Algumas considerações teóricas sobre o ensino de matemática por atividades

Some theoretical considerations on activities-based mathematics teaching

John A. Fossa PPGECM - UEPB

RESUMO

Investiga-se sete das principais tendências da Educação Matemática a partir do conceito unificador de ensino por atividades. O referido conceito é então considerado do ponto de vista teórico do construtivismo radical, complementado e corrigido pelo construtivismo social. Desta forma, depois de desmentir alguns mitos sobre as atividades, obtêm-se o delineamento das principais fases de atividades, a identificação de importantes características cognitivas e não-cognitivas delas e a constatação de importantes consequências para a sua implementação na sala de aula. Conclui-se que há duas principais abordagens para o ensino de matemática, uma em que o aluno é um agente ativo na construção do conhecimento através da sua participação em atividades e uma em que o aluno é um recipiente passivo na suposta transferência de conhecimento do professor.

Palavras-chave: Teorias de Educação Matemática; ensino por atividades; construtivismo; características de atividades.

ABSTRACT

Seven of the principal tendencies of Mathematics Education are investigated using the unifying concept of activity-based teaching. This concept is then considered from the theoretical viewpoint of radical constructivism, complemented and corrected by social constructivism. After clearing up some myths about the use of activities, a delimitation of their principal phases is obtained, as well as the identification of their most important cognitive and non-cognitive characteristics and the main consequences for their application in the classroom. It is concluded that there are two core approaches to the teaching of mathematics, one in which the student is an active agent in the construction of knowledge through participation in activities and one in which the student is a passive receptacle in the supposed transfer of knowledge from the professor.

Keywords: Theories of Mathematics Education; activity-based teaching; constructivism; characteristics of activities.

Submetido em: 04 de agosto de 2020. DOI:

Aprovado em: 19 de novembro de 2020. http://dx.doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2020.n15.p10-26.id283

Nos últimos anos, a Educação Matemática tem se desenvolvida de forma extraordinária. Há, de fato, um número considerável de tendências que poderá até deixar o professor de matemática confuso sobre qual tendência ele deveria adotar na sala de aula para abordar tal ou qual assunto. Só para indicar o tamanho do problema, mencionamos que Mendes e Fossa (1998) lista as seguintes oito tendências:

- 1. uso de jogos
- 2. uso de materiais concretos
- 3. uso de etnomatemática
- 4. resolução de problemas
- 5. modelagem
- 6. uso de história
- 7. uso de computadores
- 8. estratégias psicológicas.

Em alguns casos, há certa aproximação entre as tendências assinaladas. O uso de jogos e o uso de materiais concretos – pelo menos quando este é feito dentro de um contexto de atividades estruturadas, sejam, ou não, elas de caráter de redescoberta – se assemelham bastante, a diferença sendo apenas a ênfase dada aos elementos lúdicos contemplados nas interações com os alunos. Em outros casos, há uma mesclagem de duas ou mais dessas tendências que faz surgir um novo tipo de intervenção com características inovadoras devidas à reciprocidade das características das tendências componentes. Um exemplo simples é o desenvolvimento de um modelo de ensino baseado em atividades construtivistas informadas pela história da matemática, iniciado pelo presente autor no início dos anos 90 (ver, e.g., Fossa (1998)) e desenvolvido num estudo científico pela primeira vez por Mendes (1997).

Para complicar ainda mais a escolha do professor, ele deve ainda optar entre diversos suportes teóricos para a tendência que quer adotar. Por um lado, visto que as tendências foram elaboradas dentro de certos posicionamentos teóricos, há uma associação natural ente as tendências e seus suportes teóricos. Assim, os jogos e os materiais concretos se associam naturalmente ao construtivismo, enquanto as estratégias psicológicas são embasadas na psicologia cognitiva. Por outro lado, aspectos de cada tendência são frequentemente incorporados a tendências diversas como elementos de apoio (sem a devida mesclagem mencionada no parágrafo anterior), o que certamente poderá causar conflitos no professor que está tentando planejar as suas aulas.

A Teoria da Atividade

Um dos primeiros passos na elaboração de uma visão mais organizada dessas várias tendências foi indicado por Sá (2019). Nessa obra encontramos uma descrição do que é o ensino de matemática por atividades e uma discussão da compatibilidade do uso de atividades com as outras tendências da Educação Matemática. Numa conversa particular com esse autor, ele ainda propôs a possibilidade de considerar as diversas tendências dentro da Teoria da Atividade, em particular como possibilidades da Atividade de Estudo. Com isto, concordo plenamente. Ainda mais, observo que, ao caracterizar as distintas tendências (com a possível exceção do ensino tradicional em que o professor leciona com o propósito de "transferir o conhecimento" de ele próprio para o aluno) como atividades, faz-se uma unificação dos múltiplos aspectos da Educação Matemática e proporciona ao professor um ponto de vista coerente, da qual ele pode fazer seu planejamento com mais desenvoltura.

A unificação proposta ficará ainda mais notável se olharmos ao que as tendências tenham em comum como propostas de ensino de matemática de um ponto de vista construtivista. Não será necessário, porém, fazer uma exegese pormenorizada do construtivismo (para isto, ver Fossa (2014) ou Fossa (2019)). Para nossos propósitos, basta indicar que o posicionamento que adotaremos é o do construtivismo radical, devidamente modificado pelo construtivismo social. Em síntese, essa posição mantém que o aluno não aprende através da transferência do conhecimento proposto pelo ensino tradicional, mas através da construção de esquemas mentais. Para tanto, o próprio aluno precisa ser um agente ativo no processo educativo, pois é somente a partir das suas próprias iniciativas que as referidas estruturas mentais podem ser edificadas na mente do aluno. As construções, embora feitas pelo indivíduo, são, porém, sempre feitas num contexto social e isto, visto que as atividades têm um forte caráter social, faz com que o ensino por atividades é tão apropriado ao construtivismo.

