

A Etnomatemática na Aprendizagem de Frações: Uma Análise dos Registros de Representação Semiótica

Ethnomathematics in the Learning of Fractions:
An Analysis of Semiotic Representation Registers

Etnomatemática en el Aprendizaje de Fracciones:
Un análisis de los registros de representación semiótica

Fernando Cardoso de Matos¹  

Reginaldo da Silva²  

RESUMO

Os educandos, certamente, apresentam dificuldades acerca do conteúdo de fração, no que tange a visualização, interpretação e abstração. O objetivo do presente estudo foi de apresentar a viabilidade do ensino das operações fundamentais com frações a partir da teoria de Duval, relacionados a questões culturais da matemática da antiguidade, logo reconhecendo os saberes e fazeres de outras culturas. A etnomatemática e a didática da matemática são áreas interligadas que exploram a relação entre a matemática e a cultura. A necessidade, no modo Conversão da representação figural contínua das frações, teve como objetivo apresentar um caminho metodológico baseado nestas mudanças de registro. Ao integrar a etnomatemática e os registros semióticos, é possível desenvolver metodologias de ensino que respeitem e valorizem a diversidade cultural dos alunos, facilitando a compreensão de frações de maneira significativa. Essa abordagem enriquece o aprendizado, tornando a matemática mais acessível e relevante.

Palavras-chave: Educação Matemática; Etnomatemática; Registro de Representação Semiótica; Frações.

ABSTRACT

Students certainly have difficulties with fraction content, in terms of visualization, interpretation and abstraction. The aim of this study was to present the feasibility of teaching fundamental operations with fractions based on Duval's theory, related to cultural issues of ancient mathematics, thus recognizing the knowledge and practices of other cultures. Ethnomathematics and the didactics of mathematics are interconnected areas that explore the relationship between mathematics and culture. The need, in the Conversion mode of the continuous figural representation of fractions, aimed to present a methodological path based on these changes of register. By integrating ethnomathematics and semiotic registers, it is possible to develop teaching methodologies that respect and value students' cultural diversity, facilitating the understanding of fractions in a meaningful way. This approach enriches learning, making mathematics more accessible and relevant.

Keywords: Mathematics Education; Ethnomathematics; Semiotic Representation Register; Fractions.

RESUMEN

Los alumnos tienen ciertamente dificultades con el contenido de las fracciones, en términos de visualización, interpretación y abstracción. El objetivo de este estudio fue presentar la viabilidad de la enseñanza de las operaciones fundamentales con fracciones a partir de la teoría de Duval, relacionada con cuestiones culturales de la matemática antigua, reconociendo así los conocimientos y prácticas de otras culturas. La etnomatemática y la didáctica de las matemáticas son áreas interconectadas que exploran la relación entre matemáticas y cultura. La necesidad, en el modo de Conversión de la representación figural continua de fracciones, pretendía presentar un camino metodológico basado en estos cambios de registro. Integrando registros etnomatemáticos y semióticos, es posible desarrollar metodologías de enseñanza que respeten y valoren la diversidad cultural de los alumnos, facilitando la comprensión de las fracciones de forma significativa. Este enfoque enriquece el aprendizaje, haciendo las matemáticas más accesibles y relevantes.

Palabras clave: Educación matemática; Etnomatemáticas; Registro de representación semiótica; Fracciones.

1 Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas pela Universidade Federal do Pará (UFPA). Professor de Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará (IFPA) e SEDUC, Belém, Pará, Brasil. Trav Manoel Evaristo 753, Umarizal, Belém, Pará, Brasil, CEP: 66050-290. E-mail: fernando.matos@ifpa.edu.br

2 Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas pela Universidade Federal do Pará (UFPA). Professor de Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará (IFPA), Belém, Pará, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Liberato de Castro, Passagem Sururina 62, Guamá, Belém, Pará, Brasil, CEP: 66075-440. E-mail: reginaldo.jamacaru@ifpa.edu.br

INTRODUÇÃO

A Escola é uma instituição que visa concretizar um processo de socialização dos imaturos, preparando-os para a vida em sociedade, melhorando a qualidade e a eficiência do processo educacional.

Neste artigo optamos em trabalhar com o processo de ensino de matemática, e em um modo particular o estudo do objeto matemático frações, no que diz respeito a suas operações, com a utilização da Didática da Matemática a partir de um olhar da Etnomatemática, pois para a D'Ambrosio (1998, p. 5): "[...] é importante reconhecer na etnomatemática um programa de pesquisa que caminha juntamente com uma prática escolar.

Para Rebouças e Oliveira (2023) é inegável sua relação intrínseca com a prática escolar. Acreditamos que a prática escolar consiste na ação humana sobre o conhecimento com e/ou para os outros indivíduos. A Etnomatemática tem provocado mudanças na forma de conceber a matemática e de se ensinar matemática, estimulando o desenvolvimento de práticas pedagógicas transdisciplinares.

Pensamos em propor este tema devido à dificuldade que boa parte dos educandos apresentam no processo de aprendizagem deste objeto, conforme no revelam às obras (PINILLA, 2007; SANTOS; SANTOS; CAMPOS, 2013).

Pensávamos em ser um conteúdo de certa forma "simples", mas com o passar do tempo, verificamos que o ensino não era tão "simples" assim. O estudo de frações no ensino básico é tratado a partir dos conceitos de relação de equivalência, onde suas operações partem da ideia de que frações equivalentes são iguais.

As frações assim como os números naturais ou os inteiros podem ser representadas na reta e esta pode ser ordinária ($\frac{2}{3}$) ou racional ($\frac{2}{3}=0,6666666667$). A ideia de parte-todo, remete-se uma parte de um todo ($\frac{1}{n}$), isto é, um inteiro foi dividido em n partes. A ideia de fração como medida, ou seja, é a medida da relação entre duas variáveis.

