinar seu habitat, ou seja, os espaços onde se encontra esse objeto e com quais saberes ele se associa.

A noção de ecossistema é entendida aqui não apenas como um conjunto de saberes (em analogia ao conjunto de seres vivos, na biologia), consideram-se também as instituições (nos termos da TAD) nas quais estes saberes “vivem”, e, portanto, as relações que podem ser identificadas pelo estudo das praxeologias. Artaud (1998) identifica dois tipos de estudo: a ecologia dos objetos matemáticos e a ecologia dos objetos didáticos, o que implica no estudo das praxeologias matemática e das didáticas.

Os projetos apresentados buscaram analisar, para cada objeto matemático e didático trabalhado, os ecossistemas envolvidos e o conjunto de praxeologias que favorecem o equilíbrio desses ecossistemas. Trabalhou-se sob a premissa que tais análises permitem a formação do professor para a concepção e gestão de situações de aprendizagem (situações didáticas, nos termos da TSD), que favorecem o desenvolvimento do letramento científico tanto desses professores como de seus alunos.

A seguir apresentamos o jogo *Ntxuva*, o qual faz parte do universo etnomatemático (topo e base da Figura 2), por meio do qual se estabeleceu interconexões sob as lentes da teoria antropológica do didático, de modo a contribuir para o ensino e a aprendizagem da matemática.

NTXUVA

Na perspectiva da etnomatemática apresentamos o jogo *Ntxuva*, um jogo de tabuleiro jogado correntemente em Moçambique. O jogo *Ntxuva* é apresentado por Nhampinga (2023) no contexto de sua tese de doutorado. *Ntxuva* é “um antigo e tradicional jogo de tabuleiro jogado correntemente em Moçambique. Faz parte da família dos jogos Mancala, com mais de duzentas variantes” (Ali, Gimo, Saide, 2020; Borges, Paiva, Silva, 2010, apud Nhampinga, 2023, p. 131).

É constituído de “um conjunto abstrato de buracos e contadores, nos quais várias atividades locais de construção de significado podem ser projetadas” (p. 131), em “tabuleiros e madeira, betão ou no chão, dispostos em linhas e colunas, devidamente organizadas”. Para jogar, usam-se sementeiras de peças idênticas, mediante determinadas regras.

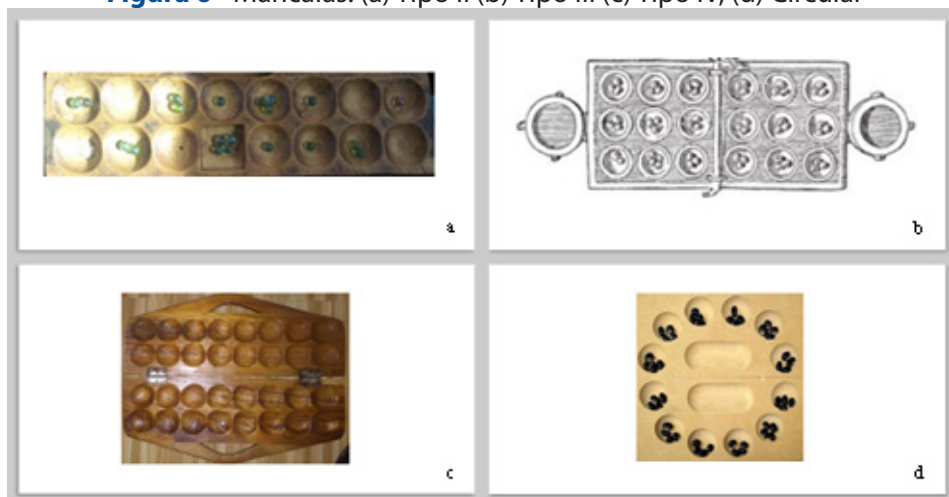
O autor assevera que:

Estas peças constituem os dados do jogo, as quais os jogadores vão semeando de casa em casa, ao mesmo tempo que realizam determinadas contagens estratégicas, que lhes permitem visualizar as possibilidades de eliminar os dados do adversário e poder

vencê-lo. Estes dados podem ser de sementes diversas, conchas, pedrinhas, berlindes etc (Nhampinga, 2023, p. 131)

O autor apresenta três tipos de Mancala, conforme o número de linhas que o compõem: Mancala II, III, IV, cujos tabuleiros possuem respectivamente duas, três e quatro linhas, ou são apresentados em formato circular (Figura 6).