Faremos agora um pequeno elenco de considerações para mostrar que é factível considerar quase todas as tendências da Educação Matemática como atividades com o suporte do construtivismo. Esperamos que, num futuro publicação, o Prof. Pedro Sá faça uma análise mais detalhada dessas tendências a partir da Teoria da Atividade.

Atividades e as Tendências

Os jogos pedagógicos são, de fato, atividades com um componente lúdico. Estão mais comuns no currículo dos primeiros anos da escola, pois a criança pequena tem pouca habilidade de concentração sem o acompanhamento do divertimento. Sendo assim, os jogos se enquadram ao conceito de atividades por sua própria natureza.

O mesmo acontece com os materiais concretos. De fato, o uso de materiais concretos consiste na incorporação desses materiais em atividades estruturadas que levam o aluno a fazer as construções mentais apropriadas. Como é o caso dos jogos, o aluno desenvolve essas

atividades conjuntamente com seus colegas, incentivado e orientado pelo professor, mas exercendo seu próprio pensamento e sua própria criatividade. Quando essa modalidade de ensino ficou mais popularizada, era comum ver o professor usar o material como uma forma de demonstrativo, ou seja, ele faria a atividade e os alunos apenas o assistiriam. Isto, no entanto, é um desvirtuamento do uso desse material, que deveria sempre ser manipulado pelo próprio aluno. Desta forma, é claro que o uso de materiais concretos é, por sua própria natureza, um tipo de atividade.

A etnomatemática é o estudo das práticas matemáticas desenvolvidas por diferentes grupos sociais para resolver problemas do dia a dia. Geralmente as referidas práticas têm um caráter nitidamente não acadêmico e carece de uma preocupação maior com o rigor matemático. Mesmo assim, a análise dessas práticas pode proporcionar ao aluno uma compreensão intuitiva dos conceitos e procedimentos matemáticos inerentes nelas. Assim, o uso da etnomatemática como uma estratégia de ensino consiste em analisar criticamente práticas sociais para extrair delas seu conteúdo matemático e a consequente descoberta e desenvolvimento desse conteúdo pelo aluno. Desta forma, ao participar na análise etnomatemática, o aluno está ativamente construindo seus próprios esquemas mentais sobre a matemática e, visto que a investigação das referidas práticas é tipicamente feita conjuntamente por pequenos grupos de alunos, esta forma de ensino se enquadra perfeitamente no conceito de ensino por atividades.

O uso da resolução de problemas como uma estratégia de ensino visa o desenvolvimento das habilidades metacognitivas do aluno para que ele puder enfrentar, com sucesso, novos problemas e não apenas se limitar a resolver problemas para os quais ele tem decorado um determinado procedimento. Central ao método, então, é o monitoramento pelo aluno do seu próprio pensamento, a formação e testagem de suas próprias conjecturas e a investigação de assuntos por ele desconhecidos. De novo, o método é tipicamente empreendido pelo aluno em conjunção com seus pares, o que ressalta a natureza investigativa e cooperativa da construção do conhecimento e, visto que faz com que o aluno se torna o agente ativo no processo da referida construção, a resolução de problemas também deve ser visto como um tipo de ensino por atividades.

Em contraste à resolução de problemas que parte de situações problemas num contexto matemático, a modelagem matemática começa com uma situação problemática num contexto não matemático e busca desenvolver uma matemática que possa dar conta da situação. A palavra chave nesta descrição é *desenvolver*, pois não compete ao aluno simplesmente aplicar alguma estrutura matemática por ele já conhecida à situação, mas precisa sim desenvolver conceitos e procedimentos que são para ele novos. Sendo assim, a modelagem matemática compartilha as mesmas características da resolução de problemas, no sentido de ser investigativa e cooperativa e em que o aluno é um agente ativo na construção de seu próprio conhecimento. Em consequência, a modelagem também deve ser considerada um tipo de ensino por atividades.

A história da matemática pode ser usada de várias formas para promover a aprendizagem da matemática. De fato, a história tem marcado presença em textos

matemáticos desde há muito tempo para incentivar e motivar o aluno. Nesse sentido, incluise retratos de matemáticos famosos, pequenas biografias dos mesmos ou fatos curiosos (mais ou menos!) relacionados ao conteúdo sendo abordado no texto. O que tem elevado a história a uma tendência em Educação Matemática, no entanto, são estratégias mais inusitadas. Mas, o que é comum a essas estratégias inovadoras é a análise de produtos históricos, sejam estes documentos ou artefatos, visando a explicitação e a crítica dos conceitos e procedimentos matemáticos neles contidos. Ao fazer as explanações e críticas, o aluno precisa desenvolver as habilidades hermenêuticas associadas com a interpretação de textos, relacionar conceitos, fazer e testar conjecturas e construir novos esquemas mentais que frequentemente vão além das estruturas achadas do texto analisado. De novo, a análise é tipicamente feita em conjunção com seus pares e é exposta à apreciação do grupo maior (incluindo o professor). Assim, os dois fatores de construção ativa e construção social que são característicos do ensino por atividades são presentes no uso de história da matemática para o ensino da matemática e, portanto, o uso da história da matemática também se enquadra perfeitamente no conceito de ensino por atividades.

