

Ensino e aprendizagem de escalas representadas em gráficos: alunos do ensino regular e EJA dos anos iniciais

Teaching and learning of scales represented in graphs: students of regular education and EJA of the initial years

Gilda Guimarães

Universidade Federal de Pernambuco

Milka Cavalcanti

Universidade Federal de Pernambuco

Betânia Evangelista

Universidade Federal de Pernambuco

RESUMO

A compreensão de informações apresentadas em gráficos é fundamental para uma análise crítica da realidade. Para tal, compreender o conceito de escala é um fator determinante. Nosso objetivo, nesse artigo, é refletir sobre a compreensão de alunos (crianças e adultos) dos anos iniciais do Ensino Fundamental sobre as escalas apresentadas em gráficos de barras e linhas. Para tal, descrevemos estudos realizados pelo Grupo de Estudo em Estatística no Ensino Fundamental - GREF os quais evidenciam que a experiência de vida não é suficiente para a compreensão de escalas apresentadas em gráficos, sendo necessário um ensino sistematizado, que deve ser desenvolvido pela escola. Assim, apresentamos análises de atividades sobre escala em livros didáticos, o que esses estudantes das diferentes modalidades demonstram saber e são capazes de aprender, a partir do que professores podem organizar em seus planejamentos, em função de uma complexificação sobre a compreensão de escala durante os anos iniciais.

Palavras-chave: Escala. Gráfico. Educação Estatística. Anos iniciais.

ABSTRACT

Understanding information presented in graphs is essential for a critical analysis of reality. To this end, the concept of scale is a determinist factor. Our aim in this article is to reflect about the comprehension of students (children and adults) in the primary school regarding scales presented in bar and line graphs. To this end, we present studies carried out by the “Grupo de Estudos em Estatística no Ensino Fundamental” - GREF which show that life experience is not enough to understand the scales presented in graphs, requiring systematic teaching that must be developed by the school. Thus, we present analysis of activities on scale in textbooks, what these students of different modalities demonstrate to know and what they can learn from what teachers can organize in their planning due to a complexification about the understanding of scale during the primary school.

Keywords: Scale. Graphic. Statistical Education. Primary school. Adults.

Introdução

Hoje em dia, somos levados a nos relacionarmos com uma grande quantidade de informações que, para serem melhor compreendidas, são organizadas, por exemplo, em gráficos. Entender as informações apresentadas neles, assim como, construir essas representações, são habilidades imprescindíveis para compreender a realidade física ou social em que vivemos. A capacidade de interpretar e avaliar criticamente a informação estatística, representada em gráficos, é um dos componentes do letramento estatístico, como afirma Gal (2002).

O currículo escolar brasileiro também busca valorizar a aprendizagem dessa representação, no eixo tratamento da informação, desde os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (1996) até os dias atuais, no eixo de Estatística e Probabilidade, com a Base Nacional Curricular Comum – BNCC (2017). Assim, para sermos cidadãos reflexivos e críticos, precisamos compreender essa forma de representação utilizada pela sociedade.

Diante disso, é fundamental iniciar essa reflexão, argumentando que o ensino de Estatística, o qual inclui essas representações, deve ter a pesquisa como seu eixo estruturador, tanto para os alunos, como para professores de todos os níveis de ensino. A pesquisa é uma estratégia de apropriação de saberes de forma autônoma, permitindo uma prática reflexiva de mundo. Ela pode abordar diversos campos do saber, contribuindo efetivamente para uma aprendizagem interdisciplinar. Além disso, ela favorece a interação entre os alunos, desses com as práticas sociais e com a natureza, incentiva a linguagem oral, propicia o contato com representações diversas que resumem informações e favorecem a observação e o desenvolvimento do raciocínio.

Muitas dessas situações são apresentadas nos meios de comunicações, os quais, cada vez mais, utilizam-se dessas representações para transmitir informações. Todos os dias, nos defrontamos com gráficos veiculados pelos jornais, televisão ou revistas, como parte integrante das argumentações apresentadas nas matérias. Entretanto, segundo argumentam Monteiro e Ainley (2007), a imprensa, com frequência, faz uso de gráficos estatísticos no intuito de ilustrar argumentos jornalísticos para o público e, nem sempre, as informações apresentadas são repassadas de forma imparcial. Os autores reforçam que os gráficos estatísticos, utilizados pelos meios de comunicação, podem ser empregados também para enfatizar e/ou disfarçar alguns aspectos da informação.

Um dos elementos de uma representação em gráfico, que possibilita esta manipulação das informações, é a escala. Cavalcanti, Natrielli e Guimarães (2010), ao analisarem gráficos veiculados na mídia impressa, considerando três tipos de suportes (um jornal diário, uma revista semanal e uma revista mensal), constataram que 39% desses gráficos apresentavam escalas com proporcionalidades inadequadas. Contudo, essas informações indevidas podem levar os leitores a compreensões equivocadas da real informação que deveria ser apresentada em tais matérias.

Para que esses erros não passem despercebidos é necessário que haja uma prática de ensino que permita a análise das informações, com a qual os leitores possam exercer seu papel perante a sociedade de forma crítica, ponderada e reflexiva. Diante disso, é cada vez mais necessário que os cidadãos tenham um maior conhecimento acerca dos recursos

estatísticos, assim como de suas especificidades, para que consigam entender e analisar criticamente as informações mostradas em qualquer tipo de representação gráfica.