Desde os primórdios a proposta de fração fora entendida como pensamento das civilizações egípcias e babilônicas, berço dos conhecimentos matemáticos, que assim como a humanidade, tem origem no continente africano. Tais ideias perpassaram como leitura de mundo, na divisão de terras a margem do Rio Nilo, divisão de pães, ou seja, a noção de fração traz consigo nexos históricos, geométricos, filosóficos, geográficos e artístico cultural.

Para Pitkethly e Hunting (1966) o modelo de ensino parte-todo auxilia o estudante na compreensão da linguagem fracionária, pois dá a ideia da dupla contagem, já que se conta em quantas partes o inteiro foi dividido, no caso o denominador, e se conta as partes consideradas, no caso do numerador. Temos, ainda a ideia do quociente, como se dividisse 2 maçãs para 3 pessoas em parte iguais. Ainda, como um operador multiplicativo, ou seja, aplicado a uma quantidade, ou seja, $\frac{2}{3} \times 2$ (dois terços de dois), isto é, a fração transformando grandezas contínuas ou discretas.

Partiremos em tratar como os egípcios trabalhavam com este objeto e por seguinte um modo didático em se operar com frações, já que tais operações são realizadas por algoritmos que aparecem por meio de mágica, ou seja, sem uma construção por parte dos edu-

candos, sem um significado, pois conforme Pinilla (2007), este objeto de estudo é ensinado nas escolas a partir de uma faixa etária, onde os alunos não têm uma capacidade cognitiva para construir o conjunto dos racionais, no Brasil esta ideia prevalece a partir do 6º ano do ensino fundamental.

Em alguns livros didáticos estuda-se as frações como fatias iguais de bolos, mas no fundo, podemos até compreender como uma criação didática, já que a área do círculo é dada por $A=\pi r^2$, logo se dividirmos em seis partes que seja obtemos um número racional, ou seja, $A=(\pi r^2)/6$ teríamos que encontrar um número irracional e não um racional. Ferreira (2014, p.47) “expõe que o uso de figuras geométricas é visto pelos estudantes para ser específico e significativo, enquanto que para o adulto é aleatório e genérico. O uso contínuo de retângulos, de círculos, leva a uma imagem que, em vez de ser aberta, flexível e modificável, torna-se um modelo persistente e estável”.

Hart (1985) publica a obra *Numeri e operazioni nella scuola di base*, onde tratam as frações como “difíceis”. Ao contrário dos programas de ensino secundário, as escolas de ensino fundamental menor não falam de frações como operadores. Eles parecem ter uma concepção estática de frações: são meramente objetos matemáticos, os quais representam partes de objetos físicos ou outros objetos matemáticos.

O ensino de fração, no sexto ano, deve se basear na resolução de situações problema, onde suas soluções vão além do conjunto dos números naturais, dando indícios da utilização de noções de número racional, quando tratam de quociente, razão e parte todo, por exemplo e de suas diferentes formas de registros como as representações, fracionária e decimal, conforme (BRASIL, 1997).

Portanto, o problema da desarticulação do ensino não acontece somente no nível das questões problemáticas que é proposto em cada série estudada, mas sim em toda a estrutura curricular de níveis mais avançados (FERREIRA, 2014).

Escolheu-se como referencial teórico deste artigo, a Etnomatemática, que segundo D'Ambrosio, “é um programa que visa explicar os processos de geração, organização e transmissão de conhecimento em diversos sistemas culturais e as forças interativas que agem nos e entre os processos” (D'AMBROSIO, 1993, p.7) e para se trabalhar com as operações, a abordagem teórica de Duval, que pesquisa sobre os Registros de Representação Semiótica (RRS) e em particular para o domínio a área de Matemática, mas especificamente, a questão da diversidade de RRS no ensino das frações.

A etnomatemática é uma área de estudo que busca compreender como diferentes culturas conceituam, desenvolvem, formalizam e utilizam a matemática. Ao conectar o conhecimento matemático formal com as experiências e saberes de diversos grupos culturais, a etnomatemática oferece uma perspectiva mais rica e inclusiva para o ensino da matemática. Oferece uma perspectiva inovadora e enriquecedora para o ensino da matemática. Ao valorizar a diversidade cultural e conectar a matemática com a vida cotidiana, essa abordagem contribui para uma educação mais significativa e inclusiva.

Quando se trata de frações, a etnomatemática pode ser uma combinação muito útil. Afinal, como diferentes grupos culturais dividem alimentos, medem terrenos, constroem

coisas ou organizam suas cidades? Há várias maneiras diferentes de representar e operar com frações.

O professor procura fazer com que os educandos realizem tarefas matemáticas, por meio de técnicas, perpassando por diferentes formas de registros. A teoria (RRS) apresentada por Duval (1993), concentra seus estudos na aprendizagem da matemática, segundo os aspectos cognitivos, apresentando noções teórico-metodológicas a respeito do processo da compreensão em matemática.

A didática é a ciência, e a arte da difusão dos conhecimentos úteis para a sociedade e para as instituições humanas. Para Brosseau (2006) a didática da matemática estuda as condições específicas da difusão de conhecimentos e atividades matemáticas. Estuda, então, os projetos sociais cujo objetivo é fazer um indivíduo ou uma instituição apropriar-se de um saber matemático constituído ou em constituição em outra instituição.

O objetivo do presente estudo foi de apresentar a viabilidade do ensino das operações fundamentais com frações (adição, subtração, multiplicação e divisão) a partir da teoria de Duval (1993), relacionados a questões culturais da matemática da antiguidade, logo reconhecendo os saberes e fazeres de outras culturas.