Como acontece com a história, o uso da computação eletrônica para o ensino da matemática procede de várias maneiras. Mas, o que há em comum a essas variedades de procedimentos é a valoração do pensamento ativo do aluno. Ao deixar para a máquina cálculos que seriam difíceis e monótonos, o aluno fica mais livre de fazer as suas próprias conjecturas e receber *feedback* instantânea sobre a consequências destes. Isto, por sua vez, lhe permite estar mais ciente dos seus propósitos e lhe proporciona oportunidade de desenvolver suas habilidades metacognitivas. Mais uma vez, o ensino utilizando a computação eletrônica é tipicamente feito em pequenos grupos, ou pelo menos tem um momento em que o trabalho de cada aluno é apreciado pelo grupo maior. Visto, então, que essa tendência também promove a construção ativa do conhecimento, ela deve ser considerada um tipo de atividade.

A oitava tendência em Educação Matemática é o uso da psicologia cognitiva para garantir as condições que promovem a suposta transmissão de conhecimento do professor ao aluno. Nessa tendência, o aluno é visto como um recipiente passivo e, portanto, seria quase oximorônico afirmar que as referidas estratégias psicológicas são atividades. Observamos que isto não significa, do ponto de vista do construtivismo, que a aprendizagem é impossível quando essa tendência é utilizada; no entanto, não é facilitada. Mesmo assim, é digno de ser notado que uma das grandes preocupações das estratégias da psicologia cognitiva é aguçar o interesse e a atenção do aluno. Isto é, mesmo dentro de um paradigma que postula a passividade do aluno, há espaço para o aluno ficar mais ativo e, consequentemente, aprender melhor. A brecha encontrada, contudo, não é o suficiente para considerar essa tendência uma atividade.

Em resumo, nas sete primeiras tendências assinaladas, vemos que há um teor alto de redescoberta e, mais importante, vemos que o aluno age como um agente na construção do seu próprio conhecimento. Ainda mais, essas tendências inserem o aluno num contexto social que incentiva e reforça o processo da construção de esquemas mentais. Desta forma, todas essas sete tendências se enquadram naturalmente no conceito de ensino por atividades.

Dois Mitos Referentes a Atividades

Antes de considerar mais algumas características de atividades para o ensino de matemática, será proveitoso expor – e dirimir – dois mitos referentes ao uso de atividades. O segundo consiste de duas partes, que podem ser tomadas independentemente. Assim, podemos os sistematizar da seguinte forma:

- 1. O professor é responsável para a formulação de atividades
- 2. a. Uma só tendência deve ser adotada pelo professor
 - b. Cada atividade só precisa ser desenvolvida uma única vez.

Esses mitos nem sempre são explicitados no pensamento do professor, mas são frequentemente presentes de forma oculta e se manifestam na sua atuação na sala de aula e, portanto, podem ser considerados como pressupostos da postura do professor. Consideramos cada um por sua vez.

O primeiro mito, ou pressuposição, então, é o de que é o professor que é o responsável para a elaboração de todas as atividades que ele vai usar na sua sala de aula. Semelhante ideia é até aterrorizante para o professor, pois ele geralmente não tem as condições necessárias de inventar atividades apropriadas para os vários assuntos que aborda nas suas disciplinas. De fato, o professor é geralmente sobrecarregado devido, parcialmente, a minúscula compensação financeira que recebe para exercer o seu ofício e o grande número de turmas que ele é consequentemente forçado a assumir. Desta forma, nem sobra para ele as condições primordiais de tempo e esforço humano que seriam necessários para a elaboração das várias atividades que iria precisar para serem usadas todo dia.

Há, no entanto, uma consideração ainda mais importante, a saber, mesmo se tivesse o tempo necessário para elaborar suas próprias atividades, o professor, principalmente o iniciante, não tem, em geral, o conhecimento especializado requisito para a elaboração dessas atividades. O desenvolvimento de uma atividade requer a adequação dos seus componentes a uma determinada finalidade através de cuidadoras análises teóricas. O material elaborado ainda precisa ser sequenciado corretamente em relação às outras atividades a serem usadas na mesma unidade de ensino e a sua eficácia precisa ser examinada por testes pilotos usando métodos qualitativos e/ou quantitativos de validação. Isto é claramente tarefa para um especialista.

O que é necessário para o professor de matemática é que ele seja treinado no uso de cada uma das tendências em Educação Matemática. O treinamento deve, na verdade, começar no curso de licenciatura que o futuro professor cursará antes de assumir uma posição no magistério. Visto, porém, que o referido curso de licenciatura contempla várias outras finalidades importantes, o treinamento do professor deverá ser complementado por

outros mecanismos, incluindo treinamento em serviço e/ou cursos de pós-graduação. A estrutura institucional de educação brasileira poderia colaborar imensamente para o aperfeiçoamento do professor se o mestrado profissional fosse pautado no treinamento intensivo (e quase exclusivo) na utilização dessas tendências. A elaboração e primeira testagem de atividades aconteceriam nos mestrados e doutorados acadêmicos.

O segundo mito tem a ver com a maneira em que as atividades são usadas com o aluno. No primeiro subcaso, se alega que o professor deveria adotar uma só tendência e a utiliza exclusivamente nas suas aulas. De fato, isto faz um certo sentido, pois desta forma haverá uma consistência no modo de trabalhar na sala de aula e o aluno terá certa uniformidade de expectativas que o ajudará a melhorar seu desempenho acadêmico.