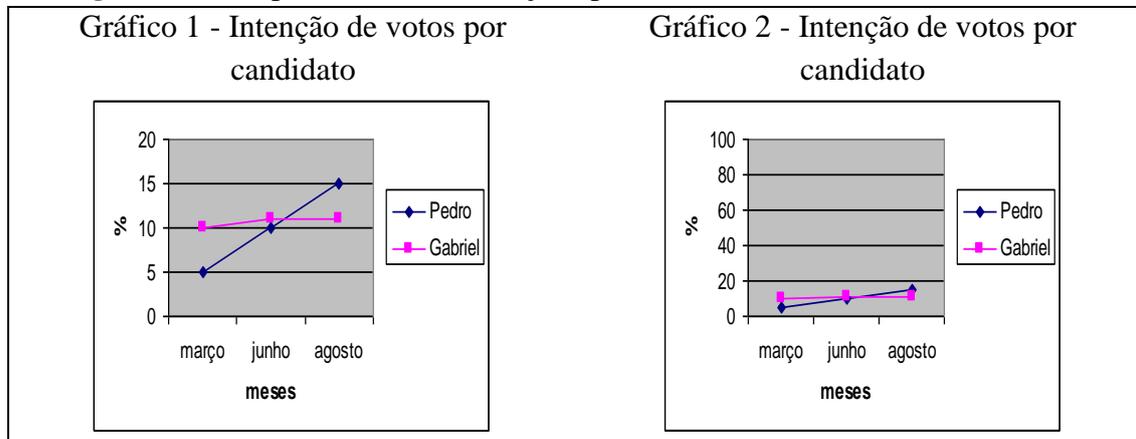
Escala apresentada em gráfico

O conceito de escala está relacionado a outros conteúdos abordados na Matemática escolar, como reta numérica no campo dos números, nas medidas de comprimento no campo das medidas e grandezas, da mesma forma que em mapas no campo da geometria. Entretanto, essas relações dificilmente são ressaltadas nos livros didáticos. Logo, caberá ao professor buscar explorar essas conexões em sua sala de aula.

Nos gráficos, a escala apresenta os valores (frequência absoluta ou relativa) de cada categoria da variável em questão. Ela pode ser representada no eixo vertical ou horizontal e pode ter intervalos unitários ou não, de acordo com os dados a serem informados.

Cavalcanti (2010) apresenta um exemplo que nos ajuda a refletir sobre a importância de o intervalo escalar sobre as informações sistematizadas (Figura 1). Se o leitor analisar superficialmente os dois gráficos terá impressões diferentes sobre a intenção de votos. No primeiro caso, poderá considerar muita variação entre os meses, já no segundo, a tendência é considerar uma variação pequena entre as intenções de dados. Entretanto, os dados apresentados nos dois gráficos são exatamente os mesmos, e a única alteração é o intervalo da escala. Assim, ser capaz de analisar informações apresentadas em gráficos ou saber apresentá-las, compreendendo o conceito de escala, é fundamental, pois os dados podem ser enfatizados, mascarados ou omitidos.

Figura 1: Exemplo de uma informação apresentada com duas escalas diferentes



Fonte: Cavalcanti (2010, p.47)

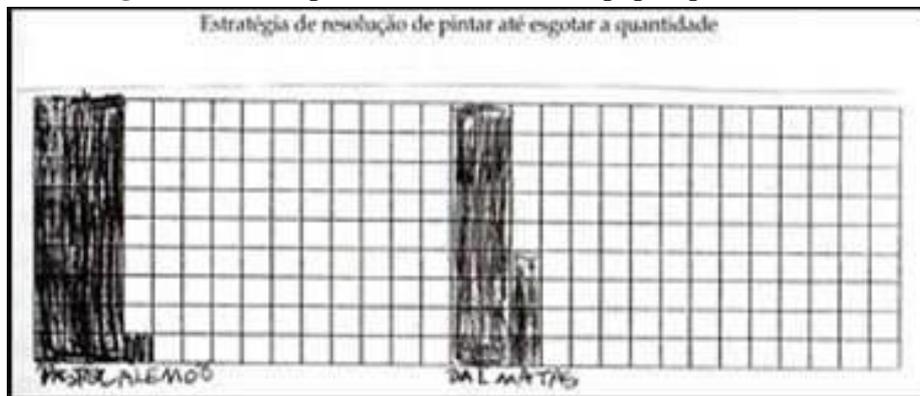
Cavalcanti (2010), Evangelista e Guimarães (2015) e Arteaga, Levicov e Batanero (2020) evidenciam que crianças e adultos, tanto brasileiros quanto chilenos, apresentam dificuldades em analisar esses gráficos com a mesma informação, mas com escalas diferentes.

Em função da escolaridade, diferentes tipos de compreensões podem ser observados, como, omitir a escala, não especificar os eixos ou não proporcionar suficiente divisão na escala já eram apontados por Curcio (1987); compreender os intervalos de uma escala são observados em vários estudos (TIERNEY e NEMIROVSKY, 1991; GUIMARÃES,

GITIRANA e ROAZZI, 2001; CAVALCANTI, 2010; entre outros); ignorar a escala, quando constroem gráficos, ou apenas representar os valores existentes, demonstrando pouca ideia de como escolher uma escala adequada para um determinado conjunto de dados a serem representados no gráfico. (ANLEY, 2000; FRIEL, CURCIO e BRIGH, 2001).

Entretanto, Guimarães, Gitirana e Roazzi (2001), ao realizarem um estudo com alunos de 4º ano do Ensino Fundamental, observaram que os alunos apresentavam facilidade de compreender os valores que estavam explícitos na escala, mas tinham dificuldade com os valores implícitos. Já para a construção de escalas representadas em gráficos, observaram que a grandeza dos números foi um fator determinante na elaboração. Os alunos só tiveram um bom desempenho quando era possível estabelecer uma relação de um quadrado (de uma malha quadriculada) para cada unidade e na mesma barra. Quando essa relação de um para um não era possível, os alunos mantiveram a relação uma a um até esgotar o quantitativo a ser representado (Figura 2).

Figura 2: Correspondência unitária em papel quadriculado



Fonte: Guimarães (2009, p. 165)

Buscando compreender essa dificuldade da segmentação de um comprimento, Boss, Kroesbergen, Luit, Dervou, Jonkman, Schoot e Lieshout (2015) desenvolveram um estudo longitudinal de 3 anos, com um grupo de 442 crianças (idades de 5 a 8 anos), no qual realizavam uma tarefa de localização de números em uma reta numérica a cada 6 meses. Eles destacam que é importante continuar desenvolvendo estudos sobre a localização de valores em retas numéricas que utilizem diferentes escalas, a fim de se obter uma visão sobre o desenvolvimento da compreensão dos alunos.

