Rematec
Revista de Matemática Ensino e Cultura

Histórias das Matemáticas em Pesquisas e Práticas Escolares

Editores deste Número
Iran Abreu Mendes
Carlos Aldemir Farias da Silva

Conselho consultivo:
Arlete de Jesus Brito (UNESP - Rio Claro), Arthur Powell (Rutgers University de Newark – USA), Carlos Aldemir Farias da Silva (UFPA), Cláudia Lisete Oliveira Groenwald (ULBRA), Cláudia Regina Flores (UFSC), Claudianny Amorim Noronha (UFRN), Elisabete Zardo Búrigo (UFRGS), Emmánuel Lizcano Fernandez (UNED - Madri), Fredy Enrique González (UPEL, Maracay - Venezuela), Iran Abreu Mendes (UFPA), Isabel Cristina Rodrigues de Lucena (UFPA), John A. Fossa (UFRN), José Manuel Leonardo Matos (Universidade Nova de Lisboa - Portugal), Lênio Fernandes Levy (UFPA), Lucieli Trivizoli (UEM), Luis Carlos Arboleda (Univ. del Valle/Cali - Colombia), Luis Radford (Université Laurentienne - Canadá), Marcelo de Carvalho Borba (UNESP - Rio Claro), Maria Auxiliadora Lisboa Moreno Pires (UCSAL; UEFS), Maria Célia Leme da Silva (UNIFESP), Maria da Conceição Xavier de Almeida (UFRN), Maria Cristina Araujo de Oliveira (UFJF), Pedro Franco de Sá (UEPA), Wagner Rodrigues Valente (UNIFESP).

Editores
Iran Abreu Mendes
Carlos Aldemir Farias da Silva

Projeto gráfico e capa
Stanley de Oliveira Souza

Revista de Matemática, Ensino e Cultura
Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Cultura Matemática e suas Epistemologias na Educação Matemática
Ano 13 | n. 27 | jan. -abr. 2018
ISSN 1980-3141

Endereço para envio de artigos, resenhas, sugestões e críticas: contato@rematec.net.br e revistarematec@gmail.com

---

Índice

Editorial
Iran Abreu Mendes
Carlos Aldemir Farias da Silva

Artigos
Matemática mesopotâmica: história para o professor de matemática, 6
Bernadete Morey
Severino Carlos Gomes

A organização do saber geométrico em Via Regia ad Geometriam (1636) de Petrus Ramus: uma reflexão sobre a definição de ângulo reto e de perpendicular, 24
Ana Carolina Costa Pereira
Fumikazu Saito

Leonhard Euler e sua explicação para o fenômeno do azul do Céu, na carta de 27 de julho de 1760 para a Princesa Alemã, 39
Zaqueu Vieira Oliveira
Karolina Machado Galvão Wellausen

Os escritos de Lazare Carnot sobre Geometria de posição, 51
Francisco Djnnathan da Silva Gonçalves
Iran Abreu Mendes

Um desfile de escola de samba em homenagem a Gödel, 63
Rosemeire de Fátima Batistela

José Anastácio da Cunha (1744-1787): Professor de Matemática, 76
Ângela Maria dos Santos
Gabriel Loureiro de Lima
M Elfrida Ralha

Domingos Affonso Machado (?? – 1938) e a Aritmética ao Alcance de Todos, 94
Waléria de Jesus Barbosa Soares
Silvia Fernanda de Mendonça Figueirôa

Reflexões sobre a História da Matemática em um Programa de Iniciação Científica Júnior, 109
Davidson Paulo Azevedo Oliveira
Marger da Conceição Ventura Viana

Cadernos Escolares: marcas de um tempo de aulas de matemática, 121
Mercedes Carvalho
Edna Cristina do Prado
Girlayne Brown dos Santos Nascimento

Inovações matemáticas no ensino da província do Grão-Pará (1838-1841): inserção da geometria, 131
Everaldo Roberto Monteiro dos Santos
José Jerônimo de Alencar Alves

Editorial

Este número temático 27 da Revista de Matemática, Ensino e Cultura (REMATEC), está composto por dez artigos, cujo tema central trata de *Histórias das Matemáticas em Pesquisas e Práticas Escolares*, cujas abordagens estão configuradas por meio de recortes de pesquisa históricas diretamente relacionadas ao desenvolvimento de conceitos matemáticos ou às histórias de práticas escolares que envolvem formação de professores, manuais escolares, cadernos e legislação, sempre com o propósito de representar as mais variadas formas de pensar e praticar a Matemática como cultura. Novamente, neste número, pretendemos possibilitar que os leitores se utilizem dos artigos para sua formação, informação e para a produção de conhecimento em seus trabalhos, a partir das reflexões advindas de suas leituras.

No primeiro artigo, intitulado *Matemática mesopotâmica: história para o professor de matemática*, seus autores, Bernadete Morey e Severino Carlos Gomes apresentam uma breve narrativa do surgimento da matemática mesopotâmica recorrendo a autores da vertente da historiografia atualizada, com o intuito de tecer reflexões de caráter pedagógico que favoreçam o amadurecimento de propostas para componente curricular História da Matemática em cursos de formação inicial ou continuada de professores de matemática.

No segundo artigo, *A organização do saber geométrico em Via Regia ad Geometriam (1636) de Petrus Ramus: uma reflexão sobre a definição de ângulo reto e de perpendicular*, seus autores, Ana Carolina Costa Pereira e Fumikazu Saito apresentam uma discussão sucinta sobre a elaboração desse tratado de geometria e de sua relação com a reforma curricular da faculdade de artes da Universidade de Paris, seguido de uma descrição do tratado expondo suas partes e sua organização; e por fim, exploram um exemplo relacionado às definições de ângulo reto e de retas perpendiculares, que pode promover uma reflexão sobre a noção de perpendicularidade.

No terceiro artigo, intitulado *Leonhard Euler e sua explicação para o fenômeno do azul do Céu, na carta de 27 de julho de 1760 para a Princesa Alemã*, Zaqueu Vieira Oliveira e Karolina Machado Galvão Wellausen, apresentam algumas das características do trabalho desenvolvido por Euler nas referidas cartas com a finalidade de trazer um estudo dos aspectos pedagógicos de uma carta escrita em 27 de julho de 1760 e que traz uma explicação sobre o fato de enxergamos o céu da cor azul.

O quarto artigo, intitulado *Os escritos de Lazare Carnot sobre Geometria de posição*, de autoria de Francisco Djnnathan da Silva Gonçalves e Iran Abreu Mendes, tem como objetivo expor, sinteticamente, as publicações que mencionam a geometria carnotiana e os encadeamentos dados por esses autores que potencializam a ideia de utilização para o apreender dos conceitos relativos a essa área de conhecimento.

No quinto artigo, intitulado *Um desfile de escola de samba em homenagem a Gödel, a autora Rosemeire de Fátima Batistela apresenta aspectos da vida e da obra de Kurt Gödel (1906 – 1978),* tomando como diretriz para sua descrição e comentários um fictício desfile de escola de samba homenageando o autor, bem como dos bastidores do desfile. Trata-se de um artifício inventado pela autora para expor as principais obras lógico-matemáticas de Gödel e a repercussão delas na Matemática.

O sexto artigo, intitulado *José Anastácio da Cunha (1744-1787): Professor de Matemática*, de autoria de Ângela Maria dos Santos, Gabriel Loureiro de Lima e M Elfrida Ralha, discorre acerca de José Anastácio da Cunha (1744-1787) e sua maneira de conceber e desempenhar o ensino de matemática. O objetivo dos autores é analisar suas atividades relacionadas ao ensino, apoiados primordialmente em documentos originais, considerando o contexto em que

ocorreram os fatos, identificando personagens e instituições de ensino, ligados a José Anastácio da Cunha (JAC), bem como o modo como expunha conceitos e definições matemáticas.

No sétimo artigo, intitulado *Domingos Affonso Machado (?? – 1938) e a Aritmética ao Alcance de Todos*, as autoras Waléria de Jesus Barbosa Soares e Silvia Fernanda de Mendonça Figueirôa, apresentam história de vida e profissional do professor/autor de livros de matemática da cidade de São Luís, Maranhão, identificamos Domingos Affonso Machado, mais conhecido como professor Machadinho, com destaque para o livro "Questões Práticas de Arithmetica", publicado em 1895. As autoras pretendem mostrar até onde as infrmações encontradas permitiram resgatar, além de tecer algumas considerações sobre a sua obra.

No oitavo artigo, denominado R*eflexões sobre a História da Matemática em um Programa de Iniciação Científica Júnior*, seus autores Davidson Paulo Azevedo Oliveira e Marger da Conceição Ventura Viana, apresentam alguns resultados relativos a projetos de pesquisa de iniciação científica júnior nos quais foram pesquisados assuntos referentes a conteúdos da História da Matemática e discutem algumas competências e habilidades que podem ser desenvolvidas por alunos do Ensino Médio em programas dessa natureza na qual as pesquisas em História da Matemática são o foco.

O nono artigo, intitulado *Cadernos Escolares: marcas de um tempo de aulas de matemática*, cujas autoras são Mercedes Carvalho, Edna Cristina do Prado e Girlayne Brown dos Santos Nascimento, analisam dois cadernos de matemática de um aluno da segunda série do 1º Grau, época em que vigorava a Lei de Diretrizes e Bases 5692/71, a fim de observar os saberes matemáticos ensinados, fundamentadas nos estudos de Mignot (2010), Hébrard (2001), Chartier (2007) e Pinto (2010), e sinalizaram para os pressupostos da Matemática Moderna que na época orientava o ensino de matemática nas séries iniciais do 1º Grau.

No décimo artigo, intitulado I*novações matemáticas no ensino da província do Grão-Pará (1838-1841): inserção da geometría*, seus autores Everaldo Roberto Monteiro dos Santos e José Jerônimo de Alencar Alves mostram evidências sobre a presença da Geometria e da Álgebra no currículo do Liceu Paraense em 1841, atestando que essa trajetória curricular da Matemática havia se modificado desde 1838, analisando se e como ocorreram tais mudanças.
Desejamos que este número da REMATEC mais uma vez contribua com os professores e pesquisadores em Educação Matemática e com a comunidade de leitores em geral, trazendo elementos favoráveis à reflexão e à abertura de debates sobre os temas aqui tratados.

Iran Abreu Mendes
Carlos Aldemir Farias da Silva

Matemática mesopotâmica: história para o professor de matemática

Mesopotamic mathematics: history for the mathematics teacher

Bernadete Morey
Universidade Federal do Rio Grande do Norte
Severino Carlos Gomes
Intituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte

RESUMO

Ministrar o componente curricular História da Matemática em cursos de formação de professores tem sido um desafio de diversas ordens. No entanto, um novo olhar para a História da Matemática apoiando-se em publicações mais recentes (a partir da última década do século XX) pode trazer insights de possíveis caminhos a seguir. Nosso estudo se volta para os aspectos historiográficos da História da Matemática na busca de visualizar novos elementos que se mostrem relevantes na formação do professor de matemática. O presente artigo traz uma breve narrativa do surgimento da matemática mesopotâmica recorrendo a autores da vertente da historiografia atualizada. O objetivo do artigo é apresentar resumidamente a história da matemática mesopotâmica conta por historiadores da vertente atualizada com o intuito de tecer reflexões de caráter pedagógico que favoreçam o amadurecimento de propostas para componente curricular História da Matemática em cursos de formação inicial ou continuada de professores de matemática. No final, algumas observações são feitas e sugestões são apontadas.

Palavras chaves: História da Matemática; História da Matemática como componente curricular; Historiografias atualizada e tradicional; Matemática mesopotâmica; Matemática cuneiforme.

ABSTRACT

Teaching History of Mathematics in teacher training courses has been a challenge of several orders. However, a new look at the History of Mathematics based on more recent publications (from the last decade of the twentieth century) may bring insight into possible ways forward. Our study focuses on the historiographic aspects of the History of Mathematics in the search of visualizing new elements that are relevant in the formation of the mathematics teacher. This article presents a brief narrative of the emergence of Mesopotamian mathematics using authors of the updated historiography. The purpose of this article is to present briefly the history of Mesopotamian mathematics by historians of the updated historiography with the intention of weaving reflections of pedagogical character that favor the maturation of proposals for curricular component History of Mathematics in courses of initial or continued formation of mathematics teachers. In the end some comments are made and suggestions are pointed out.

Keywords: History of Mathematics; History of Mathematics as a curricular component; Historiographies updated and traditional; Mesopotamian mathematics; Cuneiform mathematics.

1. Introdução

O presente artigo se propõe a trazer reflexões e propostas que contribuam para com as respostas das indagações relacionadas a História da Matemática enquanto componente curricular nos cursos de formação inicial ou continuada do professor de matemática. Buscamos nos autores de uma historiografia atualizada as narrativas históricas que nos forneça os elementos que contribuam para uma proposta diferenciada de componente curricular, que responda as necessidades de formação do professor de matemática.

Entre os docentes que ministram História da Matemática em cursos de formação de professores são frequentes as indagações mútuas sobre qual conteúdo priorizar, que texto adotar como básico, sobre priorizar ou não o conteúdo propriamente dito, e mais uma infinidade de outras perguntas. Não parece haver respostas prontas, cabendo ao docente, juntamente com seus pares, dar encaminhamento que leve a possíveis respostas.

O presente artigo, parte de uma pesquisa maior em andamento, vai na direção dessa busca por caminhos. Nossa meta é traçar recomendações de propostas metodológicas para o

componente curricular em questão. Nossa hipótese é que narrativas históricas atreladas a uma historiografia atualizada, ou seja, que mostre o viver, o existir e o lutar da sociedade deixando que o leitor compreenda como se estrutura a sociedade, como produzem os meios de sua própria subsistência, das pessoas comuns que produzem os meios de subsistência, como criam seus filhos, como recebem o que lhe é devido, como vivem e como morrem, como o saber é gerado, quem se apossa e usufrui deste novo saber etc. É acompanhando a narrativa histórica deste tipo que esperamos poder visualizar as relações entre a sociedade e o saber emergente e, em particular, o saber matemático. O que nos move em última instância é possibilitar ao professor de matemática um novo olhar para a disciplina que ele leciona, que ele a veja sob uma nova luz, como um produto da atividade humana.

O artigo está estruturado em quatro sessões sendo a presente introdução a primeira delas. A segunda sessão discorre sobre as dificuldades relacionadas à proposta de um componente curricular para ensinar matemática e as bases em que estamos procurando resolver tais dificuldades. A terceira sessão do artigo constitui-se num relato que procura contar o desenvolvimento da sociedade mesopotâmica entrelaçada com sua matemática. Tal sessão, por sua vez, está divididas em partes correspondentes à periodização adotada pelos historiadores e abrange a história da região desde os primeiros assentamentos humanos até o final do séc. III a. E. C. A quarta sessão reservamos para reflexões, sugestões e recomendações de cunho pedagógico.

2. Qual história da matemática?

O presente trabalho é parte de uma investigação mais ampla em andamento cujo objeto é o c omponente curricular História da Matemática (HM) que aparece nos cursos de formação de professores de matemática. Já há alguns anos os cursos de licenciatura em matemática no Brasil vêm inserindo a HM entre seus componentes curriculares. Ao docente que numa dada instituição é responsável por ministrar a HM, vê-se então com muito mais indagações do que respostas: a respeito da adequação do componente ao currículo do curso; a respeito de quais conteúdos históricos dar prioridade, uma vez que o tempo dedicado ao componente curricular é curto; a respeito de quais aspectos da HM seriam mais relevantes à formação do professor de matemática, e muitas outras indagações.

Mesmo reconhecendo a pertinência de todos os questionamentos apontados acima, o presente artigo vai se deter apenas em um deles, aquele que procura discutir qual narrativa, qual a natureza do relato da HM seria relevante para o professor de matemática, esteja ele em formação inicial ou continuada.

Para examinar esta questão partiremos das reflexões de Roque (2012) ao dizer das questões que aparecem frequenteente na experiência dos que ensinam matemática, bem como nas discussões sobre as dificuldades no ensino e na aprendizagem desta disciplina, é a de como seria possível torná-la mais concreta. Reconhecendo o quão paradoxal é esta questão, a de tornar a Matemática mais "concreta" sem abdicar da capacidade de abstração, não nos deteremos para investigar a natureza desta aparente contradição, mas tomaremos um rumo distinto que nos parece atender, de certo modo, as solicitações daquele que quer aprender matemática.

Talvez, como supõe Roque (2012) os alunos demandem compreender seus conceitos em relação com algo que lhes dê sentido e a Matemática pode ser ensinada de uma maneira mais "concreta", caso seus conceitos forem tratados a partir de um contexto.

Tal contextualização vai ser buscada na presente proposta não a partir de problemas de nosso quotidiano, mas a partir de elementos da própria narrativa histórica.

Para isto precisamos oferecer uma narrativa que contenha elementos que permitam ao licenciando e futuro professor de matemática perceber a rede de significados em que as práti-

cas matemáticas foram se estabelecendo e os conceitos sendo formados. Em outras palavras, a narrativa histórica que nos parece apropriada é aquela que nos permite investigar o contexto em práticas matemáticas ou como os conceitos matemáticos despontaram. Investigar o contexto não significa, porém, traçar um panorama histórico de caráter geral que funcionaria como um pano de fundo, mas, sim proceder a ações que terminem por *explicitar as relações intrínsecas entre as práticas matemáticas e seu contexto* (ROQUE, 2012, p. vii).

Os debates que se deram ainda no início da primeira década do século XXI que envolveram professores e pesquisadores da história da matemática e educação matemática, continuam até hoje com níveis de vivacidade, direcionamento e abordagem distintos, dependendo de qual comunidade de pesquisadores e suas escolhas feitas. Do Brasil talvez se possa dizer que o debate se tornou mais silencioso, o que não quer dizer que a investigação neste sentido tenha cessado. Entre os pesquisadores brasileiros mais recentes, podemos apontar Saito (2015) e Roque (2012a), cujas publicações em história da matemática

Fauvel e van Maanen (2001) organizaram a publicação do livro *History in Mathematics Education - The ICMI Study*, que veio a ser um marco nos estudos dedicados às diferentes questões ligadas à integração da história da matemática ao ensino e à aprendizagem de matemática. De modo geral, os estudos posteriores priorizaram aspectos que provessem e justificassem os usos da história da matemática como recurso didático ou pedagógico carecendo um uma reflexão maior sobre os aspectos historiográficos. Consideramos muito pertinente as observações em de Saito (2018, p. 606) ao dizer que

> considerar, ou pelo menos discutir e refletir sobre a historiografia de referência, que orienta as narrativas históricas que serão utilizadas na elaboração de atividades, pode-se revelar bastante interessante, uma vez que a escolha historiográfica determina uma série de ações na própria articulação entre história e ensino.

Na verdade, não foi senão recentemente que voltamos nossa atenção para as reflexões de natureza historiográfica, ou seja, estamos dizendo que nossos estudos anteriores não incluíam um estudo "crítico" da escrita da história. Munidos de um novo olhar, nossa busca agora é para apresentar aos alunos dos cursos de formação inicial ou continuada em matemática, um texto de história da matemática que lhes permita vislumbrar o contexto e distinguir as práticas matemáticas tendo que dali afloram.

Há na literatura atual dois termos que caracterizam vertentes historiográficas que aparecem, por exemplo em Saito e Roque: historiografia tradicional e historiografia atualizada. A vertente atualizada é aquela *cuja abordagem valoriza os contextos de elaboração, transformação, transmissão e disseminação do conhecimento matemático em diferentes épocas e cultura,* enquanto que a perspectiva historiográfica tradicional *enfatiza apenas a coerência interna do discurso matemático, tendo como ponto de partida o que nós entendemos por matemática nos dias de hoje*. (SAITO, 2018, p. 608). Um grande problema que se apresenta é grande parte do material disponível para os professores traz a marca da historiografia tradicional. Saito (2018) caracteriza a situação dizendo que

> Do ponto de vista historiográfico, essas narrativas são essencialmente lineares e progressistas no sentido positivista do termo. Elas são caracteristicamente panorâmicas e abrangem grandes períodos históricos, geralmente da antiguidade clássica até o século XX. Além disso, ao enfatizar apenas as descobertas e enaltecer os gênios e os precursores da matemática moderna, tais narrativas referem-se apenas a história daquilo que deu certo, legitimando a ideia de que só havia um único caminho para a matemática moderna (SAITO, 2018, p. 608).

Para os nossos propósitos, uma historiografia da vertente atualizada é a mais indicada, pois, muito mais do que a coerência interna das ideias matemáticas, queremos perceber, analisar e refletir sobre as condições em que tais ideias foram surgindo. Além do mais, perseguir tais propósitos nas condições de uma sociedade moderna e complexa se torna mais difícil. Nossa proposta então para um primeiro trabalho de tal natureza é dirigir nossa atenção para uma sociedade antiga esperando que os elementos que queremos submeter a escrutínio possam ser destacados mais facilmente. Nossa escolha recai então sobre a sociedade mesopotâmica e sua matemática, pois, ali tem-se uma profusão de testemunhos físicos que serviram de apoio para que historiadores e antropólogos enunciassem suas teorias e hipóteses não apenas sobre a matemática, mas também sobre o funcionamento da sociedade. Para citar alguns apenas podemos falar de Denise Shamandt-Besserat, Jens Høyrup e Igor Dyakonnoff, mas, é principalmente, nos trabalhos de Høyrup que se apoia o presente artigo.

3 Narrativa histórica

3.1 O povoamento da Mesopotâmia

Na presente sessão recuaremos no tempo milhares de anos. Isto nos parece necessário para situar o leitor num contexto mais amplo e ao mesmo tempo ter a oportunidade falar sobre um dos antecedentes das práticas aritméticas, que se deu com a contagem concreta e o uso de tokens.

Em Damerow (1996), faz menção a pelo menos duas grandes mudanças na organização social humana: a chamada Revolução Neolítica por volta de 8000 a.C. e a Revolução Urbana começando por volta de 4000 a.C. A primeira delas, marcada pela transição do sistema de sobrevivência humana por meio coleta de alimentos para a vida em assentamentos estáveis, trouxe uma mudança radical no modo de subsistência dos seres humanos; a região era rica em grãos, tâmaras, aves, peixes, betume e barro e foi um avanço no controle do homem sobre seu meio ambiente.

> This revolution probably resulted in a dramatic population increase, and it was accompanied by several innovations which must have had a cognitive impact: techniques for building dwellings, the cultivation of land, animal domestication, the invention of tools like the hoe and later the plow, the development of food preparation techniques such as baking and brewing, the development of weaving techniques, as well as the use of clay and the production of pottery, developing into a striking variety of regionalized and successive styles of painted pottery. There are, furthermore, indications of early forms of trade, in particular the dispersion of luxury objects like shells into areas far away from their places of origins and the distribution of tools such as stone axes manufactured at the source of the stone. At the end of the Neolithic Period, flint and other stone tools were gradually replaced by copper and, eventually, bronze implements (DAMEROW, 1996, p. 16).

De fato, om a passagem para o neolítico os povos da região abandonaram a vida nômade e se fixaram num lugar que pudessem cultivar a terra e domesticar animais, o que acabou por levar à invenção de instrumentos agrícolas, ao desenvolvimento do preparo de alimentos, à fabricação de utensílios de barro, construção de moradias e desenvolvimento de formas iniciais de comércio, o escambo. Foi somente no final do período neolítico que instrumentos de pedra foram gradualmente sendo substituídos por instrumentos de cobre ou bronze.

A segunda revolução teve um caráter distinto da primeira, pois, aqui as mudanças não foram nos meios de subsistências, mas sim na esfera das relações sociais entre os indivíduos:

> The second change, the so-called Urban Revolution, is indicated by the emergence of large, i.e. the early cities, the differentiation of the population into specialized occupational groups, the stratification of the society into social classes with different access to resources, and the emergence of monumental architecture. This process of urbanization was a long-term consequence of the achievements of farming. Intensive agriculture produced a surplus which made possible the proliferation of administrators and specialists, freed from primary subsistence activities. Urbanization emerged in the Near East in the 4th millennium B.C. and approximately at the same time in Egypt, in the Indus valley in the 3rd millennium B.C., in China probably in the 2nd millennium B.C. and in the New World in the first millennium B.C. From these centers urbanization spread into the surrounding regions, in particular into Europe and across Asia (DAMEROW, 1996, p. 17).

A Revolução Urbana, aconteceu graças ao desenvolvimento da agricultura que, com o decorrer do tempo, foi gerando uma sobra que permitiu o surgimento grupos ocupacionais diferenciados. Permitiu também a estratificação da sociedade com graus diferenciados de acesso aos recursos e o aparecimento de administradores e especialistas livres das atividades de subsistência. A Revolução Urbana foi portadora de uma complexidade muito maior de padrões de organização social que não mais se assemelham a estruturas sociais conhecidas das culturas pré-literatas existentes. Como o nome indica, é nesse período que surgem as grandes cidades.

De grande importância foi a existência de um sistema de contabilidade antiga com base em pequenas figuras de argila queimada (tokens), , um tipo especial de símbolos de argila com formas geométricas simples (esfera, cone, tetraedro, cilindro, etc.), que aparentemente eram usados, entre outras coisas, como contadores para registrar dados quantitativos.com formato de pequenas e grandes esferas, cones, cilindros, discos, etc. A partir do oitavo milênio, o uso de tokens tinha se expandido e eram encontrados nas regiões correspondentes à Anatólia, à Síria, ao Irã e ao Iraque. Os tokens eram usados para representar medidas-padrão de grãos, óleo e outros bens, e cabeças de gado; eles eram usados dentro de um sistema de distribuição de alimentos, religiosamente legitimado e baseados em controle em nível de aldeia.