O argumento poderia ter alguma força se as diversas tendências fossem ações radicalmente diferentes. Mostramos na seção anterior, no entanto, que sete das oito tendências na Educação Matemática são, de fato, exemplares de um único modo de ensino, ou seja, de ensino por atividades. Isto significa que há uma unidade metodológica subjacente a todas as referidas tendências que proporcionará ao aluno a desejada uniformidade de expectativas, mesmo na troca de tendências. Ainda mais, há duas vantagens na utilização de abordagens diversificadas. Em primeiro lugar, nenhuma abordagem é cem por cento eficaz com todos os alunos e, portanto, apresentações diversificadas ajudam a garantir o sucesso de todos os alunos. Também, em segundo lugar, apresentações diversificadas da mesma matéria fortalecem o desenvolvimento de esquemas mentais robustos e ricos em interconexões entre vários assuntos, o que, por sua vez, é fundamental para a elaboração de conhecimento profundo e o desenvolvimento de potentes habilidades metacognitivas.

O segundo subcaso do segundo mito pressupõe que basta fazer uma atividade uma só vez para extrair dela seu conteúdo matemático. Que essa noção é redondamente errada torna se patente a partir de uma consideração de jogos, pois essas atividades são obviamente repetidas várias vezes. A repetição, contudo, não é feita em função do seu conteúdo lúdico – antes o conteúdo lúdico é uma forma de evitar o cansaço que poderá acompanhar a repetição que é necessária para a extração do conteúdo matemático. "Extrair o conteúdo matemático" significa, entre outras coisas, observar regularidades, fazer e testar conjecturas e abstrair. Para tanto, é claro que a repetição é necessária, embora varia com a idade e o nível de engajamento do aluno. Considerações semelhantes cabem às outras tendências consideradas como atividades, embora na ausência de um forte componente lúdico a repetição é frequentemente alcançada através do uso de atividades ostensivamente diferentes, mas com a mesma estrutura matemática.

Um Roteiro para Sequências de Atividades

Já deve ter ficado claro pelo precedente que uma atividade apropriada para ser usada no ensino de matemática não deve ser compreendida como uma unidade, completa em si mesma, e isolada das outras atividades a serem usadas na sala de aula. Muito pelo contrário, cada atividade deve ser concebida como um elemento concatenado com várias outras atividades relacionadas ao ensino do mesmo assunto. Isto implica numa sequenciação das atividades a serem apresentadas ao aluno e, embora a sequência não seja algo rígido, ela deve contemplar uma ordem de apresentação em que pré-requisitos matemáticos do assunto em tela são abordados antes ou, pelo menos, destacados como requisitos. (A segunda opção é frequentemente usada como fator de motivação.)

Fossa (2000) apresenta as seguintes propriedades, ou fases, de atividades que, quando presentes, ajudam na concatenação de várias atividades num ciclo de procedimentos relacionados ao mesmo assunto:

- 1. provocação
- 2. participação
- 3. precipitação
- 4. publicação
- 5. perturbação.

Passaremos agora a tecer algumas rápidas reflexões sobre cada uma dessas propriedades.

Visto que o propósito do ensino por atividades é fazer com que o aluno se torne um agente ativo na construção dos seus esquemas mentais, é oportuno que o mesmo seja motivado a fazer a atividade. Assim, uma boa atividade conterá alguma provocação que visa capturar a imaginação do aluno, pois um aluno interessado será muito mais ativo e desempenhará a atividade com melhores resultados.

Nesse sentido, a atividade deve ser desafiante, mas não frustrante. Para tanto, é necessário levar em conta a base cognitiva do aluno, ou seja, precisa avaliar o esquema mental já construído pelo aluno para determinar se o aluno detém os pré-requisitos matemáticos necessários para a realização da tarefa proposta. Em termos vigotskianos, precisamos determinar se a provocação está dentro da zona do desenvolvimento proximal do grupo, ou, pelo menos, dentro da zona do desenvolvimento potencial do mesmo. No segundo caso, o grupo precisará de um nível mais alto de orientação pelo professor. Carências maiores devem ser resolvidas através de atividades complementares que supririam os referidos pré-requisitos.

Uma vez provocado, o aluno desenvolverá a atividade proposta e, visto que atividades são desenvolvidos pelo agente em conjunto com o outro, o referido desenvolvimento é geralmente empreendido em pequenos grupos que trabalham de forma cooperativa para desvendar a provocação feita. Às vezes, o interesse na atividade é estimulado ainda mais pela competição entre grupos, embora a competição não é bem-vista por muitas autoridades. Devemos lembrar, contudo, que a competição faz parte da nossa sociedade e, portanto, dosagens ocasionais de competição poderão ajudar o aluno a lidar com

esse aspecto na nossa cultura. Não obstante, precisa-se garantir, na medida do possível, que a competição seja entre grupos razoavelmente paritários, o que pode ser feito pela composição cuidadosa dos grupos. Ainda mais, se houver indivíduos que destacam demais dos outros, esses podem compor uma espécie de painel de juízes; isto faz com que esses indivíduos não desestabilizam o equilíbrio entre os grupos, enquanto, ao mesmo tempo, não os afastam da atividade. Em qualquer caso, a competição dentro de cada grupo deve ser desestimulada, pois a atividade visa a construção social do conhecimento de todos os seus membros, o que é alcançado de forma melhor através da cooperação.