Duque, Martins, Coelho e Vale (2015) evidenciam que crianças, desde a Educação Infantil, são capazes de construir gráficos em situações que envolvam pesquisas, o que leva à aprendizagem de conceitos estatísticos.

Nessa mesma perspectiva, diversos estudos analisaram a compreensão de alunos dos anos iniciais (GUIMARÃES, 2009; SANTANA, 2007; ARTEAGA e BATANERO, 2010), graduandos (MONTEIRO e SELVA, 2001; LEMOS e GITIRANA, 2007) e professores licenciados em Matemática (ROSSINI, 2006), além de observarem dificuldades em compreender como representar ou interpretar escalas. Dessa forma, observa-se que alunos de diferentes níveis de escolaridade, graduandos e professores apresentam dificuldades com a compreensão de escalas.

Nesse sentido, este artigo tem como objetivo evidenciar que alunos dos anos iniciais (crianças e adultos), apesar das dificuldades mostradas, são capazes de compreender escalas apresentadas em gráficos, mas, para isso, é necessário que se tenha um ensino sistematizado e que se proponha uma progressão para o ensino desse conceito. Para tal, apresentamos e refletimos sobre essa compreensão de escala apresentada em gráficos, tendo como base os estudos realizados pelo Grupo de Estudo em Ensino de Estatística no Ensino Fundamental - GREF da Universidade Federal de Pernambuco, registrado no Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

Estudos realizados pelo Gref sobre escala representada em gráficos

O livro didático é um importante instrumento para que os professores planejem as suas situações de ensino. Em alguns casos, ele é o único recurso do professor, determinando os conteúdos a serem ensinados. Desse modo, investigar de que forma é abordado o conceito de escala, nos livros didáticos, é fundamental. Assim, Guimarães, Gitirana, Cavalcanti e Marques (2007) analisaram todas as atividades propostas nas 17 coleções recomendadas pelo PNLD (Programa Nacional do Livro Didático) 2004 para os anos iniciais do Ensino Fundamental – Matemática. Observaram que, em todos os anos, eram propostas atividades envolvendo interpretação de gráficos e a maioria apresentava escala unitária. A ênfase estava na habilidade de interpretar dados no gráfico e não na de construir. Tal constatação foi observada também no estudo de Bivar e Selva (2011) que analisaram atividades que envolviam gráficos em cinco coleções de livros didáticos de Matemática do 1º ao 5º ano do PNLD/2010.

Guimarães, Gitirana, Cavalcanti e Marques (2008) analisaram 3 (três) coleções de livros didáticos destinadas à Educação de Jovens e Adultos – Eja. Assim, observaram que uma das coleções não apresentava nenhuma atividade com gráficos e as outras duas apresentavam atividades com gráficos sempre com escala unitária explícita.

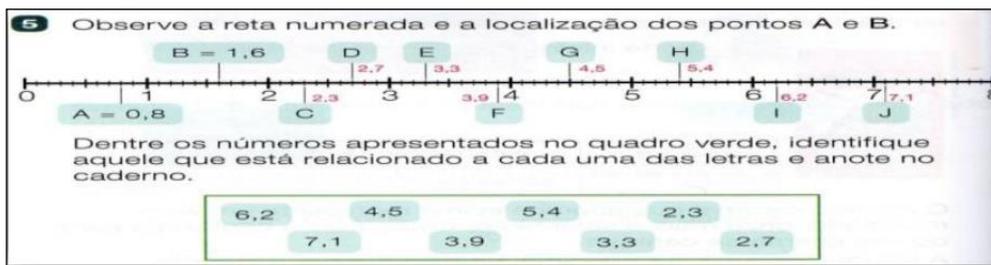
Ainda com livros didáticos, Evangelista e Guimarães (2013) investigaram as atividades propostas em livros do 4º e 5º anos, recomendados pelo PNLD/2013, que trabalhavam com o conceito de escala. Foram encontradas várias atividades relacionadas à escala em diferentes conteúdos da matemática (medidas de comprimento, reta numérica, gráfico e mapas). Entretanto, em todos esses conteúdos, a habilidade de interpretar era mais enfatizada do que a de construir escalas. Porém, ressaltamos que há uma diferença no grau de dificuldade referente à compreensão de uma escala entre esses conteúdos, em um mesmo livro didático. Na Figura 3, por exemplo, é solicitado que o aluno localize um valor decimal não explícito na reta, da mesma forma que na Figura 4, para o eixo números e operações. Já nas atividades no eixo “tratamento da Informação”, as escalas envolvem apenas números naturais (Figura 5).

Figura 3: Atividade com escala no eixo de grandezas e medidas



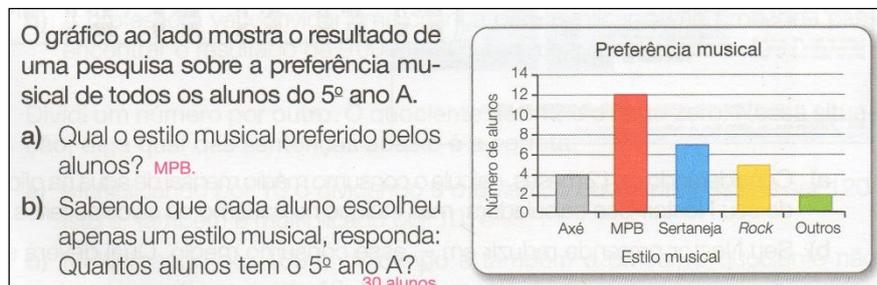
Fonte: Evangelista e Guimarães (2013, p. 8)