Inicialmente os tokens eram simples (Figura 1), mas com o tempo, foram se tornando mais complexos para poder atender as demandas de uma sociedade que ia se tornando também mais complexa.

Figura 1: Tokens de Tepe Gawra, Iraque moderno, 4000 a.C. O cone, a esfera e o disco: medidas de cereal; tetraedro: medida de trabalho diário.

Fonte: SCHMANDT-BESSERAT, http://sites.utexas.edu/dsb/files/2014/03/tokens_article.pdf

A responsabilidade pela gestão da redistribuição e do controle era uma tarefa de muito prestígio e era levada a acabo pelos sacerdotes do templo; os escribas, como classe profissional distinta, ainda não existiam. Remanescentes de edifícios representativos nos centros das cidades atestam a existência de

templos e palácios que eram os centros administrativos de uma **economia redistributiva de escambo**. Um sofisticado aparato de oficiais organizava a mobilização de mão-de-obra e supervisionava a distribuição dos produtos de trabalho coletados nos armazéns centrais. Na verdade, quando as cidades começaram a surgir elas se organizavam em torno dos grandes templos. O pessoal do templo tinha dupla função: a de sacerdote e a de administrador dos bens que enviados ao templo na forma de tributos. Uma parte destes tributos ficava com o templo, uma parte para as famílias dos funcionários do templo e uma parte era redistribuída de volta. Tal sociedade é conhecida como redistributiva.

Além disso, havia os recipientes padronizados, selos que eram prensados em superfícies de argila e posteriormente selos cilíndricos para serem rolados sobre a superfície tabletes de argila antes de serem secos ao sol ou queimados no forno, recipientes abastecidos com rolhas seladas, sinais com significados numéricos. (Figura 2)

Figura 2. Selo cilíndrico, recipiente selado para tokens, tablete numérico.

Fonte: Damerow, 1999

Para refletir e resumir o dito até agora, elaboramos a Tabela 1 que traz o inicio do povoamento da região mesopotâmica e os eventos que caracterizaram cada etapa. Observe-se que tanto a Revolução Neolítica como a Revolução Urbana aparecem no período pré-literato, ou seja, anterior à invenção da escrita. Já o estabelecimento das cidades se dá no período proto-literato, ou seja, período em que a escrita surge e se estabelece. O período proto-literato termina em torno do inicio do terceiro milênio, com o declínio de Uruk.

Tabela 1. Primórdios do povoamento na Mesopotâmia

Período Pré-Literato		Período Proto-Literato	
Revolução Neolítica Em torno do 8o. milênio a. E. C. Grupos humanos se fixam na região entre rios.	8o. até 4o. milênio a. E. C. Desenvolve-se a agricultura; Aumenta a população; Invenções tecnológicas impulsionam a geração de uma sobra; A sociedade se estratifica; Bens são trocados em escambo; Tokens surgem e Tokens são amplamente usados para controle de bens e produtos; seu uso se estende à Anatólia, à Síria, ao Irã e ao Iraque;	Revolução Urbana Em torno do 4o. milênio a. E. C. Formam-se grandes cidades com o templo no centro	A partir do 4o. milênio a. E. C. As cidades se estabelecem; Uruk emerge como cidade principal; A forma de governo é a democracia militar; Economia distributiva: o templo recebe os tributos, administra e redistribuem bens; Não existem escribas; São usados tokens, selos, tabletes contábeis;

			Desenvolve-se a escrita; A sociedade se diversifica em camadas administrativas e se estrutura num estado burocrático; Várias sequências numéricas para contagem e várias sequencias numéricas para unidades de medidas; A matemática emerge como coordenação das práticas contar, gerenciar, medir.

Fonte: Elaboração dos autores

Mais adiante trataremos do período proto-literato mais detalhadamente, pois, neste período as práticas matemáticas evoluíram do uso de tokens físicos até chegar a uma matemática facilmente reconhecível. Além disso na região surgiu e se desenvolveu a escrita e se formou uma das primeiras estruturas de estado. Para dar conta do estudo destes e de muitos outros aspectos da história da região, os historiadores e arqueólogos a dividem cronologicamente em períodos cuja divisão e nomenclatura adotaremos no presente artigo nas tabelas por nós elaboradas.

Jens Høyrup (1991), historiador dinamarquês das ciências e da matemática defende a interessante tese relativa à matemática mesopotâmica: segundo, a matemática surgiu na região intrinsecamente ligada às necessidades burocráticas para administrar o estado nascente, o primeiro estado, com base na cidade de Uruk, o que levou à matemática mesopotâmica ter características próprias, distintas, por exemplo, da matemática grega.

3.2 Antecedentes e surgimento da escrita

Em torno da metade do quarto milênio, houve um aumento brusco de população na região que hoje é o sul do Iraque moderno, ali perto das desembocaduras dos rios Tigre e Eufrates. Na verdade, o que tornou isto possível foram condições ecológicas que permitiram a irrigação artificial em larga escala, que por sua vez foi consequência do surgimento de uma estrutura social caracterizada por vários níveis de controle administrativo e ampla divisão do trabalho, ou seja, um estado. Pelo que sabemos, este estado, centrado em torno dos grandes templos, foi o mais antigo da história da humanidade.

A região era rica em grãos, tâmaras, aves, peixes, betume e barro; no entanto de grande importância foi a existência de um sistema de contabilidade antiga com base em pequenas figuras de argila queimada (tokens), com formato de pequenas e grandes esferas, cones, cilindros, discos, etc. A partir do oitavo milênio, o uso de tokens tinha se expandido e eram encontrados nas regiões correspondentes à Anatólia, à Síria, ao Irã e ao Iraque. Os tokens eram usados para representar medidas-padrão de grãos, óleo e outros bens, e cabeças de gado; eles eram usados dentro de um sistema de distribuição de alimentos, religiosamente legitimado e baseados em controle em nível de aldeia. A responsabilidade pela gestão da redistribuição e do controle era uma tarefa de muito prestígio e era levada a acabo pelos sacerdotes do templo; os escribas, como classe profissional distinta, ainda não existiam.

O processo que levou à invenção da escrita na mesopotâmia pode ser encontrado em SCHMANDT-BESSERAT (2009, 2012) e teve inicio com o uso de tokens para controle de bens. De maneira breve, as largas etapas foram:

a) Tokens são usados para registro de bens entregues como tributos;
b) Depois de 3500 os tokens eram colocados em invólucros ocos e lacrados. O conteúdo do invólucro era estampado na superfície do mesmo;
c) O passo seguinte foi usar um "invólucro plano", isto é, um tablete e estampar os tokens na superfície do mesmo. O processo de invenção termina aqui. Daqui por diante, é aperfeiçoamento.

O período proto-literato, durante o qual a escrita surgiu, vai até o início do terceiro milênio, em torno de 2900 a. E. C., coincidindo com o declínio de Uruk. Os tabletes deste período já trazem representação das unidades de medida. A principal sequência metrológica era a que era usada para grãos (cevada), e, na notação de Joran Friberg fica com a seguinte aparência:

Figura 2. Sequência metrológica para medidas de grãos

Fonte: Høyrup, 2007.

Como podemos ver na Figura 2, da direita para a esquerda, o primeiro símbolo (um cone pequeno, marcado no tablete de barro com um objeto cilindro na posição inclinada) vale uma unidade de medida de grão; a figura seguinte, um disco (marcado verticalmente no tablete com um objeto cilíndrico), vale seis vezes mais; o símbolo seguinte, a esfera grande vale dez vezes a anterior; o cone grande vale o triplo da esfera grande e o cone com uma esfera pequena vale dez vezes o cone grande. Toda a sequência se baseia em proporções numéricas fixas e agrupamento. Podemos dizer que esta era uma sequência metrológica específica para medidas de grãos com os números 1, 6, 60, 180, 1800.

A Figura 3 é um tablete oriundo de Susa (Elam) que contabiliza distribuição de cevada entre trabalhadores e aqui serve para ilustrar duas sequencias numéricas distintas, uma para contagem e outra para medidas de capacidade. Nosso foco neste artigo é a matemática de Uruk. No entanto, nosso exemplo continua válido, uma vez que Friberg (1984, p.118) afirma que as sequencias numéricas e os símbolos em Susa e Uruk eram os mesmos.

No período do qual estamos falando, o proto-literato, havia em uso várias sequências de metrológicas e de contagem, cada uma com seu propósito. Enquanto os mesmos sinais eram frequentemente usados para designar unidades de diferentes sistemas metrológicos, as relações numéricas entre as unidades variavam consideravelmente de um sistema metrológico para o outro. Além disso, o significado dos signos, isto é, as convenções pelas quais certas unidades eram representadas por certos signos, era determinado em um sistema sem levar em conta como o significado era determinado em outros sistemas.

Figura 3. Esboço de um tablete que contabiliza distribuição de ração de cevada entre os trabalhadores

Fonte: Friberg, 1984, p.118.

A título de ilustração, a Figura 3 mostra um texto proto-elamita oriundo de Susa sobre a ração distribuída a trabalhadores em cevada. Começando pelo canto superior direito vemos um triângulo com franjas que talvez indique autoridade que atesta o documento. A seguir, vem um arado, signo provável para trabalhador do campo. Seguem então signos numéricos (para contagem) que indicam: 1×60+3×10+3, ou seja, 93 trabalhadores. Observe que o sinal para 3 está na linha de baixo. Depois vem o desenho de um feixe de grãos (cevada?), seguido de símbolos numéricos que indicam medidas de capacidade: 6×6C+1C+1m, onde C seria uma unidade básica de capacidade para grãos (cesto?), enquanto que 1m é uma medida menor de grãos equivalente a 1/5 do cesto. Em conclusão, o texto diz que 93 trabalhadores receberam duas medidas menores de cevada cada um. (Friberg, 1984, p.118). Voltaremos a este exemplo na sessão de reflexões pedagógicas.

3.3 Períodos intermediários entre Uruk e Ur III

No inicio do terceiro milênio, Uruk ainda é a cidade hegemônica, a escrita já se estabeleceu (ainda não é cuneiforme), a matemática emergiu e tem-se a presença de várias sequências numéricas para contar e para medir. No entanto, estão para acontecer mudanças no campo social e político.

Høyrup, (s/d, p. 12) diz que após o período proto-literato surgem várias cidades-estados na região que competem pelos mesmos recursos hídricos. No período que vem a seguir, o período Dinástico Arcaico, que começa em torno de 2900 a. E.C. não existe mais a relativa estabilidade do período proto-literato. O estado de guerra era permanente e o rei é um líder militar. No entanto, ele não é mais um servidor da sociedade, mas sim, o seu senhor; a sociedade, por outro lado, nada mais é que um instrumento para sua grandeza. Além disso, os templos perdem sua autonomia e aos poucos vão passando para o controle dos reis das cidades que deles dispõem como se fosse sua propriedade. Pouco a pouco a sociedade perde seu caráter distributivo e o que era tributo passa a ser taxação. Os escribas aparecem como uma classe profissional distinta. O cobre e a prata começaram a ser usadas como moeda, o que traz uma nova demanda: o aperfeiçoamento das medidas de peso. A metrologia muda para facilitar os procedimentos burocráticos e são realizadas reformas centralizadas na escrita e nos procedimentos burocráticos.

No período em torno de 2350 - 2200 a. E. C., a região da Suméria (e logo mais, toda a Mesopotâmia) foi unida pelos acádios em um único estado territorial, sendo Sargão de Acádia o seu mais conhecido rei. As criações literárias que os escribas tinham começado a criar como um meio de demonstrar sua identidade profissional, foi logo tomado pelos governantes sargônicos como propaganda. Enquanto a administração matemática certamente expandiu, o uso de

problemas supra-utilitários no ensino de matemática foi continuado; não há razão para presumir que eles cumpriram ou puderam cumprir qualquer papel fora da escola.

A tendência a ajustar a metrologia que já tinha aparecido no período anterior, aqui foi acelerada, pois, havia a preocupação pela regularidade matemática e também pela conveniência administrativa. A primeira preocupação (regularidade matemática) é especialmente visível no sistema de pesos, aparentemente um desenvolvimento recente da fase de emergência, onde o fator de multiplicação 60 recebeu uma posição de destaque. Mas outras metrologias também foram estendidas para cima e para baixo com esse fator.

Em suma, a relação entre o estado e sua matemática parece ter se desenvolvido durante o período dinástico arcaico e o período sargônico (acadiano) ao longo de linhas conhecidas de outros estados, providas de uma administração contábil ou matematicamente organizada: a matemática era ensinada de uma maneira que era necessária aos futuros funcionários, mas também foi permitida uma certa autonomia na escola. Certamente não foi ensinado por "matemáticos" - mas mesmo quando os professores devem ensinar para a prática, o ensino normalmente será afetado pelo fato de que a prática com a qual os professores estão realmente familiarizados é a prática do ensino. Assim também aqui, de acordo com as poucas evidências à nossa disposição. As inovações metrológicas eram guiadas por duas forças motrizes: uma era a sexagesimalização impulsionada pela busca pela coerência matemática interna; e a outra eram as necessidades ligadas à administração procedimentos do estado.

Høyrup (s/d, p.13) nos conta que por volta de 2200 a. E. C., o estado territorial acadiano perdeu a maior parte de seus territórios e estados menores foram restabelecidos. No entanto, apenas a figura de Gudea de Lagash deixou fontes que poderiam ser consideradas relevantes para o nosso tópico: inscrições com um relato meticuloso sobre o que ele tinha dado ao templo, e sobre como ele traçou o plano geométrico para os edifícios sagrados.

Terminamos a presente sessão com a Tabela 2 que ajuda a visualizar os períodos citados em ordem cronológica além de fixar seus principais eventos.

Tabela 2. Períodos intermediários entre Uruk (Proto-literato) e Ur III

Período Dinástico Arcaico	Período Acadiano	Guto
2900 – 2350	2350 -2200	2200 - 2100
Novas cidades-estados que competem pelos mesmos recursos; Os templos passam para o controle dos reis; Surgem os escribas como classe profissional; Matemática e escrita não têm avanços sensíveis; Cobre e a prata como moeda; Medidas de peso mais precisas.	Suméria conquistada pelos acádios; Toda a região reunida num estado despótico centralizado; Mais controle social e desenvolvimento da contabilidade tradicional; Duas forças no desenvolvimento da matemática escolar e burocrática: 1) sexagesimalização; 2) regularização para atender às exigências burocráticas.	Interlúdio pós-Sargônico descentralizado; Gudea de Lagash, o regente mais importante.

Fonte: Elaboração dos autores

3.4 Ur III ou Terceira Dinastia de Ur

Durante a primeira metade do terceiro milênio, um sistema policêntrico de cidades-estados governado por reis-líderes militares evoluiu no sul do Iraque e durante alguns séculos quase não se tem documentos escritos. Depois de 2400, seguiu-se uma fase de centralização, e por volta de 2350, Sargão, um chefe acadiano, subjugou todo o centro e o sul do Iraque. Seus sucessores a princípio estenderam o império até Susiana, Síria e Anatólia, mas por volta de

2200 ele entrou em colapso. Depois de um século, uma nova fase de centralização seguiu a Terceira Dinastia de Ur ou Ur III (2112-2004), que sujeitou o sul e o centro da Mesopotâmia a uma administração direta.

Ur III, justamente por ter sido um estado extremamente burocrático, é bem documentado. Segundo Høyrup (1991), o rei fundador da dinastia, Ur-nammu, subjugou todo o sul do Iraque e empreendeu grandes programas de construção. Como relativamente poucos documentos escritos são conhecidos a partir de seu tempo, não temos conhecimento detalhado de suas políticas, nem dos primeiros vinte anos de seu sucessor Shulgi. Depois de vinte anos de governo, Shulgi instituiu uma reforma militar e administrativa e, a partir de então, enormes quantidades de tabuletas administrativas permaneceram para a posteridade. Elas mostram uma economia centralizada submetida a um controle meticuloso.

Todos esses desenvolvimentos políticos influenciaram a matemática. No nível mais geral, duas tendências são conspícuas: em primeiro lugar, extensa "sexagesimalização", isto é, criação de unidades metrológicas e numéricas superiores e inferiores através da multiplicação e divisão por 60; em segundo lugar, a adaptação de metrologias a procedimentos administrativos (anulando quando necessário o princípio da sexagesimalização). Ambas as tendências reforçavam aquelas que estavam presentes no quarto milênio.

Podemos presumir que os tipos de matemática que conhecemos da era sargônica não desapareceram com o império sargônico, embora tenhamos poucas evidências das cidades-estados do século seguinte. Em Ur III, no entanto, podemos apontar mudanças nesta área. As mudanças estão atreladas a uma reforma militar em 2074, seguida imediatamente por uma reforma administrativa. No que talvez tenha sido introduzido como um estado de emergência, mas que se tornou permanente, a grande maioria dos trabalhadores do centro do império estava organizada em tropas sob escribas, que eram responsáveis pelo trabalho de sua unidade calculado de acordo com normas fixas.

As normas indicavam, por exemplo, quanto de barro tem de ser escavado diariamente, quanto de pano tem de ser tecido, e outras normas quantificadoras do trabalho diário. Tudo isto era convertido em unidades de contabilidade abstratas (1/60 de um dia de trabalho, ou unidades de peso de prata ou volumes de grão).

Para cada mês o trabalho exigido era equivalente a 30 dias (mesmo que a duração real fosse de 29 dias); o escriba supervisor tinha de pressionar seus trabalhadores para que tal resultado fosse obtido.

Os trabalhadores emprestados aos colegas e aqueles que estavam doentes ou mortos ou que haviam fugido eram inscritos na conta do escriba como crédito, aqueles tomados emprestados, como débito. O déficit do escriba era acumulado de ano para ano (o excedente é extremamente raro) e, ao morrer, a família era responsabilizada; se não pudessem pagar, a viúva e as crianças poderiam ser colocadas nas tropas de trabalho.

A tendência à sexagesimalização de que se falou acima acabou por propiciar uma grande realização de Ur III que foi a criação de uma matemática de ponto flutuante ou o "valor de lugar".

> First of all a new number notation was created as a final outcome the process of sexagesimalization: **the sexagesimal *place value system***, which permitted indefinite continuation of numbers into the regions of large and small. The idea had been in the air for several centuries, as demonstrated firstly by the generalized use of the *gin* in the sense of 1/60 , and next also by the particular idiom of a late Sargonic school exercise discussed by Powell [1976:427], where a "*small gin*" is introduced for 1/60 of 1/60 . But precisely the use of *names* for the fractional powers shows that the system was not positional, and was not extendable *ad libitum*. We can thus be fairly sure that the introduction of place value does not antedate Ur III (HØYRUP, 1991, p. 48).

Na avaliação de Høyrup, o passo mais difícil não foi chegar à ideia em si, uma vez que ela já vinha mais ou menos presente deste há séculos; o difícil era a decisão e a coragem para fazê-lo:

Segundo Høyrup (2007) foram produzidas em Ur III as seguintes tabelas:

- De recíprocos (por meio das quais, se podia proceder a divisão por n fazendo a multiplicação por 1/n);
- De produtos de números importantes (não menos importante, os que figuram no quadro dos recíprocos) com os números 1, 2, 3, ..., 19, 20, 30, 40, 50;
- Tábuas metrológicas que expressavam as várias unidades metrológicas em termos de uma unidade básica. Por exemplo, um kush como 5 (isto é, 0; 5 nindan), e um dígito como 10 (i. e., 0; 0,10 nindan);
- Tabelas de "fatores fixos" listavam constantes técnicas, por exemplo, quanta barro ou terra um trabalhador deveria escavar em um dia.

A narrativa histórica hoje aceita caracteriza Ur III como um estado altamente burocrático e centralizador. As condições de trabalho duras ao extremo conduziam à doença, fugas e mortes por parte dos trabalhadores. Além disso, o alto custo burocrático levou o estado à falência dando oportunidade de invasão para outros povos.

Nossa breve narrativa da Mesopotâmia e de sua matemática termina aqui por enquanto. Fizemos uma recapitulação a passos largos desde as primeiras ideias matemáticas no período neolítico (pré-literato) até Ur III quando os conceitos matemáticos como numeração posicional já estão amadurecidos. Mas a matemática mesopotâmica não termina aqui. Depois da curta duração de Ur III (apenas um século) vem o período que os historiadores denominam Antiga Babilônia. A matemática ali se desenvolve e toma novas características, uma delas sendo os problemas cuja possibilidade de resolução algébrica levou a que se falasse (erroneamente, segundo Høyrup) de uma "álgebra babilônica". No entanto, o fato é que a matemática da Antiga Babilônica goza de status especial e merece um estudo em separado. Mesmo assim, para fins de clareza na cronologia e no panorama geral, a Tabela 3 retrata o período Ur III e Antiga Babilônia.

Tabela 3. Períodos Ur III e Antiga Babilônia

Período Ur III	Período Antiga Babilônia
2100 a. E. C. até 2000 a. E. C.	2000 a. E. C. até 1600 a. E. C.
2074 – ano da reforma militar e administrativa de Shulgi; Criação de um estado despótico centralizador; Shulgi sobre o treinamento do escriba: adição, subtração, cálculo, contabilidade, escrita, medição de terras, desenho de plantas, agricultura; O alto custo do controle burocrático, das construções e da rede administrativa acarreta doenças, fugas e morte entre os trabalhadores; O estado faliu e foi invadido por bárbaros; Desenvolvem-se instrumentos matemáticos conceituais e técnicos para cálculos inerentes à reforma; Uma nova notação numérica: o sistema sexagesimal posicional continuado indefinidamente. Grande quantidade de tabelas facilitam o trabalho; Uma ideia de justiça que se reduz a uma metrologia unificada; Escribas: alto nível de competência matemática, mas, sem autonomia professional.	Ur III se desintegrou em estados menores; A Babilônia-cidade, entre Sippar e Eshnunna, era centro de outro estado. Hamurabi: rei da Babilônia em 1792. Astuto diplomata e guerreiro, tornou-se senhor de toda a Mesopotâmia centro e sul com o centro do poder em Babilônia. Babilônia não politicamente estável; Babilônia foi invadida pelos hititas em 1595; A tomada de pode pelos cassitas marca o fim da Antiga Babilônia. A matemática deste período é relevante de merece ser estudada separadamente.

Fonte: Elaboração dos autores

4. Algumas reflexões, observações e recomendações

A presente sessão é dedicada a reflexões, observações e recomendações de cunho pedagógico. Para fazer isto temos de retomar algumas posições teóricas que estão de uma forma ou de outra na base de nosso trabalho. Dissemos na segunda sessão deste artigo que nossa prioridade é criar oportunidades de perceber, analisar e refletir sobre as condições em que as ideias surgiram e se desenvolveram. Além disso, necessitamos então destacar na narrativa histórica aqueles elementos que possam fazer com que o licenciando e futuro professor de matemática perceba a rede de significados em que as práticas matemáticas foram se estabelecendo e os conceitos sendo formados. Para isto vamos então retomar desde o início a narrativa histórica e fazer alguns destaques.

Uso de tokens e escrita

Em primeiro lugar, deixemos claro que merece nossa atenção não apenas tópicos matemáticos, mas também tópicos de categorias extra matemáticas podem se configurar como relevantes. Assim, uma primeira questão seria a investigação, com base na literatura disponível e por meio de atividades coletivas (pesquisa bibliográfica, debates, encenação, etc.) a análise e compreensão do processo que levou o uso de tokens à invenção da escrita.

O tópico é tão instigante quanto relevante e existe literatura referente ao tema. Podemos citar, por exemplo, a página de Denise Schmandt-Besserat da Universidade do Texas que disponibiliza vários textos sobre tokens. Os textos são variados tanto no nível de complexidade, quanto no que tange ao aspecto dos tokens abordado: historiográfico, social e econômico, comunicativo, e etc. Exemplificando:

• *Em Making tokens talk* (SCHMANDT-BESSERAT, 2017), a autora examina o token como artefato de comunicação, buscando, entre outras coisas, despertar nos jovens aprendizes a curiosidade e o gosto pela investigação arqueológica.

• No curto texto de duas páginas *Tokens: their Significance for the Origin of Counting and Writing*, a autora se concentra no processo que o uso dos tokens levou à invenção da escrita.

• O texto *The Evolution of Writing* fala de como a escrita foi inventada independentemente no Oriente Próximo, na China e na Mesoamérica, fala sobre ser a escrita cuneiforme a mais antiga e sobre ser possível rastrear a escrita cuneiforme até sua mais antiga origem.

• O texto *Tokens and Writing: the Cognitive Development* (SCHMANDT-BESSERAT, 2009) fala sobre o desenvolvimento do poder da abstração proporcionado pela contagem concreta com tokens detendo-se em cada uma das etapas e níveis de abstração no processo de chegar a uma contagem abstrata. Números abstratos culminam o processo, seguindo a invenção da escrita.

• Em *Tokens in China, Europe and Africa – The significance* a autora fala sobre como nas escavações na China, Europa e África, foram encontrados marcadores de argila similares aos tokens do Oriente Próximo, precursores da escrita cuneiforme. Destaca a evolução do sistema de tokens até chegar à escrita como uma particularidade do estado de Uruk.

Os textos citados acima são apenas uma parte do que está disponível para leitura e exploração. O importante aqui é destacar que eles abrem possibilidades de exploração não apenas dos aspectos matemáticos das práticas do passado, mas permite também a ampliação das possibilidades de estudo e formação do professor de matemática permitindo que ele navegue por temas de antropologia, arqueologia, datação, sociologia, metrologia, história, historiografia, matemática, e muitos outros temas. Mas é justamente isto que buscamos: uma narrativa historiográfica que envolva o professor de matemática em formação e o leve a mergulhar na sociedade cuja matemática está sendo historiada e assim, procurar vislumbrar o entrelaçamento das práticas sociais e o saber matemático que vai surgindo na sociedade.

