

A Dimensão Política do Programa Etnomatemática e a Circulação de Saberes: Integrações praxeológicas em um estudo sobre número

The Political Dimension of the Ethnomathematics Program and the Circulation of Knowledge: Praxeological integrations in a study on number

La Dimensión Política del Programa Etnomatemático y la Circulación de Saberes: Integraciones praxeológicas en un estudio sobre número

Getúlio Rocha Silva¹  

Anderson Souza Neves²  

Luiz Márcio Santos Farias³  

RESUMO

O papel do professor no ensino, na contemporaneidade, é propor meios que integre aos processos de construção dos saberes nas mais diversas formas culturais. Nesse contexto, este trabalho foi pensado em propor uma proposta didática em que integre a notação aritmética da língua indígena Kaingang, a partir das operações de adição e multiplicação da Aritmética. Nesse sentido, propomos um diálogo entre os elementos teóricos da Teoria Antropológica do Didático, através do Paradigma de Questionamento do Mundo e da Circulação de Saberes, associados a elementos da Etnomatemática D'Ambrosiana. Essa proposta, alicerçada na Base Nacional Comum Curricular, apresenta elementos sobre a forma de escrita dos números, na cultura indígena Kaingang, e as possibilidades de exploração dessa forma de escrita numérica. Destacamos que esse estudo possui o potencial de promover ecologias de saberes que reconhecem e valorizam a pluralidade cultural, sem deixar de reconhecer as potencialidades da notação simples e racional da numeração escrita, decimal e posicional.

Palavras-chave: Teoria Antropológica do Didático; Etnomatemática; Paradigma do Questionamento do Mundo; Dimensão política; Número.

ABSTRACT

The role of the teacher in contemporary education is to propose means that integrate the processes of knowledge construction in the most diverse cultural forms. In this context, this work was designed to propose a didactic proposal that integrates the arithmetic notation of the indigenous Kaingang language, based on the operations of addition and multiplication of Arithmetic. In this sense, we propose a dialogue between the theoretical elements of the Anthropological Theory of Didactics, through the Paradigm of Questioning the World and the Circulation of Knowledge, associated with elements of D'Ambrosian Ethnomathematics. This proposal, based on the National Common Curricular Base, presents elements about the way numbers are written in the indigenous Kaingang culture, and the possibilities of exploring this form of numerical writing. We emphasize that this study has the potential to promote ecologies of knowledge that recognize and value cultural plurality, while recognizing the potential of the simple and rational notation of written, decimal and positional numeration.

Keywords: Didactic Anthropological Theory; Ethnomathematics; Paradigm of World Questioning; Political Dimension; Number.

RESUMEN

El papel del docente en la enseñanza, en la época contemporánea, es proponer medios que integren los procesos de construcción del conocimiento en las más diversas formas culturales. En este contexto, este trabajo se diseñó para plantear una propuesta didáctica que integre la notación aritmética de la lengua indígena Kaingang, basada en las operaciones de suma y multiplicación de la Aritmética. En este sentido, proponemos un diálogo entre los elementos teóricos de la Teoría Antropológica de la Didáctica, a través del Paradigma del Cuestionamiento del Mundo y la Circulación del Conocimiento, asociados a elementos de la Etnomatemática d'ambrosiana. Esta propuesta, basada en la Base Curricular Común Nacional, presenta elementos sobre la forma en que se escriben los números en la cultura indígena Kaingang y las posibilidades para explorar esta forma de escritura numérica. Destacamos que

1 Doutorando no Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências (PPGEFHC). Professor do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia. E-mail: getulio.silva@ifba.edu.br.

2 Doutorando no Programa de Pós-Graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências (PPGEFHC). E-mail: andersonsneves@gmail.com.

3 Doutor em Didática das Ciências e Matemática (UM2-França). Professor da Universidade Federal da Bahia (UFBA). E-mail: lmsfarias@ufba.br

este estudio tiene el potencial de promover ecologías de conocimiento que reconozcan y valoren la pluralidad cultural, al tiempo que reconocen el potencial de la notación simple y racional de la numeración escrita, decimal y posicional.

Palabras clave: Teoría Antropológica Didáctica; Etnomatemáticas; Paradigma del Cuestionamiento Mundial; Dimensión política; Número.

INTRODUÇÃO

Este artigo objetiva explorar algumas interfaces entre a Teoria Antropológica do Didático (TAD) e a vertente D'Ambrosiana da Etnomatemática, utilizando como objetos o número e as operações de adição e multiplicação para o 6º ano das séries iniciais do ensino fundamental. O texto amplia discussões anteriores ao apresentar uma proposta de recurso didático fundamentada em uma notação aritmética da língua indígena Kaingang, povo anteriormente conhecido como Coroados e que habita os estados de São Paulo, Paraná, Santa Catarina e Rio Grande do Sul.

O recurso didático proposto pode subsidiar a abordagem do número em escolas brasileiras e cooperar para o desenvolvimento de praxeologias de ensino que integrem diversas compreensões numéricas. Em consonância com as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino das Relações Étnico-Raciais e a Lei 11.645/2008, busca-se contemplar a abordagem de aspectos das culturas indígenas no componente curricular Matemática.

A associação dos pressupostos teóricos da TAD com a Etnomatemática, estruturada pela Circulação de Saberes (Nhampinga; Farias, 2021, 2024; Nhampinga, 2023), oferece um caminho promissor para a construção de praxeologias que valorizam as culturas e saberes dos povos originários. Destacamos que, ao propormos essa discussão, não pretendemos afirmar a inexistência de pontos de vista divergentes entre as duas teorias, mas acreditamos que as discordâncias existentes não impedem a identificação de aspectos em que elas são compatíveis.

Assim, pretendemos explorar pontos de convergência relevantes entre elas, para os objetivos do ensino. Cabe ressaltar que a Etnomatemática é uma área vasta, polimorfa e polissêmica, que engloba diversas vertentes e mudanças nos entendimentos de seus principais teóricos ao longo dos anos (Silva, 2012). Embora sejam citados autores de outras vertentes, a articulação teórica com a TAD, para o ensino do número, foi pensada com a perspectiva da Etnomatemática de Ubiratan D'Ambrosio, também conhecida como Programa de Pesquisa em Etnomatemática e por Etnomatemática D'Ambrosiana.

O número é considerado uma das maiores conquistas da humanidade (Ifrah, 1997 xxiiv). Em todas as culturas, os seres humanos desenvolveram técnicas para resolver tarefas que envolvem esta noção, tais como contar, codificar, ordenar, medir, comparar e classificar objetos, entre outras aplicações. O Programa Etnomatemática possibilita investigar as múltiplas formas de construção do número nas diferentes culturas, entendendo-as como resultado das interações dos indivíduos em cada contexto cultural, bem como das respostas comportamentais e cognitivas desses indivíduos frente à própria realidade (incluindo o ambiente e outros indivíduos). Por sua vez, a TAD possibilita investigar as relações humanas com esse saber, focando nas interações desenvolvidas nas instituições sociais das quais os indivíduos fazem parte.

Nesse sentido, ao possibilitar o estudo dos objetos e das interações que os sujeitos estabelecem, a TAD permite compreender as relações que são moldadas por uma estrutura social mais abrangente, denominada noosfera. A própria noção de praxeologia, fundamental para a análise das ações dos indivíduos em relação ao saber, está intrinsecamente ligada aos direcionamentos estabelecidos pela noosfera, que precedem as ações dos sujeitos. As interfaces de diálogo entre as duas teorias são realizadas por meio da noção de praxeologia da TAD e da noção de cultura na Etnomatemática. Enquanto a primeira analisa as práticas matemáticas nas instituições sociais, a segunda descreve a diversidade cultural dessas práticas.

A seguir, apresentamos breves caracterizações da Etnomatemática e da TAD, destacando as interfaces dialogáveis entre ambas. Posteriormente, discute-se a ideia de circulação de saberes (Nhampinga; Farias, 2021, 2024; Nhampinga, 2023) como uma abordagem para adaptar o saber (científico ou não) de modo a facilitar a compreensão do número.