Figura 4: Atividade com escala no eixo de números e operações



Fonte: Evangelista e Guimarães (2013, p. 11)

Figura 5: Atividade com escala no eixo de Tratamento da Informação



Fonte: Evangelista e Guimarães (2013, p. 5)

Nas atividades de escalas apresentadas em gráficos, especificamente, foram observados dois tipos de problemas: interpretação de escala (70%) e construção de escala (30%). Desse modo, observa-se que as atividades de interpretação de escala são mais abordadas do que as de construção, ratificando os estudos anteriores sobre essa tendência das coleções didáticas, ao longo das edições de PNDL. Ainda nesse estudo, quando analisamos a unidade escalar representada nos gráficos, observamos que 53% apresentavam escalas unitárias e 47% não unitária. Percebe-se, com isso, um avanço dos livros didáticos em propor atividades que envolvam uma gama maior de diferentes intervalos escalares, apesar dessa variedade não está explícita nos livros, cabendo ao aluno relacionar as atividades e perceber essa variedade. Dessa forma, cabe à escola, ou melhor, ao professor trabalhar de forma sistematizada a compreensão de escalas representadas em gráficos, procurando explorar as diferentes habilidades que envolvem o conceito: construir, interpretar, completar, analisar, comparar entre outras.

Uma vez que, constatados os tipos de atividades para a aprendizagem de escala nos livros didáticos do Ensino Fundamental, buscamos investigar que compreensões os alunos apresentam sobre escalas representadas em gráficos, examinando a adequação delas aos alunos.

Assim, Cavalcanti e Guimarães (2016) realizaram uma pesquisa com o objetivo de investigar como adultos e crianças, dos anos iniciais de escolarização, compreendiam a escala representada em gráficos de barras e de linha. Para tal, foram realizados testes individuais com 152 alunos de escolas públicas da Região Metropolitana do Recife (3º e 5º anos do Ensino Fundamental e Módulos I, II e III da Educação de Jovens e Adultos). Essas envolviam quatro variáveis, as quais acreditamos interferir no desempenho dos alunos: o tipo de gráfico; o intervalo da escala; a necessidade de o aluno localizar um valor implícito ou explícito na escala; e localizar uma frequência ou uma categoria a partir da escala. Foi observado que no gráfico de barras com escala unitária e nos gráficos que apresentavam valores explícitos em cima de cada barra (como na maioria dos gráficos apresentados na mídia impressa e em muitas atividades de livros didáticos), os alunos conseguiram apresentar um bom desempenho. Entretanto, todos os grupos apresentaram muitas dificuldades em compreender os valores implícitos na escala. Além disso, foi observado que as crianças, principalmente do 5º ano, tiveram desempenho melhor do que os adultos. Dessa forma, as experiências de vida não são suficientes para a aprendizagem de escalas. Logo, a escola tem o papel de proporcionar, a todos, as aprendizagens fundamentais para o efetivo exercício da cidadania.

Silva (2012) realizou um estudo com 32 alunos também do 3º e do 5º ano, e afirmou que, independentemente do tipo de representação tomada como ponto de partida, seja em atividades de construção de gráfico, a partir de tabela ou a partir da língua natural, as dificuldades enfrentadas pelos estudantes estão relacionadas à manutenção da proporção entre os valores numéricos da escala.

Lima e Selva (2013), ampliando essa discussão, realizaram um estudo com alunos da EJA, mas de diferentes níveis de ensino (anos iniciais, anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio) e verificaram que a construção de escala nos gráficos foi uma dificuldade encontrada por todos os alunos. Quando os valores a serem representados não podiam corresponder a uma unidade do papel milimetrado, os estudantes representavam os valores da escala de forma aproximada. Dessa forma, não tinham o cuidado de criar a distância proporcional nem por agrupamento e nem em milímetros, ficando evidente a grande dificuldade que os alunos sentiram para construir escalas, principalmente quando eram não unitárias.

A partir desses estudos, podemos observar que nem as atividades propostas nos livros didáticos e nem a experiência de vida são suficientes para promover a aprendizagem dos alunos sobre escala. Assim, passamos a investigar se o ensino intencional e sistemático proporcionaria a aprendizagem sobre escalas.

Ciente disso, e tendo como base as atividades dos livros didáticos analisadas por Evangelista e Guimarães (2013), investimos em um processo de ensino para alunos sobre o conceito de escalas representadas em gráficos.

Dessa forma, Evangelista e Guimarães (2015) realizaram uma pesquisa experimental envolvendo um processo de ensino em salas de aula de alunos do 5º ano do Ensino Fundamental de escolas públicas em Olinda, Pernambuco. As autoras optaram por uma intervenção que envolvesse atividades propostas nos livros didáticos, considerando os diferentes eixos relacionados à escala (medidas de comprimento/eixo grandezas e medidas; reta numérica/ eixo números e operações e mapas/eixo de espaço e forma).

A partir dessa intervenção, buscaram investigar se trabalhar com escala nessas diferentes situações poderia contribuir para a aprendizagem sobre escalas representadas em gráficos. Colaboraram com o estudo 69 alunos do 5º ano do Ensino Fundamental (crianças com aproximadamente 10 anos de idade) de três turmas. Para a intervenção, cada turma de uma escola diferente, no seu turno normal de aula, participou de atividades envolvendo interpretação e construção de escala em um dos contextos. Foi evidenciado que a intervenção contribuiu efetivamente na aprendizagem sobre escalas apresentadas em gráficos, independente do tipo de contexto de ensino de cada grupo.

Tais resultados nos parecem muito importantes, uma vez que expressam a facilidade que as crianças apresentam em aprender sobre valores implícitos apresentados nas escalas, quando são estimuladas de forma sistemática. Com apenas duas sessões de intervenção, duas aulas de aproximadamente 2 horas, todas as turmas apresentaram um desempenho significativamente superior, com relação ao que sabiam anteriormente. Porém, os alunos não foram capazes de perceber que as mesmas informações estavam apresentadas em dois gráficos, apenas com escalas diferentes, como proposto por Cavalcanti (2010).