Metrologia

Outro tópico que pode ser explorado é o das sequências metrológicas. Friberg (1984) e Høyrup (s/d) são boas fontes para isto. Metrologia pode ser fonte de questões como, por exemplo: que mudanças houve no sistema metrológico existentes depois da introdução da prata e do cobre? Como era a sequência metrológica relacionada a estes metais? Por que prata e cobre? Porque não ouro? Onde ficavam as jazidas? O que mudou nas práticas comerciais depois disso? Faz ou não sentido a ideia de justiça difundida em Ur III? O que seria uma justiça reduzida a uma metrologia cuidadosa? O que significa? Quais seriam os argumentos a seu favor? E contra? Os sistemas metrológicos tinham unidades e subunidades múltiplos de 60? Ressalte-se que Høyrup (2009) é dedicado inteiramente ao tópico da justiça matemática.

Os escribas enquanto classe profissional

Mesmo que no período histórico que estamos examinando, não aflorem questões matemáticas a serem exploradas juntamente com os professores em formação, há sobre o que pensar e provocar curiosidade. Porque os escribas como classe profissional surgiu agora e não antes ou depois? Teria alguma relação com o uso do cobre e da prata como moedas? Teria alguma relação com a mudança na estrutura social? Teria alguma relação com a usurpação das riquezas do templo pelos reis? Teria a ver com uma maior facilidade de compra e venda de terra? O que seria uma competência profissional do escriba sem autonomia e sem criatividade, como em Ur III? Sob que pontos de vista? Tais perguntas podem ou não ter resposta, mas, o importante é que uma busca cuidadosa na literatura disponível permite traçar pistas, iniciar o debate, levantar e defender hipóteses.

Evolução dos conceitos, das ideias, das práticas

Importante notar que durante o estudo do texto histórico, os exemplos de escrita do período arcaico não traziam sinais cuneiformes. Inicialmente, se escrevia no barro com um cilindro de madeira parecido com um lápis sem ponta. Mais tarde, passou-se a usar um estilete de ponta triangular e os sinais apareciam na forma de cunha. Mas quando foi isto? Em que período? O que mudou na escrita?

Outra mudança acarretada com o tempo o foi a do sistema de numeração. Como foi essa evolução do sistema de numeração?

A importância destas duas indagações está ligada ao fato de que nos relatos tradicionais de história da matemática aparecem somente as ideias matemáticas na sua forma mais acabada, ou seja, a forma sob a qual tais ideias circulavam na Antiga Babilônia, ou seja, de 2000 a. E. C. a 1600 a. E. C. Nada se diz sobre estas ideias terem se transformado com o tempo, o que leva a uma concepção equivocada da matemática, como um corpus de ideias permanentes.

Um problema especial

Uma afirmação de Høyrup sobre a criação do sistema sexagesimal posicional com ponto flutuante abre oportunidade para investigações diversas. Høyrup (2007) diz que a invenção do sistema posicional de base 60 em Ur III seria de pouca utilidade se não houvesse uma grande quantidade de tabela disponíveis ao escriba. A necessidade das tabelas não nos parecia óbvia, mas, resolvemos investiga-la por meio da resolução de um problema de elaborados. Enunciamos um problema real que um escriba supervisor tivesse que resolver:

Suponhamos que um escriba fosse encarregado de abrir um canal de irrigação do braço do rio até uma plantação num prazo de 20. Quantos trabalhadores ele teria de colocar em sua brigada?

Observações sobre o enunciado do problema

1. Já que nosso problema foi simulado, valeria a pena debater com a classe sobre o quanto o enunciado de tal problema é crível, ou seja, seria este um problema real a ser resolvido naquelas condições? Se o docente conseguir o envolvimento dos alunos nesta fase, já é um muito bom começo. Por exemplo, o enunciado presume que o escriba poderia colocar mais ou menos trabalhadores sob sua supervisão. De fato, a literatura diz que o supervisor pode tanto pedir emprestado, como emprestar trabalhadores de sua brigada.
2. Para resolver o problema, temos de supor que canal de irrigação tem corte transversal padronizado. Suposições desta ordem tem de ser debatida na classe. Há ou não há na literatura fundamento para tal suposição? Se houver, teremos de justificar. Se não há, teremos de decidir o que fazer com o problema.
3. Supomos ser conhecido o comprimento do canal, mas isto não gera maiores inquietações, pois, é a distância do ponto ao longo do rio até plantação.

Observações sobre o que se encontrava disponível ao escriba

1. Um sistema de numeração sexagesimal posicional com ponto flutuante; pode ser continuado em ambas direções em potências positivas e negativas de 60; a adição e subtração é feita no ábaco; a multiplicação é feita usando o sistema de numeração; a divisão é feita por meio da multiplicação pelo recíproco
2. Tabelas de constantes absolutas onde se pode encontrar a quantidade de terra a ser escavada por dia de trabalho
3. Tabelas de recíprocos (inverso multiplicativo)
4. Tabelas de conversão das unidades de medida para o sistema sexagesimal
5. Tabelas de multiplicação por números importantes.

Discutidos e aclarados os pontos acima, pode-se partir para a resolução do problema. Destacamos que é importante esclarecer qual a natureza de nossa investigação. Nosso objetivo não é resolver o problema enunciado, achar um número. Pelo contrário, o que queremos aclarar é o quanto faz sentido a afirmação de Høyrup que diz ser sem valor o avanço que teve o sistema de numeração se o escriba calculista não tivesse à sua disposição as muitas tabelas para auxiliar os cálculos. Este é justamente o exercício mais difícil, mergulhar no contexto do passado e visualizar as práticas matemáticas que eram levadas a cabo naquele contexto. Uma vez os alunos engajados nessa busca, a resolução do problema propriamente dito não gera maiores dificuldades.

Para finalizar esta parte, resta chamar a atenção para o fato de uma simples afirmação do historiador possibilitou o desenvolvimento de horas de atividades de imersão no contexto histórico. Falemos então sobre um ponto controverso: o tempo. Claro que o tempo que se gasta nisso é longo, mas, nossa posição é que estamos fazendo o trabalho de levar o professor a ver a matemática com outro olhar, e para isto é necessário um mergulho no contexto histórico. Isto leva tempo. E não acho que este trabalho tenha de ser feito com cada período da história da matemática. Sendo assim, o componente curricular nestes moldes não teria possibilidade de fazer uma varredura e percorrer grande parte da história da matemática. A nosso ver, nem seria necessário.

5. Conclusão

Nossa premissa inicial era a busca de uma narrativa histórica que apresentasse aberturas de convite ao professor ou futuro professor de matemática refletir sobre o processo de criação matemática numa dada sociedade. Que possibilitasse uma visão da matemática como uma atividade humana, entrelaçada com o fazer das pessoas. Supomos desde o início que autores da vertente historiográfica atualizada nos proporcionariam tal narrativa histórica.

Com base nos escritos de Denise Shamandt-Besserat, Jens Høyrup, Igor Dyakonnoff, Joran Friberg e Peter Damerow, fizemos um breve relato da história da sociedade mesopotâmica, de suas práticas e de sua matemática. Além disto, destacamos pontos ou aspectos do texto histórico que podem ser explorados envolvendo atividades com leitura, debate, calculo, pesquisa complementar. Entendemos que as observações e sugestões de atividades para sala de aula aqui explicitadas são só uma amostra do que se pode fazer para mergulhar na história do homem e de suas ideias matemáticas.

Por último, este é um trabalho que apenas está começando e os autores agradecem ao leitor que nos retorne qualquer crítica que por ventura tenha surgido durante a leitura deste artigo. Seremos gratos por ter se dado ao trabalho e pela sua gentileza.

Referências

DIAKONOFF, I. M. The Rise of the Despotic State in Ancient Mesopotamia. In: I. M. Diakonoff (ed.) **Ancient Mesopotamia, Socio-Economic History.** A Collection of Studies by Soviet Scholars. Moscow: Nauka, Department of Oriental Literature. 1969:173-202.1969a.

DIAKONOFF, I. M. The Rural Community in the Ancient Near East. **Journal of the Economic and Social History of the Orient** 18, 121-133. 1975.

DIAKONOFF, I. M. (Ed.). **Ancient Mesopotamia, Socio-Economic History.** A Collection of Studies by Soviet Scholars. Moscow: »Nauka« Publishing House, Central Department of Oriental Literature. 1969.

DIAKONOFF, I. M. **Structure of Society and State in Early Dynastic Summer.** Sources and Monographs of the Ancient Near East. Monographs. Vol.1. fasc.3. Udena Publications, Los Angeles, 1974.

DIAKONOFF, I. M. On the Structure of Old Babylonian Society. In: H. Klengel (Ed.) 1971. *Beiträge zur sozialen Struktur des alten Vorderasien*. (Schriften zur Geschichte und Kultur des Alten Orients,1). Berlin: Akademie-Verlag:15-31. 1971.

FAUVEL, J.; VAN MAANEN, J. History in Mathematics Education. New York: Kluber Academic Publishers, 2001.

FRIBERG, Jöran. **Numbers and Measures in the Earliest Written Records.** Scientific American, v. 250, n. 2 (February 1984), pp. 110-119.

HØYRUP, Jens. **Mathematics and early state formation or The Janus face of early mesopotamian mathematics: bureaucratic tool and expression of scribal professional autonomy.** Text of preprint, Filosofi og videnskabsteori på Roskilde Universitetscenter. 3. Række: Preprints og Reprints 1991 nr. 2; not faithful to the original pagination.

HØYRUP, Jens. State, "Justice", Scribal Culture and Mathematics in Ancient Mesopotamia. Sartoniana, 2009, 22:13-46

HØYRUP, Jens. The roles of Mesopotamian bronze age mathematics tool for state formation and administration – carrier of teachers' professional intellectual autonomy. Educational Studies in Mathematics, 2007, 66: 257-271.

HØYRUP, Jens. A statal society shaped by and shaping its mathematics. Contribution au colloque LES MATHEMATIQUES ET L'ETAT Cirm-Luminy, 15 octobre–19 octobre. *Version préliminaire!*

NISSEN, Hans J. **Grundzüge einer Geschichte der Frühzeit des Vorderen Orients**. (Grundzüge, 52). Darmstadt: Wissenschaftliches Buchgesellschaft. 1983

ROQUE, Tatiana; Pitombeira, João Bosco. **Tópicos de história da matemática**. SBM: RJ, 2012.

ROQUE, Tatiana. **História da matemática.** Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Zahar: RJ, 2012a.

SAITO, Fumikazo. A pesquisa histórica e filosófica na educação matemática. **Revista Eventos Pedagógicos**. Edição Especial Temática: História, Filosofia e Educação Matemática Sinop, v. 9, n. 2 (24. ed.), p. 604-618, agosto/outubro 2018.

SAITO, Fumikazo. **História da Matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo: Ed. Livraria da Física; SBHMat, 2015

SCHMANDT-BESSERAT, Denise; NILOUFAR, Moghimi. Making tokens talk. In: Jasink, Anna Margherita; Judith Weingarten; Silvia Ferrara (Eds). **Non-scribal Communication Media in the Bronze Age Aegean and Surrounding Areas** - The semantics of a-literate and proto-literate media (seals, postmarks, mason's marks, seal-impressed pottery, ideograms and logograms, and related systems). Firenze University Press 2017, p. 175-183.

SCHMANDT-BESSERAT, Denise. **The Evolution of Writing**. Disponível em https://sites.utexas.edu/dsb/files/2014/01/evolution_writing.pdf Acesso em 21/09/2018.
SCHMANDT-BESSERAT, Denise. Tokens and Writing: the Cognitive Development. **Scripta**, Vol. 1 (Sept. 2009): 145-154
SCHMANDT-BESSERAT, Denise. Tokens in China, Europe and Africa – The significance. **Scripta**, September 2012, Volume 4:1-36.
SCHMANDT-BESSERAT, Denise. **Tokens: their Significance for the Origin of Counting and Writing**. Disponível em http://sites.utexas.edu/dsb/files/2014/03/tokens_article.pdf acesso em 21/09/2018.
DAMEROW, Peter. **Prehistory and Cognitive Development**. Invited Lecture at the Twenty-Fifth Annual Symposium of the Jean Piaget Society Berkeley, June 1 - June 3, 1995. PREPRINT 30 Max Plank Institute for History of Science. 1996.

Bernadete Morey
Universidade Federal do Rio Grande do Norte
E-mail: bernadetemorey@gmail.com

Severino Carlos Gomes
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnbologia do Rio Grande do Norte
E-mail: severocarlosgomes@gmail.com

A organização do saber geométrico em *Via Regia ad Geometriam* (1636) de Petrus Ramus: uma reflexão sobre a definição de ângulo reto e de perpendicular

The organization of the geometric knowledge in *Via Regia ad Geometriam* (1636) of Petrus Ramus: a reflection on the definition of right angle and perpendicular

Ana Carolina Costa Pereira
Universidade Estadual do Ceará
ORCID iD: http://orcid.org/0000-0002-3819-2381

Fumikazu Saito
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
ORCID iD: http://orcid.org/0000-0002-3916-1632

RESUMO

Neste artigo discorremos sobre um caso histórico em que o legado euclidiano foi muito valorizado, porém criticado, tendo por base o tratado intitulado *Via Regia ad Geometriam – The Way of Geometry*, de Petrus Ramus (1515 - 1572), traduzido para o inglês e publicado por William Bedwell (1561-1632) em 1636, em Londres. Esse documento, que trata da "arte de medir bem", tal como se consagrou nos estudos de geometria prática medieval, organiza os conhecimentos geométricos dando-lhe uma feição mais sistemática. Para tanto, apresentamos uma discussão sucinta sobre a elaboração do seu tratado de geometria e de sua relação com a reforma curricular da faculdade de artes da Universidade de Paris; seguida de uma descrição do tratado expondo suas partes e sua organização; e por fim, exploramos um exemplo relacionado às definições de ângulo reto e de retas perpendiculares, que pode promover uma reflexão sobre a noção de perpendicularidade. Este estudo preliminar revelou-nos que, embora a organização dos saberes geométricos se aproxime daquela de Elementos de Euclides, os conhecimentos geométricos continuam ainda orientados para questões de ordem prática, como é o caso da perpendicularidade entre linhas retas.

Palavras-Chave: História. Matemática. Geometria prática. *Via Regia ad Geometriam*. Petrus Ramus.

ABSTRACT

In this article we discuss a historical case in which the Euclidean legacy was highly valued, but criticized, based on the treatise entitled *Regia ad Geometriam - The Way of Geometry*, by Petrus Ramus (1515 - 1572), translated into English and published by William Bedwell (1561-1632) in 1636, in London. This document, which deals with the "art of measuring well", as was established in studies of medieval practical geometry, organizes geometric knowledge giving it a more systematic feature. For that, we present a brief discussion about the elaboration of his treatise on geometry and its relation to the curricular reform of the faculty of arts of the University of Paris; followed by a description of the treatise exposing its parts and organization; and finally, we explore an example related to the definitions of right angle and perpendicular lines, which can promote a reflection on the notion of perpendicularity. This preliminary study revealed to us that, although the organization of the geometric knowledges approaches the one from Elements of Euclid, the geometric knowledge still remains oriented to practical questions, as it is the case of perpendicularity between straight lines.

Keywords: History. Mathematics. Practical geometry. *Via Regia ad Geometriam*. Petrus Ramus.

Introdução

Em qualquer manual escolar ou livro didático, Os *Elementos* de Euclides são tomados como modelo de sistematização do saber geométrico e, raramente, professores e estudantes questionam, ou mesmo problematizam, a organização desses treze livros.

Sem dúvidas, a estrutura axiomática proposta por Euclides, nesse tratado, nos permite demonstrar proposições a estrutura axiomática proposta por Euclides, nesse tratado, nos permite demonstrar proposições geométricas rigorosamente. Entretanto, isso não significa que a proposta axiomática e dedutiva exposta em *Elementos* fora sempre ponto pacífico entre os estudiosos de matemáticas no passado. Diferentemente do que se pensa, a organização e a sistematização do conhecimento geométrico, tal como foram descritas nos *Elementos*, foram criticadas por alguns estudiosos de matemática.

Neste artigo, discorremos sobre um caso histórico em que o legado euclidiano foi muito valorizado, porém criticado por apresentar o conhecimento geométrico de forma obscura e de difícil compreensão, afastando-a de sua real finalidade prática e, dessa maneira, tornando-a inútil. Essa crítica, entretanto, veio acompanhada de uma proposta com vistas a reorganizar os conteúdos de geometria, tendo por base suas aplicações para resolver problemas de ordem prática.

É nesse contexto que se insere o tratado que aqui apresentamos, intitulado *Via regia ad geometriam – The Way of Geometry (O caminho da geometria)*. Esse tratado, que é a tradução inglesa da segunda parte da obra, publicada em 1569 por Petrus Ramus (1515-1572), intitulada *Arithmeticae libri duo: geometriae septem et viginti*, faz parte da rica literatura dedicada à geometria prática publicada ao longo dos séculos XVI e XVII[1]. Trata-se de uma das muitas compilações que buscaram organizar diferentes conhecimentos geométricos que transitaram em distintos segmentos de saber desde a Antiguidade Clássica. Orientado para resolver questões de ordem prática, seu conteúdo parece à primeira vista um conjunto desordenado de proposições geométricas quando comparado aos *Elementos* de Euclides. Porém, uma análise histórica mais contextualizada revela-nos que essa falta de organização é apenas aparente e que os conhecimentos são neles expostos e sistematizados a partir de uma proposta metódica bastante peculiar.

Este estudo teve por base a tradução inglesa que foi publicado por William Bedwell (1561-1632) e cotejado com a edição latina de 1569. O tratado foi editado por Jonh Clerke (?1596 – 1658), em que na nota para o leitor, ele informa que a tradução apresentada foi realizada inicialmente por Thomas Hood (1556-1620), mas nunca publicada anteriormente com demonstrações e diagramas. No prefácio[2], Bedwell também faz menção à primeira versão publicada por Hood e observa que fez algumas alterações em sua tradução, mudando algumas expressões e inserindo novas informações aos quais são acrescentados comentários e outras observações que elucidam alguns conhecimentos geométricos presente na obra.

Este artigo encontra-se dividido em três partes. Na primeira, discorremos brevemente sobre o compromisso de Ramus com a reforma curricular da faculdade de artes da Universidade de Paris para compreendermos as razões que o conduziram a publicar seu tratado de geometria. Na segunda, fazemos alguns apontamentos sobre o tratado de modo a apresentar suas partes e sua organização. Na terceira, examinamos o caso das definições de ângulo reto e de retas perpendiculares que nos oferecem uma oportunidade de refletirmos sobre o significado de perpendicularidade.

1 Sobre geometria prática, consulte: L'Huillier (1992), Homann (1991), Bennett (1991, 1998, 2003), Saito (2018).
2 Cf. Ramus (1590).

Petrus Ramus: método e matemática

Para compreendermos as razões que conduziram Ramus a publicar seu tratado de geometria, é preciso considerá-la como parte de um programa de reforma curricular da faculdade de artes da universidade de Paris que, desde a Idade Média, preparava os jovens estudantes para o estudo de Medicina, Direito e Teologia.[3] O currículo que, supostamente deveria contemplar as disciplinas do *trivium* (gramática, retórica e dialética) e do *quadrivium* (geometria, aritmética, astronomia e música), costumava variar significativamente e, entre os séculos XV e XVII, passou por grandes mudanças em virtude da nova configuração política e econômica, que começou a delinear-se a partir do Renascimento. O crescimento do comércio e da pequena indústria, bem como da descoberta e do mapeamento de novos conhecimentos proporcionados pelas novas rotas marítimas ao extremo oriente e a recém-descoberta América, que afetou diferentes setores da sociedade europeia, acabou por reconfigurar o programa de ensino nas universidades.

Em linhas gerais, podemos dizer que a nova ordem política, social e econômica instaurada, conduziu muitos governantes não só a voltarem sua atenção para resolver questões de ordem prática, mas também a criarem cátedras especiais, levando-os a estabelecerem novas instituições e a elaborarem novos currículos, de modo a introduzir outras disciplinas da *humanitas* (história, literatura, ética), que começaram a ter importante e destacado papel nas universidades.[4] E é precisamente com vistas a acomodar essas novas disciplinas que Ramus posicionou-se como anti-aristotélico e criticou a ênfase dada a alguns aspectos da lógica e da metafísica aristotélica, característicos da faculdade de artes medieval, apontando para a necessidade de elaborar um novo currículo adaptado a *humanitas*.

Foi durante os anos iniciais de estudos na Universidade de Paris, entre 1540 e 1550, que Ramus formulou suas ideias em lógica e expressou de forma bastante explícita seu anti-aristotelismo. Para compreendermos a postura intelectual de Ramus, temos que considerar que, de um lado, ele recebera uma educação escolástica, que dava ênfase aos preceitos aristotélicos, como era comum nas universidades daquela época, e, de outro, se dedicara aos estudos das disciplinas do *trivium* (a gramática, a retórica e a dialética), recebendo os ensinamentos de Rudolf Agricola (1444-1485), que dava ênfase na retórica e na dialética ciceroniana, e no renascimento das sete artes liberais. Foi com vistas a conciliar e a combinar essas duas tradições que Ramus dirigiu suas críticas ao aristotelismo vigente, argumentando, como observa Mahoney (1981), que os aristotélicos tinham perdido de vista o propósito real do ensino e enredado em sutileza lógicas.[5]

Embora tenha adotado uma postura anti-aristotélica, Ramus se manteve muito próximo dos preceitos de Aristóteles. De fato, ele buscou as bases teóricas de seu "método" nos *Analíticos Posteriores* de Aristóteles e criticou os aristotélicos de terem violado os princípios ali estabelecidos. Assim, segundo Mahoney (1981), Ramus acreditava que todo ensino "deveria estar ancorado a exemplos do uso do assunto (*subject*), a partir do qual os estudantes poderiam mover-se mais fácil e naturalmente para os preceitos gerais subjacentes a esse uso" (p. 287). Em outros termos, como observa Ong (1983), ele propunha transformar a dialética (ou lógica) num instrumento pedagógico, ou seja, "no assunto que um professor ensina a outros futuros professores, a fim de ensiná-los a ensinar, por sua vez, outros professores aprendizes, e assim por diante" (p. 154).

3 Sobre Ramus e a reforma curricular da faculdade de artes, vide: Sharratt (1976) e Ong (1983); sobre as universidades, cf. Grant (1996); Pedersen (1998).

4 A esse respeito, vide: Kristeller (1995); Grafton e Jardine (1986).

5 Para mais detalhes vide: Ong (1983); Mack (2011).

Nesse sentido, podemos dizer que Ramus atribuiu ao método um significado pedagógico, transformando-o numa chave para a apresentação de todas as artes e ciências. Segundo Mack (1998), a ideia de um método teria aparecido pela primeira vez em 1549, num livro-texto intitulado *Rhetoricae distinctiones in Quintilianum*, em que ele o teria definido como "a organização de diferentes coisas de tal maneira que todo o assunto possa ser mais facilmente percebido e ensinado" (p.53).

Em linhas gerais, este método consistia em organizar os conteúdos a serem ensinados de tal modo a fazer com que os jovens estudantes pudessem compreendê-los de modo mais natural. Nesse particular, Goulding (2006) observa que Ramus propunha partir sempre de proposições mais gerais para os mais específicos, visto que, para ele, esta seria a ordem mais natural, uma vez que revelava não só a estrutura do mundo, mas também se conformava com a estrutura da mente humana. Isso estava relacionado, como aponta Sellberg (2016), com a convicção de Ramus de que as artes deveriam ser erigidas de partes que representassem sua verdadeira natureza de modo que as matemáticas deveriam refletir um pensamento matemático natural.

As primeiras reflexões de Ramus sobre o conhecimento matemático estavam focadas em seus aspectos naturais de modo que tomou as matemáticas como uma manifestação da dialética natural. Porém, posteriormente, sua atenção desviou-se para as questões de ordem mais prática e outros aspectos mais utilitários. Isso é notório nos seus comentários, em que buscou esclarecer por que razões o ensino das sete artes liberais, notoriamente o *quadrivium*, fora negligenciado.

De acordo com Mahoney (1981), Ramus estava convicto de que o desinteresse pelas matemáticas era reflexo da própria forma que eram ensinadas, e que as faziam parecer mais obscuras do que, de fato, eram. Assim, para remediar essa situação, Ramus publicou uma série de comentários e textos que buscaram defendê-las das acusações de falta de utilidade e de obscuridade. Tendo por base o Sumário de Proclus, ele recorreu à história da matemática grega para ilustrar de que modo os antigos as utilizaram não só como fundamento teórico para a filosofia natural, mas também como ferramenta para a investigação em astronomia e mecânica.[6] Além disso, insistiu na continuidade de sua utilidade no comércio e na indústria, e o importante papel delas no desenvolvimento da astronomia em sua própria época. E, no que se refere à acusação de obscuridade, Ramus culpou Platão, por ter negligenciado as aplicações práticas das matemáticas, e Euclides, por ter escrito os *Elementos* de uma forma silogística obscura, seguindo os preceitos de Aristóteles.

Como bem observa Schubring (2003, p. 48), "os *Elementos* de Euclides não eram, como tradicionalmente julgados, o modelo primordial para o raciocínio rigoroso e para a dedução lógica, mas antes revelavam uma falta de ordem natural, metódica". Para Ramus, os *Elementos* de Euclides não eram adequados para o ensino de geometria porque neles a organização do conhecimento geométrico não era natural (isto é, não refletia o pensamento matemático natural).[7]

Via Regia ad Geometriam

Na opinião de Ramus, a única forma de colocar as matemáticas em seu verdadeiro caminho era valorizando um ensino que primasse pela utilidade do conhecimento matemático, ou seja, que tivesse por base a aplicação de teoremas a problemas práticos. Nesse particular, Mahoney (1981) observa que Ramus procurou rearranjar os conteúdos dos *Elementos* de Euclides, juntamente com fragmentos dos textos de Arquimedes, Apolonius, e Pappus, de tal forma a compor um corpo de problemas relacionados, que pudessem ser resolvidos por meio da apli-

6 A história da matemática teve importante papel no desenvolvimento das ideias de Ramus. A esse respeito, vide: Goulding (2010).