A precipitação, como um sólido resultante de uma reação química num ambiente líquido, é o resultado alcançado pelo grupo ao fazer a atividade. Em síntese, é um novo elemento de conhecimento que o grupo propõe. Visto que a atividade acontece nas fronteiras do conhecimento do grupo, seu propósito é avançar além dessas fronteiras através da (re)descoberta de novidades. Essas novidades precisam ser registradas, geralmente por escrito, numa linguagem apropriada ao grupo; isto é, a formulação deve ser significativa para todos os membros do grupo, conter um nível de rigor compatível com a compreensão do grupo e ser adequada para que o resultado seja disseminado na turma como um todo.

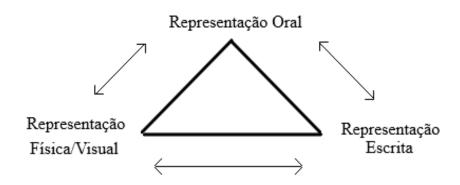
A disseminação do resultado do grupo, que foi mencionada no parágrafo anterior, é a publicação do resultado. A publicação contém dois componentes essenciais. A primeira é a comunicação do resultado do grupo à turma inteira e ao professor. Essa comunicação não deve se limitar à formulação escrita do resultado, mas deve incluir descrições orais que visam a explicação e justificação do pensamento do grupo.

O segundo elemento essencial da publicação é a comparação do resultado do grupo com os resultados dos outros grupos e a consequente avaliação crítica de todos esses resultados. A discussão feita nesse momento geralmente, devido à própria realização da atividade, acontece num patamar superior àquela que teria sido o caso antes da realização da mesma. De fato, a turma, guiada pelo professor quando apropriado, poderá alcançar resultados além dos alcançados individualmente pelos diversos grupos.

Finalmente, uma boa atividade poderá incluir uma perturbação, ou seja, uma nova provocação que iniciará um novo ciclo investigatório de atividades visando um maior desenvolvimento do assunto proposto pela disciplina. A perturbação poderá acontecer de várias formas. Talvez a forma melhor seja quando os próprios alunos não ficam satisfeitos com algum aspecto do seu resultado ou percebem que seu resultado não parece "combinar" com outros "fatos" que conhecem. Se isto não acontecer, o professor poderá tentar instigar uma perturbação através de questionamentos apropriados, ou, se for necessário, simplesmente fazendo uma nova provocação. Quando a perturbação nasce do próprio resultado da atividade, porém, há uma continuidade maior no desenvolvimento da teoria matemática sendo investigada.

Modalidades de Apresentação

Do que foi visto na seção anterior, fica evidente que há três modalidades de apresentação que podem estar presentes em qualquer atividade de ensino. São sintetizadas, em relação a atividades contendo material manipulativo, por Dockweiler (1996) da seguinte forma:



A estrutura matemática a ser construída pelo aluno é exemplificada no material concreto usado na atividade. Esse conceito é apropriado para atividades lúdicas e atividades usando material concreto. Não obstante, precisa ser generalizado para refletir o nosso conceito mais geral de atividade. No uso de computação eletrônica, poderemos ter uma representação visual do objeto matemático na tela do computador e, na modelagem, podemos confrontar uma situação física *in natura* ou através de desenhos. Nos outros tipos de atividades, contudo, encontramos mais frequentemente o objeto matemático já codificado linguisticamente. Assim, parece que a representação física não faz parte necessária de uma atividade. Quando está presente, ele faz parte da provocação e ajuda a guiar a participação, ou seja, o desenvolvimento da atividade pelo aluno. Desta forma, atividades desse tipo são apropriadas para crianças menores porque têm um roteiro inerente bem definido. Na medida em que a criança ficar mais autônomo, porém, tais roteiros podem ser dispensados e outros tipos de atividades são mais apropriados.

Além das considerações discutidas no parágrafo anterior, devemos lembrar que o propósito de uma atividade é a construção de novas estruturas mentais. Isto pode ser feito por os extrair de uma exemplificação física; nesse caso, como já vimos, o material concreto faz parte da provocação. A referida construção, porém, também pode ser alcançada como uma resposta a uma situação problemática e, de fato, esse caso é característico da aprendizagem mais avançada. O importante, portanto, é que a atividade tenha uma provocação, material/concreto ou não, que captura a imaginação do aluno e o convide a participar no desenvolvimento da atividade.

A representação oral acontece durante a fase da participação da atividade em qual várias conjecturas são investigadas e durante a fase de precipitação em que a formulação do resultado é feita. Segundo Dockweiler, é só quando o resultado final for alcançado que a representação escrita deve ser adotada, pois, sempre segundo o referido pesquisador, a representação escrita tende a pôr um ponto final à discussão, impedindo assim maiores investigações. De novo, isto pode acontecer com crianças menores, mas, na medida em que o aluno desenvolva suas habilidades metacognitivas, isto se torna mais e mais improvável.

Ainda mais, em raciocínios mais complexos, a representação escrita frequentemente promove pensamentos mais claros e contundentes.

Concluímos, portanto, que o modelo de Dockweiler (1996) não é muito útil na descrição geral do ensino por atividades, mas é apropriado, especificamente, apenas para jogos e o uso de materiais concretos, ou atividades desenvolvidas para crianças menores e, de fato, o modelo foi desenvolvido nesse contexto.