Durante a pesquisa de Evangelista e Guimarães (2015), foram observados vários tipos de estratégias utilizadas pelos alunos para solucionar as atividades. Um tipo muito utilizado, foi representar os valores solicitados na escala do gráfico de barras, na ordem em que eram apresentados no enunciado da questão (Figura 6). Outro tipo foi representar os valores solicitados na escala do gráfico na ordem crescente, mas sem proporcionalidade (Figura 7).

Figura 6: Escala representada na ordem do enunciado

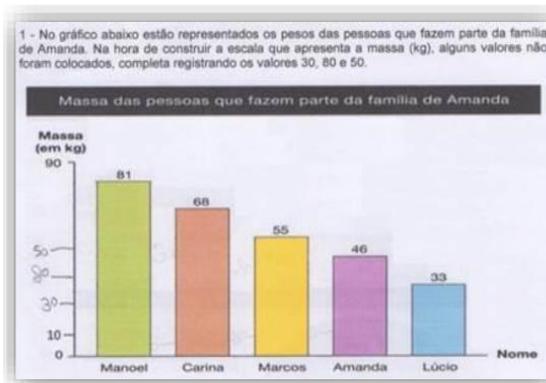


Figura 7: Escala representada na ordem crescente, mas sem proporcionalidade



Fonte: Evangelista e Guimarães (2015)

Na construção de gráficos, a partir de uma tabela, também foram encontradas diferentes estratégias, como colocar os valores em cima das barras sem proporcionalidade (Figura 8) ou corretamente (Figura 9).

Figura 8: Valores em cima das barras sem proporcionalidade

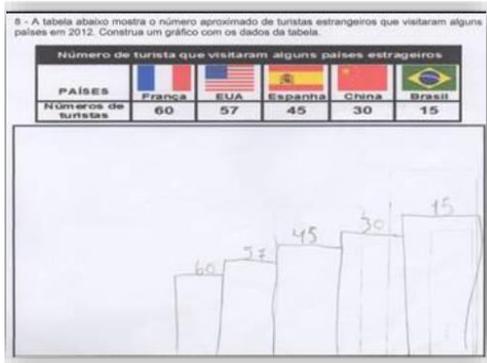
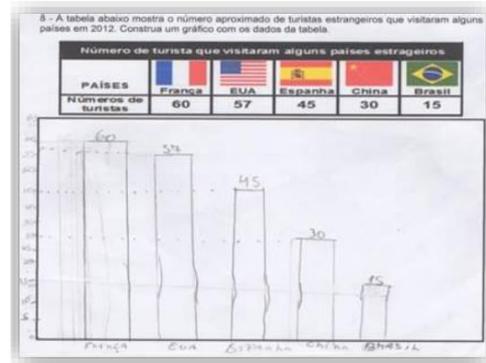


Figura 9: Escala com valores proporcionais



Fonte: Evangelista e Guimarães (2015)

A partir das análises, ficou evidente que, quando os alunos são levados a refletir sobre a escala (valores implícitos e explícitos), eles são capazes de construir escalas com intervalos proporcionais. As situações apresentadas no processo de ensino não levaram a tipos de aprendizagens diferentes. Dessa forma, a capacidade de adaptação dos alunos em estudar escala em atividades de um eixo matemático e transferi-la para outro é evidenciada, uma vez que as situações de intervenção envolviam contextos de medidas, mapas e reta numérica e os testes (pré e pós) envolviam representações em gráficos de barra e linha.

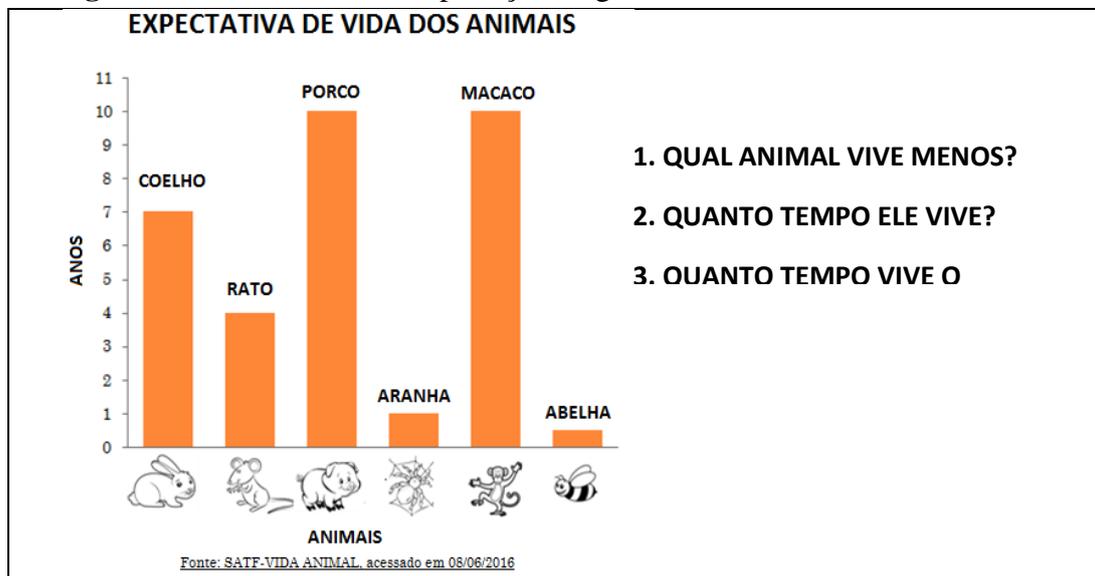
Refletindo sobre a necessidade de compreender como deve ir se complexificando o trabalho com escala nos anos iniciais, Cavalcanti e Guimarães (2019) realizaram uma investigação a partir do desempenho de crianças e adultos, em início de escolarização, com o intuito de construir uma progressão para o ensino de escalas apresentadas em gráficos ou o Conhecimento do Horizonte de Escala (Ball, Thames e Phelps, 2008).