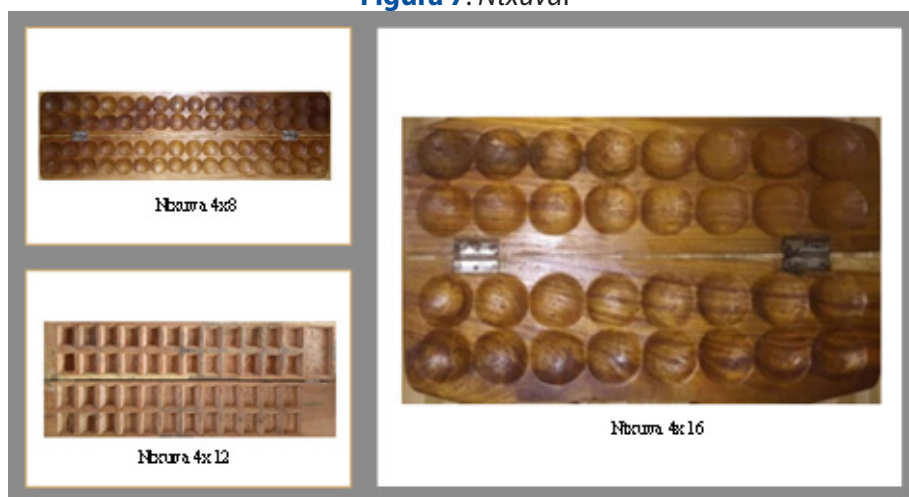
Figura 6 - Mancalas: (a) Tipo II (b) Tipo III (c) Tipo IV, (d) Circular



Fonte: Nhampinga (2023, p. 132)

O autor afirma que *Ntxuva* ou *Ntchuva*, tipo de Mancala IV “é um tradicional jogo Moçambicano, praticado em quase todo território nacional” (p. 136). Seu tabuleiro é constituído por quatro linhas, com um número variável de colunas, não menos que quatro. Além disso, o número de colunas pode ser par ou ímpar, o número de colunas pode ser 4, 6, 8, 9, dez, doze ou mais (cf. Figuras 7).

Figura 7. *Ntxuval*



Fonte: Nhampinga (2023, p. 136)

Nhampinga (2023, p. 154) assevera que é geralmente

[...] construído por um artesão (carpinteiro), aplicando o máximo de rigor, para que as colunas não fiquem desalinhadas, pois, um tabuleiro com as colunas desalinhadas ou desajustadas pode criar dificuldades na implementação das regras do jogo e gerar um distúrbio na sua prática, sobretudo no processo de captura de dados.

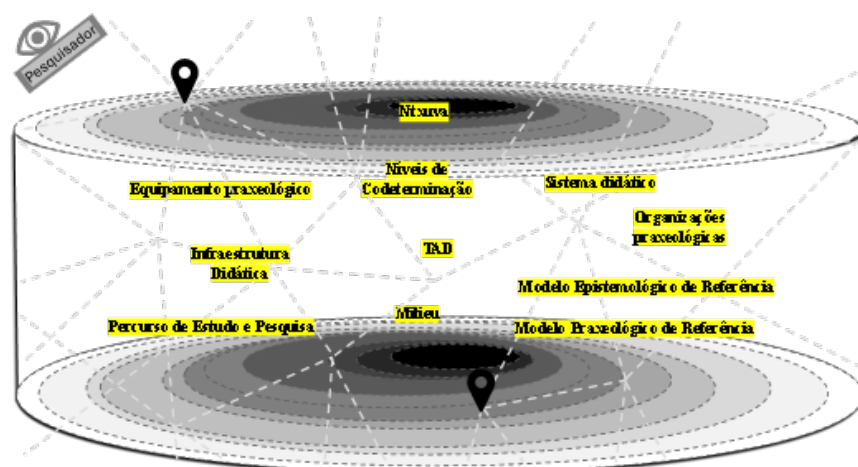
O olhar do pesquisador sobre o processo de construção do *Ntxuva* revelou a possibilidade de interconexão entre o processo de construção do jogo e a teoria antropológica do didático, a qual é detalhada a seguir.

MED-EXEMPLO DE ARTICULAÇÃO DA ETNOMATEMÁTICA E A TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

O processo de construção do *Ntxuva* envolve de “forma implícita noções e propriedades matemáticas, que permitem a construção de um tabuleiro” (p. 154) que “permita que os jogadores efetuem suas jogadas” (p. 154) de acordo com as regras do jogo. O autor observa que essas noções e propriedades, sobretudo geométricas, podem ser exploradas na construção do tabuleiro na base de madeira, no chão ou em cartolina. A análise do processo de construção de um tabuleiro de *Ntxuva* foi realizada por Nhampinga (2023), que se apoiou na teoria antropológica do didático, usando os constructos de organização praxeológica, entre outros.

A Figura 8 apresenta o MED, onde o *Ntxuva* é representado no topo e base da estrutura cilíndrica, o qual sob o olhar do pesquisador por meio dos constructos teóricos da TAD, revela a possibilidade de construção de praxeologias referentes a noções e conceitos de geometria plana.

Figura 8 - MED- Etnomatemática e a TAD



Fonte: Autores

O autor apresenta as diferentes praxeologias envolvidas na construção do tabuleiro de *Ntxuva*, quer feito no chão ou na madeira, caracteriza um tipo de tarefa, que designa como tarefa principal (*Tp*) e as subtarefas (*tpi*), cuja realização leva à construção do tabuleiro.

Tarefa principal (*Tp*): construir e/ou confeccionar o tabuleiro do jogo *Ntxuva*. Para realização da *Tp* duas subtarefas são consideradas:

Subtarefa 1 – *tp1*: Demarcar a estrutura do tabuleiro de *Ntxuva*.