Devemos ainda observar que, como resultado de uma atividade, um grupo poderá desenvolver sua própria terminologia e/ou formalismo. Não há nada mal nisto, pois reflete a criatividade do grupo. Mesmo assim, o professor precisará determinar se a terminologia inventada contenha obstáculos ocultos que poderão afetar negativamente futuras construções. Quando ocorrem, porém, a investigação desses obstáculos pode ser o foco da perturbação que dá início a novas atividades. Em qualquer caso, terá um momento em que o professor deve fazer uma transição para a formalização padrão para que o aluno tenha acesso a literatura sobre o assunto em tela. No entanto, uma vez que o conceito for construído, a referida transição não será problemática.

Características Cognitivas e Não-Cognitivas

Até agora temos discutido os seguintes três aspectos de atividades relacionados à cognição, ou seja, a teoria de conhecimento, incluindo a natureza do conhecimento e as principais maneiras em que o conhecimento acontece:

- 1. construção individual e social de esquemas
- 2. metacognição
- 3. cooperação.

Isto é, estávamos ocupados na descrição do ensino por atividades em relação à constituição da cognição na sala de aula. Nesse sentido, vimos que o conhecimento é uma construção de esquemas mentais pelo indivíduo e que essa construção sempre ocorre em um contexto social. Assim, descrevemos os aspectos do ensino por atividades que favorecem a referida constituição da cognição.

Fundamental ao desenvolvimento de qualquer conhecimento mais elaborado é a cultivação de habilidades referentes ao controle consciente do pensamento e, portanto, mencionamos como o ensino por atividades proporciona ao aluno o desenvolvimento dessas habilidades metacognitivas. É, de fato, a metacognição que caracteriza um indivíduo como um "perito" no assunto, como oposto a um "principiante". Nesse sentido, entendemos por "perito" um aluno que não depende da memorização de roteiros e/ou procedimentos ditados pelo outro (o professor), mas um aluno que tem pensamento independente e que pode se orientar de forma autônoma diante de empreitadas educativas.

Em relação à cooperação, pode ser surpreendente, de certo modo, que a incluímos como um dos aspectos cognitivos das atividades, pois ela é geralmente concebida como um valor positivo social, associado à, mas distinto da, cognição propriamente dita; e a cooperação tem, sem dúvida, tonalidades que permitem que seja trata dessa forma. Mesmo assim, nos parece que a construção do conhecimento é tão essencialmente um empreendimento social que a cooperação é uma parte indissociável à constituição da cognição e, portanto, optamos a concebê-la, apesar do seu inegável conteúdo valorativo, como um aspecto cognitivo das atividades.

Resta, então, tecer algumas considerações sobre alguns aspectos não-cognitivos das atividades usadas no ensino da matemática, ou seja, aspectos de atividades que encerram valores socialmente desejáveis. Ao fazer isto, porém, absteremos dos valores mais gerais, como os relacionados ao desenvolvimento de atitudes da boa cidadania, pois tais valores são impregnados com juízos ideológicos e uma apreciação justa deles nos levaria longe do centro da nossa discussão, a saber, as atividades. Desta forma, nos limitaremos a discutir alguns valores que, enquanto não sejam constitutivos da cognição, promovem a construção do conhecimento na sala de aula.

Características Não-Cognitivas de Atividades

Por "características não-cognitivas de atividades", entenderemos tanto não somente valores que qualificam as atividades per se, mas também valores associados à implementação das atividades na sala de aula. Estes têm menos a ver com as próprias propriedades das atividades e mais com a maneira em que as atividades se desenrolam na escola e, portanto, são análogos às condições de aprendizagem que caracterizam a tendência embasada na psicologia cognitiva. Visto, porém, que podemos considerar a atividade e a sua implementação como uma situação pedagógica integrada, a distinção não será importante para os nossos propósitos.

Entre os principais valores não-cognitivos das atividades (entendidos no sentido lato do parágrafo anterior), destacamos os seguintes:

- 1. autonomia
- 2. criatividade
- 3. autoconfiança
- **4.** diálogo
- 5. respeito mútuo.

Passaremos agora a explanar brevemente cada um desses valores.

A autonomia é considerada o mais importante valor pedagógico do construtivismo radical e, de fato, mais geralmente, é essencial para a realização de qualquer atividade na sala de aula. Um aluno autônomo é um indivíduo independente no sentido de que ele pensa por si mesmo e não é restringido a seguir as diretrizes do outro, seja o outro o professor, os colegas de turma ou o livro texto. Assim, uma pessoa autônomo pode iniciar novas abordagens para a resolução do problema sob investigação, questionar possíveis pressupostos, fazer e testar conjecturas e avaliar criticamente o posicionamento dos colegas, do professor, do livro texto (incluindo, hoje em dia, informações oriundas do internet) e até o proferido por si mesmo. O desenvolvimento de todas essas características é, de fato, promovido pelo ensino por atividades, pois ser ativo significa proceder da forma indicada.

Visto de outro ponto de vista, então, a autonomia é uma condição necessária para a realização de atividades e, portanto, temos uma situação circular. Não é, contudo, um círculo vicioso — embora o professor ocasionalmente precisa dar atenção especial a alunos com níveis muito baixos de autonomia —, mas um círculo em que cada fase reforça a outra. Isto é, ao participar numa atividade, o aluno adquire a autonomia que o ajudará fazer futuras atividades com mais desenvoltura, o que, por sua vez, aumenta seu nível de autonomia, e assim por diante. Essa consideração implica na importância de usar atividades como uma metodologia de ensino e não apenas como episódios avulsos na experiência educativa do aluno.