Para tal, foi realizado um teste diagnóstico com 210 alunos, os quais frequentavam do 1º ao 5º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental regular e dos Módulos I a III da Educação de Jovens e Adultos. Todos os alunos das turmas responderam individualmente a um teste diagnóstico composto por 7 (sete) atividades envolvendo dados reais, evidenciando a articulação desses com a vida dos alunos. Para a elaboração, as autoras consideraram tanto a habilidade de interpretar como a de construir gráficos. Buscaram considerar as habilidades e dificuldades levantadas pela literatura da área, propondo diferentes atividades. Acrescido a isso, consideraram um quantitativo de questões possíveis de serem resolvidas por alunos desse nível de ensino, sem se tornar cansativo e desgastante.

Assim, as cinco primeiras atividades envolviam a habilidade de interpretação de gráficos pictóricos, de barras e linha (com escala unitária ou não unitária) e as duas últimas abordavam a construção de gráficos com conjuntos numéricos distintos, o primeiro apresentava valores baixos (o que possibilitava a construção de escala unitária) e o segundo, valores altos (o que levava a necessidade de utilizar escalas não unitárias).

As questões de interpretação analisavam a habilidade dos alunos em localizar valores explícitos e implícitos na escala de gráficos com diferentes intervalos. Cavalcanti e Guimarães (2016) definem por valores explícitos aqueles que estão apresentados na escala, já os implícitos são os que cabem ao aluno identificar onde eles se localizam no intervalo da reta numérica (escala). Assim, na Figura 10, responder à questão 3 (*Quanto tempo vive o rato?*) envolve um valor explícito e a questão 2 (*Quanto tempo a abelha vive?*) se refere a um valor implícito. Na segunda questão, era necessário perceber que a abelha vivia menos que um ano e estabelecer um valor que estava implícito na escala que podia ser seis meses ou meio ano. Assim, apesar desse gráfico apresentar escala unitária, o que é mais fácil para os alunos, a segunda questão apresenta um grau de complexidade maior. Vários estudos já citados vêm levantando uma grande dificuldade dos alunos em estabelecer valores implícitos.

Figura 10: Atividade de Interpretação de gráfico de barra com escala unitária



Fonte: Cavalcanti e Guimarães (2019 p. 213)

As atividades de construção (Figura 11) apresentavam uma tabela e foi solicitado que o aluno construísse um gráfico. Na primeira atividade, o conjunto numérico variava entre 1 e 10 e, na segunda atividade, entre 5 e 70, exigindo a criação de intervalos.

Figura 11: Atividades de Construção de gráfico de barra com diferentes conjuntos numéricos

Número de filhotes		Peso de animais silvestres	
Espécie	Quantidade	Espécie	Peso
Hipopótamo	1	Guaxinim	5
Tigre	3	Lobo Guará	25
Raposa	5	Tatu	6
Leão	2	Jacaré	70
Esquilo	10	Porco espinho	5
Capivara	8	Lontra	35

Fonte: disponível em: <http://pt.slideshare.net/zezinhoic/super-trunfo-animais-silvestres>, acessado em: 18/06/2016.

Fonte: disponível em: <http://pt.slideshare.net/zezinhoic/super-trunfo-animais-silvestres>, acessado em: 18/06/2016.

Fonte: Cavalcanti e Guimarães (2019, pg. 214)

Os resultados evidenciaram que o trabalho com escala é possível de ser realizado desde o 1º ano. Porquanto, crianças e adultos, que estão inseridos em situações de alfabetização, são capazes de resolver atividades envolvendo a identificação de valores na escala e a construção dela. Além disso, para todas as habilidades existe uma progressão no desempenho em função da escolaridade, tanto para os anos iniciais como para as turmas de EJA, evidenciando a importância da escolarização. Porém, ficou explícito, também, que a vivência cotidiana não é suficiente para a compreensão de escala em gráficos, diante da dificuldade apresentada pelos adultos.

Desta forma, a partir desses resultados e de estudos anteriores, foi elaborada uma progressão para o ensino de escala representada em gráficos, proposto no Quadro 1 (TIERNEY e NEMIROVSKY, 1991; AINLEY, 2000; GUIMARÃES, GITIRANA e ROAZZI, 2001; LIMA e MAGINA, 2004; PATROCÍNIO e GUIMARÃES, 2007; CAVALCANTI, 2010; LIMA e SELVA 2013; EVANGELISTA e GUIMARÃES, 2015; CAVALCANTI e GUIMARÃES, 2016).

Quadro 1: Progressão para o Ensino de Escala - Conhecimento do Horizonte de Escala*

Habilidades por ano	1º Ano	2º Ano	3º Ano	4º Ano	5º Ano	Mód . I e II do EJA	Mód . III do EJA
Reconhecimento de elementos estruturais (título, eixos e fonte);							
Localização de valores explícitos em gráficos de barras com escala unitária e pictogramas;							

Construção de pictogramas e gráficos de barras com escala unitária;							
Localização de valores explícitos do gráfico de barras com escala não unitária;							
Construção: pictogramas e gráficos de barras com escala não unitária;							
Localização de valores implícitos em escala unitária ou não em gráfico barras ou linha;							
Identificação de erros de proporcionalidade em gráficos;							
Identificação do impacto causado na informação se mudarmos o intervalo da escala do gráfico;							
Adequação do tipo de gráfico em função dos dados a serem representados.							

* As partes pintadas representam as habilidades possíveis de serem ensinadas por ano escolar

As autoras consideram importante que, em todos os anos/módulos, os alunos sejam levados a refletir e registrar os elementos estruturais (título, eixos e fonte), pois é a partir dessa análise que se compreende o tipo de informação apresentada no gráfico.