7 Sobre o Ensino de matemática naquele período, vide: Margolin (1976); Grafton e Jardine (1986).

cação de teoremas geométricos.

De fato, composto por vinte e sete livro, *Via regia ad geometriam* não é muito diferente de muitos outros tratados dedicados à geometria prática, que foram publicados ao longo dos séculos XVI e XVII. Seu conteúdo, como tradicionalmente era organizado, versa não só sobre o conhecimento geométrico, mas também sobre os procedimentos que possibilitam realizar medições e, para tanto, incorpora um instrumento matemático. As proposições geométricas são nele sistematizadas de modo muito similar àquela que encontramos em *Elementos* de Euclides, mas não são encadeadas dedutivamente, isto é, fazendo uma proposição derivar a partir de outra, mas orientadas de modo a aplicá-las a problemas de ordem prática. Isso é notório na disposição dos assuntos, como podemos notar no seu sumário (quadro 1).

Quadro 1. *Livros contidos no Via Regia ad Geometriam – The Way of Geometry*

	LIVRO	CONTEÚDO	PARTES
COMPRIMENTO	**I**	Sobre a grandeza	12
	II	Sobre a linha	16
	III	Sobre o ângulo	17
	IV	Sobre a figura	30
	V	Sobre linhas e ângulos numa superfície plana	35
	VI	Sobre o triângulo (triangle)	23
	VII	Sobre a comparação de triângulos	16
	VIII	Sobre os diversos tipos de triângulos	20
	IX	Sobre a medida de linhas retas por meio de triângulos retângulos	17
SUPERFÍCIES	**X**	Sobre a[figura] triangular (triangulate) e o paralelogramo	29
	XI	Sobre o retângulo	6
	XII	Sobre a quadrado (quadrate)	19
	XIII	Sobre a [figura] oblonga (oblong)	9
	XIV	Sobre a linha reta proporcionalmente cortada proporcionalmente; e de outros quadrângulos (quadrangles) e “multiângulos” (multangles)	32
	XV	Sobre a linha num círculo	29
	XVI	Sobre os segmentos de um círculo	
	XVII	Sobre a inscrição de círculo e triângulo	9
	XVIII	Sobre a inscrião da [figura] triangular (triangulate)	17
	XIX	Sobre a medição do multiângulo ordenado e do círculo	8
SÓLODOS	**XX**	Sobre a superfície saliente	19
	XXI	Sobre linhas e superfícies em sólidos	14
	XXII	Sobre a pirâmide	20
	XXIII	Sobre o prisma	20
	XXIV	Sobre o cubo	11
	XV	Sobre poliedros ordenados e mistos	25
	XXVI	Sobre a esfera	15
	XXVII	Sobre o cone e o cilindro	19

Fonte: Ramus (1636)

A ideia de compor os conteúdos geométricos desta maneira estava relacionada à concepção de geometria de Ramus, que fora por ele definida como "a arte de bem medir". Dessa forma, para Ramus (1636, p. 1):

> A finalidade ou escopo da Geometria é medir bem. Portanto, ela é definida por sua finalidade, como geralmente todas as outras Artes são. Medir bem, portanto, é considerar a natureza e as atribuições de tudo o que deve ser medido. Comparar coisas semelhantes umas com as outras, e entender sua razão, proporção e semelhança. Tudo isso é para medir bem, seja por congruência e aplicação de alguma medida dada, seja por multiplicação dos termos ou limites, seja pela divisão do produto feita por multiplicação, seja por qualquer outra forma, a atribuição das coisas a ser medida, deve ser considerada. (tradução nossa).

Segundo Ramus, os fins para os quais a geometria está orientada se manifestaria de forma muito mais "bela e gloriosa" nos seus usos práticos do que nos princípios, tal como encontram-se delineados em *Elementos* de Euclides, visto que:

> ... os astrônomo, os geógrafos, os agrimensores, os marinheiros, os engenheiros, os arquitetos, os carpinteiros, os pintores e escultores não usam outra arte senão a geometria para auxiliá-los na descrição e na medição das estrelas, dos países, das terras, das máquinas, dos mares, dos edifícios, das pinturas e das estátuas ou imagens. (RAMUS, 1636, p. 1-2, tradução nossa)

A ênfase nos aspectos práticos é ainda reforçada por Bedwell em sua tradução ao sugerir que esta definição de cunho teleológico, ou seja, baseada na finalidade ou do escopo da geometria, alarga o seu significado e rompe os limites da arte da agrimensura. Assim, no que diz respeito à grandeza a ser medida, ele observa que "geometria", como tradicionalmente é compreendida, é a combinação de dois termos gregos, *Gè*, que significa Terra (*Earth*) e *Métron*, medida. Em outros termos, na acepção latina, geometria aproximaria de *agrimensura* (*Land-measuring*), considerando-se os termos latinos ager (campo ou terreno) e *mensura* (medida). Nesse sentido, como observa Bedwell, o *Geometra* nada mais é que um *Agrimensor* (*Land-meter*) ou como os antigos romanos os teria chamado, um *Decempedator*, ou o homem da vara (*Pole-man*), ou *Finitor*, o homem que demarca terras (*Marke-man*). Entretanto, ele observa que Ramus, sem limitar o significado à Terra (*Earth*), entende que o geômetra é aquele que mede não só os campos (*Lands*), mas também o ar e a água, isto é, tudo que se encontra no mundo, os corpos, as superfícies, as linhas e qualquer outra grandeza que possa ser medida.[8]

Segundo Ramus (1636, p. 7), "cada Arte possui seu próprio objeto sobre o qual se aplica regras e preceitos e, especialmente por causa disso, uma difere da outra. Assim, o objeto da Gramática é a fala, da Lógica, a razão; da Aritmética, números; e agora da Geometria, da grandeza" (tradução nossa). Geometria, portanto, seria a arte que, servindo-se de instrumentos e procedimentos adequados, permite mensurar qualquer quantidade contínua (*quantitas continua*), de modo a dizermos que uma linha é dita longa, uma superfície, larga, e um corpo, sólido.

E quando nos referimos as partes dessas grandezas, não as designamos como unidades, tal como fazemos com as quantidades discretas, mas como partes contidas num "limite comum", ou termo (*terminus*), que é o extremo de uma linha, de uma superfície e de um sólido, compreendidos tanto em ato, quanto em potência. Isso significa que é preciso considerar que o ponto não é grandeza, visto que não é percebido pelos sentidos por não ser um corpo. Nesse

8 Ramus (1636, p. 2 – tradução nossa), na versão latina: "a geometria é a arte que mede não só a terra, mas também o ar e a água e todo o mundo".

sentido, o ponto é apenas "aquilo da grandeza que é concebida e imaginada ser indivisível e, embora seja privada de espessura (*bigness*), ou grandeza, ainda assim é o começo de todas as grandezas. Por outras palavras, o ponto está em potência" (RAMUS, p. 1636, p. 6 - tradução nossa). Assim, para ele:

> Uma linha, uma superfície e um corpo são feitos geometricamente pelo movimento de um ponto, de uma linha e de uma superfície [respectivamente]; eles estão contidos, são continuados, e cortados ou divididos por um ponto, uma linha e uma superfície, de modo que uma linha é limitada por pontos; uma superfície, por linhas; e um corpo, por superfícies... (Ramus,1636, p. 9 - tradução nossa).

Um ponto (em ato), portanto, é uma linha em potência; uma linha (em ato), uma superfície em potência; e uma superfície (em ato), um sólido em potência. Consequentemente, o ponto é o limite da linha; a linha, o da superfície; e a superfície, o do sólido. E para medir o comprimento de uma linha, a área de uma superfície e o volume de um sólido é necessário tomar uma parte limitada de cada grandeza (da linha, da superfície ou do sólido) e tomá-la como uma medida conhecida (*mensura famosa*), isto é, como unidade de medida. Assim, nos livros subsequentes, Ramus procura expor de forma ampla os conteúdos da geometria que, por meio de desenhos, construções simples e aferição de medidas, introduzem o leitor aos conhecimentos básicos das figuras geométricas e suas propriedades. Os conhecimentos geométricos são, dessa maneira, apresentados em diferentes níveis de compreensão, estabelecendo relações inéditas entre eles em três níveis, como sintetizamos no quadro 2.

Quadro 2. Visão panorâmica do tratado de Petrus Ramus.

ASSUNTOS ABORDADOS	LIVROS
Medida de segmentos	Livro do 1 ao 9
Medida de área	Livro do 10 ao 19
Medida de volume	Livro do 20 ao 27

Fonte: Elaborada pelos autores.

O tratado aborda cada um desses assuntos começando por definir ponto, linha, ângulo, superfície, etc., como podemos ver no sumário (quadro 1). Entretanto, diferentemente da abordagem encontrada nos *Elementos* de Euclides, *Via Regia Ad Geometriam*, não traz definições diretas, tampouco apresenta postulados e teoremas, encadeados dedutivamente. Mas isso não faz do tratado uma mera coleção de proposições arbitrárias.

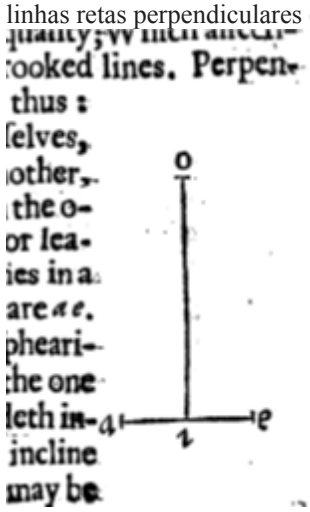
A exposição das proposições segue uma ordem que busca estabelecer uma ponte entre o conhecimento de ordem teórica e outra, mais empírica, promovendo a reflexão sobre o saber da geometria e o da experiência. Vamos aqui nos limitar a apresentar um exemplo a esse respeito e, para tanto, vamos nos reportar às definições de ângulo reto e de retas perpendiculares.

Ângulo reto e retas perpendiculares

A primeira menção sobre o ângulo reto, pode ser encontrada na proposição 13, do livro II, intitulada "As linhas são retas, uma em relação a outra, se uma delas cai sobre a outra, são iguais; ao contrário, elas são oblíquas", em que Ramus discorre sobre retas perpendiculares. Nesta proposição, Ramus (1636, p. 18) define que duas linhas retas são perpendiculares uma à outra, "quando uma delas se eleva sobre a outra, fica em pé, e não está inclinada, ou se inclina, de nenhuma forma. Assim, duas linhas retas em um plano podem ser perpendiculares; como são

ae e io". (RAMUS, 1636, p. 18, tradução nossa).

Figura 1 - Duas linhas retas perpendiculares (Livro II, prop. 13)



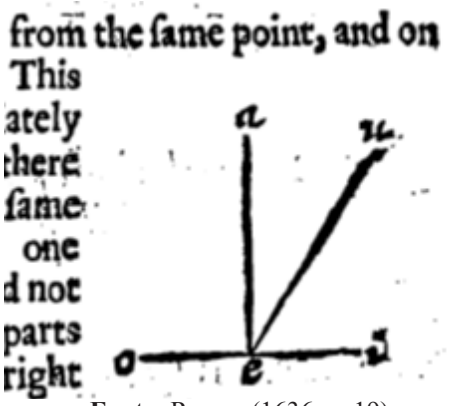
Fonte: Ramus (1636, p. 18)

Notemos que, diferentemente da definição dada em *Elementos* de Euclides, as retas perpendiculares não são aqui definidas pelos ângulos retos *oîe* e *oîa*. Além disso, Ramus chama a atenção para o fato de que não só duas retas podem ser perpendiculares, mas também duas superfícies e dois sólidos, observando que Euclides sequer menciona algo a esse respeito dessa última possibilidade: "Sobre a perpendicularidade dos corpos, Euclides não diz uma palavra sequer em seus *Elementos*" (RAMUS, 1636, p. 19; tradução nossa).

Com efeito, Euclides define retas perpediculares em *Elementos*, partindo da definição de ângulo reto. A definição 9 declara que "quando as linhas que contêm o ângulo sejam retas, o ângulo é chamado retilínio" (EUCLIDES, 2009, p. 97). E a definição 10 declara que "quando uma reta, tendo sido alteada sobre uma reta, faça os ângulos adjacentes iguais, cada um dos ângulos é reto, e a reta que se alteou é chamada uma perpendicular àquela sobre a qual se alteou" (EUCLIDES, 2009, p. 97). Se confrontarmos as duas definições, podemos dizer que a perpendicular para Euclides é uma forma geométrica em que uma linha reta forma um ângulo reto com outra linha reta e que, para Ramus, nada mais é do que uma linha reta que "não se inclina ou não é inclinada".

Podemos dizer que Ramus se refere à perpendicularidade considerando apenas a disposição das linhas e não o ângulo formado entre elas. Isso é notório na proposição 14, do Livro II, em que ele observa que só há uma única linha reta perpendicular à outra e, portanto, ou ela é perpendicular ou é inclinada, como podemos constatar na seguinte imagem:

Figura 2. duas linhas retas, oblíqua e perpendicular (Livro II, prop. 14)



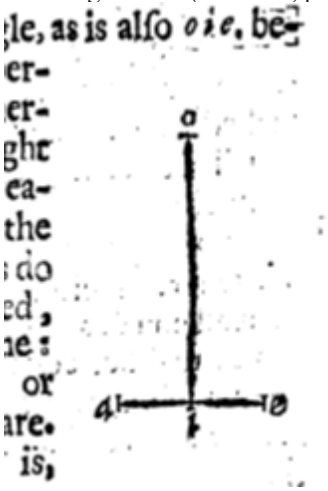
Fonte: Ramus (1636, p. 19)

A perpendicularidade é definida por Ramus pela disposição das linhas retas porque o ângulo reto é por ela definido. Notemos aqui que a exposição dos assuntos segue uma ordem que, para ele, seria natural. Uma vez que o ponto antecede ao estudo da linha; a linha, o da superfície; e o da superfície, ao do sólido; para ele, a ordem natural seria tratar primeiramente da linha, depois do ângulo e, em seguida, da figura (vide Quadro 1). E, nesse sentido, a perpendicularidade e o paralelismo fazem parte dos tópicos relativos aos estudos das linhas que, portanto, antecede ao estudo dos ângulos, visto que estes últimos deveriam ser definidos pelo encontro de pelo menos duas linhas. Assim, posto que duas linhas podem, ou não, se encontrar, temos duas possibilidades: 1) se elas não se encontram, elas são paralelas (ou coincidentes); ou 2) se elas se encontram, elas são ou retas (perpendiculares), ou inclinadas (oblíquas).

Com efeito, na proposição 12, do Livro III, ao discorrer sobre os ângulos, Ramus (1636, p. 28 – tradução nossa) declara que: "Ou um ângulo é reto ou é oblíquo... da mesma forma que antes... uma linha era reta ou direta, e oblíqua e curva". E, na proposição 13, subsequente, ele define ângulo reto da seguinte maneira: "Um ângulo reto é o ângulo cujas hastes estão retas (isto é, perpendiculares) uma à outra. Um ângulo oblíquo é contrário disso" (RAMUS, 1636, p. 29 – tradução nossa). E, novamente aqui, Ramus recorre a outra imagem e observa que:

> ... o ângulo aio é um ângulo reto porque a haste oi é reta, isto é, perpendicular a ae. O instrumento por meio do qual eles fazem um teste [para verificar] se um ângulo é reto ou oblíquo, isto é, que é maior ou menor do que o ângulo reto, é o esquadro que os carpinteiros e os marceneiros usam ordinariamente; pois, como disse Vitruvio, os comprimentos são testados por meio da régua e da linha; as alturas, da perpendicular e do prumo; e os ângulos, do esquadro" (RAMUS, 1636, p. 29; tradução nossa).

Figura 3. O ângulo reto (Livro III, prop. 13)

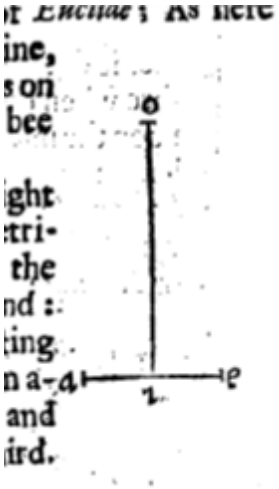


Fonte: Ramus (1636, p. 29).

No que diz respeito ao ângulo oblíquo, Ramus o define pela disposição da linhas numa contraposição com o ângulo reto, observando que um ângulo oblíquo é formado quando "uma haste está posicionada sobre a outra que está inclinada, ou se inclina, mais para um lado do que do outro; e um ângulo de um lado é maior do que o do outro" (RAMUS, 1636, p. 29; tradução nossa), retomando aqui a mesma definição que dera outrora para a perpendicularidade, na proposiçao 14, do Livro II (Figura 2).

Uma vez definidos a perpendicular e o ângulo reto, Ramus, seguindo a ordem natural dos assuntos, procura provar, na proposição 13 do livro V, que trata "Sobre linhas e ângulos numa superfície plana" (vide Quadro 1), que, "Se uma linha reta for perpendicular à outra linha reta, ela faz ângulos retos em cada lado" (RAMUS, 1636, p. 59; tradução nossa). Com base na imagem (Figura 4), Ramus (1636, p. 59) observa que "Como aqui, ae a linha cortada, io a linha sustentada, sejam elas perpendiculares, os ângulos de cada lado, a saber aio e eio são ângulos retos por 13 de iij", isto é, pela proposição 13 do Livro III.

Figura 4. A perpendicular e o ângulo reto (Livro V, prop. 13)

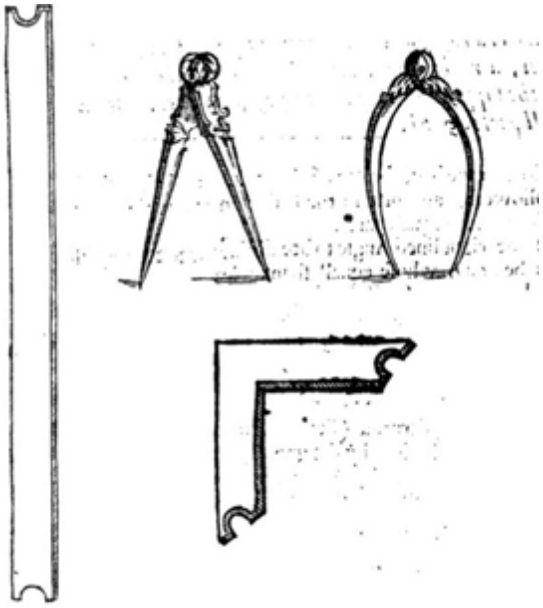


Fonte: Ramus (1636, p. 59).

Para verificar se os ângulos são, de fato, congruentes e retos, Ramus recorre ao uso de instrumentos adequados para medi-los. Assim, ele observa que há quatro tipos de instrumentos geométricos: a régua, o compasso, o esquadro e o *perpendiculum*, No que diz respeito aos três primeiros, ele os descreve da seguinte maneira:

> A régua, para traçar linhas retas num plano, foi o primeiro instrumento geométrico; o compasso, para desenhar círculo, foi o segundo; a *norma* ou o esquadro para erigir uma verdadeira linha reta no mesmo plano sobre outra linha reta e, depois, sobre uma superfície e um corpo, é o terceiro [instrumento] (RAMUS, 1636, p. 59; tradução nossa) (Figura 5)

Figura 5. A régua, o compasso e o esquadro

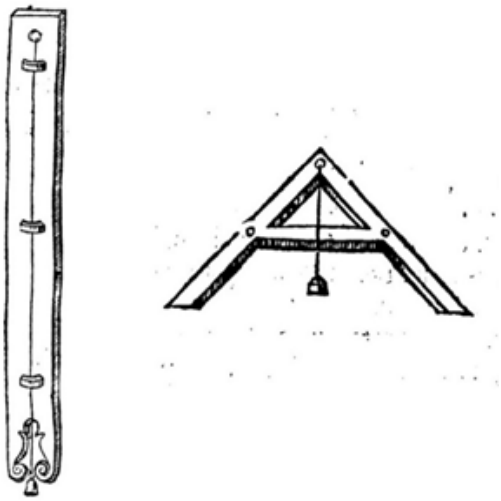


Fonte: Ramus (1636, p. 54, 57, 60)

A esses três instrumentos geométricos, Ramus acrescenta um quarto, denominado *perpendiculum*. Segundo Ramus:

> Agora, o *Perpendiculū* [é] um instrumento com uma linha e um prumo de chumbo anexados, usado por Arquitetos, Carpinteiros e mestre pedreiros é basicamente físico, porque coisas pesadas naturalmente, por seu peso, são conduzidas perpendicularmente para baixo em linhas reta. Este instrumento é de dois tipos: o primeiro, que eles chamam de *Régua de Prumo*, é [utilizada] para aferir uma perpendicular [que foi] erguida, como uma coluna, um pilar ou qualquer outro tipo de construção reta, isto é, para [aferir] o prumo sobre a planície horizontal e [aferir se] não se inclina nem cambaleia de alguma maneira. O segundo é [utilizado] para [aferir] ou examinar uma planície ou piso, se está ou não paralelo ao horizonte. Portanto, quando a linha do ângulo reto cair no meio da base, ele deve mostrar que o comprimento está igualmente posicionado. Os latinos chamam isso Libra, ou Libella, uma balança. (RAMUS, 1636, p. 59-60; tradução nossa)

Figura 6. Os dois tipos de *perpendiculum*



Fonte: Ramus (1636, p. 60)

Uma vez aferido que o ângulo formado entre duas linhas retas perpendiculares é reto, Ramus propõe provar que a disposição dessas linhas define dois ângulos congruentes, recorrendo às proposições anteriores de modo a dar uma definição mais precisa de ângulo reto e retas paralelas.[9] Mas retomemos por um momento o percurso e o procedimento de Ramus.

Notemos que, primeiro, Ramus define o que são linhas retas perpendiculares. Essa definição não tem por base o ângulo reto, mas apenas a disposição das linhas que podem ser perpendiculares ou oblíquas. Assim, uma linha é perpendicular à outra se ela não se encontrar "inclinada". E, para aferir se uma linha é perpendicular a outra, isto é, que não está "inclinada", basta utilizar um dos *perpediculum*. Num segundo momento, Ramus define o que é um ângulo reto a partir da definição de linhas perpendiculares, e infere que o ângulo, formado entre duas linhas que são "retas" (perpendiculares) e não "inclinadas", é reto. Desse modo, temos ângulos retos e oblíquos, que são classificados posteriormente por ele como ângulos obtusos e agudos.[10] Assim definidos, ele procura aferir que esse ângulo é reto por meio de um esquadro e, num terceiro momento, propõe demonstrar que duas linhas perpendiculares definem dois ângulos retos congruentes.

Notemos que em *Via regia ad geometriam,* Ramus inverte a ordem estabelecida em *Elementos* de Euclides. Como mencionamos anteriormente, a definição de ângulo reto antecede a de retas perpendiculares. Outro exemplo disso é a definição de retas paralelas que é apresentada logo após a de retas perpendiculares nas proposições 15 e 16, do Livro II. Diferentemente de Elementos de Euclides, as retas paralelas são aqui definidas tendo-se em consideração as perpendiculares. Isso porque, além de fazer parte dos assuntos relativos às linhas, seria mais natural assim defini-las, visto que o instrumento que permite aferi-las possui o mesmo princípio, a saber, a ideia de "estar a prumo". Com efeito, como vimos, um dos *perpediculum*, a *Régua de prumo*, é utilizado para verificar se uma reta está perpendicular ao solo e, o outro, para "examinar se o piso está paralelo ao horizonte". O significado de paralelismo está de certa maneira vinculado à noção de perpendicularidade e dispensa a ideia de encontro ou não de linhas, mas da distância entre elas. Ramus as definira como "linhas igualmente distantes", cuja "igualdade" derivava da perpendicularidade.[11]

Além disso, como observa Menghini (2012, p. 566), "suas provas são fortemente apoiadas pela construção geométrica, e o uso do desenho é adicionado à atividade prática de medir por meio de instrumentos apropriados". Assim, diferentemente de *Elementos*, em *Via regia ad geometriam*, Ramus recorre a procedimentos mais empíricos sem, entretanto, perder de vista a prova das proposições. Essa forma de proceder está estreitamente relacionado à tradição da geometria prática que, desde o século XII, organiza e sistematiza os conhecimentos geométricos respeitando uma sequência de procedimentos práticos, servindo-se de instrumentos e desenhos para explicitar e descrever as propriedades de figuras geométricas. Nesse sentido, o tratado de geometria de Ramjs apresenta e utiliza figuras de forma muito interessante e original, apoiando-se nelas para demonstrar os mesmos teoremas pertencentes à tradição clássica.