Pode parecer que haja, no mínimo, alguma tensão entre o valor da autonomia e a natureza social da construção do conhecimento, pois, pode-se alegar, como é possível ser um pensador independente do outro e, ao mesmo tempo, depender do outro na constituição do conhecimento? Não há, no entanto, contradição no estabelecimento de associações sociais de indivíduos independentes que trabalham cooperativamente na construção do conhecimento. Isto acontece quando cada indivíduo do grupo é independente da dominação dos outros, embora o desenvolvimento do grupo depende das suas interações sociais para efetuar a constituição da cognição. A interdependência dos membros do grupo, porém, ressalta uma consequência interessante, a saber, a diversidade poderá favorecer uma maior aprendizagem. Isto acontece porque a base cognitiva do grupo será mais rica, possibilitando assim construções mais interessantes. Desta forma, grupos multiculturais que conseguem expor e esclarecer seus diversos pressupostos e assim trabalham cooperativamente têm mais condições do que grupos homogêneos a progredir com sucesso.

A criatividade é outro valor muito apreciado por quase todos. Isto é visto não somente na homenagem prestada aos grandes criadores de teorias científicas ou obras artísticas, mas também nas pequenas inovações contidas na resolução de problemas do dia a dia ou até na apreciação dos inusitados relacionamentos contidos em certas piadas. Nesse sentido, a criatividade está sempre presente no fazer de atividades porque fazer atividades visa a construção de novidades, ou seja, novas estruturas mentais são edificadas pelo aluno. Isto continua a ser verdadeiro quando, como geralmente é o caso, a construção é uma reconstrução e a novidade é apenas nova para os participantes.

Observamos ainda que, como no caso da autonomia, temos uma situação circular, pois, embora a criatividade é inerente ao homem, é fortalecida pela sua prática. Assim, podemos dizer que, analogamente a base cognitiva do indivíduo, cada pessoa tem uma base criativa em um determinado momento (embora, como a base cognitiva, ela pode variar dependendo do conteúdo sob consideração). Isto permite ao aluno fazer as inovações requeridas por atividades apropriadas, o que, por sua vez, aumenta a sua criatividade, tornando-o apto para fazer atividades mais avançados.

Fazer atividades com sucesso também aumenta a autoconfiança do aluno nas suas próprias capacidades como um pensador independente. De fato, a autoconfiança é crucial no fazer de atividades, visto que o aluno precisa externalizar o seu pensamento para participar na construção social do conhecimento. Nesse sentido, o ensino da matemática tem sido assolado pelo fenômeno do "medo" da matemática, em que o aluno é tão descrente das suas capacidades que é incapacitada de participar em atividades. Assim, compete ao professor criar uma atmosfera em qual o aluno pode "se expõe" sem correr o risco de ser visto como ridículo. Para tanto, deve mostrar ao aluno, através da sua postura na sala de aula, que é possível errar de maneira inteligente e que, na verdade, o erro e a sua correção fazem parte da busca de um caminho certo. Também é muito útil não exigir do aluno, ou de um grupo, a resolução perfeita de qualquer problema, valorizando encaminhamentos incompletos.

Deve ser claro, visto que a construção do conhecimento é sempre uma construção social, que o diálogo faz parte de todas as atividades. Na verdade, o diálogo acontece em vários níveis nas atividades, sendo, talvez, o entre o aluno e seus pares, bem como o entre o aluno e o professor os mais primordiais. Devemos observar, contudo, que um diálogo não consiste apenas em duas ou mais pessoas proferindo palavreados uma para a outra, mas requer que cada interlocutor seja tomado a sério. Isto, por sua vez, implica que as recomendações do parágrafo anterior não são suficientes. Não basta lidar apenas com os erros inteligentes, pois toda afirmação feita com o intuito de contribuir à participação da atividade, por mais esdrúxula que possa aparecer, merece a atenção dos colegas e do professor. É só através dessa postura que o grupo pode progredir como um grupo, investigando caminhos divergentes, corrigindo erros, fortalecendo a construção social sólida do conhecimento e aproveitando da crítica construtiva.

Quando a atividade é realizada de acordo com os valores que acabamos de abordar, ela engendra um respeito mútuo de todos os participantes, um para o outro, como colaboradores na tarefa conjunta da constituição da cognição. Isto tende a se generalizar, fazendo com que o aluno desenvolve uma apreciação das qualidades humanas inerentes ao outro e a valorizar o outro como um ser humano, independente das múltiplas conotações ideológicas contidas nos diversos sistemas de crenças prevalentes no mundo.

Consequências para a Sala de Aula

O ensino por atividades ainda implica em certas mudanças nos procedimentos e diretrizes operantes na sala de aula. Mencionamos, em especial, as seguintes quatro mudanças:

- 1. matemática verdadeira na sala de aula
- 2. aulas centradas no aluno
- 3. diminuição do professor como figura de autoridade
- 4. mudanças relacionadas à avaliação.

Referente ao primeiro item, Skemp (1989) assinala que na sala de aula construtivista se faz "matemática verdadeira" (*real mathematics*). Para entender o que Skemp quis dizer com a mencionada frase, será instrutivo ver ao que ela se opõe. Não se opõe à "matemática prática" e muito menos à "matemática falsa", mas à "matemática artificial". A matemática artificial é algo inventado especificamente para a escola, tem pouca significância para o aluno e gera pouco interesse. A matemática verdadeira, em contraste, seja ela voltada para questões aplicadas do dia a dia ou para questões mais teóricas, é a matemática emergente no pensamento do aluno. Ao fazer matemática verdadeira o aluno está engajado na construção de conceitos e procedimentos que constituirão seu conhecimento matemático.