CARACTERIZAÇÃO DO PROGRAMA ETNOMATEMÁTICA

O Programa de Pesquisa em Etnomatemática, concebido por Ubiratan D'Ambrosio (1932-2021) nos anos 1960 e desenvolvido por ele ao longo da vida, constitui uma vertente teórica da Etnomatemática que é contrária à tradicional organização do saber. É uma teoria geral, transdisciplinar e abrangente que estuda o ciclo de geração, organização intelectual e social e também a difusão dos saberes (D'Ambrosio, 1997). Etimologicamente, em uma explicação mais avançada das raízes do termo Etnomatemática, o teórico argumentou que

Indivíduos e povos têm, ao longo de suas existências e ao longo da história, criado e desenvolvido instrumentos de reflexão, de observação, instrumentos materiais e intelectuais [que chamo **ticas**] para explicar, entender, conhecer, aprender para saber e fazer [que chamo **matema**] como resposta a necessidades de sobrevivência e de transcendência em diferentes ambientes naturais, sociais e culturais [que chamo **etnos**] (D'Ambrosio, 2005, p. 60, grifos do autor)

Importa enfatizar que na perspectiva do teórico a raiz *etno* não se remete à etnia, estando relacionada a contextos culturais e sociais. A *matema* está relacionada ao conhecer, ao entender e ao fazer. Já a raiz *tica*, se relaciona às artes e técnicas desenvolvidas nos processos de fazer e de conhecer (D'Ambrosio, 1993). Em sua formulação da Etnomatemática o autor manifestou insatisfação com a fragmentação do saber em setores, que, por sua vez, se desdobraram em inúmeras subáreas especializadas. Além dessa crítica à segmentação, ele propôs uma historiografia ampliada das ciências, com uma base cultural diversificada (D'Ambrosio, 2019).

O Programa Etnomatemática foi lançado em 1978, quando o autor promoveu o primeiro debate sobre a integração de questões sociológicas e políticas no ensino de Matemática, durante a 3ª Conferência Internacional de Educação Matemática (ICME-3), realizada em Karlsruhe, Alemanha, na sessão "Objetivos e metas da educação" (D'Ambrosio, 1993, p. 12). Entretanto, as concepções iniciais do Programa já estavam sendo gestadas por ele, especialmente a partir de duas experiências vivenciadas em cursos de Pós-Graduação. A primeira delas ocorreu na State University of New York, em Buffalo, nos Estados Unidos, na década de 1960, quando ministrou cursos avançados de topologia. A segunda experiência ocorreu em

Bamako, na República do Mali, em 1970, quando coordenou os setores de Análise Matemática e Matemática Aplicada em um programa de doutorado promovido pela UNESCO (*ibid.*, 2001, p. 08).

O Programa Etnomatemática distingue-se de outras abordagens culturais da Educação Matemática por sua rejeição à reprodução do eurocentrismo nos diversos contextos. As abordagens tradicionais posicionam os algoritmos escolares como padrões para a compreensão das distintas formas de expressar os pensamentos matemáticos nas culturas estudadas (D'Ambrosio, 2019, p. 09). Em contraposição, a proposta de D'Ambrosio fundamenta-se no princípio de que cada cultura desenvolve suas próprias práticas matemáticas, as quais estão intrinsecamente ligadas às suas formas de sobrevivência e de transcendência. Desse modo, para o autor, não é adequado explicar as estruturas de raciocínio e as práticas matemáticas das diferentes culturas, unicamente, por meio da perspectiva eurocentrada. Assim, entende-se que a Matemática Acadêmica é insuficiente para desvelar todos os aspectos matemáticos presentes nas culturas não dominantes. Ademais, a vertente D'Ambrosiana rejeita hierarquizações culturais e questiona as narrativas normativas que permeiam a história das ciências. Outrossim, a matemática padronizada não constitui a única forma válida de produção de saberes. Essas características levaram o autor a advogar por uma abordagem transdisciplinar e transcultural, que não se subordina à Matemática Acadêmica, mas que, por outro lado, também não se coloca em oposição a ela. Metaforicamente, a Etnomatemática sugere a possibilidade de “entrar e sair” da gaiola epistemológica imposta pela matemática padronizada, conforme as demandas e necessidades. Esse movimento é o que sustenta sua perspectiva transdisciplinar. Não se trata, portanto, de abolir a perspectiva europeia de pensamento, mas de eliminar a hierarquização dessa forma de saber (D'Ambrosio, 2016, p. 03-04). Em sua fase mais madura, D'Ambrosio refinou seu enfoque na diversidade cultural, consolidando o Programa Etnomatemática como um campo teórico e político comprometido com a promoção da paz (D'Ambrosio, 2011). A seguir, discute-se as diferentes dimensões que compõem o Programa.

Dentre os aspectos mais relevantes da Etnomatemática, destacam-se suas seis dimensões inter-relacionadas: A **dimensão conceitual** aborda como os indivíduos interagem com a realidade de forma material, por meio de artefatos, ou de modo abstrato, através de mentefatos (D'Ambrosio, 2005, p. 28); a **dimensão histórica** examina como a modernidade incorporou o raciocínio quantitativo e subordinou os diversos sistemas de pensamento ao eurocentrismo (Op. cit., p. 29); a **dimensão cognitiva** ressalta que o pensamento matemático é uma característica inerente a toda a espécie humana (Op. cit., p. 30); a **dimensão epistemológica** censura as abordagens epistemológicas tradicionais, que limitam a compreensão dos conhecimentos das diferentes civilizações aos paradigmas dominantes (Op. cit., p. 37); a **dimensão educacional** defende a integração dos saberes oriundos das culturas subalternizadas ao sistema escolar, sem, contudo, desconsiderar a Matemática Acadêmica (Op. cit., p. 42); e a **dimensão política**, considerada por D'Ambrosio como a mais importante, visa o fortalecimento das raízes culturais dos grupos historicamente subordinados, sem enfraquecer as raízes culturais dos demais grupos (Op. cit., p. 42).

A dimensão política do Programa se posiciona de forma crítica frente às relações de poder que impõem a hegemonia da matemática de matriz eurocêntrica, propondo que a

disseminação do conhecimento respeite e valorize os modos de vida de cada grupo cultural (Marchon, 2022). Essa perspectiva enfoca a dinâmica complexa que surge dos encontros entre indivíduos de diferentes culturas, especialmente no contexto escolar, onde tais interações podem ser comparadas a processos de conversão religiosa (D'Ambrosio, 2011, p. 132; D'Ambrosio, 2016, p. 23). Na esfera do ensino, a dimensão política do Programa se manifesta por meio da dimensão educacional. Na abordagem do número, isso demanda a promoção de estratégias que integrem epistemologias plurais, rompendo com a centralidade eurocêntrica e incorporando saberes dos povos originários, como os Kaingang, entre outras tradições epistêmicas.

ALGUNS ASPECTOS DA EPISTEMOLOGIA DO NÚMERO E DOS SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

O número é uma aquisição humana rica e antiga. Investigações arqueológicas indicam o registro de algarismos pelas sociedades há mais de 6000 anos (Mendes, 2006, p. 47). Suas origens estão intimamente ligadas a diversas manifestações culturais (Mazzutti Lübeck, Lübeck; Bellei, 2007, p. 27), as quais relacionam o saber às práticas sociais humanas que envolvem conceitos como comparação, equivalência, classificação, noção de tempo, ordinalidade, representação monetária, dentre outros vínculos fundamentais para a cognição humana. Ifrah (1997) documentou representações numéricas (algarismos) em diversas instituições sociais que utilizavam gestos, números orais, entalhes em paredes de cavernas, em ossos e em madeira, nós em cordinhas, monte de pedrinhas, entre outros. O mesmo autor informou que diversos povos utilizaram-se de partes do corpo humano para se referirem a números. Os dedos das mãos e dos pés, as articulações dos braços e das pernas, os olhos, o nariz, a boca foram utilizadas com essa finalidade. As mãos foram as partes do corpo mais utilizadas, o que fez com que a base decimal fosse a mais presente nas diversas sociedades humanas. Conforme o autor, as mãos podem ser consideradas “as primeiras máquinas de contar” e por meio delas, foi estabelecida a ideia de base. (Ifrah, 1997, p. 92).

Gerdes e Cherinda (2008) apresentaram registros de números antigos que recorriam a formas orais e gestuais. Além desses, os autores descreveram sistemas que empregavam instrumentos físicos como meio de registro e manipulação de números, e também sistemas visuais baseados em marcas e traços para representar essa abstração matemática (Gerdes; Cherinda, 2008). Já Eves (2004, p. 29) relata que até recentemente alguns povos utilizavam números digitais (representados por meio de dedos). Para ele, esses números tinham a vantagem de superar as diferenças de linguagem entre os povos, mas, eram inconvenientes para realização de cálculos. Vale sublinhar que embora alguns povos primitivos não tivessem palavras para números, nunca faltaram sinais ou símbolos para expressá-los (Freudenthal, 1973, p. 172).