REGISTRO DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA (RRS) E A ETNOMATEMÁTICA

Brasil (1998), em seus Parâmetros Curriculares Nacionais, aponta dois grandes problemas no ensino de Matemática no Brasil: a necessidade de reversão do quadro, onde a Matemática se constitui em um 'forte filtro social', selecionando aqueles que concluirão o ensino fundamental, ou não, e a necessidade de que o ensino de Matemática cresça em qualidade e contribua para a formação do cidadão.

A teoria do RRS (1988, 1993, 2003 e 2009) é uma teoria cognitivista e de aprendizagem, concerne à aquisição e organização de situações de aprendizagem de conceitos matemáticos.

Um registro para Duval (1999) é um sistema semiótico que tem as funções cognitivas fundamentais no funcionamento cognitivo consciente. Serfati (1997) demonstra como o fundamento de uma nova linguagem, ou seja, de uma escritura simbólica para representar cálculos, aliás, ainda hoje em vigor, é instaurado por Viète e Descartes, no fim do século XVI e início do século XVII.

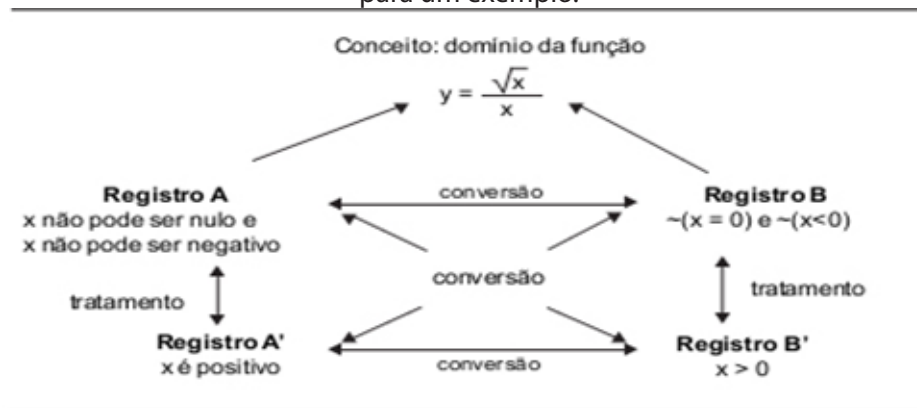
Descrever, raciocinar e visualizar em matemática são atividades que estão intrinsecamente ligadas à utilização de registros de representação semiótica. Para o caso do objeto matemático, a fração, por exemplo, pode-se ter um registro de representação linguística (um meio), um registro de representação simbólica ($\frac{1}{2}$), ou ainda, um registro de representação figural (os desenhos em que se divide as figuras em partes iguais).

A teoria RRS, expõe que uma das principais dificuldades na compreensão de um conceito esta entre um objeto representado e a sua representação, portanto um dos modos de se atenuar este problema é se utilizar diversas representações para um mesmo conceito.

A contribuição de Duval (1998) para o processo de ensino e de aprendizagem em matemática está em apontar a restrição de se usar um único registro semiótico para representar um mesmo objeto matemático. Isso porque uma única via não garante a compreensão, ou seja, a aprendizagem em matemática. É preciso que o estudante seja capaz de converter, de transitar entre uma e outra representação (FLORES, 2006).

Segundo Duval (1999), um tratamento é a transformação de uma representação em outra do mesmo registro, isto é, uma transformação estritamente interna a um registro, enquanto que a conversão é uma representação de um registro em outra representação de um registro. Toda conversão em um sentido não significa que seja possível efetuar-la no sentido inverso, necessitando assim, identificar o registro de saída e de chegada Moretti et al. (2012, pp. 469-486), na Figura 1, mostramos um exemplo de conversão e tratamento.

Figura 1 – Exemplo de aprendizagem centrado na conversão e utilização das formas de negação para um exemplo.



Fonte: Moretti et al. (2012, pp. 469-486).

Duval (1993, 2003) assinala outras vantagens da diversidade dos registros de representação semiótica. Uma primeira vantagem tem a ver com economia de tratamento. Havendo vários registros de representação, é possível ocorrer mudança entre eles, e estas mudanças poderão ser mais econômicas e potencializadas; há uma ampliação de possibilidades de trocas e, por conseguinte, um aumento, também, na escolha do procedimento de resolução mais econômico para certo tipo problema.

O conceito de número fracionário é difícil de ser abstraído, havendo a necessidade de o aluno manipular diferentes formas de registro para facilitar o entendimento. Duval (1998) assume que o objeto matemático não deve ser confundido com sua representação, uma vez que não é acessível diretamente à percepção e nem à experiência intuitiva. Por essa razão, as atividades sobre o objeto matemático ocorrem sempre pela sua representação semiótica, sendo essa representação, portanto, essencial à atividade cognitiva.

A representação terminal transparece na representação de saída e a conversão está próxima de uma situação de simples codificação, então há congruência. Em caso de não transparecer absolutamente, então ocorrerá a não congruência.

A ideia de fração é o resultado da aplicação de duas operações sucessivas sobre um todo. Iremos construir figuras e cortá-las em partes de mesma medida, pois podem existir n possibilidades de cortarmos o todo em quantas partes necessitemos. Não se deve confundir a representação de fração, como: $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{7}{1}$, $-\frac{3}{2}$ com o estudo do objeto fração. As ativida-

des sobre o objeto matemático operação com frações ocorrem sempre pela sua representação semiótica, sendo essa representação, portanto, essencial à atividade cognitiva.

A criação do objeto matemático até os alunos em sala de aula o objeto passa por outras pessoas vai sofrendo modificações, ou seja, passa por um processo de transposição didática. Essa estrutura humana complexa é o produto de um processo de desenvolvimento profundamente enraizado nas ligações entre a história individual e a história social.