Conjunto de técnicas associadas a *tp1*: O conjunto de técnicas que alicerçam a realização da *tp1* inclui os seguintes procedimentos: traçado de segmentos de retas, paralelos e perpendiculares; divisão de segmentos de reta em partes iguais (Nhampinga, 2023, p. 155)

A localização dos lugares dos buracos é a primeira etapa na construção do tabuleiro ou da estrutura do *Ntxuva*. O alinhamento das covas nos buracos marcados faz apelo à

propriedade geométricas que asseguram o rigor na construção do artefato. Para o autor, “o artesão que trabalha com a madeira, utiliza” (p. 155) materiais “próprios para garantir a perfeição no alinhamento dos buracos”, enquanto, “os que constroem a base do jogo no chão, utilizam uma rigorosidade intuitiva, uma vez que, a marcação não é feita mediante regras geométricas rígidas” (p. 155), como pode ser observado na Figura 9.

Figura 9 - Marcação das medições para construção



Fonte: Francisco (2020, *apud* Nhampinga, 2023, p. 155)

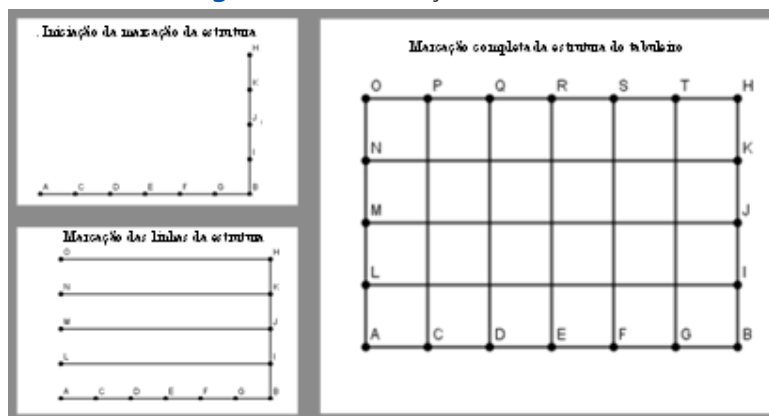
Considerando o Ntxuva do tipo 4×6 [...], no chão, os jogadores fazem a marcação desenhando 5 ou 6 linhas paralelas equidistantes (horizontais, em relação à posição que os jogadores se encontram diante da estrutura da base do jogo), depois, desenharam 7 linhas verticais paralelas e equidistantes, formando uma malha hipoteticamente quadrangular [...] (Nhampinga, 2023, p. 155)

O autor assevera que o **conjunto tecnológico teórico associado a *tp1*** é composto pelo conjunto de instruções para a realização da marcação da base do jogo *Ntxuva*. Essas instruções são fundamentadas na geometria plana, sobretudo no que refere às construções geométricas sobre retas e figuras geométricas.

Considerando um tabuleiro do tipo $m \times n$, para realizar a marcação da base do tabuleiro do jogo, o jogador ou o artesão precisa desenharmos $m + 1$ linhas finitas (o que designamos a seguir por segmento de reta) paralelas e equidistantes. Com a mesma distância de separação entre as $m + 1$ linhas indicadas anteriormente, também se desenharmos $n + 1$ linhas finitas e equidistantes, que sejam perpendiculares às $m + 1$ linhas. No caso, as extremidades das $n + 1$ linhas são pontos que pertencem a 1ª e última linhas das $m + 1$ linhas (Nhampinga, 2023, p. 156)

A Figura 10 ilustra o processo de construção de tabuleiro que representa um *Ntxuva*.

Figura 10 - Construção do *Ntxuva*



Fonte: Nhampinga (2023, p. 157)

Aqui, os pontos L, M, N, O são construído desenhando paralelas à linha para que as medidas de sejam iguais. Pela propriedade “um quadrilátero não cruzado $[ABIL]$ com lados $[AB]//[LI]$ e da mesma medida é um paralelogramo”, vem que: $[AL]//[BI]$. Utilizando esta mesma propriedade prova-se também que $[ML]//[IJ]$, $[MN]//[JK]$ e $[NO]//[KH]$. Portanto, pelos axiomas de Euclides podemos deduzir que as linhas $[AL] \wedge [LI]$, $[LM] \wedge [MJ]$, $[MN] \wedge [NK]$, $[NO] \wedge [OH]$ coincidem e L, M, N, O, alinhados sobre o segmento de reta $[AO]$ (Nhampinga, 2023, p. 157)

Conforme o autor, destaca-se que o processo de construção da estrutura do jogo *Ntxuva* serve para a construção do artefato do “jogo no Chão, nas cartolinas ou em madeira, embora nesta última haja uma pequena particularidade a observar” (p. 157)

Com relação à segunda subtarefa, Nhampinga (2023, p. 158) apresenta os seguintes aspectos:

Subtarefa 2 – tp2: Abrir buracos ou covas nos quadrados marcados.