Investigações brasileiras comprovam diferentes praxeologias para o número em culturas de povos originários. Green identificou termos numéricos em 47 línguas indígenas, nas quais detectou sistemas de base um, dois, três, cinco, dez e vinte (Green, 2002(b), p. 252). Assim como Gerdes (2008), a autora encontrou línguas onde os termos numéricos assumem concordância com o gênero e com os substantivos aos quais se referem e também línguas que possuem termos numéricos capazes de indicar a “posição referencial ou direcional” de

um objeto (vertical, horizontal, sentado, saindo ou chegando) (Green, 2002(b), p. 252). Acredita-se que esses sistemas linguísticos complexos possam oferecer contribuições significativas para a compreensão da diversidade cultural, bem como para o estudo do número e a análise do uso social de ideias matemáticas em diferentes contextos culturais. A mesma autora (2002 (a)) e Sebastiani Ferreira (2005) apresentam registros de contagem, vinculados à noção de tempo, encontrados em grupos de povos originários. Green descreveu o *Imti*, um convite utilizado nas festas da etnia Palikur, enquanto Sebastiani Ferreira retratou o *Katiba*, convite tradicional da principal festa do povo Waimiri-Atroari. Tanto o *Imti* quanto o *Katiba* desempenham a função de convite e de calendário nessas comunidades originárias. Esses instrumentos são práticas sociais fundamentadas no uso do número. As distintas organizações das sociedades humanas elaboraram diversas estruturas para os sistemas de numeração. Na parte que segue, nesta seção, trataremos de alguns deles.

Os sumérios utilizavam um sistema de numeração aditivo e de base sexagesimal. Não é possível indicar a origem desse sistema, contudo, sabe-se que essa base foi utilizada em regiões que conhecemos atualmente como Síria, Iraque, Irã e Afeganistão. Ifrah acredita que o sistema surgiu do encontro de duas culturas sumérias mais antigas, em que uma utilizava a base 5 e a outra a base 12 (Ifrah, 1997, 187). Outra possibilidade para o surgimento desse sistema numérico é a contagem dos dias do ano, depois de arredondados para 360 dias (Mendes, 2006, p. 50). De acordo com Roque (2012, p. 50), o fato do sistema sexagesimal babilônio antigo ser posicional permitia que eles representassem quaisquer números usando apenas dois sinais. A ausência de um símbolo para o zero levava os babilônios a deixar um espaço entre os símbolos para indicá-lo.

A base 12, mesmo oferecendo maiores vantagens em relação à base decimal, não foi muito utilizada, porque esta última se tornou natural pelo fato das duas mãos juntas terem 10 dedos (Mendes, 2006, p. 51 e 54). As vantagens da base duodecimal são a maior facilidade com o trabalho com medidas de tempo e a quantidade de divisores, que favorece o processo de fracionamento.

Os maias utilizaram um sistema vigesimal em conjunto com a base octodecimal (Eichenberger Neto, 2016, p. 38), enquanto os antigos egípcios desenvolveram um sistema decimal por volta de 3000 AEC (Roque, 2012). Nesse sistema, também não havia representação para o zero, mas, era comum encontrar espaço vazio para indicá-lo (*ibid.*). O sistema egípcio era aditivo e decimal. A leitura dos algarismos egípcios podia ser feita tanto da esquerda para a direita, quanto da direita para a esquerda. Os algarismos eram compostos por uma barra vertical para a unidade. De 2 a 9 fazia-se a repetição das barras, de acordo com a quantidade. Uma alça era usada para representar o 10; uma espiral para 100; uma flor de lótus para 1000; um dedo para 100.000 e um deus com as mãos levantadas para 1.000.000. (*ibid.*).

O sistema de numeração chinês-japonês tradicional também era de base decimal, no qual se representava os algarismos escritos verticalmente (Eves, 2004, p. 34). Os gregos, cerca de 300 AEC desenvolveram os numerais áticos ou herodínamicos. Esse foi um sistema de agrupamentos simples e de base decimal, formado com as letras iniciais dos nomes dos números (Eves, 2004). Posteriormente, esse povo desenvolveu o sistema de numeração jônico, por volta de 45 AEC (Mendes, 2006, p. 64). Esse último sistema foi decimal cifrado e

empregava 27 caracteres, dos quais 24 eram letras gregas e 3 letras obsoletas (*ibid.*, p. 35). Lá, os pitagóricos desenvolveram uma sociedade secreta na qual estudavam as propriedades numéricas. De acordo com historiadores, o lema do líder da sociedade era “Tudo é número” (Eichenberger Neto, 2016, p. 13).

Os romanos utilizaram um sistema decimal composto pelas letras I, V, X, L, C, D e M. “Nos tempos antigos esse sistema consistia em um simples agrupamento dessas letras para que fossem representados os números. A única regra era que o numeral deveria ser escrito da direita para a esquerda” (*ibid.*, p. 35). Naquele período, era possível repetir um algarismo mais de três vezes. Posteriormente, além do princípio aditivo, o princípio subtrativo também se tornou comum nesse sistema numérico romano.

Antes do século VI, os árabes “escreviam todos os números em palavras” (Eves, 2004, p. 262). Depois de ocupar territorialmente outras regiões, eles utilizavam os sistemas de numeração autóctones. Assim adotaram o sistema de numeração cifrado jônico dos gregos, substituindo as letras gregas pelas do seu próprio alfabeto. Essa notação foi superada pela escrita hindu (*ibid.*, p. 262) à qual eles foram responsáveis por difundir pelo mundo inteiro. Atualmente a literatura trata dos conjuntos numéricos: números naturais, inteiros, racionais, irracionais números reais e números complexos e também de números algébricos (raízes de equações polinomiais com coeficientes inteiros) e transcendentos (números não algébricos), dentre outros. Não é objetivo deste texto discutir esses aprofundamentos.

CARACTERIZAÇÃO DA TAD: EM BUSCA DE UM MODELO DE REFERÊNCIA PARA O ENSINO DO NÚMERO NO 6º ANO

A TAD surgiu em 1999 como uma evolução da Teoria da Transposição Didática (TTD), apresentada em 1991. Ambas formuladas pelo educador matemático francês Yves Chevallard. A TAD abrange o estudo de quaisquer atividades humanas regulares, superando visões particularistas ao transpor as fronteiras tanto da Matemática quanto da DDM. Essa amplitude permite sua aplicação no ensino de diversos saberes em qualquer instituição social, seja ela escolar ou não.

Chevallard constatou que o paradigma vigente no ensino, denominado monumentalismo, não favorece o aprendizado dos estudantes, pois os limita a meras observações das exposições dos objetos de ensino. Nesse modelo, as atividades didáticas concentram-se na memorização de saberes considerados essenciais, transformando os estudantes em espectadores de “monumentos” a serem visitados, sem compreenderem a *razão de ser* desses saberes. Além disso, “grande parte do que é aprendido na escola parece não ter utilidade fora dela” (Chevallard, 2013, p. 166).

Para superar esse modelo limitante, Chevallard propôs o Paradigma didático do Questionamento do Mundo (PQM), que visa desenvolver habilidades cognitivas que capacitem os aprendentes a agir de forma propositiva diante de questões cujas respostas desconhecem. O PQM baseia-se no sistema herbatiano, que defende o desenvolvimento de investigações para construir uma ou mais respostas válidas para uma questão ou um conjunto de questões, a partir de uma questão principal, denominada questão geratriz, representada por Q_0 .

Sob essa perspectiva, o saber é concebido como algo em constante construção, com aprendentes e ensinantes engajados conjuntamente na busca de soluções. Para o estudo do número, um exemplo de questão geratriz poderia ser: **Q₀: Como as pessoas contavam antes de existirem os algarismos indo-arábicos?** A busca por responder essa questão pode levar os estudantes a investigar o percurso do número em diferentes sociedades, compreender as diferenças entre sistemas de numeração aditivos e posicionais, além de explorar sistemas que necessitam ou não de uma representação para o zero. Esse caminho investigativo também pode elucidar diferenças entre a base decimal e outras bases numéricas, bem como as razões pelas quais a base decimal se tornou a mais utilizada.

O núcleo da TAD é a noção de praxeologia, um modelo que permite estudar as práticas humanas relativas a um objeto de saber em uma instituição. Presume-se que o leitor já esteja familiarizado com aspectos da TTD, com os elementos primitivos da TAD — objeto (O); relação pessoal de um indivíduo X com um objeto, $R(X;O)$; o sujeito (X); e a instituição (I) — e compreenda as noções basilares do modelo praxeológico: tipos de tarefas (T), formado por um conjunto de tarefas ($t \in T$); técnica (τ); tecnologia (θ); e teoria (Θ). Para maiores detalhes, favor consultar Chevallard (1992; 2009). Na transposição didática de um saber para a noosfera, com o intuito de unificar a cultura escolar, são produzidos mecanismos que podem favorecer ou não a ecologia de um objeto

A transposição pode facilitar a entrada no sistema de ensino de determinados objetos (os conceitos, modelos e sistemas conceituais que têm clara existência na instituição “sábica”) e dificultar a entrada de outros (particularmente os objetos “extra matemáticos” que não têm uma existência clara no conhecimento matemático “sábico”). (Farras; Bosch; Gascón, 2013, p. 21, tradução nossa).