Considerações Finais

Podemos dizer que a ênfase dada às questões de ordem prática em *Via regia ad geometriam* aproxima e estabelece um diálogo entre duas expressões de geometria, uma prática e outra especulativa (teórica). Entretanto, o tratado de Ramus ainda se encontra circunscrito à tradição da *practica geometrae*, visto que incorpora instrumentos e outras ferramentas que

9 Vide proposição 14, do Livro V em Ramus (1636, p. 61).

10 Maiores detalhes encontram-se no livro III intitulado "sobre o ângulo", em Ramus (1636, p. 21).

11 Cf. Proposições 15 e 16, do Livro II em Ramus (1636, p. 19, 20).

permitem abordar o espaço geométrico de forma utilitária. No caso apresentado, sobre as definições de ângulo reto e de retas perpendiculares, temos um exemplo de como Ramus organiza o conhecimento geométrico, de maneira a torná-lo, de um lado, mais compreensível ao estudante, aplicando-as em problemas de ordem prática; e de outro, sistematizando-o de acordo com seu método. Entretanto, a disposição desses conhecimentos não os verticaliza, nem os generaliza, mas apenas procura dar-lhes um sentido e significado segundo a finalidade para a qual elas devem ser ensinadas.

Portanto, diferentemente do que está proposto nos *Elementos* de Euclides, *Via regia ad geometriam* inverte a ordem trazendo primeiro a definição de retas perpendiculares, para posteriormente definir ângulo reto, apoiando-se em instrumentos geométricos como a régua, o compasso, o esquadro e o *perpendiculum*. Esse procedimento está estreitamente relacionado à noção própria de geometria aqui considerada, que recorre aos instrumentos geométricos para aferir medidas, que reformulam e alteram a disposição das definições.

Podemos dizer que essas e outras características, que ora aproximam e ora afastam das modernas definições geométricas, fazem de *Via regia ad geometriam* um tratado muito original cujo conteúdo deve ainda ser investigados e analisado com muito cuidado. Esse nosso estudo preliminar nos revelou que não só as definições, mas também a disposição e a organização das proposições e dos problemas nele expostas, levantam interessantes questões de ordem matemática e epistemológica que promovem uma rica reflexão sobre o saber geométrico, fornecendo subsídios para se construir interfaces entre história e ensino de matemática.

Referências

BENNETT, J. A. The Challenge of Practical Mathematics. In: PUMFREY, S.; ROSSI, P. L.; SLAWINSKI, M. (eds.). **Science, Culture and Popular Belief in Renaissance Europe**. Manchester, New York: Manchester University Press, 1991. p. 176-190.

_____. Practical Geometry and Operative Knowledge. In: *Configurations*, v. 6, p. 195-222, 1998.

_____. Knowing and doing in the sixteenth century: what were instruments for?. *British Journal for the History of Science*, v. 36, n. 2, p. 129-150, 2003.

EUCLIDES. **Os elementos**. Trad. e introd. de Irineu Bicudo. São Paulo: Ed. UNESP, 2009.

GOULDING, R. Method and Mathematics: Peter Ramus's Histories of the Sciences. **Journal of the History of Ideas**, v. 67, n. 1, p. 63-85, 2006.

_____. **Defending Hypatia:** Ramus, Saville, and the Renaissance Rediscovery of Mathematical History. Dordrecht: Springer, 2010.

GRAFTON, A.; JARDINE, L. **From Humanism to the Humanities**: Education and the Liberal Arts in Fifteenht- and Sixteenth-Century Europe. Cambridge: Cambridge University Press, 1986.

GRANT, E. **The foundations of modern science in the Middle Ages**. Their religious, institutional and intellectual contexts. Cambridge: Cambridge University Press, 1996.

HOMANN s.j., F. A. Introduction. In: HUGH OF SAINT VICTOR. *Practical Geometry [Practica Geometriae] attributed to Hugh of St. Victor*. Milwaukee, Wisconsin: Marquette University Press, 1991. p. 1-30.

KRISTELLER, P. O. T**radição clássica e pensamento do Renascimento**. Lisboa: Edições 70, 1995.

L'HUILLIER, H. Practical Geometry in the Middle Ages and the Renaissance. In: GRATTAN-GUINNESS, I. (ed.). *Companion Encyclopedia of the History and Philosophy of the Mathematical Sciences*. London, New York: Routledge, 1992. vol. 1, p. 185-191.

MACK, P. Ramus, Petrus (1515-72). In: CRAIG, E. (ed.). **Routledge Encyclopedia of Philosophy:** Questions to sociobiology. London: Routledge, 1998. v. 8, p. 51-55.

_____. Ramus and Ramism: Rethoric and Dialectic. In: REID, S. J.; WILSON, E. A. (eds.). **Ramus, Pedagogy and Liberal Arts:** Ramism in Britain and the Wider World. Farnham, Burlington: Ashgate, 2011.

MAHONEY, M. S. Ramus, Peter. In: GILLISPIE, C.C. (ed.). **Dictionary of Scientific Biography.** New York: Charles Scribner's Sons, 1981. v. 11, p. 286-290.

MARGOLIN, J.-C. L'enseigment des mathèmatiques en France (1540-70), Charles de Bovelles, Fine, Peletier, Ramus. In: SHARRATT, P. (ed.). **French Renaissance Studies, 1540-70.** Humanism and the Encyclopedia. Edinburgh: University Press, 1976. p. 109-155.

MENGHINI, M. **From Practical Geometry to the Laboratory Method:** The Search for an Alternative to Euclid in the History of Teaching Geometry. In: Cho S. (eds) Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education. Springer, Cham, p. 561-587, 2015

ONG, W. J. **Ramus**. Method, and the Decay of Dialogue. From the Art of Discourse to the Art of Reason. Cambridge, London: Harvard University Press, 1983.

PEDERSEN, O. **The First Universities:** *Studium generale* and the origins of university education in Europe. Cambridge: Cambridge University Press, 1998.

RAMUS, P. **Arithmeticae libri duo**: geometriae septem et viginti. Basilea: Eusebium Episcopium & Nicolai Fratris Haeredes, 1569.

_____. **Elementes of geometrie** . Written in Latin by that excellent Scholler, P. Ramus, Professor of the Mathematicall Sciences in the Universitie of Paris: And faithgully translated by Tho. Hood, Mathematicall Lecturer in the Citie of London. London: Iohn Windet, for Thomas Hood, 1590.

_____. **Via Regia ad Geometriam**: The way to geometry. Being necessary and usefull, for … Written in Latine by Peter Ramus, an now Translated and much enlarged by the Learned Mr. William Bedwell. London: Thomas Cotes, 1636.

SAITO, F. Algumas breves considerações sobre os tratados de geometria prática publicados no contexto do "saber-fazer" matemático quinhentista. In: XII SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 12., 2017, Itajubá. **Anais... .** Itajubá: Sbhmat, 2018. p. 1 – 10 (no prelo).

SCHUBRING, G. **Análise histórica de livros de matemática:** notas de aula. Campinas: Autores Associados, 2003.

SELLBERG, E. Petrus Ramus. In: ZALTA, E. N. (ed.). ***The Stanford Encyclopedia of Philosophy*** (Summer Edition), 2016. URL: https://plato.stanford.edu/archives/sum2016/entries/ramus/>. Acesso em Agosto/2018.

SHARRATT, P. Peter Ramus and the Reform of the University: The Divorce of Philosophy and Eloquence?. In: SHARRATT, P. (ed.). **French Renaissance Studies, 1540-70**. Humanism and the Encyclopedia. Edinburgh: University Press, 1976. p. 4-20

Ana Carolina Costa Pereira
Universidade Estadual do Ceará
E-mail: carolina.pereira@uece.br

Fumikazu Saito
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
E-mail: fsaito@pucsp.br

Leonhard Euler e sua explicação para o fenômeno do azul do Céu, na carta de 27 de julho de 1760 para a Princesa Alemã

Leonhard Euler and his explanation for the phenomenon of the blue of Heaven in the letter of July 27, 1760 to the German Princess

Zaqueu Vieira Oliveira
Universidade de São Paulo – USP
Karolina Machado Galvão Wellausen
Universidade de São Paulo – USP

RESUMO

Entre os séculos XVI e XIX, a Europa passou por enormes transformações, umas das quais foi a institucionalização de um sistema educacional que atingisse toda a população. Um dos exemplos ocorreu na Prússia nos séculos XVIII e início do XIX. Embora seja um período de mudanças, neste artigo abordamos um episódio que pode ser considerado inédito na História do Ensino de Ciências, o envio de cartas escritas por Leonhard Euler (1707-1783) para ensinar temas científicos e filosóficos para a jovem princesa Charlotte Friederike von Brandenburg-Schwedt (1736-1798). O conjunto de 234 cartas foi escrito entre 1760 e 1762 e publicado posteriormente pelo secretário de Euler, Nicolas Fuss (1755-1826). Com o intuito de apresentar algumas das características do trabalho desenvolvido por Euler, apresentamos um estudo dos aspectos pedagógicos da carta escrita em 27 de julho de 1760 e que traz uma explicação sobre o fato de enxergamos o céu da cor azul.

Palavras-Chave: Ensino de Ciências, Correspondência Científica, Leonhard Euler.

ABSTRACT

Between the sixteenth and nineteenth centuries, Europe underwent enormous transformations, one of which was an institutionalization of an educational system that affected the entire population. One example occurred in Prussia in the eighteenth and early nineteenth centuries. Although it is a period of changes, in this article we approach an episode that can be considered unprecedented in the History of Science Teaching, the sending of letters written by Leonhard Euler (1707-1783) to teach scientific and philosophical subjects for the young princess Charlotte Friederike von Brandenburg-Schwedt (1736-1798). The set of 234 letters was written between 1760 and 1762 and published by Euler's secretary, Nicolas Fuss. In order to present some of the characteristics of the work developed by Euler, we present a study of the pedagogical knowledge of the letter written on July 27, 1760, which gives an explanation of the fact that we see the blue sky.

Keywords: Teaching Science, Scientific Correspondence, Leonhard Euler.

1. Introdução

Leonhard Euler é personagem conhecido na História das Ciências e da Matemática e considerado por muitos pesquisadores como um importante personagem para o desenvolvimento da Matemática e das Ciências no século XVIII. Filho de Paulus Euler (1670-1745) e de Margaretha Brucker (1677-1761), nasceu em Basileia, na Suíça, no dia 15 de abril de 1707, passou a maior parte de sua vida na Prússia e na Rússia, trabalhando nas academias de ciências de Berlim e de São Petersburgo, respectivamente. Faleceu em 18 de setembro de 1783 deixando uma enorme produção que até hoje são relevantes fontes de estudos e pesquisas em várias áreas das ciências, como a astronomia, a física e a matemática (FELLMANN, 2007).

O círculo de amizades de Euler foi bastante extenso e engloba diversos estudiosos e nobres de seu tempo como, por exemplo, os matemáticos Johann Bernoulli (1667-1748) e Daniel Bernoulli (1700-1782). Entre seus opositores também estão personagens importantes, como François-Marie Arouet, o Voltaire (1694-1778).

Matemáticos posteriores, como Pierre-Simon Laplace (1749-1827) e Carl Friedrich Gauss (1777-1855) assim expressaram suas admirações pelo trabalho realizado por Euler:

> Unânime é o julgamento dos matemáticos mais importantes depois de Euler. Laplace costumava dizer aos seus alunos: "Leia Euler, leia Euler, ele é o mestre de todos!", E Gauss declarou concisamente: "Estudar as obras de Euler continua a ser a melhor escola nos vários campos da matemática e não pode ser substituído por qualquer coisa (FELLMANN, 2007, p. 136, tradução nossa).

Euler trouxe grandes contribuições para o campo da Matemática, particularmente na Análise Matemática, onde contribuiu com a introdução de termos e de notação específica. Ademais, é um dos responsáveis pelo desenvolvimento do conceito de função matemática. Seus contributos na Matemática são tantos que seu nome acabou sendo introduzido em diversos conceitos como, por exemplo, a fórmula de Euler ou o número de Euler.

Ainda em relação aos seus trabalhos matemáticos, uma das obras mais conhecidas foi a sua *Vollständige Anleitung zur Algebra* (*Introdução Completa à Álgebra*), publicada em alemão em 1700. Foi considerada tão importante que recebeu diversas edições em alemão e foi traduzida para diversas línguas. No Brasil, foi publicada uma tradução em 1809 sendo adotada como livro didático na Academia Real Militar do Rio de Janeiro (SILVA, 2009).

Os feitos do estudioso suíço não param por aí. Seus estudos abarcam diversas outras áreas. Na Física e na Astronomia seus contributos também são expressivos, tendo trabalhado em diversas questões de Mecânica, aprimorou os métodos para calcular as coordenadas de estrelas, aperfeiçoou os cálculos para o problema de Kepler (as questões relacionadas ao movimento orbital dos planetas e da atração entre ambos), o problema dos três corpos (apresentar uma descrição matemática das posições, das velocidades e das massas de três corpos em um determinado momento). Além disso, contribuiu para os estudos sobre óptica, maré e cometas (FELLMANN, 2007; MUSIELAK, 2014b).

Neste artigo, apresentamos um estudo acerca de outro feito de Euler, o ensino de assuntos científicos e matemáticos através de cartas para a jovem Princesa Sophie Charlotte Friederike von Brandenburg-Schwedt (1745-1798). Para este estudo, selecionamos uma carta, datada de 27 de julho de 1760, na qual Euler explica para a Princesa a causa do azul do céu. A referida carta nos servirá como mote para debater alguns dos aspectos pedagógicos presentes na Correspondência. Queremos apresentar ao leitor de que forma Euler – extremamente conectado ao desenvolvimento científico e matemático de seu tempo, fato demonstrando pelo domínio da linguagem e do rigor científico em voga – apresentava conteúdos científicos e amtemáticos para uma jovem leiga e iniciante nas Ciências e na Matemática.

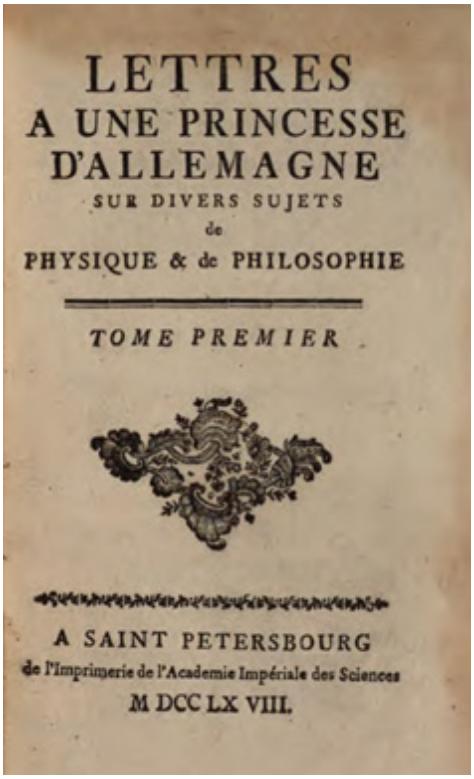
2. Euler, a Princesa e as Cartas

Euler ensinou através de cartas temas de Matemática, Física, Astronomia, Música e Filosofia para a jovem Princesa Sophie Charlotte Friederike von Brandenburg-Schwedt a pedido de seu pai, o Marquês Friedrich Heinrich von Brandenburg-Schwedt (1709-1788), sobrinho de Frederico I da Prússia (1657-1713). As cartas foram escritas em francês e são datadas de 1760 a 1762, período em que Euler estava em Berlim, porém a publicação das 234 cartas só ocorreu

posteriormente sob o título *Lettres a une Princesse d'Allemagne sur divers sujets de Physique & de Philosophie* (*Cartas a uma princesa da Alemanha sobre diversos assuntos de Física e Filosofia*) e foram organizadas em três volumes, dois dos quais foram impressos em 1768 e um terceiro em 1772 (EULER, 1990).

Nicolas Fuss (1755-1826), secretário de Euler, foi o responsável pela publicação de diversos trabalhos do matemático, dentre os quais estavam os três volumes das Lettres. Também é graças aos discursos deixados por Nicolas que sabemos que Euler era grande amigo do Marquês Friedrich, pai da Princesa, e que ambos tinham em comum a paixão pela música (FELLMANN, 2007).

Figura 1. Frontispício do primeiro volume das *Lettres a une Princesse d'Allemagne sur divers sujets de Physique & de Philosophie* publicado em 1768.



Fonte: Google Images.

É importante notar que entre os séculos XVI e XIX, influenciada pela religião e pela cultura, a Europa passou por um período de transição. A educação, antes deste período, estava restrita aos homens da nobreza. Porém, os ideais iluministas vieram mudar muitas das concepções educacionais europeias, tendo John Locke (1632-1704) e Jean-Jacques Rousseau (1712-1778) como personagens importantes deste processo.

Este é o período em que muitos colégios religiosos se espalharam, principalmente em grandes cidades, ampliando o sistema educacional de modo a atingir uma porcentagem maior da população. Um dos fatores foi a importância dada à educação por Matinho Lutero (1483-1546) e pelos seguidores do protestantismo, que durante o século XVI, incentivaram as autoridades seculares a estabelecerem escolas em suas cidades. Posteriormente, percebendo o avanço do protestantismo, a igreja católica também decidiu usar a educação como forma de preservação e difusão de sua doutrina.

Na Prússia, durante os séculos XVIII e XIX, ocorreram importantes reformas educacionais que visavam atingir toda a população e tornou obrigatório o ensino para todas as crianças (ver MELTON, 2003).

Mesmo com essa notável modificação do sistema de ensino na Prússia durante o século XVIII, é aceitável dizer que Euler, quando ensinou a Princesa através de cartas, fez algo que pode ser considerado original e incomum para seu período. Estudos mostram que a atividade epistolar foi intensa no século XVIII, porém, com diversos outros usos (ver BETHENCOURT & EGMOND, 2007).

A historiografia do ensino à distância aponta o educador Issac Pitman (1813-1897) como um dos precursores desta modalidade de ensino. Nos início dos anos de 1840, Pitman começou a ensinar seus métodos através de correspondência para atingir aquele publico que por qualquer motivo não pudesse se deslocar aos locais de ensino tradicionais. Esta atividade foi sendo aprimorada, tanto que foi formalizada em 1843 com a criação da *Phonographic Correspondence Society* da qual Pitman fez parte (ver MATTHEWS, 1999; SIMONSON, SMALDINO & ZVACEK, 2007).

Certamente o sistema introduzido por Pitman diferia do utilizado por Euler. Enquanto Pitman destinou seu material a qualquer cidadão que estivesse interessado em aprender o tema proposto por ele, a saber, a taquigrafia, as cartas de Euler, por outro lado, foram escritas a pedido do pai da Princesa e a tinha como única destinatária. Como afirma Fellmann (2007), as cartas podem ter sido utilizadas também para o ensino da irmã mais nova da Princesa, mas não foi destinado a outros alunos. A utilização recorrente da expressão "Vossa Alteza" por Euler demonstra bem isso. Ainda assim, consideramos o feito de Euler bastante significativo, antecedendo em quase um século a história contada pela historiografia do ensino à distância.

É importante salientar que o uso do termo ensino à distância possui definições e teorizações bastante discutidas por estudiosos da área. Contudo, neste artigo usamos o termo somente para nos referir às atividades precursoras desta modalidade de ensino, sem pretender, com isto, dizer que Euler ou Pitman assim definiam suas atividades de ensino ou que eles são os "inventores" desta prática.

Outro ponto a ser considerado é o acesso que as mulheres tinham às Ciências e à Matemática no século XVIII. Maria Gaetana Agnesi (1718-1799), Gabrielle Émilie Le Tonnelier de Breteuil, marquesa de Châtelet-Laumont (1706-1749) e Laura Bassi (1711-1778) são talvez alguns dos nomes citados quando nos referimos às mulheres das Ciências deste período. Contudo, sabemos que elas não tiveram acesso a uma educação científica formal, mas buscaram tais conhecimentos de outros modos. O caso da Princesa não foi diferente. Segundo Mayfeld (2013), ela tinha vontade de aprender Ciências e Matemática, mas só conseguiu quando seu pai convidou Euler para tal tarefa.

Mas que posição Euler tinha quando foi convidado a ensinar Sophie? Sabemos que já possuía grande reconhecimento, tanto que foi por esse motivo, que recebeu em 1541, com trinta e três anos de idade, convite para trabalhar na Academia de Ciências da Prússia em Berlim. Lá estando, produziu muitas de suas obras e continuou a ter seu trabalho cada vez mais reconhecido entre cientistas e estudiosos. Euler também era bastante conhecido e mantinha amizades junto á corte prussiana, naquele tempo comandada por Frederico II (1712-1786), quem o convidou para estar na Academia de Ciências.

Não se sabe ao certo o momento em que Euler conheceu o pai da Princesa, porém, cogita-se que tenha sido em algum concerto musical, pois a música era um dos interesses em comum de ambos. Naquele tempo, a corte de Frederico II era o grande palco da música erudita alemã e provavelmente Euler conheceu Friedrich Heinrich por volta de 1755, quando o futuro

Marquês comprou uma mansão em Berlim, na qual residia e frequentavam diversos membros da nobreza e da corte prussiana. Em 1771, quando Friedrich Heinrich recebeu o título de Marquês de Brandenburg-Schwedt, também levou consigo artistas e desenvolveu naquela cidade um importante centro musical, tendo sido uma das primeiras cidades alemãs a receber um teatro.

O mote para que Euler tenha sido o tutor da futura Princesa também não é claro. Sabe-se que, em 1760, ela já era assistente na Abadia de Herford, então é muito provável que ela tenha necessitado de tais estudos para se tornar abadessa, o que veio ocorrer em 1765. Segundo Calinger (1976), Euler teria visitado Friedrich Heinrich em sua mansão em Berlim já com a intenção de ensinar suas filhas. Também sabe-se que em 1759, Euler ensinou pessoalmente à Princesa (EULER, 1990). Como Euler era o mais importante cientista da corte prussiana, com certeza sua escolha para o ensino da jovem seria a mais indicada. Não sabemos se e quanto Euler pode ter recebido para executar tal trabalho.

Quando Euler iniciou a escrita das cartas, em 1760, ele tinha cinquenta e três anos, já estava parcialmente cego, entretanto, estava no auge de sua carreira em Berlim. Por outro lado, a jovem Sophie tinha quinze anos e como ela já ocupava uma posição de assistente na Abadia de Herford, segundo Musielak (2014a), é provável que ela tenha recebido sua formação básica na própria Abadia. Contudo, nestes ambientes, as moças normalmente eram preparadas somente para o casamento e para os cuidados da família.

Quanto ao fato das cartas terem sido escritas em francês, isso não é de se estranhar. O latim – anteriormente considerado a língua mais importante nas universidades e no "mundo das ciências" – aos poucos foi perdendo espaço e gradualmente iniciou-se um processo no qual se tornou plenamente aceito realizar publicações científicas em vernáculo. Não podemos afirmar que o francês tenha ocupado o lugar do latim, porém, ele foi valorizado como língua no ambiente das Ciências.

> "Enquanto o francês expandiu seu domínio nas ciências naturais em detrimento do latim, as línguas clássicas continuaram sendo a base da educação formal. A maioria dos autores francófonos de obras científicas era capaz de ler o latim com facilidade – e assim o fez, mesmo que não o usassem mais para sua correspondência. Eles frequentemente também liam outras línguas, embora as habilidades linguísticas não fossem simétricas; os ingleses eram mais propensos a saber francês do que vice-versa. Os filósofos naturais anglófonos publicaram em sua língua nativa, mas muitos escreveram cartas em francês; os alemães eram mais propensos do que os ingleses a se sentirem confortáveis com o latim, mas muitas vezes mantinham correspondências em francês também. Em suma, o uso de várias línguas permaneceu comum, embora os sábios franceses fossem menos dependentes do conhecimento de línguas estrangeiras do que seus contemporâneos em outras terras" (TERRALL, 2017, p. 637, tradução nossa).

Numa classificação mais abrangente, Calinger (1976) afirma que as cartas podem ser divididas em três grupos, que não seguem necessariamente a divisão adotada para a publicação em três volumes: (i) ciência geral (cartas I-LXXIX); (ii) filosofia (cartas LXXX-CXXXIII); (iii) questões físicas (cartas CXXXIV-CCXXXIV).

É importante notar que naquele tempo, convivem diferentes correntes filosóficas – leibnizianos, wolfianos, cartesianos, newtonianos e outras vertentes debatem diferentes assuntos da física e da teologia. Toda uma constelação de ideias e discussões aparecem neste conjunto de cartas. A complexidade dos assuntos filosóficos, segundo Calinger (1976), teria proporcionado dificuldades para o entendimento da Princesa.

> Em maio de 1761, Euler visitou a princesa e seu pai em Magdeburgo. Ela o informou que não conseguia mais entender completamente as cartas dele - em maio ele escrevera apenas sobre mônadas. Doravante, ele prometeu limitar-se exclusivamente a questões físicas - uma promessa que ele manteve (CALINGER, 1976, tradução nossa).

De uma maneira mais detalhada, podemos organizar as cartas segundo os assuntos abordados, da seguinte maneira:

Volume	**Nº das Cartas**	**Conteúdo das Cartas**
1º	I-II	Espaço e Tempo
	III-VIII	Música
	IX-XVI	Física: ar e suas qualidades, atmosfera e barômetro
	XVII-XXVII	Luz e cor
	XXXIII-XLIV	Óptica: distância de objetos, catóptrica, dióptrica e olhos
	XLV-LXXIX	Gravidade: teoria da gravitação universal, Newton, marés, Descartes, movimento, repouso e inércia, Wolff, o princípio da mínima ação
2º	LXXX-XCVII	Espírito: liberdade, pecado, presença divina, materialismo, idealismo
	XCVIII-CVIII	Lógica
	CIX-CXIV	Questões teológicas
	CXV-CXX	Conhecimento e verdades: o sensível, o entendimento e a fé
	CXXI	A essência dos corpos: extensão, impenetrabilidade e inércia
	CXXII-CXXXII	Teoria das mônadas e questões filosóficas
	CXXXIll-CXXXVII	Luz e cores
	CXXXVIII-CLIV	Eletricidade
3º	CLV-CLXXXVI	Coordenadas de um lugar, bussolas e agulhas imantadas
	CLXXXVIl-CCXXIII	Lentes ópticas
	CCXXIV-CCXXXIV	Fenômenos celestes: influências psicológicas e mecânicas na formação das imagens e aparência dos corpos celestes

Tabela 1: Conteúdos e Temáticas das cartas de Euler para a princesa alemã.
A tabela foi elaborada conforme descrição introdutória na tradução espanhola das cartas (EULER, 1990).