Conjunto de técnicas associadas a tp2: O conjunto de técnicas que alicerçam a realização da **tp2** inclui o procedimento único de escavação na terra ou na madeira, para criação de covas com formato semiesférico, cuja circunferência base possui um diâmetro mais ou menos igual aos lados dos quadrados que são formados após a demarcação da base do jogo.

No que diz respeito ao **conjunto tecnológico teórico associado a tp2**, o autor destaca que os jogadores tomam como base as dimensões dos quadrados e fazem covas que permitam colocar as peças do jogo, além disso, observa que a criação da cova semiesférica remete a algum conhecimento sobre círculo e circunferência.

A construção da estrutura da base do jogo *Ntxuva* mobiliza várias noções e propriedades da geometria plana associadas a construções geométricas com régua e esquadro, exceto os desenhos feitos no chão, que não utilizam estes instrumentos para o traçado. Entre essas noções e propriedades, o autor cita ponto, segmento de reta, reta, retas paralelas, retas perpendiculares, quadrado, ângulo reto, noção de medida e congruência, intersecção de duas retas etc.

O autor indica que diversas questões podem ser formuladas com o intuito de explorar algumas relações matemáticas não necessariamente explícitas na construção do artefato que representa o *Ntxuva*, como, por exemplo, quais dados podem ser explicitados no tabuleiro?

Este questionamento demanda a utilização de praxeologias diversas que possam levar o sujeito questionado a apresentar alguma resposta satisfatória a ela. Para emergência dessas praxeologias, um questionamento intrínseco pode ser feito: como determinar o número de dados que compõem a configuração inicial do *Ntxuva*? Este questionamento constitui uma tarefa, não essencialmente produzida no processo de jogo, mas que se pode fazer aos praticantes e anunciada da seguinte forma:

Tarefa: Determinar o número de dados que compõem a configuração inicial do *Ntxuva*

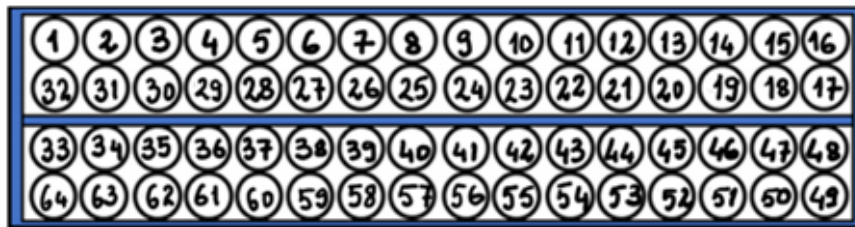
Conjunto de técnicas: o conjunto de técnicas que pode alicerçar esta tarefa inclui o processo de contagem acumulada de dados casa a casa, a realização das operações de adição e multiplicação (Nhampinga, 2023, p. 161-162)

Para o complexo tecnológico-teórico, o autor identifica as estruturas aditivas e multiplicativas no conjunto dos números naturais. No caso de jogo cuja configuração pode ser representada matricial do tipo $m \times n$, "o número de dados que compõem a configuração inicial do tabuleiro poderá ser determinado pela multiplicação do número de linhas (m) pelo número de colunas (n) e o número (p) de dados em cada casa, isto é, $N = m \times n \times p$ " (Nhampinga, 2023, p. 162).

No caso da configuração da Figura 11, o autor afirma que:

Os dados contidos em cada uma das casas na configuração inicial (Figura 41) representaram, no caso, o termo de uma sucessão numérica constante, isto é, $a_1 = a_2 = \dots a_n = a = 2$. O processo de contagem casa a casa, resultaria na seguinte acumulação de dados: $y_1 = a_1 = 2$, $y_2 = y_1 + a_2 = 2 + 2 = 4$, $y_3 = y_2 + a_3 = 4 + 2 = 6$, assim sucessivamente até $y_{64} = y_{63} + a_{64} = 126 + 2 = 128$, como é ilustrado no Quadro 8. Este procedimento, pode ser o mais comum entre os que estiverem a praticar o jogo (Nhampinga, 2023, p. 162)

Figura 11 - identificação arbitrária das casas do tabuleiro de *Ntxuva*



Fonte: Nhampinga, 2023, p. 163

O autor assevera que:

Trata-se então de uma contagem acumulada, que o sujeito iria realizar para chegar até o número total de dados que compõem o tabuleiro na sua configuração inicial, na qual a operação de adição é explicitamente evidenciada e, uma multiplicação implícita (Nhampinga, 2023, p. 163)

O autor represente o processo dessa contagem acumulada no Quadro 3.

Quadro 3 - Operação que se pode desenvolver para determinar o número de dados em um tabuleiro

Número da cova (n)	Dados em cada cova (a_i)	Soma acumulada (y_i)	Dados acumulados
1	2	$y_1 = a_1 = 2$	2
2	2	$y_2 = y_1 + a_2 = 2 + 2$	4
3	2	$y_3 = y_2 + a_3 = 4 + 2$	6
4	2	$y_4 = y_3 + a_4 = 6 + 2$	8
5	2	$y_5 = y_4 + a_5 = 8 + 2$	10
...	...	...	...
64	2	$y_{64} = y_{63} + a_{64} = 126 + 2$	128
...	...	...	...
n	2	$y_n = y_{n-1} + a_n$	

Fonte: Nhampinga, 2023, p. 163

Como pode ser observado no Quadro 3, os dados acumulados representam uma progressão aritmética de primeiro termo 2 e razão 2 $\{2, 4, 6, 8, 10, \dots, 128\}$.