No que concerne às características epistemológicas de um saber, a transposição produz Modelos Epistemológicos Dominantes (MED). O MED para abordagem do número no 6º ano pode ser identificado tanto na BNCC (Brasil, 2018) quanto em livros didáticos, como Giovanni Jr. e Castrucci (2018). O documento institucional propõe, para o estudo do número nas séries iniciais do Ensino Fundamental e para o 6º ano, habilidades como ordenar, comparar, identificar sequência de múltiplos, leitura de números, composição e decomposição de números, operações, números racionais, fracionários e decimais, igualdade, paridade, e o Sistema Numérico Decimal (SND). No referido documento, o número é uma das unidades temáticas tanto nas séries iniciais quanto nas séries finais. Além disso, na Educação Infantil, o saber é proposto no campo de experiência espaços, tempos, quantidades, relações e transformações, no qual as experiências matemáticas incluem contagem de objetos, noções de sequência, proporção e organização, além do desenvolvimento do pensamento lógico. A BNCC propõe o desenvolvimento das seguintes habilidades:

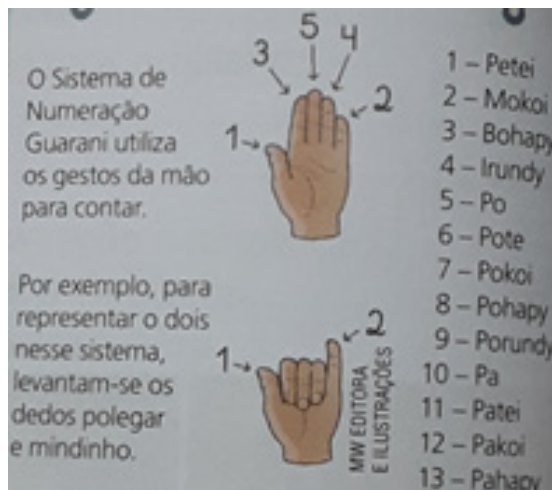
Reconhecer o sistema de numeração decimal, como o que prevaleceu no mundo ocidental, e destacar semelhanças e diferenças com **outros sistemas, de modo a sistematizar suas principais características** (base, valor posicional e função do zero), utilizando, inclusive, a composição e decomposição de números naturais e números racionais em sua representação decimal. (Brasil, 2018, p. 301) (Grifos nossos)

Embora a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) estabeleça que todos os componentes curriculares devem incluir a história e a cultura afro-brasileira e indígena no currículo escolar (Brasil, 2013), a nosso ver, essa proposição não encontra uma ecologia

sustentável na BNCC. Isso ocorre porque a habilidade anteriormente mencionada está isolada até o sexto ano do Ensino Fundamental no referido documento. De forma semelhante, ao investigarmos referenciais sobre número em povos originários no Livro Didático de Matemática para o 6º ano, mais utilizado nas escolas públicas do município em que um dos autores trabalha, encontramos referências que, no entanto, consideramos insuficientes.

Giovanni Jr. e Castrucci (2018, p. 12) apresentam um sistema de numeração Guarani, destacando o uso de gestos manuais para contar, acompanhado de uma arte visual representativa do sistema.

Figura 1 – Sistema de numeração Guarani por meio de gestos manuais.



Fonte: Giovanni Jr e Castrucci (2018, p. 12)

Os autores destacam que o aluno deve compreender como o ser humano aprendeu a contar, abordando os sistemas de numeração Egípcio, Chinês, Babilônico e Romano, sendo enfatizado que este último ainda é utilizado na atualidade. Ademais, os autores apontam que o sistema de numeração que prevaleceu foi o decimal. Ao explicar o Sistema de Numeração Guarani, afirmaram que:

As representações coletadas entre os povos guaranis mostram duas interessantes situações: a relação que fazem entre a quantidade e o tamanho dos dedos, em que o menor número é representado pelo dedo do menor comprimento, e assim, sucessivamente; a construção dos números maiores que 5, cujos nomes são construídos por meio da lógica da justaposição aditiva de quantidades. Por exemplo, o 7 (POKOI) é igual a 5 + 2 ou PO (5) + MOKOI (2) - MO = POKOI, e essa lógica é seguida nos demais casos. (Giovanni Júnior; Castrucci, 2018, p. 13).

O sistema numérico Guarani apresentado pelos autores é quinário e aditivo, atendendo parcialmente às exigências da LDB (Brasil, 2013). Contudo, no próprio capítulo, não há outras referências a sistemas de numeração indígenas. Também não se encontram, nas atividades propostas, menções a esses sistemas numéricos, enquanto os sistemas egípcio e romano são mais enfatizados, especialmente o último. Além disso, não se menciona a origem étnica do povo egípcio. Tal ênfase pode favorecer a compreensão de que a matemática é construída por diversos povos de diversas etnias.

Concluída esta seção, é oportuno avançar para a discussão sobre a circulação de saberes, explorando as interfaces entre a Etnomatemática e a TAD.

CIRCULAÇÃO DE SABERES: UMA INTEGRAÇÃO ENTRE A ETNOMATEMÁTICA E A TAD

A articulação entre diferentes teorias da DDM permite aprofundar a compreensão dos fatores que influenciam o ensino e a aprendizagem. No entanto, dada a complexidade das investigações na área, torna-se imprescindível o estabelecimento de interlocuções com outros campos do conhecimento (Almouloud, 2007, p. 207). Em nossa busca por pontos de contato, identificamos que tanto a gênese da TAD, quanto a da Etnomatemática estão relacionadas a posicionamentos políticos e teóricos de seus autores. A obra de Chevallard foi influenciada pelos eventos de Maio de 1968 na França, que provocaram diversas mudanças sociais e políticas no país. Nas palavras do próprio teórico, uma energia social e coletiva o levou a “embarcar em novos projetos de remodelação da velha sociedade” (Bittar; Freitas, 2022, p. 14).

Em 1972, o autor já atuava no Instituto de Pesquisa sobre o Ensino da matemática (IREM) de Aix-Marseille, no qual contribuía para melhorar a prática dos professores, apresentando “noções e teorias matemáticas que eles nunca encontraram em seus estudos e que deveriam doravante ensinar” (Bittar; Freitas, 2022, p. 12). Wozniak, Bosch e Artaud informam que o teórico foi inspirado por Guy Brousseau (1933-2024), mas também recebeu influências significativas das obras de Pierre Bourdieu (1930-2002), de Louis Althusser (1918-1990) e de Michel Foucault (1926-1984).

O primeiro, desses filósofos, tratou do papel do capital simbólico nas instituições, enquanto o segundo identificou as influências das ideologias de Estado nas práticas institucionais. Já Foucault, abordou as relações entre saber e poder, mostrando como o discurso molda os indivíduos. Na formulação da TAD, Chevallard considerou as influências da sociedade e da cultura sobre o didático, levando em conta, por exemplo, o capital simbólico presente na noosfera.

Além disso, uma instituição de ensino não pode existir sem dispositivos que organizem seus regulamentos, e esses elementos, como ocorre nas escolas, refletem ideologias do Estado. Paralelamente, o processo de formação de um indivíduo enquanto cidadão institucional envolve assujeitamentos e constrangimentos que tentam moldá-lo a fim de torná-lo um bom sujeito institucional. Ao imergir nas ideias desses filósofos, Chevallard desenvolveu uma teoria que se alinha a um campo mais progressista do estruturalismo e que propõe a libertação da DDM. Para o autor, a preservação do monumentalismo nos sistemas didáticos está profundamente vinculada a estruturas antidemocráticas, nas quais posições de comando e de obediência estão interligadas (Chevallard, 2012, p. 175). Ao propor que tal paradigma deve ser superado, o autor alicerçou a emancipação do didático.

A crítica de Chevallard às estruturas antidemocráticas potencializou estudos que reconhecem a pluralidade de saberes, o que aproxima a TAD da Etnomatemática. Importante notar que as duas teorias transcendem os limites da Matemática Acadêmica e reconhecem que fatores culturais hierarquizam os saberes. Ressalta-se também que tanto a Etnomatemática, quanto a DDM, como um todo, podem ser consideradas contramovimentos. A gênese da Etnomatemática foi uma reação ao Movimento da Matemática Moderna, originado nos Estados Unidos e introduzido no Brasil na década de 1960 (D'Ambrosio, 1986). A DDM,

no mesmo sentido, surgiu como resposta ao fracasso da reforma da Matemática, na década de 1970 (Almouloud, 2007, p. 17).