Ao criar a cultura humana – os objetos, os instrumentos, a ciência, os valores, os hábitos e costumes, a lógica, as linguagens –, criamos nossa humanidade, ou seja, o conjunto das características e das qualidades humanas expressas pelas habilidades, capacidades e aptidões que foram se formando ao longo da história por meio da própria atividade humana (SANTOS; DAS VIRGENS, 2020).

Traremos este vínculo entre a Etnomatemática, a História e os RRS, haja vista nossas leituras multiculturais de frações. A busca de uma nova historiografia é fundamental. Um exemplo dessa nova leitura são estudos recentes do papel das mulheres e dos africanos negros no Renascimento europeu, quando se construíram as bases do mundo moderno. Segundo Fantinato (2009) o Programa Etnomatemática repousa sobre leituras multiculturais de narrativas perdidas, esquecidas ou eliminadas, ou, muitas vezes, subentendidas nas entrelinhas ou que se fazem por associação de ideias de fontes reconhecidas ou mesmo descartadas.

Enfim, A etnomatemática é o corpus de conhecimento derivado de práticas quantitativas e qualitativas, como contar, pesar e medir, ordenar e classificar. Para Brosseau (2006), no entanto, a questão política da preservação e da coabitação de culturas diferentes está sempre presente nos estudos da etnomatemática. E a preocupação de manter sempre vivas essas culturas coloca o ensino no primeiro plano das preocupações daqueles que querem conservá-las, logo, dos etnomatemáticos.

METODOLOGIA

Compreende-se que ao se tratar e reconhecer as frações em seu contexto de produção do conhecimento matemático a partir de uma matriz africana, é importante para se experimentar possibilidades de estudo que enfatizam a participação dos negros na constituição destes saberes. Trataremos de apresentar, ainda que brevemente, aspectos históricos da matemática egípcia e como essa origem africana de conceitos importantes dessa ciência tem sido negligenciada, não só no ensino da matemática na educação básica, mas também nos cursos de formação de professores.

O presente trabalho se constitui como uma pesquisa de natureza qualitativa e apresenta o desenvolvimento de uma ideia para se ensinar operações com frações no 6º ano do ensino fundamental a partir de uma metodologia diferenciada.

ESTUDO DE OPERAÇÕES COM FRAÇÕES

Conceito, representação e operação com frações

A palavra “fração” vem do latim tardio “fractio”, “parte obtida por parte obtida por quebra”, portanto do verbo ‘frangere’, ‘quebrar’. Assim, devemos evitar imaginar que o sentido etimológico original do termo fração pressupõe que as partes obtidas por esta quebra são “iguais”.

Examinemos uma definição matematicamente aceitável de Q^* , a partir de N , considerando os pares $(a; b)$, $(c; d)$ do conjunto $N \times (N - \{0\})$, em que a, b, c, d pertencem a N quaisquer, com as únicas restrições $b \neq 0, d \neq 0$, e tomando a seguinte relação (indicada por ex) a seguinte relação (indicada por ex):

$$[(a;b) \text{ ex } (c;d)] \text{ se, e somente se, } [a \times d = c \times b]$$

No Mundo antigo as primeiras atividades produtivas do homem estavam efetivamente relacionadas a sua sobrevivência imediata, como a agricultura e a pecuária, que substituem a coleta e a caça, passam a ser as atividades que mais ocupavam os homens.

Os egípcios, quando de forma indutiva, desenvolveram sua matemática com finalidades práticas como a agrimensura, a arquitetura e as grandes obras de irrigação. Pela necessidade em dividir suas terras e ter controle das áreas para haver as cobranças de impostos, lidaram com alguns problemas, como por exemplo, como dividir estas terras de maneira justa à todas as famílias que ali estavam, durante a cheia e baixa do Rio Nilo sem que causasse prejuízo às famílias, no que diz às suas terras? Assim, os escribas precisavam deixar isto registrado, aparecendo com isto a escrita, com intuito de se preservar os registros.

Os numerais egípcios eram sistemas de base 1, 10, 100, 1000, 10000 e era aditivo, ou seja somava-se valores dos numerais. Os egípcios consideram um todo dividido em 3 partes, por exemplo, em $\frac{2}{3}$ eram as duas primeiras partes e a última era $\frac{1}{3}$, ou seja a ideia que tinham era de um conceito ordinal, diferente de um conceito numérico como temos hoje, logo as $(n-1)$ partes a n -ésima parte $\frac{1}{n}$. E representavam uma fração, conforme Figura 2.

Figura 2 – Representação de uma fração no Egito antigo

escrita egípcia	nossa escrita
	$\frac{1}{3}$
	$\frac{1}{12}$
	$\frac{1}{21}$

Fonte: Reynaud (2024)

A ideia perpassava por escrever uma fração como a soma de frações unitárias, tal como: Eles não permitiam uma escrita desta forma, $\frac{3}{7} = \frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7}$ isto é, com números que continham frações iguais, mas sim desta maneira: Algoritmo de Fibonacci, então:

$\frac{3}{7}$, podemos pegar $\frac{7}{3}$ e procuremos o menor inteiro menor do que $\frac{7}{3}$. Logo $\frac{7}{3} < \frac{3}{1}$, pois $\frac{1}{3} < \frac{3}{7}$, então $\frac{3}{7} - \frac{1}{3} = \frac{2}{21}$. Logo $\frac{3}{7} = \frac{1}{3} + \frac{2}{21}$. Assim como $\frac{21}{2} < \frac{11}{1}$, pois $\frac{1}{11} < \frac{2}{21}$, $\frac{2}{21} - \frac{1}{11} = \frac{1}{231}$. Então: $\frac{2}{21} = \frac{1}{11} + \frac{1}{231}$. Logo, $\frac{3}{7} = \frac{1}{3} + \frac{1}{11} + \frac{1}{131}$. A ideia mostra em decompor o $\frac{3}{7}$ em uma soma de frações simples com numeradores iguais a 1 e diferentes umas das outras.