Para este artigo, selecionamos a carta XXXII, *Sur le bleu du ciel* (*Sobre o azul do céu*), que faz parte do primeiro volume e foi escrita por Euler à Princesa em 27 de julho de 1760. A referida carta, cuja tradução apresentamos a seguir, é a última de um conjunto que abordam luz e cor, conforme pode ser visto na tabela abaixo.

Nº das Cartas	Data	Título das Cartas
XVII	7 de junho de 1760	Sobre os raios de luz e sobre os sistemas de Descartes e de Newton
XVIII	10 de junho de 1760	Sobre as dificuldades que apresenta o sistema da emanação
XIX	14 de junho de 1760	Exposição de outro sistema sobre a natureza dos raios e da luz
XX	17 de junho de 1760	Sobre a propagação da luz
XXI	21 de junho de 1760	Digressão sobre a extensão do mundo. Em seguida, sobre a natureza do Sol e de seus raios
XXII	24 de junho de 1760	Esclarecimentos posteriores sobre a natureza dos corpos brilhantes por si mesmos e sobre as diferenças entre tais corpos e os corpos opacos iluminados
XXIII	28 de junho de 1769	Sobre a maneira como os corpos opacos se tornam visíveis e explicação da opinião de Newton, que coloca a causa na reflexão dos raios
XXIV	1 de julho de 1760	Exame e refutação dessa opinião
XXV	5 de julho de 1760	Outra explicação sobre a maneira como os corpos opacos iluminados se tornam visíveis
XXVI	8 de junho de 1760	Continuação desta explicação
XXVII	12 de junho de 1760	Fim desta explicação e sobre a claridade e a cor dos corpos opacos iluminados
XXVIII	15 de julho de 1760	Sobre a natureza das cores em particular
XXIX	28 de julho de 1760	Sobre a transparência dos corpos relativa à passagem dos raios
XXX	22 de julho de 1760	Sobre a passagem dos raios de luz por meios transparentes e sobre a refração dela [da luz]
XXXI	27 de julho de 1760	Sobre a refração dos raios de diversas cores
XXXII	27 de julho de 1760	Sobre o azul do céu

Tabela 2: Conjunto de cartas do primeiro volume das *Lettres* que abordam temáticas relacionadas à luz e cor. A tabela foi elaborada conforme os dados da versão original em francês (EULER, 1768).

3. Tradução da carta XXXII, sobre o azul do céu

V[ossa] A[lteza] acaba de ver como a causa da visibilidade de todos os objetos consiste em um movimento de vibração extraordinariamente rápido, com o qual estão agitadas as partículas menores em suas superfícies, e a frequência das vibrações determina sua cor. Não importa que as partículas sejam agitadas por uma força intrínseca, como acontece com os corpos brilhantes, ou que recebam sua agitação de uma iluminação ou outros raios que são iluminados, como acontece com os corpos opacos. Contudo, a frequência ou a rapidez das vibrações depende do tamanho das partículas e de seu dinamismo, o mesmo que a rapidez da vibração de uma corda depende da sua grossura e da sua tensão. E assim, enquanto as partículas de um corpo

conservem o mesmo dinamismo, manifestarão a mesma cor, como as folhas de uma planta que mantêm as mesmas cores enquanto estão frescas, mas quando começam a secar, mudam o dinamismo causante da cor e produzem uma [cor] diferente. Sobre isto, já tive a honra de falar á V[ossa] A[lteza], agora vou explicar-lhe um fenômeno universal: por que o céu, de dia, parece azul. Considerando este fenômeno normal, parece como se tivesse uma cúpula prodigiosa lá em cima tingida de azul, igual aos pintores que representam o céu em um teto. Não pretendo desiludir a Vossa Alteza sobre essa opinião: pouca reflexão é suficiente para compreender que o céu não é uma cúpula azul, que tem fixadas estrelas como unhas brilhantes. V[ossa] A[lteza] está plenamente convencida que as estrelas são imensos corpos que se encontram a uma distância remota de nós, e que se movem livremente em um espaço quase vazio ou cheio de uma matéria sutil que se chama éter. Mas, mostrarei a V[ossa] A[lteza] que a causa do azul do céu deve ser buscada na nossa atmosfera, que não é perfeitamente transparente. Se fosse possível subir cada vez mais alto sobre a superfície da terra, primeiro o ar se faria cada vez mais rarefeito, depois não seria suficiente para manter nossa respiração, por último, [o ar] se perderia por completo, encontrando-nos então com o éter puro. Também, ao subir altas montanhas, o mercúrio no barômetro desce cada vez mais, e a atmosfera se torna mais leve. E então se observa que o azul brilhante do céu se faz mais e mais fraco, e se pudéssemos subir até o éter puro, a cor azul do céu sumiria por completo. Ao olhar para cima não se veria nada e o céu pareceria negro, como durante a noite. Pois, tudo nos parece negro quando nenhum raio de luz chega até nós. E tem razão ao perguntar por que o céu nos parece azul. A princípio é preciso entender que se o ar fosse um meio perfeitamente transparente como o éter, este fenômeno não teria lugar. Então só receberíamos os raios das estrelas, mas a claridade do dia é tão grande que a pequena luz das estrelas se faz insignificante. Da mesma maneira, Vossa Alteza não veria a chama de uma vela durante o dia, quando está bastante distante, enquanto a mesma chama nos parece de noite muito brilhante a uma distância bastante grande. Por isso, está claro que se deve procurar a causa do azul do céu na deficiente transparência do ar. O ar está carregado de muitas partículas que não são totalmente transparentes, mas que ao serem iluminadas pelos raios do sol, recebem um movimento de vibração que produz novos raios, próprios dessas partículas, ou então essas partículas são opacas e quando as iluminamos se fazem visíveis a nós. Mas a cor dessas partículas é azul, logo está aqui a explicação do fenômeno: o ar contém uma grande quantidade de pequenas partículas azuis, ou também se pode dizer que as mínimas partículas são azuladas, mas de um azul extraordinariamente tênue, apenas perceptível em uma enorme massa de ar. Assim, em um quarto não percebemos o azul, mas quando os raios azulados de toda a atmosfera penetram de uma vez em nossos olhos, por mais fraca que seja a cor de cada um, conjuntamente podem produzir uma cor muito forte. Isso se confirma com outro fenômeno que não é desconhecido por V[ossa] A[lteza]. Ao olhar uma floresta de perto nos parece muito verde, mas quando nos distanciamos parecerá mais e mais azul. As florestas das montanhas de Harz, vistos desde Magdeburgo, parecem bastante azuis, embora ao olhá-las desde Halberstadt sejam verdes. A razão se encontra na grande extensão de ar entre Magdeburgo e as montanhas. Por mais tênues ou rarefeitas que sejam as partículas azuladas do ar, há tão grande quantidade nessa faixa, cujos raios penetram conjuntamente nos olhos e consequentemente representa uma cor azul bastante escura. Distinguiremos um fenômeno semelhante nos nevoeiros, onde o ar está carregado de muitas partículas opacas e esbranquiçadas. Olhando a uma pequena distância, apenas se percebe o nevoeiro, mas quando a distância é grande, a cor esbranquiçada se faz muito sensível, até o ponto em que não se vê nada através dele. A água do mar, quando é bastante profunda parece verde, mas quando se enche um vaso, é bastante clara. A razão visivelmente é a mesma: tal água está amontoada de muitas partículas esverdeadas, uma pequena quantidade das quais não

produz qualquer efeito sensível, mas uma grande magnitude de raios esverdeados juntos, como ao olhar para o fundo [do mar], produz uma cor intensa.

27 de Julho de 1760.

4. A Carta: Aspectos Pedagógicos

As *Lettres* têm sido objeto de estudos na interface entre História das Ciências, História da Matemática e o Ensino, buscando uma compreensão do possível uso pedagógico das mesmas nas aulas de Matemática (PEREIRA, 2014; PEREIRA & MENDES, 2015) e de Física (WELLAUSEN, 2017). Estas pesquisas demonstram a importância da tradução e dos estudos de fontes primárias não somente para apresentar suas potencialidades e limitações como material de ensino nas aulas, mas também nos apresentam temáticas relativas às Ciências e seu desenvolvimento no século XVIII e nos coloca diante dos modos como tais conhecimentos eram ensinados.

Nas cartas para a Princesa, chama a atenção o empenho de Euler no que denominamos aspectos pedagógicos. Como dissemos mais acima, Euler se dedicou a esta tarefa a pedido do pai da Princesa, o Marquês Friedrich Heinrich von Brandenburg-Schwedt.

A escrita das cartas foi um trabalho continuo e incessante durante quase dois anos, tendo se iniciado em abril de 1760 e terminado em maio de 1762. Desconhecemos a rotina na qual Euler estava envolvido, porém percebe-se que ele escrevia todos os sábados e terças-feiras, algumas vezes escrevendo mais de uma carta em um único dia. A única exceção foi a carta escrita em 14 de maio de 1760, uma quarta-feira. Ao consultarmos o *The Euler Archive,* uma fonte online de trabalhos e documentos originais de Euler mantido pela *Mathematical Association of America* (MAA). constatamos que a maioria das cartas escritas por ele entre os anos de 1760 e 1762 ocorriam às terças e sábados. Contudo, não conhecemos os motivos para que isso tenha ocorrido e provavelmente estava ligado à rotina estabelecida por Euler ou aos dias em que o serviço de correios estava disponível.

As cartas nos demonstram a capacidade de Euler de apresentar temas científicos e filosóficos para uma pessoa jovem e leiga. Euler, dedicado a diversas questões das Ciências e da Matemática de seu tempo, debatendo os mais complexos problemas filosóficos de então, mostra que além de escrever se utilizando de linguagem mais refinada e técnica para atender especificamente a um público de estudiosos e pesquisadores, também pode usar determinadas estratégias nos momentos em que precisa ser compreendido por um público leigo.

O caráter didático de seu livro de *Álgebra*, por exemplo, foi um dos motivos pelos quais tal obra foi editada e traduzida para diversas línguas. Fellmann (2007) chega a afirmar que a *Álgebra* de Euler é uma das obras matemáticas mais vendidas da história. E, da mesma maneira, as *Lettres* também teve grande aceitação, fato notado pelo número de edições e traduções publicadas.

> Publicadas em S. Petersburgo pela primeira vez em 1768 concomitantemente em francês e em russo, suas edições se multiplicaram abrangendo todos os idiomas da Europa; as referências à edição alemã de 1769 são enganosas pois as cartas escritas no período de 19 de abril de 1760 ao final de maio de 1762 o forma em Berlim. Inexistente em português, a edição espanhola em Madri é de 1798 (LA PENHA, 1984, p. 47 apud PEREIRA, 2014, p. 59).

Essa aceitação, para Guilherme de la Penha (1942-1996), reside no fato de ter uma linguagem clara e simples, dedicada a uma pessoa leiga em conhecimentos científicos. Nas palavras (talvez romantizadas) de la Penha "essa obra, que não tem nada em comum com as demais

produções de Euler deve ter se constituído em um repouso para seu espírito, destinando-se a iniciar nas altas concepções de física uma pessoa desprovida de conhecimento em qualquer das ciências" (LA PENHA, 1984, p. 46 *apud* PEREIRA, 2014, p. 59).

Especificamente acerca da carta selecionada, é nela que Euler explica á Princesa os motivos pelos quais nós enxergamos o céu da cor azul. Segundo a exposição de Euler, "[...] a cor dessas partículas é azul, logo está aqui a explicação do fenômeno: o ar contém uma grande quantidade de pequenas partículas azuis, ou também se pode dizer que as mínimas partículas são azuladas, mas de um azul extraordinariamente tênue, apenas perceptível em uma enorme massa de ar".

Ao explicar o fenômeno, Euler recorre a um exemplo: a vista das montanhas de Harz – a cadeia montanhosa mais extensa e alta do norte da Alemanha – a partir de duas cidades localizadas em distancias diferentes. Halberstadt e Magdeburgo estão situadas a nordeste de Harz distando, em linha reta, aproximadamente 30 e 75 km, respectivamente. Euler afirma que ao olharmos para Harz desde Halberstadt, vemos a floresta mais verde que a partir de Magdeburgo. O princípio dessa explicação está no fato de que quão mais distante estamos de um local, mais partículas de ar – que segundo a concepção dele são azuladas – se encontram entre o espectador e o objeto, diminuindo as demais tonalidades de cor e aumentando o azulado.

Vemos aqui uma das formas que Euler inseria em seu texto para facilitar a compreensão do assunto abordado. Neste caso, ele buscou um exemplo que provavelmente fazia parte do contexto de vida da Princesa. Não é possível afirmar com certeza, mas provavelmente a jovem conhecia as cidades apresentadas por Euler e a vista das montanhas a partir delas.

No trecho final do texto, Euler exemplifica o mesmo fenômeno falando do nevoeiro e da água do mar. Em ambos os casos, quanto mais distantes estivermos, mais partículas haverá, de maneira que enxergaremos mais claramente a cor das mesmas. No primeiro caso, o do nevoeiro, as partículas são esbranquiçadas e no segundo, na água do mar, esverdeadas.

Recorrer a exemplos ou a analogias é uma tática frequente nas cartas de Euler. No início dessa mesma carta, para explicar sobre a frequência de vibração das partículas, Euler faz uma associação entre o tamanho das partículas e seu dinamismo e a grossura e a tensão de uma corda. Embora o primeiro caso se refira a aspectos da óptica e o segundo a um fenômeno sonoro, ainda assim, Euler se utiliza dessa analogia acreditando que servindo de exemplo mais próximo da realidade da Princesa, ela compreenderia mais facilmente o assunto em questão.

Esta característica é considerada por nós como muito importante no trabalho executado por Euler, demonstrando claramente sua preocupação em fazer adaptações na linguagem visando a aprendizagem e a compreensão dos assuntos científicos por sua jovem aluna.

5. Considerações Finais

A*s Cartas a uma princesa da Alemanha sobre diversos assuntos de Física e Filosofia* se apresentam como material importante de pesquisas em três vertentes. Em primeiro lugar, para os estudos em História das Ciências e da Matemática, o conjunto de 234 cartas pode nos trazer informações relativas às Ciências praticadas no século XVIII, tanto no que diz respeito às concepções de Euler, quanto a respeito dos intensos debates científicos e filosóficos daquele tempo. Em segundo lugar, a referida obra possui potencialidades pedagógicas para serem inseridas nas aulas de Ciências e de Matemática atualmente, levando para sala de aula, discussões sobre o desenvolvimento científico e matemático. Por fim, para a História do Ensino de Ciências e de Matemática, as cartas nos apresentam alguns dos modos utilizados para se ensinar conteúdos científicos.

No que diz respeito à este último aspecto – que escolhemos para abordar neste artigo – consideramos as *Lettres* um marco na História do Ensino de Ciências. As cartas escritas por Euler, com a finalidade de ensinar assuntos científicos e filosóficos à jovem Princesa Sophie Charlotte, demonstram as capacidades e as estratégias de ensino deste reconhecido personagem das Ciências e da Matemática oitocentista. A obra de Euler, além de nos apresentar tais características pedagógicas, em alguns aspectos, também antecipa a história das possibilidades de ensino através de correspondência, algo que só será institucionalizado quase cem anos depois.

Como dissemos, as cartas também evidenciam as capacidades e as estratégias de ensino de Euler, reconhecido personagem das Ciências e da Matemática do século XVIII. O estudo da carta de 27 de julho de 1760, apresentado neste artigo, nos serve como exemplo e mostra parte destas estratégias pedagógicas de Euler ao explicar assuntos científicos para uma pessoa jovem e leiga, evidenciando as táticas utilizadas por ele com a finalidade de facilitar a compreensão de cada assunto estudado. Vemos que o recurso a exemplos e analogias é o mais presente, mas em outras cartas também são utilizadas figuras, esquemas e diagramas com o intuito de esclarecer ou evidenciar os assuntos abordados.

Referências

BETHENCOURT, Francisco & EGMOND, Florike (Eds.). *Cultural Exchange in Early Modern Europe.* v. 3. Correspondence and Cultural Exchange in Europe, 1400-1700. Cambridge: Cambridge University Press, 2007.

CALINGER, Ronald. Euler's "Letters to a Princess of Germany" As an Expression of his Mature Scientific Outlook. *Archive for History of Exact Sciences*. v. 15, n. 3, p. 211-233, 1976.

EULER, Leonhard. *Lettres a une Princesse d'Allemagne sur divers sujets de Physique & de Philosophie*. São Petersburgo: Academia Imperial de Ciências, 1768.

EULER, Leonhard. *Cartas a una Princesa de Alemania sobre diversos temas de física y filosofia*. Carlos Mínguez Pérez (Trad.). Zaragoza: Universidad, Prensas Universitárias, 1990.

FELLMANN, E. A. *Leonhard Euler*. Erika Gautschi & Walter Gautschi (Trad.). Basel – Boston – Berlin: Birkhäuser Verlag, 2007.

MATTHEWS, Diane. The Origins of Distance Education and Its Use in the United States. *Technological Horizons in Education*, v. 27, n. 2, p. 54-67, 1999.

MAYFIELD, Betty. Women and Mathematics in the Time of Euler. *The College Mathematics Journal*. v. 44, n. 2, p. 82-88, 2013.

MELTON, James Van Horn. *Absolutism and the Eighteenth-century Origins of Compulsory Schooling in Prussia and Austria*. Cambridge: Cambridge University Press, 2003.

MUSIELAK, Dora. *Euler and the German Princess*. arXiv.org. Cornell University Library. 2014a. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/1406.7417> Acesso em: 31 mai. 2018.

MUSIELAK, Dora. *Euler: Genius Blind Astronomer Mathematician*. arXiv.org. Cornell University Library. 2014b. Disponível em: <https://arxiv.org/abs/1406.7397> Acesso em: 31 mai. 2018.

PEREIRA, Daniele Esteves. *Correspondências científicas como uma relação didática entre história e ensino de matemática: o exemplo das cartas de Euler a uma princesa da Alemanha*. Tese (Doutorado em Educação) - Centro de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2014.

PEREIRA, Daniele Esteves. & MENDES, Iran Abreu. *As correspondências entre Euler e a princesa alemã como unidades básicas de problematização para as aulas de Matemática*. Série História da Matemática para o Ensino. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

SILVA, Circe Mary Silva da. O Livro Didático mais Popular de Leonhard Euler e sua Repercus-

são no Brasil. *Revista Brasileira de História da Matemática*. v. 9, n. 17, p. 33-52, 2009.
SIMONSON, Michael, SMALDINO, Sharon & ZVACEK, Susan. *Teaching and Learning at a Distance: foundations of distance education*. Charlotte: Information Age Publishing, 2015.
TERRALL, Mary. French in the Siècle des Lumières: A Universal Language? Isis. v. 108, n. 3, p. 636-642, 2017.
WELLAUSEN, Karolina Machado Galvão. *Ensinando Óptica com as Cartas de Leonhard Euler para uma Princesa Alemã.* Relatório (Iniciação Científica). Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2017.

Zaqueu Vieira Oliveira
Universidade de São Paulo – USP
E-mail: z.zaqueu@usp.br

Karolina Machado Galvão Wellausen
Universidade de São Paulo – USP
Email: karolina.wellausen@usp.br

Os escritos de Lazare Carnot sobre Geometria de Posição

The writings of Lazare Carnot on Position Geometry

Francisco Djnnathan da Silva Gonçalves
Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN – Natal/Brasil
Iran Abreu Mendes
Universidade Federal do Pará – UFPA – Belém/Brasil
ORCID iD: https://orcid.org/0000-0001-7910-1602

RESUMO

O excerto que constitui este artigo perpassa as características disponíveis nos artigos *online* sobre a importância das Obras de Lazare Carnot, acerca do ensino de geometria. O objetivo deste escrito é expor, sinteticamente, as publicações que mencionam a geometria carnotiana e os encadeamentos dados por esses autores que potencializam a ideia de utilização para o apreender dos conceitos relativos a essa área de conhecimento. Para tanto, apoiamo-nos na pesquisa documental, com aspectos de análise histórica, sem qualificar e/ou desqualificar o rol de produções acadêmicas com a temática em destaque. Ressaltamos o uso do registro histórico, com um viés pedagógico, consiste em um dos objetivos de uma pesquisa doutoral, em andamento, sobre os contributos de Carnot acerca da Geometria Sintética que pode servir como subsídio para o ensino de Matemática na Educação Básica. Compreende-se que a partir desse estudo, com a apresentação da literatura secundária, o uso das definições deste matemático pode oportunizar um ensino de geometria com aspectos projetivos e com mais significado, principalmente relativo as construções geométricas.

Palavras chave: Lazare Carnot. Ensino de Matemática. Geometria Carnotiana.

ABSTRACT

The excerpt that constitutes this article reviews information available in articles online about the importance of the Works of Lazare Carnot on the subject of the teaching of geometry. The purpose of this article is to discuss briefly those publications that mention the Carnotian geometry and the threads given by these authors that enhance the idea of use to apprehend the concepts related to this area of knowledge. Therefore, we rely on documentary research, with aspects of historical analysis, without qualifying and/or disqualifying the list of academic productions with the theme in focus. We emphasize that the use of the historical record, with a pedagogical bias, is one of the objectives of an ongoing doctoral research on the contributions of Carnot to synthetic geometry that can serve as an aid for teaching school mathematics. It is understood that from this study, with the presentation of secondary literature, the use of Carnot's ideas can occasion the teaching of a more meaningful geometry, principally about geometric constructions and correlations among the figures.

Keywords: Lazare Carnot, Mathematics Teaching, Geometry Carnotian.

Apontamentos introdutórios

O estudo dos conceitos de Geometria contempla aspectos que se relacionam com as compreensões estabelecidas por vários autores, em diferentes épocas, que corroboram para o entendimento do percurso dado às construções geométricas a serem ensinadas na escola neste século XXI. Ao partir desse pressuposto, torna-se essencial buscar informações que estejam relacionadas diretamente a tais compreensões – consideradas nos livros de matemática como definições, com vistas a esboçar um panorama da consolidação dessas ideias no contexto acadêmico e escolar. É evidente que neste artigo nosso olhar de pesquisador está direcionado, especificamente, para as produções matemáticas de Lazare Carnot, em um exercício de investigação que pode oportunizar uma compreensão acerca da importância de seu trabalho para uma descrição analítica da temática em destaque neste trabalho.

Inicialmente devemos mencionar que a finalidade da investigação dessas produções, consiste em delinear a importância dos escritos para o desenvolvimento de estudos acerca da geometria, para compreendê-las historicamente e utilizá-las para fins de ensino na Educação Básica. Para tanto, realçamos os artigos que emergiram no decurso da pesquisa, que estão relacionados às definições e conceitos estabelecidos por Carnot. Constitui em um panorama, *a priori*, de pesquisadores que descreveram algo em torno das ideias preconizadas por esse autor, mas que se situam apenas como aparatos para seus escritos. Não o destaca como figura importante, mesmo quando usufrui das propriedades descritas por ele, principalmente no seu trabalho intitulado *Géométrie de Position* (Geometria de Posição).

É evidente a importância histórica de Carnot, principalmente no que concerne ao método de resolução dos problemas geométricos, como por exemplo no livro *De la corrélation des figures de géométrie* de 1801 (Da Correlação de figuras geométricas), uma verdadeira introdução de uma geometria pura voltada às figuras correlativas, ou seja, focalizada em um exercício de exploração do espação (do plano) baseado na correlação de figuras. Além da exposição de uma geometria sintética[12] e do conceito "elementar" no estudo metódico de propriedades pertencentes à figuras compostas de linhas retas e círculos.

Ao tratarmos do estudo das construções geométricas, com foco nas transformações e problemas de generalizações, a partir de suas resoluções consideraremos o princípio da correlação das figuras mais particulares. Isso está contemplado em seus escritos, além de evidenciados posteriormente pelos seus sucessores, como Poncelet. A ideia de um estudo pautado nesses trabalhos consiste em identificar os princípios norteadores de uma geometria que fora sustentada por tal e seus desdobramentos de uso como subsídios pedagógico/metodológico para a construção de conhecimentos geométricos na Educação Básica.

De modo geral, este artigo pretende elucidar o percurso investigativo de pesquisas subsidiadas por textos que contemplaram e caracterizaram as informações descritas nos trabalhos do referido matemático. Para tanto, pesquisamos em fontes netnográficas (*internet*) a partir de palavras-chave como "Lazare Carnot" e "*Géométrie de Position*", com vistas a possibilitar um panorama da utilização dos conceitos geométricos de Carnot que foram extraídos e difundidos desde a sua publicação até a segunda década deste século XXI. Como resultado identificamos apenas sete trabalho que, de certo modo, estão conectados ao nosso estudo e corroboram com os objetivos de uma pesquisa mais ampla, em andamento. A partir de uma síntese de cada artigo, expomos a seguir os conceitos que consideramos pertinentes ao nosso objeto de estudo e que refletem as noções conceituais formuladas por Carnot em sua geometria e apontamos possíveis desdobramentos para estudos futuros.