Estudos anteriores indicam que a TAD e a Etnomatemática podem ser teorias aliadas (Silva *et al.*, 2013; Gaia; Guerra, 2014; Silva, Farias; Silva, 2017; Silva; Farias, 2020; Nhampinga; Farias, 2021; Nhampinga, 2023; Nhampinga; Farias, 2024; Castela, 2024). Este trabalho amplia as interfaces anteriormente verificadas, ao reforçar as interseções dos aspectos políticos da Etnomatemática e da TAD, por meio da circulação de saberes.

Para Silva e Farias (2020),

A Etnomatemática se preocupa com as formas ou estratégias (**técnicas**) desenvolvidas pelas pessoas para responderem aos desafios e necessidades socioculturais (**tarefas**). Tais técnicas necessitam de instrumentos intelectuais (**tecnologias**) elaborados a partir das observações e elucubrações dos indivíduos (**teorias**). Tarefas, técnicas, tecnologias e teorias são noções basilares da TAD (Silva; Farias, 2020, p. 116) (Grifos dos autores).

No mesmo sentido, Gaia e Guerra (2014, p. 342), tratando de grupos étnicos (Instituições sociais), reforçam que a noção de praxeologia desenvolvida por Chevallard revela um jeito de pensar próprio dessas instituições sociais no desenvolvimento e organização das atividades humanas. Assim, tanto as noções basilares da TAD (Tipos de tarefa, técnicas, tecnologia e teoria), quanto seus elementos primitivos (objeto, relação pessoal de um sujeito com o objeto, sujeito e instituição) indicam possibilidades para interfaces entre essa teoria e a Etnomatemática.

O domínio das abordagens propostas por elas possibilita fazer da Matemática uma área que não apenas preserva a diversidade, mas que também contribui para a eliminação de desigualdades (Gaia; Guerra, 2014, p. 345). TAD e Etnomatemática reconhecem que fatores externos ao ambiente de sala de aula exercem influência nas práticas dos docentes (Silva *et al.*, 2013, p. 5195). Além disso, observa-se que a crítica da TAD à monumentalização dos saberes converge com a crítica do Programa Etnomatemática ao ensino propedêutico (Silva; Farias, 2020, p. 120).

Enquanto esta teoria surgiu como uma crítica às abordagens homogêneas da matemática, o atual estágio da TAD contribui para uma educação que valoriza a pluralidade cultural, possibilitando uma educação “inclusiva e sensível à diversidade” (Nhampinga; Farias, 2024, p. 09). Esses aspectos reforçam as afinidades entre as duas. Outro ponto de convergência é a característica antropológica presente nelas (Silva *et al.*, 2013; Gaia; Guerra, 2014; Silva; Farias, 2020) que considera os saberes matemáticos como frutos de interações socioculturais.

A TAD permite questionar sobre quais praxeologias são impostas aos objetos no sistema didático e porque as praxeologias vivem de determinado modo. O que faz com que determinadas praxeologias permaneçam hegemônicas? Que praxeologias existem fora do espaço escolar e quais não são consideradas? E porque não foram consideradas? Etc (Nhampinga e Farias, 2021, p. 179). O estudo das praxeologias envolve inclusive, compreender aspectos que provocam a não difusão de saberes (Chevallard, 2009). Esses questionamentos nos incentivaram a investigar sobre outras representações do número na sociedade huma-

na e questionar como tais representações poderiam contribuir para o fortalecimento da compreensão do próprio sistema decimal no sistema didático.

O ensino tem as responsabilidades de selecionar quais práticas sociais relacionadas ao saber devem viver no ambiente escolar e de determinar o grau de destaque que cada prática receberá. Esse processo de seleção envolve questões centrais à Etnomatemática, especialmente no que se refere à hierarquização dos saberes e ao poder de decisão sobre o que deve ser valorizado no ensino. Além disso, a seleção também interessa à TAD, pois envolve tanto a conformidade com as imposições da noosfera, quanto o estabelecimento das condições e das restrições para o ensino e as justificativas que sustentam tal seleção. Assim, na circulação de saberes no ambiente escolar,

A etnomatemática e a didática da matemática tornam-se, então, dois elementos científicos essenciais para esse debate político: a primeira para descrever os saberes que a segunda está incumbida de transmitir em novas condições (Brousseau, 2006, p. 270).

A difusão de saberes promovida pela DDM pode complementar os objetivos da Etnomatemática. A TAD, ao revelar que a instituição escolar ignora aspectos do saber matemático, potencializa que os sujeitos institucionais (aprendizes e ensinantes) investiguem e reconstruam elementos (tarefas, técnicas, tecnologias e teorias) que foram silenciadas no processo de institucionalização (Silva; Farias, 2020, p. 125). Assim, ao reconhecer que a escola também pode compartilhar saberes de culturas consideradas subalternas, esta teoria assume um papel fulcral na valorização e preservação desses saberes. No entanto, pela lente teórica da TAD, percebe-se que tais saberes não são integrados ao ensino com um discurso teórico previamente formulado, uma vez que suas validações emergem diretamente das práticas observadas empiricamente nas experiências culturais e técnicas. Assim, a fundamentação teórica necessária para sua compreensão deve ser buscada na própria TAD (Castela, 2016, p. 26).

A incorporação de um discurso teórico é crucial para assegurar a sobrevivência e a ampla difusão dos saberes subalternos. Sem essa difusão, as obras dos povos originários podem desaparecer, como exemplificou D'Amore ao mencionar o sistema numérico da língua Shuar, do Equador, que estava em risco de extinção:

Tive a grande sorte de conhecer um grupo de intelectuais Shuar aos quais o governo federal havia dado a incumbência de tentar salvar o que ainda restava de uma cultura em declínio. Esse declínio é tão evidente que já não existem pessoas idosas que lembrem os números além do 5 (D'Amore, 2003, p. 10)

O autor acrescentou que a estrutura nominal dos numerais dessa cultura levava os indivíduos a terem habilidades que se aproximavam das “propriedades da Aritmética Posicional” (Op. cit, p. 09). Ele relatou também que os Shuar decidiram adotar os números indo-arábicos, e que esse povo estava recriando, a partir de elementos da sua própria cultura, os nomes para os números superiores a 6 (Op. cit, p. 10). Esse fato revela um aspecto surpreendente e digno de nota: A universalização dos sistemas numéricos acarretou perdas culturais, para a etnia Shuar. Entretanto, a busca pela valorização do saber local pode possibilitar que o sistema padronizado seja utilizado de forma integrada aos saberes autóctones. Nesse contexto, a dimensão política da Etnomatemática contribui para a preservação do saber sábio

dos povos originários, enquanto a TAD auxilia na análise das condições e restrições envolvidas nesse processo de preservação e de difusão.

Neste contexto, a circulação de saberes (Nhampinga, 2023), é um conceito formulado no âmbito da TAD e derivado da transposição didática institucional, que visa promover a integração de saberes entre instituições para construir um mundo didático mais plural. A circulação de saberes assume uma postura política, integrando aspectos da Etnomatemática e da TAD. Tal circulação busca, simultaneamente, identificar e disseminar saberes subalternos nas instituições (Nhampinga, 2023), permitindo que encontrem legitimidade no mundo didático. A seguir apresenta-se um MER para o ensino do número com circulação de saberes de povos originários da etnia Kaingang.

O MER E A INTEGRAÇÃO DE SABERES: HEURÍSTICAS KAIKANG E SUA CIRCULAÇÃO NO ESTUDO DO NÚMERO

Como discutido nas seções anteriores, a justificativa para a proposição de um Modelo Epistemológico de Referência (MER) para o ensino do número fundamenta-se nas incompletudes identificadas na epistemologia do número e no trato da pluralidade epistemológica dos saberes (Nhampinga, 2023). O MER proposto busca reduzir essas lacunas ao incorporar práticas sociais relacionadas ao número provenientes de povos originários. Este modelo, de caráter provisório, promove a pluralidade epistemológica ao incluir epistemologias negligenciadas pelos sistemas de ensino e questionar os processos de transposição didática.

Embora o SNPD em adição com os algarismos indo-arábicos, seja o conhecimento predominante sobre número em quase todas as instituições contemporâneas, sua abordagem atual não permite que os estudantes compreendam sua estrutura, suas razões de ser e suas vantagens em relação a outros sistemas. Além das variações nos numerais e nas bases numéricas empregadas, o conceito de número evoluiu significativamente ao longo da história, destacando-se a invenção do sistema posicional e a criação do zero. Assim, é essencial entender como a humanidade utilizou esse saber de maneiras diversas, os fatores que impulsionaram suas transformações ao longo do tempo e as vantagens que consolidaram o SNPD como dominante. Com essas compreensões, torna-se mais viável identificar a razão de ser desse saber.