Em relação à interpretação e construção, acreditamos que é possível iniciar propondo atividades com valores explícitos desde o 1º ano e com valores implícitos a partir do 4º ano, quando a maioria dos alunos começa a compreender a reta numérica e suas subunidades. Quando um gráfico apresenta escala unitária, as subunidades serão números decimais, o que aumenta a dificuldade de compreensão para os alunos, uma vez que é necessário compreender números decimais. A partir do 4º ano, podemos propor também atividades que envolvam a análise de erros de proporcionalidade na escala, levando-os a identificar se existe manipulação das informações, refletindo sobre a mudança das unidades escalares e seus impactos. Outra atividade interessante é trabalhar com os mesmos dados com escalas diferentes (Figura 1).

Cavalcanti e Guimarães (2019) acreditam que essa progressão poderá auxiliar os professores a escolherem as atividades envolvendo gráficos pertinentes para seus alunos. Assim, para atividades de *interpretação*, considerar que o valor está implícito ou explícito no intervalo da escala e, para a *construção*, considerar que a grandeza do conjunto numérico pode implicar uma escala diferente da unitária. Entretanto, é importante salientar que essa proposta não deve ser encarada de forma rígida para os anos de escolaridade, pois ela precisa ser adequada de acordo com as peculiaridades dos alunos envolvidos.

É importante ressaltar a importância dessa proposta de progressão para o ensino de escala, visto que o professor precisa ter compreensão de como o trabalho, com um

determinado conteúdo, pode ir se complexificando com o decorrer da escolaridade. Porém, os currículos oficiais não vêm subsidiando o trabalho docente em relação à apropriação do conceito de escala.

Conclusões

O objetivo deste artigo foi evidenciar que alunos dos anos iniciais (crianças e adultos) são capazes de compreender escalas apresentadas em gráficos, mas, para isso, é necessário ter um ensino sistematizado. Para argumentarmos sobre essa afirmativa, apresentamos os estudos desenvolvidos pelo GREF, grupo de pesquisa ao qual pertencemos¹.

Iniciamos com o estudo de Guimarães, Gitirana, Cavalcanti e Marques (2007), o qual evidencia que os livros didáticos priorizam atividades de interpretação de gráficos em detrimento da construção, utilizando majoritariamente gráficos de barras. Alguns anos depois, Evangelista e Guimarães (2013) afirmam que a ênfase na interpretação continua existindo em livros do 4º e 5º anos. Além disso, observam que, em todos os eixos da matemática, são apresentadas atividades envolvendo escala, mas o grau de dificuldade envolvido entre elas, em um mesmo livro didático, é destoante, cabendo ao professor perceber essas diferenças e procurar, a partir de diferentes tipos de atividades (construir, interpretar, completar, analisar e comparar), propor um trabalho mais integrado entre os eixos.

Cavalcanti e Guimarães (2016), em estudo realizado em 2010, investigaram não só crianças, como também adultos que frequentavam turmas de EJA, equivalentes aos anos iniciais. As autoras evidenciam que alunos dos anos iniciais, crianças e adultos apresentavam dificuldades para interpretar valores implícitos em uma escala ou em construir uma escala com intervalos proporcionais, ressaltando que as experiências de vida não são suficientes para a aprendizagem de escalas. Lima (2010) reforça esses resultados ao verificar que a interpretação e construção de escala em gráficos foi uma dificuldade encontrada ainda com alunos do EJA, de anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Fica evidente a dificuldade que os alunos adultos demonstram diante de situações de interpretação de valores implícitos ou na construção de escalas não unitárias. A escola tem, então, o papel de proporcionar, a todos, as aprendizagens fundamentais para o efetivo exercício da cidadania.

Silva (2012) afirma, ainda, que alunos do 3º e do 5º ano apresentam dificuldades em construir gráficos, independente do tipo de representação tomada como ponto de partida (tabela ou língua natural), pois costumam apresentar dificuldades relacionadas à manutenção da proporção entre os valores numéricos.

Buscando superar essa dificuldade em compreender escalas representadas em gráficos, Evangelista e Guimarães (2015) buscaram ensinar às crianças do 5º ano, a partir de situações que envolviam os eixos de números, medidas e geometria. As autoras afirmam que todos os grupos apresentaram melhoras significativas a partir de apenas dois encontros, evidenciando a possibilidade de aprendizagem, se levados a refletir de forma sistematizada.

Finalmente, Cavalcanti e Guimarães (2019) evidenciam que o trabalho com escala é possível de ser realizado desde o 1º ano, visto que crianças e adultos, os quais estão inseridos

¹ <https://ufpepesquisas.wixsite.com/gref>

em situações de alfabetização, são capazes de resolver atividades envolvendo a identificação de valores na escala e a construção de uma escala unitária. Porém, existe uma progressão para atividades de interpretação que envolve o valor implícito ou explícito na escala e, para a *construção*, a necessidade de criar uma escala diferente da unitária. Assim, para todas as habilidades, existe uma progressão no desempenho em função do nível de ensino, tanto para os anos iniciais como para as turmas de EJA, evidenciando a importância da escolaridade.

Referências

AINLEY, J. Exploring the transparency of graphs and graphing. 24th Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Hiroshima, Japão, 2000. 2-16

ARTEAGA, P.; BATANERO, C. Evaluación de errores de futuros profesores en la construcción de gráficos estadísticos. En M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo y T. Sierra (Eds.). Anais do XII Simposio de las Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. Lleida: SEIEM, 2010. 211-221

ARTEAGA, P.; LEVICOV, D.; BATANERO, C. Chilean Primary School Children's Understanding of Statistical Graphs. Acta Sci. (Canoas), 22(5), Sep./Oct. 2020. 2-24

BALL, D.L.; THAMES, M.H. e PHELPS, G. Content Knowledge for Teaching: what makes it special? Journal of Teacher Educacion. v.59 n.5, 2008. 389-407

BIVAR, D; SELVA, A.C. Analisando atividades envolvendo gráficos e tabelas nos livros didáticos de matemática. In: Conferência Interamericana de Educação Matemática. Recife, 2011.