O algoritmo egípcio para multiplicação era baseado em um processo de duplicação contínua. Para multiplicar dois números **a** e **b**, o escriba primeiro escreveria o par 1, **b**. Ele então dobraria cada número no par repetidamente, até que a próxima duplicação fizesse com que o primeiro elemento do par excedesse **a**. Então, tendo determinado as potências de 2 que somam **a**, o escriba adicionaria os múltiplos correspondentes de **b** para obter sua resposta.

A multiplicação de 43×21 , eles criavam uma tabela de potências de 2. Na primeira coluna a soma dá 43 ($1 + 2 + 8 + 32$) e a soma do que está na segunda coluna dá ($21 + 42 + 168 + 672 = 903$). Portanto, $(1 + 2 + 8 + 32) \times 21 = 903$.

1 — 21

2 — 42

4 — 84 Logo, $21 \times 43 = 903$.

8 — 168

16 — 336

32 — 672

Na divisão eles a transformavam em uma multiplicação: $\frac{a}{b} = x \Leftrightarrow a = x * b$, ou seja, pensavam como uma multiplicação $\frac{184}{8} = x \Leftrightarrow 184 = x * 8$.

1 — 8

2 — 16

4 — 32 Logo, $8 + 16 + 32 + 128 = 184$. Nosso x será ($1+2+4+16 = 23$).

8 — 64

16 — 128

Era inevitável nestas divisões aparecer frações, como segue:

$$\frac{19}{8} = x \Leftrightarrow 19 = x * 8$$

1 — 8

2 — 16

2 — 4 Para achar o $19 = 16 + 2 + 1$, então $2 + 4 + 8 = 2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{19}{8}$

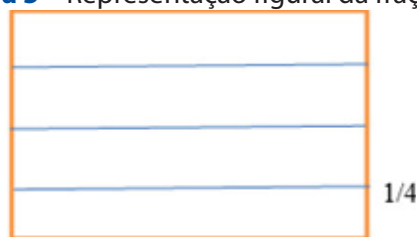
4 — 2

8 — 1

baixo do 2 e acima o 3, $\frac{1}{9}$ de 30 é 3 e sobra 3. Ele colocava o 3 debaixo do 0 no quarto lugar e o 3 acima, em seguida colocava o 3, debaixo do 0 na terceira posição, e colocava o 3 acima do mesmo 0. E novamente, $\frac{1}{9}$ de 33 é 3 e sobra 6. Colocava o 3 debaixo do 3 e sobre o 6 e $\frac{1}{9}$ de 67 é 7 e sobra 4. Colocava o 7 debaixo do 7 e o resto 4 ele coloca a linha de fração acima de 9, as partes dadas. Seguindo esta escrita ordenada, descrevia um mecanismo da divisão e dizia que qualquer um dividiria da mesma maneira e que toda divisão era similar, ou seja, todos os números podiam ser divididos por igual caminho (FIBONACCI, 1202, p. 55).

A partir da ideia de área de retângulo, que é o produto de dois segmentos. Tomaram um quadrado unitário, como medida unitária de área e dividiram esse quadrado em n partes iguais e que cada parte seria $\frac{1}{n}$ (registro simbólico algébrico), como mostra a Figura 5.

Figura 5 – Representação figural da fração.



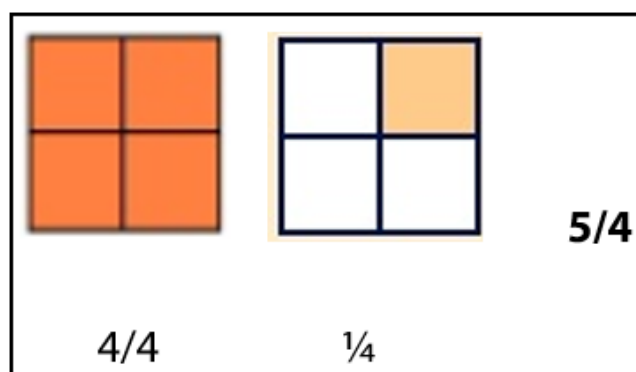
Fonte: Elaborado pelos autores

De um modo geral podemos representar as frações como os livros didáticos as representam, perpassando por todas estas conversões, que segundo a teoria de Duval é necessário para o aluno apreender o conhecimento de frações.

Os educandos sentem dificuldades na tarefa de converter $\frac{1}{5}$ em 0,20, por exemplo. Sente mais dificuldade quando do inverso, ou seja, quando o registro de partida é o numérico na forma decimal, ou seja, 0,20 e é convertido para o registro na forma fracionária.

Outro problema detectado com relação às frações impróprias, que são aquelas em que o numerador é maior que o denominador. O educando tem dificuldade em representá-la e um recurso para isto é o registro figural. Severo (2008), em sua pesquisa sobre conversão e tratamento e números racionais em uma escola estadual, concluiu que há grande dificuldade, por parte dos estudantes, em realizar diferentes representações dos números racionais seja na passagem da fração para os números decimais ou vice-versa (Figura 6).

Figura 6 – Representação da fração imprópria



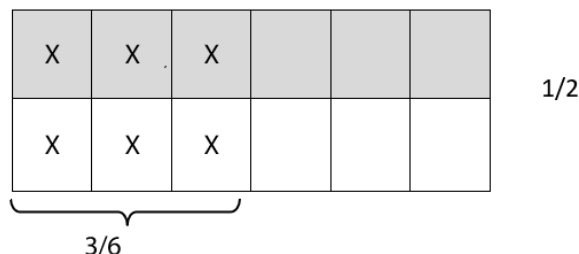
Fonte: Elaborado pelos autores

Geralmente os alunos representariam esta fração separadamente $4/4$ ou $1/4$.