Nhampinga (2023, p. 165) descreve de forma detalhada o processo do jogo a partir de uma partida que se realizou entre anciões, descrição na qual o autor identifica

[...] algumas das estratégias decorrentes das técnicas utilizadas pelos jogadores, ao longo da partida, para justificar as suas ações enquanto competidores que pretendem ganhar o jogo, capturando dados do adversário, ao mesmo tempo que se devem defender, para que seus dados não sejam capturados ou eliminados do tabuleiro.

Na análise empreendida, o autor evidencia as diferentes praxeologias (tipo de tarefas e tarefas associadas, as técnicas que permitem cumprir esses tipos de tarefas, assim como o bloco tecnológico-teórico que justificam as razões de ser das técnicas. Em razão do objetivo deste artigo e do espaço disponível para este texto, sugerimos aos leitores interessados ler o trabalho de Nhampinga (2023). No entanto, apresentamos o objetivo do *Ntxuva* na fase empírica da pesquisa deste autor.

MED-NTXUVA EM MEIO ÀS SITUAÇÕES DIDÁTICAS EM UM PERCURSO DE ESTUDO E PESQUISA

É importante destacar que o universo etnomatemático formado pelo jogo *Ntxuva* sob o olhar do pesquisador em didática da matemática apresenta a possibilidades de articulações com a TAD por meio da metodologia de um percurso de estudo e pesquisa, representado pelo símbolo de localizador (Figura 8), o que proporciona a ampliação do *milieu* a partir das articulações que podem ocorrer durante os processos de ensino e aprendizagem do saber em jogo.

O trabalho de Nhampinga (2023) apresenta estas articulações por meio da construção e implementação de uma organização didática para o ensino de “Progressão Aritmética” que integre a prática com o jogo *Ntxuva*. Para alcançar esse objetivo, o autor apoiou-se na dialética de “questões e respostas” ou de “estudo e pesquisa” (Chevallard, 2004, p. 50), caracterizada pela busca de respostas a uma questão Q_0 que tem potencial para gerar outras questões dentro de uma comunidade de estudos que tem autonomia para decidir como e quando serão respondidas.

Nhampinga (2023) apresenta uma proposta de organização didática no intuito de estudar como alunos da 12ª classe do SNE (Moçambique) usam o conhecimento matemático na sua interação com o jogo *Ntxuva*. Nesta perspectiva, apresentamos como exemplo, a tarefas 1 proposta pelo autor aos alunos, participantes da pesquisa.

Tarefa 1: Na figura abaixo é ilustrado a configuração inicial do tabuleiro do jogo *Ntxuva* em que você esteve jogando. Na configuração, vê-se um tabuleiro do tipo 4×8 , em que, cada casa é preenchida por dois dados.

Se coloque na posição do jogador 1 (J₁) e responda as perguntas seguintes, mostrando com detalhes o seu raciocínio:

- Suponha que fosse iniciar sua primeira jogada na casa 4. Em que casa a jogada finalizaria? Quantos passos foram necessários para finalizar a jogada? Qual o conjunto de números a que correspondem a identificação das casas onde cada passo da jogada finaliza?
- Suponha que fosse iniciar sua primeira jogada na casa 6. Em que casa a jogada finalizaria? Quantos passos foram necessários para finalizar a jogada? Qual o conjunto de números a que correspondem a identificação das casas onde cada passo da jogada finaliza?
- Suponha que fosse iniciar sua primeira jogada na casa 7. Em que casa a jogada finalizaria? Quantos passos foram necessários para finalizar a jogada? Qual o conjunto de números a que correspondem a identificação das casas onde cada passo da jogada finaliza?

d) Suponha que fosse iniciar sua primeira jogada na casa 10. Em que casa a jogada finalizaria? Quantos passos foram necessários para finalizar a jogada? Qual o conjunto de números a que correspondem a identificação das casas onde cada passo da jogada finaliza?

e) Suponha que fosse iniciar sua primeira jogada na casa 14. Em que casa a jogada finalizaria? Quantos passos foram necessários para finalizar a jogada? Qual o conjunto de números a que correspondem a identificação das casas onde cada passo da jogada finaliza?

f) Suponha que fosse iniciar sua primeira jogada na casa i . Em que casa f a jogada finalizaria? Qual seria o número de passos necessários para finalizara essa jogada? Como determinaria o conjunto de números a que correspondem a identificação das casas onde cada passo da jogada

finaliza? É possível responder estas perguntas sem utilizar a representação gráfica do jogo? Explique o seu raciocínio.

g) Que constatações você observou e que pode descrever depois de realizar as simulações das jogadas que fez? (Nhampinga, 2023, p. 243-244)

Não teceremos reflexões sobre as análises a priori realizadas pelo autor, nem sobre as condições de experimentação e de coleta de dados oriundos da empiria, muito menos todas as análises por ele construídas, mas apresentamos de forma sucinta alguns dos resultados relatados pelo autor a respeito dessa tarefa.