Registros de diferentes períodos históricos permitem inferir transformações epistemológicas nas práticas numéricas do povo Kaingang. Amâncio (2002) relatou que não há consenso nos documentos analisados sobre os registros numéricos da língua Kaingang. O autor destacou que os três registros históricos investigados desconsideram “a relação entre a visão dualista do mundo, a organização social Kaingang, e o que eles chamam de números” (Amâncio, 2002, p. 278). Em sua pesquisa empírica, verificou-se que os Kaingang contavam em sua própria língua apenas até o número quatro, “utilizando para os números seguintes os mesmos nomes em português” (Amâncio, 2002, p. 293). O contato com pessoas não indígenas e os processos de aculturação resultaram em mudanças epistemológicas na relação da etnia com o conceito de número. Após o número quatro, a contagem passou a ser realizada com base na estrutura do SNPD.

Importa destacar que a heurística em discussão não foi produzida por indígenas contemporâneos. Ela resultou de um processo transitivo construído a partir de registros históricos da numeração na língua Kaingang. A TTD, fase inicial da TAD, reconhece a influência de fatores culturais noosféricos nos níveis de codeterminação didática (Chevallard, 2007a, 2007b). Assim, é fundamental considerar, nos atos transpositivos, a possibilidade de incompreensões acerca da língua e da cultura Kaingang, dado que diferenças culturais podem ter impactado a elaboração dos registros históricos. Adicionalmente, os resultados apresentados por Amâncio (2002) estão alinhados aos relatos de D'Amore (2003), que evidenciam que os grupos sociais indígenas, assim como outros grupos sociais em todo o mundo, utilizam atualmente o SNPD.

Por que, então, circular saberes subalternos sobre número? A resposta está na construção de relações que desafiem o *status quo* acadêmico, incorporando os saberes subalternos como elementos de produção de discursos científicos no ambiente escolar (Nhampinga; Farias, 2024, p. 186). Nesse contexto, propõe-se a circulação de saberes resultantes de sucessivos processos de transposição didática do número na língua Kaingang. Os documentos históricos acessados por Amâncio (2002) constituem o primeiro desses processos transpositivos. O estudo do autor, por sua vez, configurou uma segunda transposição. Em consequência, o presente texto caracteriza-se como uma terceira transposição, ao recontextualizar esses saberes no âmbito do debate contemporâneo sobre o ensino.

De acordo com Chevallard (2000), o saber transposto é exilado de suas origens e separado de sua produção histórica no âmbito do saber sábio, sendo legitimado como algo atemporal e descontextualizado (Chevallard, 2000, p. 18). Nesse sentido, o saber sábio discutido neste trabalho não corresponde exatamente ao saber sábio original dos povos Kaingang. Tal fato levanta um questionamento crítico da TAD sobre as investigações etnomatemáticas. Outra divergência significativa entre as teorias é que, para a TAD, importa demonstrar que a compreensão do número varia entre instituições e períodos históricos. Esta teoria é fiel ao didático, assim, para a TAD não é conflituoso explicar um saber cultural pela lente de outra cultura. Nesse contexto, Nhampinga e Farias (2024) ressaltam a importância de considerar os conhecimentos socioculturais não legitimados pela ciência ocidental e defendem a análise de suas praxeologias para integrá-los ao ensino, como destacado a seguir:

Pode ser importante perceber que a instituição pode ser aquela em que vive o conhecimento que não é legitimado pela ciência ocidental (instituições socioculturais que produzem conhecimentos diversos e não são formalmente reconhecidos pelas escolas), mas que um didata decolonial entende que pode. É importante analisar as suas praxeologias e integrá-las no ensino, e a partir delas, levantar questões que podem ser importantes para a interpretação de vários fenômenos no campo da estrutura científica acadêmica. (Nhampinga; Farias, 2024, p. 10, tradução nossa)

O quadro a seguir apresenta um registro do número na língua Kaingang, elaborado pelo coronel Telêmaco Borba na segunda metade do século XIX. O registro foi aperfeiçoado com anotações aritméticas de Amâncio (2002, p. 279)

Figura 2 – Representação do número, a partir das operações aritméticas, na língua Kaingang.

Número	Kaingangue	Anotação aritmética
1	Piré	(1)
2	Rengré	(2)
3	Tacton	(2+1)
4	Cangra	(2+2)
5	Paterá	(2+2+1)
6	Ininyá ut piré	(5+1)
7	Ininyá ut rengre	(5+2)
8	Ininyá ut tacton	(5+3)
9	Ininyá ut vaecangra	(5+4)
10	Ininyá ut baterá	(5+5)
11	Iningue veicriton cri piré	(5+5+1)
12	Iningue veicriton cri rengre	(5+5+2)
13	Iningue vei critane cri tacton	(5+5+3)
14	Iningue vei critane cri cangra	(5+5+4)
15	Iningue ve icritane cri paterá	(5+5+5)
16	Iningue vei critane ininha ou creva cri pire	(5+5+5+1)
17	Iningue vei critane ininha ou creva cri rengre	(5+5+5+2)
18	Iningue vei critane ininha ou creva cri tacton	(5+5+5+3)
19	Iningue vei critane ininha ou creva cri cangra	(5+5+5+4)
20	Iningue veicriton rengre	(5+5) X 2
30	Iningue veicriton tacton	(5+5) X 3
40	Iningue vei critane vaecangra	(5+5) X 4
50	Iningue veicriton baterá	(5+5) x 5

Fonte: Amâncio (2002, p. 279)

O sistema numérico da língua Kaingang no século XIX era de natureza oral. Naquele período, eles não utilizavam símbolos gráficos (numerais) para registrar números. Observa-se que trata-se de um sistema quinário uma base quinária aditiva e não posicional, composta pelos elementos 1, 2, 3, 4 e 5. Por não se tratar de um sistema posicional, não há necessidade de uma representação para o zero. De acordo com Fontes (1969, p. 13), sistemas de base cinco geralmente estão associados a outras bases. Isso parece ocorrer também com a numeração na língua Kaingang, que recorre à base 2 para representar os números 3, 4 e 5, como (2+1), (2+2) e (2+2+1), respectivamente. Essa forma de representação, contudo, não se repete nas demais ocorrências de número.

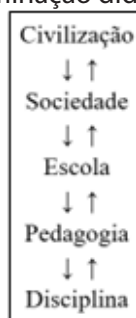
Na representação dos números 8 (5+3) e 9 (5+4), por exemplo, não há recurso à base dois. Os cinco primeiros números possuem nomes originais e não seguem um padrão repetitivo: *piré*, *rengre*, *tacton*, *cangra* e *paterá*. A partir do número 6, a contagem utiliza agrupamentos de 5, adicionando-se um acréscimo que indica a ordem do número após o 5, criando um novo termo para o 5, *ininyá*. Assim, temos *ininyá ut piré* (5+1), *ininyá ut rengre* (5+2), *ininyá ut tacton* (5+3), *ininyá ut vaecangra* (5+4) e *ininyá ut paterá* (5+5). Nos dois últimos casos, há uma modificação linguística em *ininyá ut vaecangra* (5+4), onde *cangra* foi substituído por *vaecangra*, e em *ininyá ut paterá* (5+5), ocorre um retorno ao termo originalmente usado para o 5, *paterá*.

Os termos equivalentes a 11, 12, 13, 14 e 15 recorrem a uma nova etimologia (Ifrah, 1997, p. 54), *iningue veicriton* ou *iningue vei critane*, associados à justaposição dos números das unidades (Ifrah, 1997, p. 57): *piré*, *rengre*, *tacton*, *cangra* e *paterá*, respectivamente. Para os números de 16 a 19, esse procedimento se repete, com uma nova etimologia, *iningue vei critane ininha* ou *creva cri*, sendo justapostos os termos *piré*, *rengre*, *tacton* e *cangra*.

A formação das dezenas não segue uma combinação analítica do tipo 2×10 , 3×10 , 4×10 e 5×10 , como no sistema numérico dominante. Em vez disso, os termos que correspondem a 20, 30, 40 e 50, conforme descrito por Amâncio (2002), são expressos como $(5+5) \times 2$, $(5+5) \times 3$, $(5+5) \times 4$ e $(5+5) \times 5$, respectivamente. Na forma escrita, essas dezenas são representadas como *Iningue veicriton rengré*, *Iningue veicriton tacton*, *Iningue vei critane vaecangra* e *Iningue veicriton paterá*, também nesta ordem.

Circular elementos da língua Kaingang para estudo no número é insurgente, em virtude de que as proposições para o ensino nas instituições escolares são dependentes do campo de produção científico dominante (Nhampinga; Farias 2024, p. 11). A TAD organiza a análise por meio dos níveis de codeterminação didática (NCDD)

Figura 3 – Níveis de codeterminação didática proposto por Chevallard.