Tratamentos e Conversões

Ao somarmos a fração $3/6 + 1/2$ utilizando o registro figural contínuo melhora a compreensão para o educando apreender o conhecimento, conforme Figura 7.

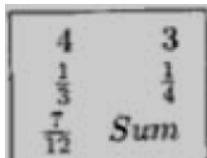
Figura 7 – Representação da soma $3/6 + 1/2$



Fonte: Elaborado pelos autores

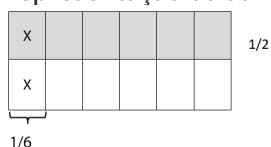
Na Figura 7 é possível se contar os retângulos hachurados obtendo um total de 6, que é a quantidade que representa a fração $1/2$ e os X representam a fração $3/6$, estes em números de 6. Obtemos pela soma dos retângulos hachurados e pela soma dos X obtém-se o número 12. O número total de retângulos é 12, logo chegamos como resultado a fração que o inteiro. Para Fibonacci (1202, p.100) quando se tinha $1/3 + 1/4$, então multiplica-se os denominadores, o 3 pelo 4, o 4 pelo 3 e soma-se, onde o 4 era escrito em cima do $1/3$ e o 3 era escrito sobre o $1/4$, resultando em $7/12$, conforme Figura 8.

Figura 8 – Soma de duas frações



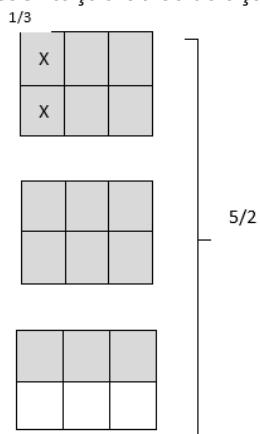
Fonte: Fibonacci (1202, p. 100)

Figura 9 – Representação da soma $1/6 + 1/2$



Fonte: Elaborado pelos autores

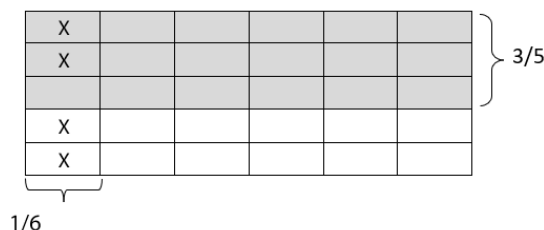
Figura 10 – Representação da subtração $5/2 - 1/3 = 13/6$.



Fonte: Elaborado pelos autores

Para a multiplicação de $\frac{3}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{3}{30}$ iremos representar, como mostra a Figura 11.

Figura 11 – Representação da Multiplicação $\frac{3}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{3}{30}$.



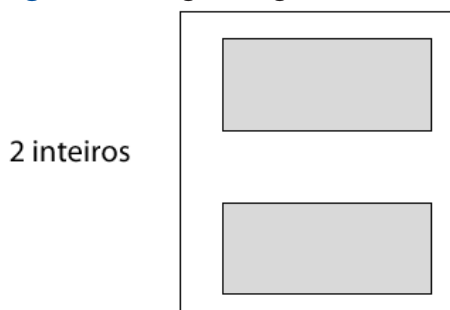
Fonte: Elaborado pelos autores

Neste caso, Figura 11, observa-se a interseção entre os retângulos hachurados, que são um total de 18 e o que se representou com X que são 6. A interseção entre X e retângulos hachurados são apenas 3, que representa o numerador da fração, enquanto o retângulo maior há 30 quadrados, que representa o denominador da fração $\frac{3}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{3}{30}$.

Quando o educando desenvolve pelo método apresentado pela maioria dos livros didáticos ele apenas utiliza o tratamento $\frac{3}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{3}{30}$. Trabalha-se apenas com registros numéricos.

No caso da divisão de fração iremos usar uma ideia primordial da divisão, por exemplo, quando tem-se $6 : 3 = 2$, significa dizer que o 2 cabe 3 vezes dentro do seis. Quando se divide $2 : 1/2 = 4$. Da maneira usual os educandos fariam $2 \times 2 = 4$, pois o que é ensinado é conservar-se a primeira fração e multiplica-se pelo inverso da segunda fração (Figura 12).

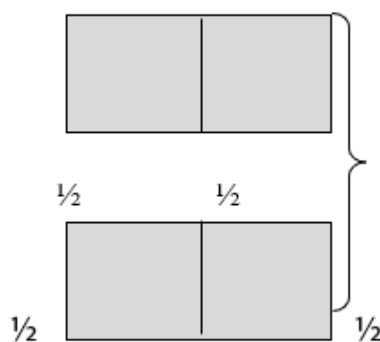
Figura 12 – Registro figural de 2 inteiros



Fonte: Elaborado pelos autores.

Na vertical dividimos cada parte na metade, como mostra a Figura 13.

Figura 13 – Quantas vezes o $\frac{1}{2}$ cabe no 2?.



Fonte: Elaborado pelos autores

O $\frac{1}{2}$ cabe 4 vezes dentro o **2** inteiros ou o $\frac{1}{2}$ cabe **2** vezes dentro de um inteiro. Faremos $3/5 : 1/6 = 3/5 : 6/1 = 18/5$ este é utilizando o que Duval chamou de tratamento. Fazendo a conversão para o registro figural, temos mostrado na Figura 13.