Sobre a Geometria Carnotiana

A produção científica contempla várias ações que correspondem aos procedimentos assumidos para a consolidação das ideias a serem difundidas. Assim, o momento precede uma caracterização do objeto, de modo a evidenciar os princípios norteadores e os alcances que possibilitarão compreender os conceitos emergentes da pesquisa e, posteriormente, análise de documento. Neste sentido, a busca de elementos substanciais para expor as ideias referentes à Geometria Carnotiana constitui algo essencial para os estudos acerca dos conceitos geométricos presentes na matemática abordada na Educação Básica neste inicio de século XX. Para

12 A geometria sintética ou pura é compreendido como um ramo da geometria que se encarrega em estudar e construir de maneira sintética as formas e os lugares geométricos. Trata-se do estudo da geometria sem o uso de coordenadas, ou seja, uma geometria que por oposição à geometria analítica, não faz intervir nem o sistema de referência nem o sistema de coordenadas (BOUVIER; GEORGE; LIONNAIS, 2005).

tanto, pesquisamos em plataformas *online*, artigos que mencionassem e/ou tivessem relações diretas com Lazare Carnot, principalmente, relativos ao desenvolvimento de estudos sobre suas produções concernentes a geometria. Desse modo, emergiram sete artigos que serão apresentados sinteticamente ao longo das seções.

O estudo acerca do matemático e político francês Lazare Nicolas Marguerite Carnot tem sido algo empolgante e ao mesmo tempo desafiador, visto que seus escritos transpassam áreas relacionadas à Mecânica, Cálculo infinitesimal e Geometria, além da dificuldade de encontrar tais documentos físicos e/ou disponíveis na forma impressa ou msmo digital. Para ilustrar essa situação, recorremos ao livro H*istória da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*, de Tatiana Roque (2012), que ao esclarecer fatos relativos ao contexto francês, cita Carnot como uma personagem que participou do movimento de algebrização da análise matemática, principalmente com críticas. Assim, a autora afirma que "os métodos sintéticos voltaram a ser defendidos e o valor atribuído à possibilidade de generalização fornecida pela álgebra passou a ser criticado em prol de métodos que pudessem ser mais intuitivos" (ROQUE, 2012, p. 329). De fato, com a exposição dada e apoiada em Schubring (2007, p. 4) com o posicionamento de Carnot acerca dos negativos "[...] que empreendeu[Carnot] pela primeira vez uma análise sistemática das diversas provas da regra dos sinais" e a descrição da "substituição dos números negativos por uma nova geometria sintética[13]", conduzem aos elementos estruturais que Carnot esboça para o desenvolvimento da Matemática, *a priori*, sobre o Cálculo, seguido pela Geometria.

Quanto a esse contexto, interligação feita entre os números negativos e a geometria, levando em consideração a apresentação de números imaginários envoltos por essa geometria, emerge o primeiro artigo[14] intitulado *Utiliser des éléments imaginaires en géométrie: Carnot, Poncelet, von Staudt et Chasles*, publicado em 2016, por Philippe Nabonnand. Logo, na introdução do artigo, Nabonnand comenta sobre as interpretações que recaem no uso dos imaginários na geometria pura que se relaciona com a geometria analítica, com demonstrações que levam à generalização dos enunciados, além de expor o objetivo do escrito. O texto remete à descrição de quatro personagens, dentre os quais emerge Lazare Carnot com a reflexão sobre os imaginários e as correlações com a geometria, denominadas pelo autor como correlações complexas.

No decurso do artigo, parte destinada às ideias de Carnot, a noção de correlação fora descrita a partir de uma citação retirada de um dos escritos de Carnot que justifica as propriedades com características particulares. Neste caso, as letras foram utilizadas para designar pontos, de modo que determinam partes das figuras geométricas. Na sequência, Nabonnand mencionou o livro *Géométrie de Position*, direcionando à consideração dada aos espectros de figuras correlatas e às propriedades, com fórmulas que expressam relações entre os elementos de uma figura. Assim, as citações traduzem o pensamento carnotiano de geometria, principalmente no envolvimento dos sinais imaginários ou quantidades imaginárias, que remetem à correlações imaginárias/sistemas complexos.

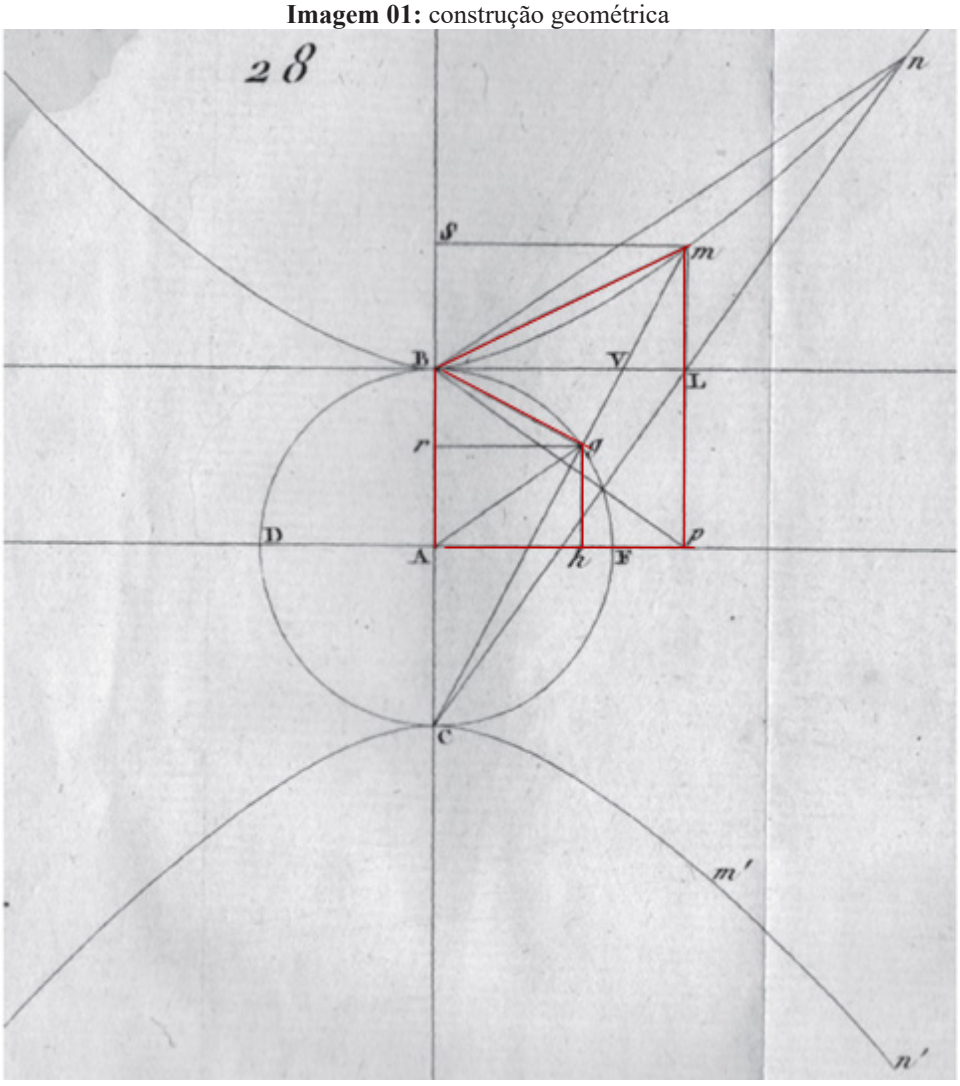
---

13 Segundo Schubring (2005, 2007) há uma correspondência entre a nova geometria sintética com a geometria de posição.

14 Artigo publicado no HAL archives-ouvertes.fr que constitui num espaço multidisciplinar de acesso aberto para o depósito e disseminação de documentos de pesquisa científica, publicados ou não. Os documentos podem vir de instituições de ensino e pesquisa na França ou no exterior, ou em centros de pesquisa públicos ou privados. O arquivo aberto multidisciplinar HAL, destina-se ao depósito e divulgação de documentos de nível científico, publicados ou não, de instituições de ensino e pesquisa francesas ou estrangeiras, laboratórios públicos ou privados (tradução livre).

O autor ilustra a informação descrita anteriormente, considerando duas curvas de equação $y^2 = a^2 - x^2$ *e* $y'^2 = x'^2 - a^2$, de modo que, segundo Carnot, tais curvas continuariam a ter as mesmas propriedades semelhantes e/ou análogas. Para exemplificar, a partir do livro de Lazare Carnot, no artigo foi apresentado o círculo como conjunto de pontos equidistantes de um mesmo ponto, relacionando com a hipérbole equilátera que na correlação imaginária possui uma propriedade, mesmo que a escrita seja diferente, corresponde a esse círculo, "isto é, que na hipérbole equilátera, todos os pontos do segundo eixo também estão longe do topo da curva e do ponto desta curva que responde a ela perpendicularmente". Como subsídio para a compreensão das correlações o autor cita os trapézios *ABgh* e *ABmp*, que podem ser visualizados na imagem 01, a seguir:

Imagem 01: construção geométrica



Fonte: Extraído do artigo, 2016, p. 73.

A partir da imagem 01, e assumindo a explicação de Carnot, o autor afirmou que os trapézios são similares (semelhantes), sendo a diagonal *Ag* do primeiro igual aos lados *AB* e *Bg* do triângulo equilátero *ABg*, além da diagonal do segundo trapézio ser igual a *pm*, demonstrando, desse modo, no decurso do seu artigo, parte destinada as ideias de Carnot, que a noção de correlação fora descrita a partir do fato de que "todos os pontos *p* do segundo eixo também estão longe do topo da curva e do ponto desta curva que corresponde a ela perpendicularmen-

te"(NABONNAND, 2016, p.74). Acrescenta ainda, que há uma distinção entre as diferentes formas de figuras ou sistemas de quantidades que se correlacionam, por meio de transformação de fórmulas. Quando diretamente aplicado à figura/sistema, caso exista a correlação direta com o sistema primitivo (origem), não muda, ou uma das quantidades não passa por 0 ou por ∞. De modo semelhante, quando indiretamente correlacionado com o sistema primitivo, se as fórmulas sofrerem modificações de sinais para serem aplicavéis. No contexto do artigo, ao finalizar as informações acerca de Carnot, o autor afirmou que "não há elementos imaginários na geometria, mas correlações imaginárias entre figuras, para as quais é necessário usar números complexos para 'preservar' fórmulas" (NABONNAND, 2016, p.76). Essa afirmação significa que nessa geometria cria-se a noção de correlação complexa ou imaginária com a finalidade de possibilitar estudos sobre as propriedades que preservam as figuras correlativas.

O segundo artigo[15] intitulado "*Géométrie de Position*" – *o estranho livro de Lazare Carnot*, de Fernando Raul Neto, publicado em 1994 na Revista da Sociedade Brasileira de História da Ciência contempla aspectos resumidos da vida e obra de Carnot. O pesquisador expõe a teoria das quantidades positivas e negativas, destaca os pontos polêmicos do escrito e as influências deste autor para o estabelecimento das ideias de Poncelet. Assim, antes de adentrar nos conceitos colaborativos de Carnot, exibe uma espécie de biografia que precede a publicação do *Géométrie de Position*. Nos aspectos biográficos, dá ênfase aos escritos de Carnot fora da matemática, referentes à arte de construção e fortalezas militares, textos políticos, poesias e reflexões morais.

Quando relacionado aos textos científicos, Raul Neto (1994) destacou as áreas de atuação de Carnot agrupadas em Mecânica, Cálculo infinitesimal e Geometria. No decurso do artigo, apresentou um quadro com a lista de publicação de Carnot, destacada no quadro 01, a seguir.

Quadro 01: descrição dos títulos/áreas/anos das publicações de Carnot

Título	Área de conhecimento	Ano
Mémoire sur la théorie des machines pour concourir au prix de 1779 proposé par l'Académie Royale des Sciences de Paris	Mecânica	1778
Mémoire sur la théorie des machines pour concourir au prix que l'Académie Royale des Sciences de Paris doit adjuger en 1781	Mecânica	1780
Essai sur les machines en général	Mecânica	1783
Lettre sur les aerostats	Mecânica	1784
Dissertation sur la théorie de l'infine mathématique, ouvrage destiné à concourir au prix qu'a proposé l'Académie Royale des Sciences, arts et belles-lettres de Berlin, pour l'année 1786. Arras, le 8 septembre 1785	Cálculo	1785
Segunda edição do 'Essai sur les machines en général'	Mecânica	1786
Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimal	Cálculo	1797
Oeuvres mathématiques du citoyen Carnot	Mecânica	1797
Lettre du citoyen Carnot au citoyen Bossut contenant quelques vues nouvelles sur la trigonométrie	Geometria	1800
De la corrélation des figures de géométrie	Geometria	1801
Géométrie de Position	Geometria	1803
Principes fondamentaux de l'équilibre et du mouvement	Mecânica	1803

15 De acordo com a nossa busca na internet, esse artigo fora o primeiro que apresenta algo relativo aos estudos de geometria apoiado em Lazare Carnot.

Mémoire sur la relation qui existe entre les distances respectives de cinq points quelconques pris dans l'espace; suivi d'un essai sur la théorie des transversales	Geometria	1806
Segunda edição do 'Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimal'	Cálculo	1813
'Rapports' para o 'Intitut de France'	Diversos	1804/ 06

Fonte: informação extraída do artigo publicado na Revista Brasileira de História da Ciência (1994) – adaptação

Sequencialmente, no artigo, afirmou-se que os quatro trabalhos[16] de Carnot concernentes à Geometria podem ser evidenciadas na composição estrutural do conteúdo escrito do *Géométrie de Position*. Assim, Raul Neto (1994, p.56) destacou que

> Esses quatro textos formam, na realidade, um corpo único, e é legítimo falar aqui de uma "tetralogia geométrica". De fato, a *Lettre au citoyen Bossut* foi retomada e bastante ampliada no capítulo V do *Géométrie de Position*, o De la corrèlation é redistribuído quase sem alterações ao longo do Géométrie de Position e o último texto, o Mémoire, são as versões condensadas e estilisticamente melhoradas de um problema e da Teoria das transversais, ambos presentes no Géométrie de Position (RAUL NETO, 1994, p.56).

A esse respeito, identifica-se indícios de que a finalidade do artigo constitui-se em esboçar, de forma sucinta, as principais definições da Geometria de Carnot, presentes nas seis seções do *Géométrie de Position*, com ênfase no conceito de correlação de sistema. Além disso, evidenciou discussões e impactos acerca das ideias carnotianas, a ponto de considerar a produção científica de Carnot como algo estranho e desafiador.

O terceiro artigo intitulado *Das Historisches Bild Von Lazare Carnot (1753-1823): Ungelöste Fragen*, de Fernando Raul Neto, publicado em 2009 na Revista Brasileira de História da Matemática, em alemão, foram esboçadas informações sobre a obra do matemático e político Lazare Carnot com o objetivo de mostrar sua geometria e os desdobramentos presentes na literatura secundária, com destaque ao livro *Géométrie de Position*. No decurso da introdução, o autor elencou os contributos deste matemático na história da mecânica, a cinemática, cálculo infinitesimal e geometria. No que se refere a este último, dá indícios sobre os primeiros passos para o desenvolvimento da geometria projetiva, além de expressar as ideias carnotianas com a história dos números imaginários, topologia, cálculo vetorial e geometria analítica. Raul Neto (2009) relatou a importância dos escritos de Carnot para as ciências, mesmo com a ausência de algo definitivo sobre os temas científicos trabalhados pelo matemático francês. Há um destaque para as reflexões metodológicas que acompanharam os textos de Carnot, principalmente quanto ao cálculo e a geometria, que constituem-se em elementos substanciais para a investigação a qual nos propomos em um estudo a médio e longo prazo.

De fato, dos escritos científicos de Lazare Carnot, consideramos o *Géométrie de Position* como o principal, por sintetizar as ideias e resultados já apontados nos outros três sobre temáticas relativas à geometria. Nele, o autor inicia anunciando o tema por uma disserta-ção preliminar, na qual crítica a análise matemática e as noções de negativos, mesmo que posteriormente tenha passado a descrever seus pensamentos sobre os negativos na geometria. Além disso, o autor referenda o artigo com o posicionamento de Klein acerca do pensamento carnotiano, levando em consideração as contribuições de Poncelet e as correlações, continuidade anuncia-

16 Raul Neto (1994) destacou no artigo as publicações, utilizando a palavra texto de Geometria produzido por Carnot.

das por Carnot. Há também uma controvérsia em termos da compreensão de Carnot acerca dos números negativos, que o levou a conclusões erradas, conforme descrições apresentadas por Raul Neto (2009), já referendadas por Kline em 1972.

Um quarto texto, que constitui uma dissertação de mestrado intitulada de *Jean-Victor Poncelet e as propriedades projetivas das figuras*, defendida em 2013, seu autor Jansley Alves Chaves, se propõe a destacar os contributos de Poncelet para o estudo de geometria. Para seu intento, Chaves (2013) tomou os escritos de Carnot com a vistas a justificar relações existentes entre a geometria carnotiana e a de Poncelet. No texto, esclareceu que as geometrias de Carnot presnetes em: 1. *Lettre du citoyen Carnot au citoyen Bossut contenant quelques vues nouvelles sur la trigonométrie;2. De la corrélation des figures de géométrie; 3. Mémoire sur la relation qui existe entre les distances respectives de cinq points quelconques pris dans l'espace, suivi d'un essai sur la théorie des transversales e 4. Géométrie de Position*, formam um único corpo que estão inseridas neste último.

Assim, no decurso do texto da dissertação descreve a geometria carnotiana concernnte à posição relacional dos elementos e das figuras geométricas, além de distinguir correlações (grandezas e posição) entre as partes das figuras. Essa ideia traz à tona as propriedades das figuras, levando em conta a fórmula e as mudanças ocorridas, principalmente aqueles elementos que afetam as fórmulas. Além disso, ao expor as obras Correlation des Figures (1801) e *Géométrie de position* (1803), conduz o leitor a apropriação de um quadro sobre geometria pura e o estudo das correlações, com destaque a geometria sintética e os desdobramentos estendido à Geometria Analítica.

A partir de um exemplo, Chaves (2013) salientou ainda que dados três pontos (A, B e C) e estabelecendo correlações que configuram a posição de um dos pontos em relação aos demais, mostrou as quantidades e a possibilidade de tais não se submeterem a troca de sinais – diretas, além daquelas que submetem – inversas. Dessa maneira direcionou a atenção para o objeto de estudo, a noção de continuidade e de pertinência nos escritos de Poncelet. Antes porém, subsidiado por traduções dos escritos de Carnot, esboçou a noção de sistema primitivo/figura primitiva, caracterizando tal noção como algo de ordem puramente pedagógica e metodológica. Além disso, a imagem geométrica carnotiana influenciou os trabalhos relacionados à Mecânica e analogias entre as transformações (figura e sistema mecânico).

> Mas, Carnot não descreve apenas as figuras correlativas como as figuras que podem ser derivadas uma da outra por uma sequência de transformações insensíveis, mas também como sistemas de pontos em números iguais, se correspondendo dois a dois, em que traçamos um mesmo número de retas, de circunferências, pelos quais traçamos o mesmo número de planos (CHAVES, 2013, p.35).

A explicação carnotiana contempla elementos que não são puramente geométricos, por se tratar de uma relação e comparação entre partes da Matemática, referentes à Álgebra e/ou Aritmética. De acordo com as afirmações de Chaves (2013),

> Para Carnot, o princípio de enumeração, os algoritmos de operações de aritméticas e as técnicas algébricas de resolução das equações são exemplos de aplicações deste método; este método revela a ideia combinatória do século XVIII: o objetivo é decompor o sistema extremamente complexo (ou as operações "sobre os números considerados") para se tratar diretamente os sistemas (ou operações) mais simples e reunir os resultados parciais. Em Geometria, da mesma maneira, as figuras extremamente complicadas e que não se pode representar vagamente, serão decompostas em figuras mais simples (CHAVES, 2013, p.36).

De fato, a ideia exposta na dissertação conduz à compreensão de propriedades dos polígonos por meio de reduções sucessivas (decomposição em figuras mais simples). O autor exemplificou com o estudo dos quadriláteros construídos a partir de propriedades do triângulo, generalizando os polígonos, sequencialmente pelo método da indução. E neste percurso, segundo Chaves, o objetivo de Carnot consistia em "uma série de mecanismos... adaptados para fazer a mais sensível analogia entre as figuras de um mesmo gênero, e fazer com que as fórmulas encontradas tenham uma sucessiva aplicação a todas as figuras" (CARNOT, 1803, xxv apud CHAVES, 2013, p. 38).

Um quinto trabalho publicado sobre essa temática carnotiana é um resumo expandido intitulado *Lazare Nicolas Marguerite Carnot: vida e obras*, publicado em 2015, por Emanoel Kelison da Silva Meneses e Iran Abreu Mendes, no qua se referem a um estudo bibliográfico com o objetivo de mostrar a importância do geômetra para a Matemática. Contudo, o texto descreveu o percurso feito por Carnot na política e militarismo, deixando os contributos científicos como segundo plano. Os autores preocuparam-se em esclarecer o envolvimento público de Carnot, quando, a partir de uma cronologia de atividades desenvolvidas, posteriormente mencionam a uma publicação sobre Cálculo infinitesimal. A esse respeito comentaram sobre a importância do escrito, citando o próprio Carnot e um adendo na promissora concepção de geometria. Ressaltaram, ainda, que o estudo se pautava em uma vertente documental, natureza qualitativa, com perspectiva de apresentar tal personagem matemática que fora esquecida, por mais que tivesse uma participação significativa na produção de conhecimento sobre construções geométricas.

No sexto artigo intitulado de *A influência de Carnot nos trabalhos de Poncelet*, publicado em 2015, de Jansley A. Chaves e Gerard E. Grimberg, constitui por um fragmento de sua dissertação d emestrado, já mencionada anteriormente. A proposta do texto é apresentar a influência carnotiana para os estudos de Poncelet, levando em consideração uma síntese daquilo que fora anunciado e discutido na dissertação de mestrado. Assim, não há acréscimos desse artigo que possam subsidiar o aprofundamento dos estudos referentes ao ensino de geometria.

No sétimo artigo intitulado *A Geometria de Lazare Carnot*, publicado em 2018, de Francisco Djnnathan da Silva Gonçalves e Iran Abreu Mendes, descreveu as produção matemáticas de Carnot sobre geometria, com destaque no livro *Géométrie de Position*. O objetivo dos autores constituiu-se em apresentar tal livro e seus contributos matemáticos e didáticos, de modo que o matemático seja valorizado como personagem importante para um ensino de geometria pautado no exercício de construções geométricas como uma maneira de desenvolvimento cocneitual a parti das experiências construtivas concretas e interpretação conceitual de tais construções. O fragmento exposto no artigo contém considerações teóricas que ressaltam a importância dos escritos de Lazare Nicolas Marguerite Carnot, com aporte potencial para uso didático e epistemológico no ensino de conceitos geométricos na Educação Básica. Antes de caracterizar o objeto de estudo, os autores apresnetam um levantamento, incipiente sobre geometria e comentam sobre possíveis causas de sua omissão.

Igualmente, os autores trazem como fundamento teórico para o artigo, a pesquisa investigativa, que, a partir das publicações estudadas pode servir como base para favorecer o desenvolvimento das capacidades criativas dos educandos em vislumbrar aspectos conceituais em sala de aula e seus desdobramentos fora dela. Afirmaram ainda, que o estudo aliado a formulação de atividades investigativas pode subsidiar a criação e organização de fundamentos e métodos que corroboram para o ensinar e o apreender em geometria. Sequencialmente, mostram um descritor de ações que pode ser simplificado como: 1) Leitura, *estudo e tradução dos textos da geometria de Carnot; 2) Elaboração de uma versão traduzida das produções de Carnot* ; 3)

Compilações dessas produções traduzidas para uso na elaboração de atividades para ensino de geometria na Educação Básica.

Para tanto, os autores apresentaram a folha de rosto de um dos livros e as capas dos demais, e na sequência, descrevem a principal Obra (*Géométrie de Position*), iniciando com

> [...] a preocupação com a posição relativa dos elementos e das figuras geométricas, de modo que ao desenvolver métodos, não concede atenção ao sinal. Ou seja, distingue duas relações entre as partes das figuras, uma refere-se as relações de grandezas e a outra, as relações de posição. A primeira concernente ao valor absoluto das quantidades e a segunda aquelas que exprimem a posição respectiva dos elementos da figura que indicam o ponto está acima ou abaixo de tal reta, a direita ou esquerda e tal plano, dentro ou fora de tal circunferência ou de tal superfície curva (GONÇALVES & MENDES, 2018, p. 10).

Os apontamentos que o artigo esmiúça acerca das construções geométricas, tendo por base a correlações das figuras, estudo feito por Carnot para justificar a geometria elementar que, ao contrário da geometria euclidiana, conduz os procedimentos para resolução de problemas geométricos, sem considerar os aspectos aritméticos/algébricos. A ideia remete-nos a demonstrações de relações geométricas a partir de construções que farão a generalização pautado nas características dos casos particulares.

Considerações Finais

Ao estudarmos elementos históricos como subsídios para os encadeamentos de conceitos geométricos, principalmente quando há correspondência direta para a sala de aula, consideramos esse fato importante e pertinente. Há uma curiosidade de sabermos que tipo de geometria desenvolveu Lazare Carnot, mesmo que exista, na própria escrita do autor, que sua geometria é elementar (geometria métrica) e que a prática pedagógica referente ao ensino desta geometria, deveria acostumar o espírito (mente) à reflexão, ao rigor e ao encaminhamento das ideias. De fato, quando compreendemos uma configuração histórica e a constituição de trabalhos que foram produzidos para permitir um alcance maior de métodos, analíticos e geométricos, conduzimos o processo de ensino e aprendizagem de forma mais simples. O modo de resolver problemas em geometria a partir de construções, sem a necessidade de cálculos aritméticos, passa a ser realizado de forma exploratória e com significado distinto e perceptível.