O autor assevera que a Tarefa 1 tem por objetivo levar o “aluno a emigrar das suas relações de naturalidade com o saber ancorado ao processo de distribuição de dados no sistema de jogo Ntxuva à imersão em conhecimentos acadêmicos formais para resolução do problema principal” (Nhampinga, 2023, p. 400). A relação que os alunos estabeleceram com a tarefa teria sido fundamental e teria facilitado a compreensão e a resolução do problema.

Além disso, o pesquisador destaca que o procedimento que os alunos adotaram teria levado à geração dos números que correspondem a cada passo da jogada e que apresenta uma característica de uma sucessão de números. Assim, afirma:

A partir deste procedimento, os alunos conseguem enxergar que:

- O processo de distribuição de dados gera uma sucessão;
- A sucessão gerada é definida em partes, sendo uma de razão 3 e a outra de razão 4;

Estes elementos revelam que os alunos já estavam compreendendo algumas características do processo de distribuição de dados, entretanto, há elementos que ainda estavam por ser compreendidos para complementar ou melhor seu raciocínio (Nhampinga, 2023, p. 354)

Nahmpinga (2023) identifica os elementos que não foram levados em conta no raciocínio dos alunos, como, por exemplo, a casa onde a jogada inicia; o número de casas que compõem um campo de jogo; o passo correspondente a jogada. Apesar deste fato, o autor assevera que:

Como era de se esperar, nas alíneas a) a e) os alunos realizaram a experimentação material para determinar a casa onde a primeira jogada finaliza, o número de passos necessários para finalizar a jogada e o conjunto de número que correspondem aos índices das casas onde cada passo da primeira jogada finaliza.

Portanto, os alunos utilizaram as praxeologias originais do sistema de jogo Ntxuva para dar resposta as questões. Estas praxeologias estão explicitamente ligadas a processo

de distribuição e contagem de dados e, implicitamente associadas a adição, subtração de dados e de geração de sequência de números (Nhampinga, 2023, p. 401)

Como previsto pelo autor, “o encontro dos alunos com as questões da alínea a) a e) permitiu-lhes explorar uma característica importante do processo de dados no jogo *Ntxuva*: [...] o número de passos necessários para finalizar uma primeira jogada em um mesmo tabuleiro é constante” (p. 401).

O autor ainda afirma que:

O encontro dos alunos com a alínea f) marcou o primeiro desafio deles no processo de emigração de praxeologias originárias do sistema de jogo *Ntxuva* a uma formalização matemática geral que os pudessem ajudar a resolver tarefas do gênero sem necessidade de recorrer a experimentação material. Para trabalhar sobre esta formalização matemática, os alunos tiveram que retomar a experimentação material para estudar com mais cuidado os detalhes no processo de distribuição de dados e retirar dali características que pudessem ajudar a construir uma fórmula (p. 401)

As estratégias de resolução das diferentes questões mobilizaram “os conhecimentos sobre sucessão numérica, especificamente, as ideias sobre sucessão aritmética”.

Neste exemplo, apresentamos um recorte da pesquisa de Nhampinga (2023), focando essencialmente uma parte das reflexões tecidas pelo autor sobre *Ntxuva*. A investigação foi desenvolvida baseando-se na TAD em um diálogo com a decolonialidade⁶, “com a intencionalidade de propor uma discussão que possibilite olhar as práticas de ensino da matemática a partir de outras sabedorias, aqueles que são oriundas de práticas socioculturais dominadas (sabedorias contra-hegemônicas)” (p. 406).

Para o autor, o diálogo estabelecido entre a TAD e a decolonialidade tem sido uma contribuição teórica importante no campo de investigação em didática da matemática, e das ciências em geral.

CONCLUSÃO

Neste trabalho consideramos articulações da etnomatemática e a teoria das situações e a teoria antropológica do didático, mas o modelo proposto oferece a possibilidade de articulação entre outras teorias da didática da matemática, de acordo com as questões de investigação.

Os exemplos apresentados por meio dos jogos tradicionais da república do Mali e as interconexões com a teoria das situações e o jogo *Ntxuva*, de Moçambique, e as articulações com a teoria antropológica do didático, validaram a estrutura do MED, o qual propõe um olhar vigilante nas diferentes formas de se fazer alguma coisa característica de um indivíduo ou grupo de indivíduos em espaços de aprendizagem.

Diversas possibilidades de interconexões foram apresentadas, tais como a perspectiva de releitura do jogo para o planejamento de situações didáticas em sala de aula.

⁶ Perspectiva teórica que não discutimos de forma explícita neste texto, mas que tem conexões com a etnomatemática, em nosso ponto de vista.

Conforme a estrutura do MED, os diferentes modos de saber-fazer característicos de grupos culturais amplia o campo de visão do professor/pesquisador no sentido de valorizar as culturas e ampliar o seu equipamento praxeológico, considerando a possibilidade de estabelecer articulações com as teorias da didática da matemática em meio a processos de adaptação de situações de ensino em sala de aula.