BOSS, I.; KROESBERGEN, E.; LUIT, J.; DERVOU, I.; JONKMAN, L.; SCHOOT, M.; LIESHOUT, E. Longitudinal development of number line estimation and mathematics performance in primary school children. Journal of Experimental Child Psychology, 134, 2015. 12–29

BRASIL. Ministério da Educação e Desportos, Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetro Curriculares Nacionais de Matemática do Ensino Fundamental I – 1ª à 4ª série. Brasília, DF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular – BNCC. Brasília, DF, 2017.

CAVALCANTI, M. R. G. Como adultos e crianças compreendem a escala representada em gráficos. Dissertação (mestrado) - Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e tecnológica - Universidade Federal de Pernambuco. CE, 2010.

CAVALCANTI, M.; GUIMARÃES, G. Compreensão de Adultos e Crianças sobre Escala Representada em Gráficos. *Perspectivas da Educação Matemática – PEM*, v.9, no 21, 2016.

CAVALCANTI, M.; GUIMARÃES, G. Compreensão de Escala Representada em Gráficos por Crianças e Adultos em Início de Escolarização. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, v. 12, 2019. 207-220.

CAVALCANTI, M.; NATRIELLI, R.; GUIMARÃES, G. Gráficos na Mídia Impressa. *BOLEMA*, Rio Claro (SP), v. 23, nº 36, 2010. 733-751

CURCIO, F. Comprehension of mathematical relationships expressed in graph. *Journal for Research in Mathematics Education*, 18, 1987. 382-393.

DUQUE, I.; MARTINS, F.; COELHO, A.; VALE, V. Representações estatísticas em educação pré escolar: um passo para a participação social. *Investigação em Educação Matemática*, 2015. 209-224

EVANGELISTA, B.; GUIMARÃES, G. Análise de atividade de livros didáticos de matemática do 4º e 5º ano que exploram o conceito de escala. *Anais do VII Congresso Iberoamericano de Educación Matemática – CIBEM*. Montevideo, 2013.

EVANGELISTA, B; GUIMARÃES, G. Escalas representadas em gráficos: um estudo de intervenção com alunos do 5º ano. *Revista Portuguesa de Educação*, v.28, 2015. p.117-138

FRIEL, S.; CURCIO, F.; BRIGHT, G. Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education* 32(2), 124-158, 2001.

GAL, I. Adults Statistical Literacy: meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, v.70, n.1, 2002.

GUIMARÃES, G. Categorização e representação de dados: o que sabem alunos do ensino fundamental. *A pesquisa em Educação Matemática: repercussões para a sala de aula*. São Paulo: Cortez Editora, 2009. p. 134-176.

GUIMARÃES, G.; GITIRANA, V.; ROAZZI, A. Interpretando e Construindo Gráficos. *Anais da 24ª Reunião Anual da ANPED – GT Educação Matemática*, Caxambu (MG), 2001.

GUIMARÃES, G.; GITIRANA, V.; MARQUES, M.; CAVALCANTI, M.; Livros didáticos de matemática nos anos iniciais: análise das atividades sobre gráficos e tabelas. *Anais do IX Encontro Nacional de Educação Matemática*, Belo Horizonte, 2007.

GUIMARÃES, G.; GITIRANA, V.; CAVALCANTI, M.; MARQUES, M. O ensino de gráficos e tabelas nos livros didáticos de EJA. Trabalho apresentado no CONIC, 2008.

LEMOS, P.; GITIRANA, V. Interpretação de gráficos de barras: análise a priori enquanto recurso na formação de professores. Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007.

LIMA, R. C. R; MAGINA, S. A leitura de gráficos com crianças da 4ª série do Ensino Fundamental. Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM, 2004.

LIMA, I. Investigando o desempenho de jovens e adultos na construção e interpretação de gráficos. Dissertação (mestrado) – Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e tecnológica - Universidade Federal de Pernambuco. CE, 2010.

LIMA, I. B.; SELVA, A. C. V. Jovens e adultos construindo e interpretando gráficos. In Boletim de Educação Matemática (UNESP. Rio Claro. Impresso), v. 27, 2013. 233-253.

MONTEIRO, C.; SELVA, A. Investigando a Atividade de Interpretação de Gráficos entre Professores do Ensino Fundamental. Anais da 24ª Reunião Anual da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação – Anped. Caxambu/MG, 2001.

MONTEIRO, C.; AINLEY, J. Investigating the interpretation of media graphs among student teachers. International Electronic Journal of Mathematics Education 2 (3), 2007. 188-207

PATROCÍNIO, A.; GUIMARÃES, G. Relação entre representações gráficas e escolarização. Anais do XIX Encontro Nacional de Educação Matemática, Belo Horizonte, 2007.

ROSSINI, R. Saberes docentes sobre o tema função: uma investigação das praxeologias. Tese de Doutorado. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC, São Paulo, 2006.

SANTANA, R. M. Categorización de la comprensión de gráficas estadísticas en estudiantes de secundaria (12-15). Revista Electrónica De Investigación En Educación En Ciencias, Argentina, v. 2, n. 2, 2007. 29-38

SILVA, D. B. Analisando a transformação entre gráficos e tabelas por alunos do 3º e 5º ano do Ensino Fundamental. Dissertação (mestrado) - Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e tecnológica - Universidade Federal de Pernambuco. CE, 2012.

TIERNEY, C.; NEMIROVSKY, R. Children's spontaneous representations of changing situations. Hands on!, 14, (2), 1991. p. 7-10.

Gilda Guimarães

Universidade Federal de Pernambuco

E-mail: gilda.lguimaraes@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1463-1626>

Milka Cavalcanti

Universidade Federal de Pernambuco

E-mail: mirgca@gmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0471-0275>

Betânia Evangelista

Universidade Federal de Pernambuco

E-mail: mbevangelista@hotmail.com

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8349-6889>