Fonte: Chevallard (2009, p. 06)

Os Níveis de Codeterminação Didática (NCDD) indicam condições e restrições que influenciam o saber. No nível da civilização, identificam-se obstáculos ao saber devido ao privilégio cultural conferido ao Sistema Numérico Posicional e Decimal (SNPD). Por outro lado, vislumbra-se a possibilidade de fomentar uma ética pluricultural, que valorize saberes diversos. No nível da sociedade, embora existam documentos institucionais que recomendam a valorização da cultura indígena, não há mecanismos de verificação que garantam a implementação efetiva dessas recomendações. Além disso, destacam-se restrições relacionadas à formação de professores e à produção de livros didáticos adequados. No âmbito da instituição escolar, as restrições surgem no currículo, que pode tratar o saber de forma superficial. Entretanto, há potencial para que o currículo contribua significativamente para a valorização da diversidade cultural. No nível da pedagogia, as limitações residem na ausência de orientações claras sobre como implementar práticas pedagógicas que promovam o ensino plural. Por outro lado, esforços para circular saberes e adotar uma abordagem inclusiva podem trazer melhorias substanciais para o ensino. No nível disciplinar, o ensino do saber tende a privilegiar modelos dominantes, muitas vezes apresentando praxeologias incompletas. Contudo, nesse nível, a didática possui o potencial de promover evoluções disciplinares, ampliando o alcance e a profundidade do ensino do saber.

Nesse estudo questionamos como seria, por exemplo, adicionar 14 e 17 ou calcular o dobro de 13, utilizando a notação aritmética da língua Kaingang.

A anotação correspondente aos números 14 e 17, respectivamente, na língua Kaingang é $(5+5+4)$ e $(5+5+5+2)$. A adição desses termos, considerando os agrupamentos da base quinária é

$$(5+5+4) + (5+5+5+2)$$

$$= (5+5)+(5+5)+(5+4+2)$$

$$= (5+5) \times 2 + (5+5)+1$$

$$= (5+5) \times 3 + 1$$

A multiplicação correspondente a 13×2 será

$$(5+5+3) \times 2 =$$

$$= (5+5)+(5+5)+ (3+3)$$

$$= (5+5) \times 2 + (5+1)$$

As operações no sistema de numeração da língua Kaingang permitem aperfeiçoar a compreensão do conceito de número, sendo possível propor investigações que superem o monumentalismo. Uma primeira questão pode ser direcionada ao zero, considerado elemento neutro na adição e elemento absorvente da multiplicação. Os discentes podem investigar sobre a função desse elemento em sistemas de numeração aditivos e posicionais. Outra questão relevante é quais são as características principais dos sistemas numéricos posicionais e quais são as características principais dos sistemas numéricos aditivos. Investigar essas questões favorece compreender suas estruturas e funcionalidades dos sistemas de numeração. Também é possível explorar as vantagens e desvantagens das bases numéricas em diferentes sistemas, sejam eles posicionais ou aditivos, ampliando a percepção sobre suas aplicações e limitações.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho insere-se no conjunto de produções acadêmicas que buscam estabelecer conexões entre saberes matemáticos tradicionais e saberes escolares contemporâneos (Silva Pires, 2019; Silva, Farias e Silva, 2017). A abordagem adotada integra as perspectivas da Etnomatemática e da TAD. Embora a TAD reconheça que os saberes identificados pelas investigações etnomatemáticas não correspondem diretamente aos saberes ensinados nas instituições escolares, ela oferece um potencial significativo para a construção de universos cognitivos fundamentados nas práticas socioculturais dos povos originários. Para essa teoria, o que torna um saber relevante ou valioso é o projeto institucional (Chevallard, 1992, p. 80). Em um projeto institucional de ensino propedêutico, o saber apresentado pode tornar-se irrelevante; contudo, em um projeto institucional que valoriza a circulação pluriepistêmica de saberes, a numeração Kaingang sempre será significativa.

A defesa da TAD pela autonomia da DDM, em contraste com a subordinação ao ensino de matemática à Matemática Acadêmica (Chevallard, 2006), favorece a circulação de saberes oriundos das culturas não hegemônicas no contexto escolar (Nhampinga; Farias, 2024). Além disso, este trabalho contribui para a implementação das Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação das Relações Étnico-Raciais, especialmente no que tange às atualizações promovidas pela Lei 11.645/2008 à Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB 9.394/1996) (Brasil, 2008).

Ao abordar aspectos estruturais da base quinária do povo indígena Kaingang, destacamos que pesquisas que articulem a TAD e a Etnomatemática D'Ambrosiana, por meio da Circulação de Saberes, possuem o potencial de promover ecologias que reconhecem e valorizam a pluralidade cultural. Reconhecemos as potencialidades da notação simples e racional do SNPD. Nosso propósito foi desenvolver ecologias que assegurem a sobrevivência de outras praxeologias com o número no ensino do 6º ano e possibilitem a compreensão da razão de ser do próprio SNPD.

REFERÊNCIAS

- ALMOULOU, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba: UFPR, 2007.
- AMANCIO, Chateaubriand Nunes. **Sobre a numeração kaingang**. In: FERREIRA, M. K. L. (Org.). Ideias matemáticas de povos culturalmente distintos. São Paulo: Global, 2002. Pág. 276-296.
- BITTAR, Marilena; DE FREITAS, José Luiz Magalhães. **Uma Entrevista Com Yves Chevallard Sobre A Teoria Antropológica Do Didático**. Revista Paranaense de Educação Matemática, v. 11, n. 25, p. 11-22, 2022. Disponível em <<https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/7019/5003>> Acesso em 19/0/2024.
- BRASIL. **Lei nº 11.645. Altera a Lei no 9.394, de 20 de dezembro de 1996, modificada pela Lei no 10.639**. Disponível em <https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2008/lei/l11645.htm>
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf>
- BROUSSEAU, Guy. A etnomatemática e a teoria das situações didáticas. Trad. Saddo Ag Almouloud e Cileda de Queiroz e Silva Coutinho Educação Matemática Pesquisa: **Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**, v. 8, n. 2, 2006. P. 267-281 CIBEM. Montevideu, Uruguai. 2013. Disponível em <<https://revistas.pucsp.br/emp/article/download/458/384>>
- CASTELA, Corine. **Cuando las praxeologías viajan de una institución a otra: una aproximación epistemológica del "boundary crossing"**. Educación Matemática, v. 28, n. 2, p. 9-29, 2016. Disponível em <<https://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v28n2/1665-5826-ed-28-02-00009.pdf>> Acesso em 20 fev 2021.
- CASTELA, Corine. **Pluriversalidad de los saberes: ¿Qué herramientas propone la teoría antropológica de lo didáctico?**. Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática, v. 4, n. 2,, 2024. Disponível em <<https://reviem.com.ve/index.php/REVIEM/article/view/112>>.
- CHEVALLARD, Yves. **Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique**. Recherches En Didactique Des Mathématiques, Grenoble v.12. n.1, p. 73–112. 1992. Disponível em <<https://revue-rdm.com/1992/concepts-fondamentaux-de-la-didactique/>>

CHEVALLARD, Yves. **La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado**. Título original: La transposition didactique. du savoir savant au savoir enseigné. Traducción Cláudia Gilman. Aique Grupo Editor S.A. Buenos Aires, Argentina. 3ª Ed, 2000

CHEVALLARD, Yves. Émanciper la didactique?. La tension entre allégeance «disciplinaire, 2006. Disponível em <http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Emanciper_la_didactique.pdf>

CHEVALLARD, Yves. **La TAD face au professeur de mathématiques** Toulouse, 2009 Disponível em < http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/La_TAD_face_au_professeur_de_mathematiques.pdf >

CHEVALLARD, Yves. **Teaching Mathematics in Tomorrow's Society: a Case for an Oncoming Counter paradigm**. In: 12TH International congress on mathematical education. COEX. Seoul. Korea. 2012. Disponível em: <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2F978-3-319-12688-3_13.pdf>

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática**. São Paulo: Sammus. Campinas: Ed. da Universidade Estadual de Campinas, 1986.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática. Arte ou técnica de explicar e conhecer**. São Paulo: Ática, 1993. 2ª ed.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Transdisciplinaridade**. São Paulo: Palas Athena, 1997. 174 p.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **A Nonkilling Mathematics?**. In: PIM, Joám Evans (Ed.). Engineering Nonkilling: Scientific Responsibility and the Advancement of Killing-Free Societies. Center for Global Nonkilling, 2011. P. 121-148.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **From epistemological cages to transdisciplinarity as open system of knowledge**. 2016. Plastir, 43, 1-28. Disponível em <<https://plasticities-sciences-arts.org/PLASTIR/D'Ambrosio%20P43.pdf>>

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática: um programa**. Educação Matemática em Revista, v. 8, n. 1, p. 7-12, 8 jan. 2019. Disponível em <<https://www.sbemrasil.org.br/periodicos/index.php/emr/article/view/1662> > . Acesso em 07/10/2024.