Diante das reflexões apresentadas, o MED propõe um campo fértil para o planejamento de situações didáticas na perspectiva das articulações com a teoria das situações e planejamento de praxeologias didáticas e matemáticas na perspectiva das articulações com a teoria antropológica do didático que valorizem os saberes culturais e promovam uma formação mais significativa e contextualizada para alunos e professores. Os exemplos analisados evidenciam como jogos tradicionais podem servir como ponto de partida para a construção de situações-problema que integram saberes matemáticos e socioculturais, favorecendo tanto o ensino quanto a aprendizagem.

Desta forma, o MED e as articulações apresentadas ampliam o espaço de discussão e a possibilidade de se estabelecer articulações por meio de conexões teóricas a partir do estudo e pesquisa de diversos grupos culturais, os quais são parte integrante do processo educativo em matemática.

REFERÊNCIAS

ALMOULOU, Saddo Ag. Fundamentos da Didática da Matemática. 2ª edição revisada e ampliada. Curitiba: Editora da UFPR, 2022, 344 p.

ALMOULOU, Saddo Ag. Modelo de ensino/aprendizagem baseado em situações-problema: aspectos teóricos e metodológicos. REVEMAT. Florianópolis (SC), v.11, n. 2, p. 109-141, 2016.

ANNICK, Fluckiger, ALAIN, Mercier. Le rôle d'une mémoire didactique des élèves, sa gestion par le professeur. Revue française de pédagogie, volume 141, 2002. Vers une didactique comparée. pp. 27-35; doi : <https://doi.org/10.3406/rfp.2002.2912> , https://www.persee.fr/doc/rfp_0556-7807_2002_num_141_1_2912

ARDM (Association de Recherche en Didactique des Mathématiques). Guy Brousseau (fr), s/d, s/n. In : <https://ardm.eu/qui-sommes-nous-who-are-we-quienes-somos/guy-brousseau/> (Acesso: 25 de maio de 2024).

ARTIGUE, Michèle. « L'héritage scientifique de Guy Brousseau », *Éducation et didactique* [En ligne], 18-1|2024, mis en ligne le 13 mai 2024, consulté le 15 mai 2024. URL : <http://journals.openedition.org/educationdidactique/12828> ; DOI : <https://doi.org/10.4000/11ny4>

AZEVEDO, Luana Moura de, ABREU, Jair Dias de. Etnomatemática: o que vem sendo discutido nos anais do encontro paraibano de educação matemática (EPBEM)). *Revista Cearense de Educação Matemática – RCEM*, v.3, n. 7 p. 1 – 18, 2024. Acessível em: <https://www.sbemrasil.org.br/periodicos/index.php/rceem/article/view/4159>

BÁGUENA, Pilar Orús Le raisonnement des élèves dans la relation didactique : effets d'une initiation à l'analyse classificatoire dans la scolarité obligatoire. Thèse de l'Université de Bordeaux, 1992.

BERTHELOT, René, SALIN, Marie Hélène, L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire. Thèse de l'Université de Bordeaux, 1992. In : <https://theses.hal.science/tel-00414065>

BLOCH, Isabelle. L'enseignement de l'analyse à la charnière lycée/université : savoirs, connaissances et conditions relatives à la validation. Thèse de doctorat, 2000.

BLOCH, Isabelle, « Hommage à Guy Brousseau », *Éducation et didactique* [En ligne], 18-1 | 2024, mis en ligne le 13 mai 2024, consulté le 15 mai 2024. URL : <http://journals.openedition.org/educationdidactique/12852> ; DOI : <https://doi.org/10.4000/11ny7>

BRIAND, Joel. L'énumération dans le mesurage des collections : un dysfonctionnement dans la transposition didactique. Thèse de doctorat em Didactique des Mathématiques – Université de Bordeaux, 1993.

BROUSSEAU, Guy. Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage-Éditions. 1983. v.4.2, p. 164-198.

BROUSSEAU, Guy. Fondements et méthodes de la Didactique des Mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Grenoble : La Pensée Sauvage-Éditions, 1986. p. 33-115, v.7.2

BROUSSEAU, Guy. Le contrat didactique : le milieu. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage Editons, 1990, p. 309-336, v. 9.3.

BROUSSEAU, Guy. Les stratégies de l'enseignant et les phénomènes typiques de l'activités didactiques, Actes de l'École d'Été de Didactique des Mathématiques – Saint-Sauves d'Avergne, 1995, p. 3-45

BROUSSEAU, Guy. La théorie des situations didactiques – Le cours de Montréal, 1997(in <http://guy-brousseau.com/1694/la-theorie-des-situations-didactiques-le-cours-de-montreal-1997/>. Acesso em 02/05/2024).

BROUSSEAU, Guy. Le cas de Gaël, 1999. In : <https://guy-brousseau.com/1201/le-cas-de-gael-2009/>

BROUSSEAU, Guy, BROUSSEAU, Nadine. Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire. In : <https://hal.science/hal-00610769/fr/>

BROUSSEAU, Guy, CENTENO, Julia. Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 11, n° 23, p. 167-210, 1991.