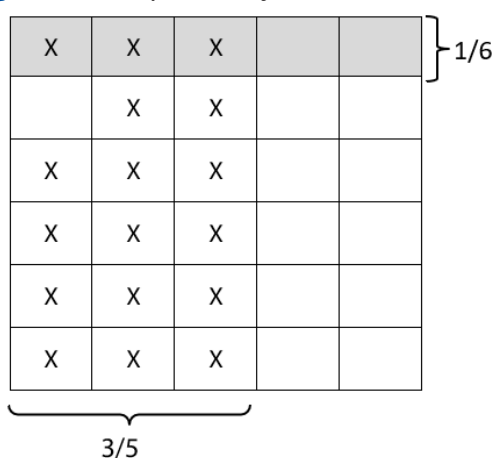
Na Figura 14 é possível observar que $1/6$ equivale a 5 quadrados hachurados, enquanto que a fração $3/5$ equivale a 18 quadrados marcados com **X**. Os quadrados hachurados cabem, que são em número de 5 cabem 3 vezes dentro dos quadrados marcados com **X**, restando 3 quadrados com **X**. Só é possível colocar 3 quadrados hachurados em um total de 3, como mostra a Figuras 14 e 15, então:

$$3 + \frac{3}{5} = \frac{18}{5}$$

É possível observar que há 18 quadrados hachurados e as subdivisões verticais são em número de cinco, ou podemos fazer referência aos 5 quadrados que são representados por $1/6$.

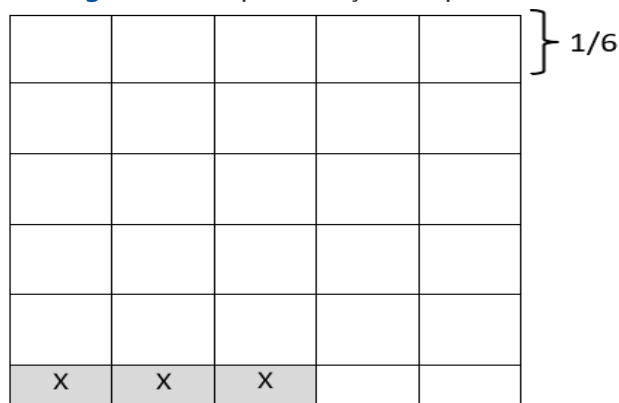
Moretti (2002) adverte que não existe uma boa aproximação, mas as conversões do registro da língua natural para o figural, conforme Duval (1993, p.7) é de suma importância para o entendimento dos educandos no que se refere a fração, já que o conceito de número fracionário, principalmente no 6º ano do ensino fundamental é difícil de ser abstraído, conforme mostra Severo (2008) em sua pesquisa.

Figura 14 – Representação de $3/5 : 1/6 = 18/5$



Fonte: Elaborado pelos autores

Figura 15 – Representação de que faltam



Fonte: Elaborado pelos autores

Guerra e Silva (2008) comentam que estes procedimentos se mostram inadequados para operar com mais de duas frações, embora possam ser empregados em operações com um número qualquer de frações, mas é necessário valorizar tal técnica e que estas sejam empregados nos livros didáticos.

Figura 16 – Representação de $3 + \frac{3}{5} = \frac{18}{5}$

X	X	X		

Fonte: Elaborado pelos autores

Os educandos, certamente, apresentaram uma compreensão limitada acerca do conteúdo de fração, demonstrando dificuldades de visualização, interpretação e abstração. A necessidade, no nodo Conversão da Representação Língua Natural para a representação figural contínua das frações, é de melhorar o caminho metodológico percorrido pela sequência didática elaborada neste artigo, a fim de melhor contribuir para sanar as dificuldades conforme apresentadas pelos educandos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A etnomatemática e a didática da matemática tornam-se, dois elementos científicos essenciais para o estudo do objeto frações, pois a etnomatemática descreve os conhecimentos que a segunda está incumbida de transmitir em novas condições.

Duval que desenvolve estudos relativos à Psicologia Cognitiva contribui com a área da Matemática, aponta a conversão como condição necessária para a aprendizagem dos conceitos matemáticos. Esta teoria possibilita uma ótica diferente, eficiente para analisar alguns erros que educandos apresentam ao representar frações impróprias e operarem com frações.

O saber matemático escolar é organizado em torno de um sistema de representação que compreende o sujeito do conhecimento (o aluno), o objeto do conhecimento (a idealidade matemática) e um suporte que permite a realização da representação (os registros de representação semiótica).

A partir das lentes das teorias da Etnomatemática e da RRS nos permitiu observar o contexto das atividades de como os egípcios trabalhavam com frações em que o raciocínio se articulava com diversos outros saberes, e por sua articulação teórica entre registros de representação semiótica e Etnomatemática.

A Educação Matemática, como campo teórico de investigação, não pode ignorar as problemáticas relativas ao saber matemático, aqui evidenciadas através dos aportes da RRS e da Etnomatemática, tendo em conta que as práticas socioculturais, como o raciocínio para se trabalhar com frações, que viviam nas práticas rotineiras dos Sumérios, devam desconsiderar ou substituir, ou descaracterizar uma prática de cultura matemática como, mais sofisticada ou menos sofisticada que tem sua utilidade prática social.

A teoria RRS, em sua função de comunicar, deve permitir a compreensão dos elementos que se está expressando. Portanto, a importância de se trabalhar frações com manipulação de diferentes formas de registro, principalmente o figural contínuo, conforme a teoria proposta neste artigo é de extrema relevância, pois nestes registros é possível se visualizar as frações impróprias e realizar as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com frações, de onde a maioria das vezes o que se observa é que os educandos, principalmente da adição e subtração, somam ou subtraem tanto os numeradores, quanto os denominadores. Esta conversão visou construir uma melhor compreensão da representação de fração e das operações com a mesma, já que relacionamos com um caráter geométrico.

REFERÊNCIAS

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Introdução**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: 5ª – 8ª séries: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998, 148 p.

BROSSEAU, Guy. **A Etnomatemática e a Teoria das Situações Didáticas**. Educ. Mat. Pesquisa. São Paulo, v. 8, n. 2, pp. 267-281, 2006.