D'AMORE, Bruno. **Matemática em algumas culturas da América do Sul: Uma contribuição à Etnomatemática**. Bolema. Boletim de Educação Matemática. nº 19. Pág 73-89. Rio Claro, SP. 2003. Disponível em <<https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10556>>

EICHENBERGER NETO, João. **História da matemática**. Londrina: Editora e Distribuidora Educacional SA, 2016. Disponível em <http://cm-cls-content.s3.amazonaws.com/201602/INTERATIVAS_2_0/HISTORIA_DA_MATEMATICA/U1/LIVRO_UNICO.pdf>

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Título original: An introduction to the history of mathematics. Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Ed. UNICAMP, 2004.

FARRAS, Berta B.; BOSCH, Marianna; GASCÓN, Josep. **Las tres dimensiones del problema didáctico de la modelización matemática**. Educação matemática Pesquisa, v. 15, n. 1, p.

1-28, 2013. Disponível em <<https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/12757>> Acesso em 15 de 2022.

FONTES, Hélio. **No Passado da Matemática**. Rio de Janeiro: Fund. Getúlio Vargas, 1969.

FREUDENTHAL, Hans. **Mathematics as an Educational Task**. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company, 1973.

GAIA, Carlos; GUERRA, Renato Borges. **Descortinando práticas com matemáticas no contexto da educação do campo: conexões entre a TAD e a Etnomatemática**. In:

MENDES, Iran Abreu; FARIAS, Carlos Ademir. *Práticas socioculturais e educação matemática* São Paulo: Editora Livraria da Física, 2014. Pág. 335-367.

GERDES, Paulus (Org. e Coord.). **A Numeração em Moçambique: Contribuição para uma reflexão sobre cultura, língua e educação matemática**. Maputo, Moçambique: Centro de Pesquisa para Matemática, Cultura e Educação, 2008.

GERDES, Paulus; CHERINDA, Marcos. **Sistemas africanos de numeração**. In: GERDES, Paulus (Org e Coord). *A Numeração em Moçambique : Contribuição para uma reflexão sobre cultura, língua e educação matemática*. Maputo, Moçambique: Centro de Pesquisa para Matemática, Cultura e Educação, 2008. 2ª Ed. Pág 09-31.

GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A Conquista da Matemática**. Manual do professor. 6º ano: ensino fundamental: anos finais. São Paulo: FTD, 2018.

GREEN, Diana (a). **O sistema numérico da língua palikur**. In: FERREIRA, M K L (Org.). *Ideias Matemáticas de Povos Culturalmente Distintos*. São Paulo: Global, 2002. Pág. 119-165.(a)

GREEN, Diana. Os diferentes termos das línguas indígenas no Brasil . In: FERREIRA, M. K. L. (Org.). **Ideias matemáticas de povos culturalmente distintos**. São Paulo: Global, 2002. Pág. 251-275.(b)

IFRAH, Georges. **História Universal dos Algarismos** . Tradução Alberto Muñoz e Ana Beatriz Katinsky. Título Original: *Histoire universelle des chiffres*. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997. Vol. I

MARCHON, F. L. **Aspectos da Narrativa Histórica da Etnomatemática de D'Ambrosio: intertextualidade, retórica e ficção**. *Revista de História da Educação Matemática*, [S. I.], v. 8, p. 1–20, 2022. Disponível em: <<https://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/535>> .

MAZZUTTI LÜBECK, Kelly Roberta; LÜBECK, Marcos; BELLEI, Patrick. **A Educação Matemática e a Mística dos Números**. *REMATEC*, Belém, v. 2, n. 3, p. 27–30, 2007. Disponível em: <https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/419> . Acesso em: 20 out. 2024.

MENDES, Iran Abreu. **Números: O Simbólico e o racional da história**. São Paulo: Ed. Livraria da Física, 2006.

NHAMPINGA, Domingos Arcanjo António. **Contribuição para o estudo das potencialidades do jogo “NTXUVA” no ensino da matemática: uma proposta para o enriquecimento do currículo local no nível médio do SNE em Moçambique**. Tese de Doutorado. PPGEFHC. UFBA. Salvador 2023. Disponível em <<https://repositorio.ufba.br/handle/ri/38111>>

NHAMPINGA, Domingos Arcanjo António; FARIAS, Luiz Márcio Santos. **Circulação de saberes entre instituições: um caminho para decolonização da didática da Matemática**. ODEERE, [S. l.], v. 6, n. 2, p. 167-201, 2021. Disponível em <<https://periodicos2.uesb.br/index.php/odeere/article/view/9809>>

NHAMPINGA, Domingos Arcanjo António; FARIAS, Luiz Márcio Santos. **Decolonialidad Didáctica: un enfoque para analizar las posibilidades de integración de las praxeologías subalternas en la enseñanza**. Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática, v. 4, n. 2, 2024. Disponível em <<https://reviem.com.ve/index.php/REVIEM/article/view/107>>

SEBASTIANI FERREIRA, Eduardo Sebastiani. **Racionalidade dos Índios Brasileiros**. In: Etnomatemática. Edição especial da revista Scientific American Brasil. 2005. p. 90-93

SILVA, Getúlio Rocha. **Cultura e Matemática, Diálogos com as Diferenças: um estudo de caso da Etnomatemática do Assentamento Rural Natur de Assis**. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Cultura e Sociedade. UFBA. Salvador, 2012. <http://www.repositorio.ufba.br:8080/ri/bitstream/ri/8368/1/111111.pdf>

SILVA, Getúlio Rocha; FARIAS, Luiz Márcio Santos; SILVA, Rita Cinéia Meneses. **Desconstruindo elementos de um modelo epistemológico dominante no ensino de matemática: em busca de um modelo de referência fundamentado nas contribuições das populações diaspóricas e na lei 10639/2003**. Revista da Associação Brasileira de Pesquisadores/as Negros/as (ABPN), [S. l.], v. 9, n. 22, p. 176-190, jun. 2017. ISSN 2177-2770. Disponível em: <<https://abpnrevista.org.br/index.php/site/article/view/403>>. Acesso em: 08 maio 2021.

SILVA, Getúlio Rocha; FARIAS, Luiz Márcio Santos. **Caminhos para uma descolonização epistemológica: contribuições para a descolonização da Didática da Matemática**. In: BENITE, A. M. C. et al. (Orgs). Trajetórias de descolonização da escola: o enfrentamento do racismo no ensino de ciências e tecnologias. BH: Nandyala, 2020.

SILVA, Itamar Miranda da; MELO, Elisângela Aparecida Pereira de; COSTA, Lucélia de Fátima Maia da; GUERRA, Renato Borges. **Formação de professores de matemática interfaces entre a TAD e a Etnomatemática**. Anais do VII CIBEM. Montevideu, Uruguai. 2013. Disponível em <<https://funes.uniandes.edu.co/funes-documentos/formacao-de-professores-de-matematica-interfaces-entre-a-tad-e-a-etnomatematica/>> Acesso em 11/10/2024

SILVA PIRES, Lucas. **história para o ensino de sistema de numeração decimal em teses e dissertações** (1990-2018). REMATEC, Belém, v. 14, n. 32, p. 193–211, 2019. DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2019.n32.p193-211.id212. Disponível em: <https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/161> . Acesso em: 20 out. 2024.

WOZNIAK, Floriane; BOSCH, Marianna; ARTAUD, Michèle. Yves Chevallard In: The Anthropological Theory of Didactic. Disponível em <<https://ardm.eu/who-are-we/yves-chevallard-english/>>

Histórico

Recebido: 12 de Dezembro de 2024.

Aceito: 19 de Maio de 2025.

Publicado: 28 de Junho de 2025.

Como citar – ABNT

SILVA, Getúlio Rocha; NEVES, Anderson Souza; FARIAS, Luiz Márcio Santos. A Dimensão Política do Programa Etnomatemática e a Circulação de Saberes: Integrações praxeológicas em um estudo sobre número. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC**, Belém/PA, n. 54, e2025003, 2025. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2025.n54.e2025003.id770>

Como citar – APA

Silva, G. R., Neves, A. S., & Farias, L. M. S. (2025). A Dimensão Política do Programa Etnomatemática e a Circulação de Saberes: Integrações praxeológicas em um estudo sobre número. *Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC*, (54), e2025003. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2025.n54.e2025003.id770>

Número temático organizado por

Saddo Ag Almouloud  

José Carlos de Souza Pereira  

José Messildo Viana Nunes  