CASTRO, Raimundo Santos de. A etnomatemática na formação de professores: uma revisão sistemática. *Revista Caderno Pedagógico*, vol. 21, n° 9, p. 01-26, 2024. DOI: <http://dx.doi.org/10.54033/cadpedv21n9-149>

CENTENO Julia (1995). *La mémoire didactique de l'enseignant* (thèse posthume inachevée : textes établis par C. Margolinas). Bordeaux : LADIST.

CHEVALLARD, Yves. *La transposition didactique*. Grenoble : La Pensée Sauvage-Éditions, 1991

COMIN, Eugène. Proportionnalité et fonction linéaire : caractères, causes et effets didactiques des évolutions et des réformes dans la scolarité obligatoire. Thèse de Doctorat en Didactique des Mathématiques de l'Université de Bordeaux, 2000.

FREGONA, Dilma. Les figures planes comme «milieu» dans l'enseignement de la géométrie : interactions, contrats et transpositions didactiques. Thèse de l'Université de Bordeaux, 1995.

GIBEL, Patrick. Fonctions et statuts des différentes formes de raisonnements dans la relation didactique en classe de mathématiques à l'école primaire. Thèse de Doctorat en Didactique des Mathématiques de l'Université de Bordeaux. 2004.

GRAS, Régis., (1979), Contribution à l'étude expérimentale et à l'analyse de certaines acquisitions cognitives et de certains objectifs didactiques en mathématiques, Thèse d'Etat, Université de Rennes 1.

MAPONDI, Bendeko. Rôle de la compréhension dans l'apprentissage : notion de proportionnalité en 5ème et 6ème primaire au Zaïre, Thèse de l'Université de Bordeaux, 1992.

HARAN, Pedro Alson. Éléments pour une théorie de la signification en didactique des Mathématiques. Thèse de doctorat en Didactique des Mathématiques de l'Université de Bordeaux, 2000.

LACASTA ZABALDA, Eduardo. Les graphiques cartésiens de fonctions dans l'enseignement secondaire des mathématiques : illusions et contrôles. Thèse de doctorat en Didactique des Mathématiques de l'Université de Bordeaux, 1995.

LERMAN I.-C (1981), *Classification et analyse ordinale des données*, Paris : Dunod.

MERCIER, Alain. Ma mémoire de Guy Brousseau, son apport fondateur. *Éducation et didactique* [En ligne], 18-1 | 2024, mis en ligne le 13 mai 2024, consulté le 15 mai 2024. URL: <http://journals.openedition.org/educationdidactique/12912>; DOI : <https://doi.org/10.4000/11nyf>

NHAMPINGA, Domingos Arcanjo António. *Contribuição para o estudo das potencialidades do jogo "Ntxuva" no ensino da matemática: uma proposta para o enriquecimento do currículo local no nível médio do SNE em Moçambique*. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Faculdade de Educação, Universidade Federal da Bahia. Bahia, 2023. Disponível em: <https://repositorio.ufba.br/handle/ri/38111>, Acesso em: 06 de jan. 2025.

PERRIN-GLORIAN, Marie-Jeanne. Un apport majeur de Guy Brousseau : la situation comme objet d'étude. *Éducation et didactique* [En ligne], 18-1 | 2024, mis en ligne le 13 mai 2024, consulté le 24 mai 2024. URL: <http://journals.openedition.org/educationdidactique/12925>; DOI: <https://doi.org/10.4000/11nyi>

SILVA, Daniel Fernandes da Silva. **Etnomatemática: uma metodologia de ensino?** Revista Paranaense de Educação Matemática, Campo Mourão, PR, Brasil, v.12, n.28, p. 386-404, maio.-ago. 2023. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/7297>

SILVA, José Roberto da. *Uma proposta de abordagem etnomatemática em sala de aula*. Trabalho Monográfico apresentado a Coordenação de Licenciatura em Matemática, do Instituto Federal da Paraíba (IFPB) Campus, João Pessoa, como requisito parcial para obtenção do título de licenciado Matemática, 2023. Disponível em:

https://repositorio.ifpb.edu.br/bitstream/177683/2991/1/Jos%C3%A9%20Roberto_TCC.pdf

VERRET, Michel. *Le temps des études*. Paris : Honoré Champion, 1975.

Histórico

Recebido: 01 de Dezembro de 2024.

Aceito: 11 de Maio de 2025.

Publicado: 28 de Junho de 2025.

Como citar – ABNT

ALMOULOU, Sado Ag; FIGUEROA, Teodora Pinheiro. Etnomatemática e didática da matemática e suas interações para a formação sociocultural e matemática. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC**, Belém/PA, n. 54, e2025001, 2025. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2025.n54.e2025001.id768>

Como citar – APA

Almouloud, S. Ag., & Figueroa, T. P. Etnomatemática e didática da matemática e suas interações para a formação sociocultural e matemática. *Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC*, (54), e2025001. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2025.n54.e2025001.id768>

Número temático organizado por

Sado Ag Almouloud  

José Carlos de Souza Pereira  

José Messildo Viana Nunes  