CHACE, Arnould. Buffum. **The Rhind Mathematical Papyrus**. Reston: The National Council of Teachers of Mathematics. 1929.

SANTOS, Luna Cristina.da Silva; DAS VIRGENS, W Wellington Pereira. **A matemática é negra: aspectos da identidade africana na origem do conhecimento matemático**. Revista em favor da igualdade racial. Rio Branco: Acre, v. 3 n. 3, p. 122-138, ago/dez. 2020.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Etnomatemática: um programa. Educação Matemática em Revista, Blumenau, v. 1, n. 1, p. 5-11, 1993.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Etnomatemática: arte ou técnica de explicar e conhecer. 5 ed. São Paulo: Editora Ática, 1998.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais** (L. F Levy & M. R. A. da Silveira. São Paulo: Livraria da Física. 2009.

DUVAL, Raymond. *Écarts sémantiques et cohérence mathématique: introduction aux problèmes de congruence* (C. R. Flores & M. T. Moretti). Strasbourg: IREM (Obra original publicada, 1988).

DUVAL, Raymond. **Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée**. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, Strasbourg, v. 5, p. 37-65, 1993.

DUVAL, Raymond. **Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática**. In A. Franchi, B. A. da Silva, J. L. M. de Freitas, L. C. Pais, M. C. S de A. Maranhão, R. F. Damm et. al, **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas: Papirus, 2003.

FANTINATO, Maria Cecília de Castello Branco. **Etnomatemática: novos desafios teóricos e pedagógicos**. Organizadora. Niterói: Editora da Universidade Federal Fluminense, 2009.

FERREIRA, Raquel do Rego Ferreira. **Tarefas intermediárias: um modelo epistemológico de referência para o ensino das frações**. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Pará, Belém, 2014. 123f.

FIBONACCI, Leonardo. **Liber Abaci: a translation into modern english of Leonardo Pisano's Book of calculation**. Translated for Laurence Singler. New York. Springer, 2002.

FLORES, Claudia Regina. **Registros de representação semiótica em matemática: história, epistemologia, aprendizagem**. Bolema, Rio Claro (SP), Ano 19, nº 26, 2006, pp.77 a 102.

GUERRA, Renato Borges; SILVA, Francisco Hermes Santos da Silva. **As operações e o princípio da contagem**. Bolema, Rio Claro (SP), Ano 21, nº 31, 2008, p 41 a 54.

KATZ, Victor Joseph. **A history of mathematics**. 2009. Disponível em: < <https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/6075667/modresource/content/1/Victor%20J.%20Katz%20-%20A%20History%20of%20Mathematics-Pearson%20%282008%29.pdf> >. Acesso em: 20 out. 2024.

PITKETHLY, Anne; HUNTING, Robert. **Personal Knowledge of rational numbers: its intuitive and formal development**. In: **Number Concepts and Operations in the middle grades**. J. Hiebert e M. Behr (Eds.). 1966. p. 162-181.

MORETTI, Mércles Thadeu. **O papel dos registros de representação na aprendizagem da matemática**. Contrapontos, Itajaí, v. 2, n. 6, p. 343-363, 2002.

MORETTI, Mércles Thadeu.; BRANDT, Celia Finvk.; FRANCO, Patricia Lanzini. **Estudo das formas de negação no processo de ensino da matemática: ponto de encontro com os registros de representação semiótica**. *Ciênc. educ. (Bauru)* [online]. 2012, vol.18, n.2, pp. 469-486.

PINILLA, Martha Isabel Fandiño. **Fractions: conceptual and didactic aspects**. Acta Didactica Universitatis Comenianae, n. 7, p. 81-115, 2007. Disponível em: < <http://www.ddm.fmph.uniba.sk/ADUC/files/Issue7/05Pinilla.pdf> >. Acesso em 22 jun 2015.

REYNAUD, Ines. **Os egípcios e as frações**. Disponível em: <<https://profinesreynaud.blogspot.com/>>. Acesso em: 18. out. 2022.

SANTOS, Rosinaldo Severino Dos Santos; SANTOS, Marcelo Camara dos Santos; CAMPOS, Tania Maria Mendonça Campos. **Estratégias utilizadas pelos alunos da educação básica na resolução de questões sobre números racionais na prova do SAEPE/Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco**. ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA-ENEM, 11., 2013, Curitiba. Anais... Curitiba, 2013. p. 1-15. Disponível em: <http://sbem.esquiro.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/15001265ID.pdf> %3E. Acesso em 12 jul. 2016.

SERFATI, Michel. **La question de la «chose». Actes du Colloque Inter-Irem, Histoire et Épistémologie des Mathématiques**. Estrasburgo: Irem de Estrasburgo, 1997, p.309-335.

SEVERO, Daniela Fouchard. **Os Registros de Representação Semiótica e os Números Racionais**. III Mostra de Pesquisa da Pós-Graduação PUCRS. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Faculdade de Física, PUCRS. 2008.

Histórico

Recebido: 01 de Dezembro de 2024.

Aceito: 15 de Maio de 2025.

Publicado: 28 de Junho de 2025.

Como citar – ABNT

MATOS, Fernando Cardoso de; SILVA, Reginaldo da. A Etnomatemática na Aprendizagem de Frações: Uma Análise dos Registros de Representação Semiótica. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC**, Belém/PA, n. 54, e2025006, 2025. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2025.n54.e2025006.id774>

Como citar – APA

Matos, F. C. de., & Silva, R. da. (2025). A Etnomatemática na Aprendizagem de Frações: Uma Análise dos Registros de Representação Semiótica. *Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC*, (54), e2025006. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2025.n54.e2025006.id774>

Número temático organizado por

Saddo Ag Almouloud  

José Carlos de Souza Pereira  

José Messildo Viana Nunes  