Todo ensino de matemática por atividades compartilha esse tipo de comportamento na sala de aula, exatamente porque as atividades visam que o aluno seja um agente ativo da constituição da cognição. Nesse sentido, o aluno está sendo ativo mentalmente, pois ele está desenvolvendo seus esquemas mentais. A própria dinâmica das atividades como uma instituição social, no entanto, implica que haja muita movimentação da parte do aluno durante a aula. Isto é, o aluno estará conversando com seus pares, manipulando material concreto, investigando objetos matemáticos encontrados em textos, problemas, simulações na tela do computador ou outras situações, comparando e testando conjecturas, *etc.*, *etc.*. Dito de outra forma, a aula será centrada no aluno como um agente ativo, em contraste à aula centrado no professor, na qual o aluno é concebido como um recipiente passivo.

Isto, por sua vez, implica que haverá muito menos necessidade para o professor assumir uma postura de autoridade na sala de aula. Sem dúvida, o professor ainda estará organizando, orientando, monitorando e, acima de tudo, encorajando a turma. Mesmo assim, se projetar como uma autoridade científica será contraproducente à meta manifesta da atividade, a saber, a construção do conhecimento pelo aluno, e o exercício duma suprema autoridade comportamental será desnecessário, pois não há mais obrigação de garantir as famosas "condições de aprendizagem" características da psicologia cognitiva.

Finalmente, observamos que os modos e finalidades da avaliação serão modificados. De fato, a avaliação tenderá a ser contínua, através da interação professor/aluno durante o desenvolvimento das atividades e através de relatórios orais e/ou escritos feitos por cada grupo. Nesse sentido, o intuito da avaliação não será tanto o de verificar (e quantificar) a

suposta transferência de conhecimento, mas o de (*i*) identificar contradições ou obstáculos na estruturação de esquemas na fase da participação da atividade, (*ii*) consolidar, sistematizar e garantir a consistência dos resultados das fases de precipitação e publicação e (*iii*) apontar elementos que poderão levar a novas perturbações.

Conclusão

Ao enquadrar sete das oito principais tendências da Educação Matemática à teoria de ensino por atividades, conseguimos reduzir a desconcertante multiplicidade de metodologias de ensino para apenas duas, a saber, uma centrada em atividades, na qual o aluno é visto como um agente ativo na construção social do conhecimento e outra centrada no conceito da transferência de conhecimento, na qual o aluno é concebido como um recipiente passivo. A resultante unificação da teoria em que a Educação Matemática se embasa tem consequências teóricas, algumas das quais foram exploradas no presente artigo, e consequências práticas para o professor na sala de aula, pois o ponto de vista unificado permite o professor a mesclar e/ou misturar abordagens aparentemente diversas sem perder a continuidade do seu planejamento.

A referida teoria de ensino por atividades tem seu próprio desenvolvimento conceitual e justificação filosófica. Optamos a não seguir esse rumo de pensamento, devido ao fato de que os elementos da teoria poderão ser dados interpretações interessantes do ponto de vista teórico do construtivismo radical, complementado e corrigido pelo construtivismo social. Neste sentido conseguimos identificar as principais fases e importantes características cognitivas e não-cognitivas de atividades em geral, independente da tendência a que são associadas, bem como algumas consequências basilares da sua implementação na sala de aula. Com isto, esperamos alimentar meditações mais profundos sobre as atividades e contribuir ao fortalecimento do uso de atividades na escola.

Referências

DOCKWEILER, Clarence J. Children's Attainment of Mathematical Concepts. 1996 (Mimeógrafo.)

FOSSA, John A. Intuitionist theory of mathematics education. E-book at < www.researchgate.net/publication/331438081_Intuitionist_Theory_of_Mathematics_Educ ation>, 2019.

FOSSA, John A. Teoria intuicionista da educação matemática. Trad. Alberta M. R. B. Ladchumananadasivam. São Paulo: Livraria da Física, 2014. [Segunda edição.]

FOSSA, John A. Características de atividades para o ensino de matemática. *In*: FERNANDES, George Pimentel (Org.). Educação Básica. Crato: URCA, 2000.

FOSSA, John A. A história da matemática como uma fonte de atividades matemáticas. *In*: NETO, Fernando Raul (Ed.). Anais do seminário nacional de história da matemática. Recife: UFRPE, 1998.

MENDES, Iran Abreu. Ensino de trigonometria através de atividades históricas. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Educação. UFRN. Natal: UFRN, 1997.

MENDES, Iran Abreu, & FOSSA, John A. Tendências atuais na educação matemática: experiências e perspectivas. *In*: FOSSA, John A. (Org.). Educação Matemática [Volume 19 da Coleção EPEN]. Natal: EDUFRN, 1998.

SÁ, Pedro Franco de. Possibilidades do ensino de matemática por atividades. Belém: SINEPEM 2019. Disponível em http://sinepem.sbempara.com.br/file/V7.pdf.

SKEMP, Richard R. Structured activities for primary mathematics. London: Routledge, 1989.

John A. Fossa

Instituição: PPGECM - UEPB

E-mail: jfossa03@gmail.com

ORCID: http://orcid.org/0000-0002-7957-6656