É sabido que as contribuições de Lazare Carnot não perpassam apenas a geometria, tendo em vista que seu ensaio *Reflexões sobre a metafísica do cálculo infinitesimal* esboça conceitos que validam o cálculo infinitesimal. A imagem geométrica carnotiana, influente nos trabalhos relacionados à Mecânica, nas transformações de uma figura e no sistema mecânico, algo que pode ser observado também em Poncelet . Ademais, o estudo das propriedades dos polígonos efetua-se por reduções sucessivas e o estudo das propriedades dos quadriláteros é obtido a partir das propriedades do triângulo, do pentágono a partir do quadrilátero e estes dos polígonos generalizados por indução.

Este artigo não tinha o objetivo de mostrar a biografia de Carnot, em um ambiente político e social, nem pretendeu analisar os escritos publicados por ele, sobre as diversas temáticas, visto que a importância dada refere a literatura secundária. De fato, a finalidade de buscar as publicações que estejam relacionadas às produções desse personagem, consiste em permitir que haja um alcance das teorias dele, bem como delinear a importância para o desenvolvimento de estudos acerca da geometria. Mesmo sem a necessidade de apresentar os jogos de poder em sua vida profissional, além do contexto histórico do período mais fecundo que se inseriu suas

produções, admitimos que isso torna-se essencial quando preocupamo-nos com os desdobramentos que a geometria carnotiana pode trazer para ensino de Matemática para a formação conceitual e didática de professores de Matemática e, consequentemente, para estudantes da Educação Básica.

De outro lado, percebemos que a busca de uma compreensão sobre o método de resolução dos problemas geométricos estabelecidos na produção de Carnot, que consiste em um estudo metódico de propriedades pertencentes a figuras compostas de linhas retas e círculos, pode oportunizar a utilização como fundamento do ensino de geometria na Educação Básica, como um aparato pedagógico e metodológico. No clássico *Géométrie de Position* (1803) que contempla aspectos de uma geometria pura comparável com a geometria analítica, leva o autor a fundação da geometria moderna. Assim, para Carnot, os problemas geométricos são então generalizações e suas resoluções obtém-se por meio do princípio da correlação a partir do estudo das figuras mais particulares. E esse conceito de correlação corresponde a uma nova concepção de geometria, com objetos geométricos sem a visão euclidiana, que eram isoladas, mas sim como um conjunto de figuras continuamente móveis.

De fato, aqui, nos preocupamos com o objetivo de expor, sinteticamente, as publicações que mencionam a geometria carnotiana e os encadeamentos dados por esses autores que potencializam a ideia de utilização dos conceitos relativos a essa área de conhecimento. Não há uma análise dessas publicações em profundidade. Assim, a seguir, apresentamos os principais aspectos que estão nos textos que estão neste artigo, considerando a contribuição e/ou conceitos emergentes que podem serem utilizados no ensino de Matemática na Educação Básica:
1º *Utiliser des éléments imaginaires en géométrie: Carnot, Poncelet, von Staudt et Chasles*, de Philippe Nabonnand, deixa como contributo para os estudos acerca da geometria, pautado em Carnot, a correlação complexa ou imaginárias que ao estudar as propriedades, tem-se que as mesmas preservam as figuras correlativas. Isso pode subsidiar a iniciação dos aspectos geométricos, principalmente ao compreender a relação com a ideia de complexo.

2º"*Géométrie de Position" – o estranho livro de Lazare Carnot*, de Fernando Raul Neto, traz a importância dos escritos de Carnot, levando em consideração os primeiros textos publicados, bem como os que foram agrupados para formar o corpo teórico da geometria. A ênfase no conceito de correlação de sistema constitui na contribuição principal de seu escrito, ou pelo menos, a indicação que este conceito está nas produções de Carnot e pode servir como base de apoio para a ideia dos conceitos carnotianos de geometria.

3º *Das Historisches Bild Von Lazare Carnot (1753-1823): Ungelöste Fragen*, de Fernando Raul Neto, remete-nos a compreensão relativo a correlações e continuidade. Há uma importância dada a história da Matemática que abarca o conceito de geometria projetiva, além das reflexões metodológicas que acompanharam os textos de Carnot que podem servir como subsídios para os estudos dos conceitos da geometria.

4º *Jean-Victor Poncelet e as propriedades projetivas das figuras*, de Jansley Alves Chaves, constitui de um relatório de pesquisa de mestrado, defendida em 2013, que reporta-nos a visualização generalizadora dos contributos de Carnot para o estudo de Poncelet. O autor conduz a escrita para um estudo sobre a geometria pura e o estudo das correlações, que oportuniza o entendimento dos desdobramentos quanto à Geometria Analítica.

5º *Lazare Nicolas Marguerite Carnot: vida e obras*, publicado em 2015, de Emanoel kelison da Silva Meneses e Iran Abreu Mendes, conduz para a apresentação da vida e obra deste importante matemático do século XIX, cuja contribuição recai no uso de elementos históricos para desenvolver o processo de investigação, subsidiado pelos conceitos de geometria encontrados nas produções de Carnot.

6º *A influência de Carnot nos trabalhos de Poncelet*, de Jansley A. Chaves e Gerard E. Grimberg, refere-se ao excerto do relatório de dissertação, mencionada como quarto texto, já comentado neste artigo.

7º *A Geometria de Lazare Carnot*, de Francisco Djnnathan da Silva Gonçalves e Iran Abreu Mendes, conduz ao estudo das correlações das figuras, pautadas nas características particulares que desaguam nos aspectos de generalização. Os conceitos geométricos, em análise nas produções de Carnot, podem subsidiar a compreensão das construções em geometria, com aparato pedagógico/metodológico diferenciado. Há uma correspondência entre o estudo e os desdobramentos para a sala de aula, primordialmente, a partir das concepções históricas que foram envolvidas.

Diante de nossas reflexões, podemos asseverar que, embora o artigo trata de uma parte inicial de um estudo ainda em desenvolvimento, foi possivem destacarmos que há uma potencialidade geométrica ainda não estudada em profundidade, que pode oportunizar o paontamento de contribuições importantes para um ensino de Matemática criativo e inovador que acrescente mais significados à aprendizagem dos estudantes, principalmente em seus aspectos metacognitivos, concretizados no uso de aplicativos referentes à geometria dinâmica. Todavia, os materiais textuais sobre essa geometria ainda se encontram em processo de tradução da língua materna (francesa) para o português (brasileiro), além do momento de compreensão dos significados do período histórico que as produções estão inseridas. Pode-se afirmar, portanto, que o papel de uma análise epistemológica sobre a geometria carnotiana recai, em um estudo sobre geometria métrica e suas definições, de modo a oportunizar um ensino de geometria com aspectos projetivos, principalmente relativo às construções geométricas e suas interpretações conceituais.

Referências

BOUVIER, Alain; GEORGE, Michel; LIONNAIS, Francois le. **Dicionário Akal de Matemáticas.** Madrid: Ediciones Akal, S. A., 2005.

BOUVIER, Alain; GEORGE, Michel; LIONNAIS, Francois le. **Dictionnaire des mathématiques**. 3. ed. Paris: Prees Universitaires de France, PUF, 2009.

CARNOT, Lazare Nicolas Marguerite. **De la corrélation des figures de géométrie**. Paris: Duprat, 1801.

CARNOT, Lazare Nicolas Marguerite. **Géométrie de position**. Paris: Duprat, 1803.

CHAVES, Jansley Alves. **Jean-Victor Poncelet e as propriedades projetivas das figuras**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Instituição de Ensino, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro/RJ, 2013, p. 31-36.

CHAVES, Jansley Alves; GRIMBERG, Gerard E. A influência de Carnot nos trabalhos de Poncelet. **Anais** do SNHMat, 2015.

GONÇALVES, Francisco Djnnathan da Silva; MENDES, Iran Abreu. A Geometria de Lazare

Carnot. **Anais** do SIPEMAT, 2018.
MENESES, Emanoel kelison da Silva; MENDES, Iran Abreu. Lazare Nicolas Marguerite Carnot: vida e obras. **Anais** do SNHMat, 2015.
NABONNAND, Philippe. **Utiliser des éléments imaginaires en géométrie:** Carnot, Poncelet, von Staudt et Chasles . Lise Bioesmat-Martagon. Eléments d'une biographie de l'espace g_eom_etrique, PUN-Edulor, pp.69-105, 2016, Histoires de g_eom_etries, 978-2-8143-0269-3. <http://www.edulor.fr/>. <hal-01264479>
RAUL NETO, Fernando. "Géométrie de Position": o estranho livro de Lazare Carnot. **Revista da Sociedade Brasileira de História da Ciência**, nº 12, jul-dez/1994.
RAUL NETO, Fernando. Das Historisches Bild Von Lazare Carnot (1753-1823): Ungelöste Fragen. **Revista Brasileira de História da Matemática**, Vol. 9 nº18, out/2009-mar/2010), 2009, p.195-217.
ROSA, Carlos Augusto de Proença. **História da ciência:** a ciência moderna. ─ 2.ed. ─ Brasília: FUNAG, 2012, p. 272.
ROQUE, Tatiana. **História da Matemática:** uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro (RJ), Editora Jorge Zahar, 2012, p. 329.
SCHUBRING, Gert. **Um Outro Caso de Obstáculos Epistemológicos:** o princípio de permanência. Bolema, Rio Claro (SP), Ano 20, nº 28, 2007, pp. 1 a 20.

Francisco Djnnatan Silva Gonçalves
Universidade Federal do Rio Grande do Norte – UFRN – Natal/Brasil
E-mail: djnnathan@yahoo.com.br

Iran Abreu Mendes
Universidade Federal do Pará
E-mail: iamendes1@gmail.com

Um desfile de escola de samba em homenagem a Gödel

A parade in honor to Gödel

Rosemeire de Fátima Batistela
Universidade Estadual de Feira de Santana - UEFS/Bahia/Brasil

RESUMO

Neste artigo apresentamos a vida e a obra de Kurt Gödel (1906 – 1978) e o fizemos por meio da descrição e comentários de/sobre um fictício desfile de escola de samba homenageando-o bem como dos bastidores do desfile. Trata-se de um artifício inventado por nós para expor as principais obras lógico-matemáticas de Gödel e a repercussão delas na Matemática. O fictício desfile aconteceu na festa de carnaval de 2018 na cidade do Rio de Janeiro no Brasil. Gödel nasceu em Brünn, hoje República Tcheca, em 1906 e viveu e estudou lá até 1923 quando entrou na Universidade de Viena e cursou Matemática. Sob a supervisão de Hans Hahn (1879 – 1934) apresentou em 1929 a tese de doutorado provando a completude da Lógica de Primeira Ordem. De 1930 até 1938 foi membro da Universidade de Viena, onde pertencia à escola do positivismo lógico. Em 1931 apresentou o resultado que o tornaria famoso, a prova dos Teoremas da Incompletude de Gödel (TIG) nos quais provou resultados fundamentais sobre sistemas axiomáticos, mostrando em qualquer sistema matemático axiomático, proposições que não podem ser provadas ou desaprovadas dentro dos axiomas do sistema. Esse resultado impactou as tentativas de estabelecer axiomas que colocariam toda a matemática em uma base axiomática que vinham sendo realizadas há quase um século, atingindo principalmente o projeto do formalismo de David Hilbert (1862 – 1943) e o Logicismo de Bertrand Russell (1872-1970). Os teoremas de Gödel não destruíram a ideia essencial do formalismo, mas estabeleceram que qualquer sistema axiomático teria que ser mais abrangente do que o previsto por Hilbert. Em seus desdobramentos os teoremas de Gödel destacam-se como um marco entre os demais resultados matemáticos do século XX, pois mostram que a Matemática não está finalizada, como se acreditava na época.

Palavras-chave: Lógica Matemática. Teoremas da Incompletude de Gödel. Kurt Gödel. Formalismo. Logicismo.

ABSTRACT

In this paper we present the life and work of Kurt Gödel (1906 - 1978) and we did it through the description and comments of / about a fictional samba school parade honoring him as well as the backstage of the parade. It is an artifice invented by us to expose the main logical-mathematical works of Gödel and the repercussion of them in Mathematics. The fictional parade took place at the carnival party of 2018 in the city of Rio de Janeiro in Brazil. Gödel was born in Brünn, now the Czech Republic, in 1906 and lived and studied there until 1923 when he entered the University of Vienna and studied Mathematics. Under the supervision of Hans Hahn (1879-1934) he presented in 1929 the doctoral thesis proving the completeness of the First Order Logic. From 1930 to 1938 he was a member of the University of Vienna, where he belonged to the school of logical positivism. In 1931 he presented the result that would make him famous, the proof of Gödel's Incompleteness Theorems (TIG) in which he proved fundamental results on axiomatic systems, showing in any axiomatic mathematical system, propositions that can not be proved or disapproved within the axioms of the system . This result had an impact on the attempts to establish axioms that would put all mathematics on an axiomatic basis that had been carried out almost a century ago, mainly affecting the design of David Hilbert's formalism (1862-1943) and Bertrand Russell's Logicism (1872-1970). Gödel's theorems did not destroy the essential idea of formalism, but established that any axiomatic system would have to be more comprehensive than Hilbert envisioned. In its unfolding, Gödel's theorems stand out as a milestone among the other mathematical results of the twentieth century, since they show that mathematics is not finished, as was believed at the time.

Keywords: Mathematical Logic. Theorems of Gödel's incompleteness. Kurt Gödel. Formalism. Logicism.

Comissão de frente

A c*omissão de frente* consistindo de um grupo de mais ou menos uma dúzia de pessoas vem à frente realizando uma coreografia e introduzindo o enredo que abrange as principais obras produzidas por Gödel, quais sejam, o Teorema da Completude da Lógica de Predicados de Primeira Ordem, o Teorema da Incompletude da Aritmética, seus resultados em Teoria dos Conjuntos que abordam resultados de consistência e independência de axiomas, o resultado relacionado com o intuicionismo, a interpretação de Gödel (e Gentzen) da Aritmética Clássica na Aritmética Intuicionista. E, sobretudo essa abertura traz a mensagem que atravessa quase todo seu trabalho, a tese da inexauribilidade da Matemática[19], que sem sombra de dúvida aponta a relevância do trabalho de Gödel para a Lógica e para o pensamento matemático formalizado.
Levando em conta o enredo os integrantes dessa comissão vêm trajando uma fantasia de indecidível e a coreografia desenvolve um espetáculo ritmado pelo samba clássico.

A obra matemática de Gödel não é extensa, são basicamente sete artigos, duas monografias baseadas nas suas aulas e treze pequenos artigos (ou notas) publicados entre 1932 e 1936 na revista *Ergebnisse eines Mathematischen Kolloquiums* (*Resultados de um Colóquio Matemático*), tratam-se de textos de uma ou duas páginas, a menos de um com cinco páginas e outro com um único parágrafo.

Na letra do enredo não aparecem cinco pequenos trabalhos sobre geometria, todos com menos de uma página escritos em colaboração com Karl Menger (1902 – 1985) e Abraham Wald (1902 – 1950) a pedido de Menger para uma reforma na geometria projetiva e diferencial. O mesmo tratamento foi dado a dois artigos de Gödel sobre cosmologia relativista, publicados entre 1949 e 1952 por não pertencerem à Lógica Matemática.

As alegorias e adereços representam os elementos do enredo e as características pessoais do homenageado e veiculam em carros alegóricos. O primeiro desses é o carro *abre alas* que traz em destaque um personagem representando Gödel trajando sua vestimenta rotineira e o símbolo principal de sua obra, o seu teorema da incompletude enunciado conforme em Shoenfield (1967, p. 132), a saber, “Se T é uma extensão axiomatizada de N, então T é não completa”. Os outros carros representam os demais trabalhos de Gödel.

O carro abre alas

O carro abre alas adentra a avenida representando o(s) Teorema(s) da Incompletude de Gödel. Este carro foi pensado de modo a trazer o surgimento inesperado deste resultado. É preciso que se diga que este carro solicitou bastante atenção para que não deixasse transparecer alguma ideia que sugerisse que o resultado fosse motivado por alguma objeção particular de Gödel em relação à Hilbert, dado que o que o TIG atinge pontualmente o problema 2 da lista de problemas de Hilbert apresentada em 1900, cuja expectativa entre os matemáticos era que a demonstração da consistência da aritmética estava prestes a ser obtida. Como curiosidade apresentamos abaixo uma parte do enredo que trata de apresentar o TIG e o impacto dele no problema 2 de Hilbert.

19 Ferreira (2006, p. 10) enuncia essa tese da seguinte forma: “dada uma qualquer formalização da matemática (que contenha um modicum de aritmética), pode sempre passar-se para uma extensão formal com variáveis do tipo lógico seguinte na qual se deduzem proposições intuitivamente verdadeiras mas não dedutíveis no sistema original”.

Estava posto para os maiores matemáticos
Um problema desde os antecedentes
A busca por pureza e clareza
Que para Gödel foi muito atraente

Até então tudo era axiomatização
Postulados, *statements*, fundamentação...
As regras e a dedução
Foi então que se intensificou a discussão

Aristóteles deduziu com inferência
Euclides utilizou a axiomatização
Newton matematizou mecanicamente
Hilbert preparou uma conferência

Tinham uma difícil função
Construir a Matemática com demonstração
Mostrar em aritmética a consistência
De sua própria axiomatização

Usaram todos os métodos conhecidos
Mas ninguém conseguiu totalmente convencer
"A Matemática é toda lógica!"
Russell chegou a dizer

Decidiram em consenso pela intuição proceder
Mas ao final não conseguiram fazer
A Matemática é uma convenção?
Pois, se nenhum de nós a conseguiu coser!

Foi então que surgiu um logicista
Mergulhou profundamente e com atitude
- o problema 2 não tem solução...
Vejam o meu teorema da incompletude.

Este poema culmina na solução apresentada por Gödel em seu mais famoso trabalho, o teorema da incompletude, publicado em 1931, e que significou um abalo no projeto matemático da vida de Hilbert. Esse projeto era o de construir uma teoria rigorosa capaz de descrever toda a Matemática. Em outras palavras, o programa de Hilbert propunha "formalizar as teorias matemáticas (ou, melhor ainda, toda a Matemática), e demonstrar por meios finitários que essas teorias (ou, melhor ainda, toda a Matemática formalizada) eram consistentes" Da Silva (2003, p. 29). David Hilbert é considerado um dos maiores matemáticos. Inclusive na opinião do renomado grupo Bourbaki (1950) que ao explanar sobre a compartimentação da Matemática e sobre o trabalho dos matemáticos em campos específicos no âmbito da Matemática afirma:

> Mesmo entre aqueles que têm a mais ampla formação, não há nenhum que não se sinta perdido em determinadas regiões do imenso mundo da matemática; aqueles que, como Poincaré ou Hilbert, colocaram o selo de sua genialidade em quase todos os domínios, constituem uma grande exceção, mesmo entre os homens de maior realização. (BOURBAKI, 1950, p. 221, tradução nossa).

Ainda sobre os bastidores da preparação do desfile podemos afirmar que foi bastante trabalhosa a elaboração que se apresenta para ser fiel àquilo que o próprio Gödel afirmou sobre

que seu interesse na completude da aritmética que começou por necessidade de mostrar algum resultado para ser contratado como professor *Privatdozent* da Universidade de Viena, e mais, começou com a busca de provar a consistência da análise, que significava provar que em um sistema axiomático totalmente formalizado da análise não se deduz contradição alguma.

Este carro também representa o momento histórico em que surge o TIG, em que a crise dos Fundamentos da Matemática impulsionou as escolas filosóficas que vinham tendo seus esforços tornarem-se insuficientes para contornar a questão dos fundamentos da Matemática.

Hao Wang foi quem mais escreveu sobre como Gödel chegou à incompletude. Sua entrevista com Gödel na década de 1960 é quase tudo que se sabe da vida pessoal de Gödel. Para a ocasião da escolha de Gödel por resolver o problema da completude da análise procedendo pela aritmética, ele nos diz:

> (Gödel) representou os números reais por fórmulas... da teoria dos números e descobriu que tinha que usar o conceito de verdade para fórmulas fechadas da teoria dos números para conseguir verificar os axiomas de compreensão para a análise. Rapidamente se deparou com os paradoxos relacionados com a verdade e a definibilidade (em particular com o paradoxo do mentiroso e o paradoxo de Richard). Apercebeu-se de que a noção de verdade em teoria dos números não pode ser definida em teoria dos números e, por conseguinte, que o seu plano para demonstrar a consistência relativa da análise não funcionava. Hao Wang (1981, p. 654).

Hao Wang prossegue que certamente, foi a percepção de que é possível dar na aritmética um sentido preciso as asserções auto-referenciais que o fez tecer a prova usando a linguagem da aritmética.

Durante o trabalho dos carnavalescos que antecede em meses o desfile, cogitou-se apresentar este carro alegórico da mesma forma que o anterior, com o problema 2 de Hilbert à frente e a prova de Gödel ao fim. Mas, ainda que similar na forma o carro há que destacar que embora tenham estatutos lógicos equivalentes as duas resoluções se distanciam, pois, este problema foi resolvido e ao final prova-se a impossibilidade da demonstração da prova da consistência da aritmética.

Problemas com resolução positiva são comuns, entretanto, problemas com resolução negativa vinham sendo divulgados no início do século XX na Matemática. Quando dizemos resolvidos negativamente, dizemos provas de impossibilidade, tais como os três problemas clássicos da Antiguidade, o problema da construção de um polígono de 17 lados com régua e compasso, o problema de construir equações de quinto grau com radicais. Contudo, o TIG se diferencia dos demais por ser um resultado da metamatemática, e por ser dessa forma um resultado dentro da aritmética tem vasta repercussão nas teorias matemáticas. Por isso também ele se apresenta tão importante, pois estabelece limites no modo como se concebia a Matemática. Outro aspecto interessantíssimo que tem destaque na demonstração do TIG é a teoria que Gödel constrói no processo de aritmetização da matemática que cria os números de Gödel e o mapeamento da metamatemática na aritmética.

Por fim, a decisão dos carnavalescos para esta alegoria que homenageia o TIG foi trazer um carro com três palcos na forma de círculos e em cada um deles personagens representativos das três escolas filosóficas que buscavam fundamentar a Matemática em bases distintas.

Inspirados pelas figuras expostas em Snapper (1984), em um palco um personagens representando Bertrand Russel, Gottlob Frege, Giuseppe Peano (1858-1932) e Alfred North Whitehead (1861-1947) e as ideias dos logicistas. Vestidos a caráter e empenhados em articular símbolos dispostos em uma caixa na qual havia escrito “lógica” buscando mostrar que a Mate-

mática era a própria lógica.

Em outro palco Luitzen Egbertus Jan Brouwer (1881 – 1966) montando um quebra cabeça espacial a partir da intuição, mostrando os intuicionistas construindo a Matemática como um constructo alicerçado nos números naturais a partir do 1.

No último palco, representantes de Hilbert com a escola formalista. Diplomaticamente sentados jogando xadrez. Sobre os tabuleiros havia símbolos matemáticos e a presença de regras determinadas transpassando as jogadas.

E levantando-se ao centro do caminhão, ao meio dos três palcos surgia num um personagem representando Gödel. Vestido a caráter: casaco de frio cinza, calças pretas e óculos ao estilo dos registros de Gödel na época de 1931, reproduzia a imaginária cena de Gödel apresentando seu teorema da incompletude no Café Reichsrat em Viena ou mesmo no Congresso de Königsberg sobre Epistemologia das Ciências Exatas quando Gödel enunciou os resultados acerca da Matemática. Nas palavras de Lannes (2014, p. 4), primeiro teorema: "se um sistema formal contendo a aritmética for consistente, então ele contém proposições aritméticas verdadeiras que, no entanto, são *indecidíveis*"; e segundo teorema: "não há procedimento computável para provar a consistência da teoria dentro dela própria".

A parte que condecora o indecidível de Gödel demandou bastante esforço e dedicação dos carnavalescos desde quando se apresentou a sinopse do enredo, a qual guia a fabricação das fantasias, das alegorias e a composição do samba-enredo. Refletiu-se muito para o carro alegórico que trazia o TIG, pensou-se muito em fazê-lo tal qual a metáfora de Morris Kline na obra *The loss of certainly* quando se refere ao trabalho do matemático posteriormente ao teorema de Gödel e compara o matemático a um limpador de terreno, o qual ao limpar se apercebe da presença de animais selvagens escondidos no bosque à sua volta e mesmo limpando uma área maior, ele sabe que apenas afugentou para mais longe os animais selvagens (as contradições) e os animais selvagens escondidos no bosque à sua volta podem um dia surpreendê-lo. Cogitou-se apenas.

Uns queriam materializar o indecidível na forma de monstros, outros de figuras sombrias da noite da matemática, outros defendiam dizendo que a presença deles era sadia e mostrava a presença de vida além do que se podia e se tinha rastelado. Muitas dúvidas sobre esse ponto, muito se buscou saber e finalmente optou-se por trazê-lo representado pela seguinte frase afirmativa "eu sou mentiroso".

O carro seguinte ao abre alas

O carro imediatamente após o *abre alas* homenageia o seu teorema da completude e traz uma escultura acobreada do livro *Grundzüge der theoretischen Logik* (*Princípios de Lógica Matemática*) de David Hilbert e Wilhelm Ackermann (1896 – 1962), aberto na página em que está formulada, como problema em aberto, a questão da completude do cálculo de predicados. E ainda no mesmo carro na parte de traz, virado para frente, também em forma de escultura, a capa da dissertação de Gödel datada de 1929 na qual ele mostrou que toda fórmula logicamente válida pode ser demonstrada no cálculo de predicados de primeira ordem, isto é, que existe uma derivação formal para toda fórmula válida. Tal derivação é uma lista finita de passos em que cada passo é obtido através de um axioma, ou de regras de inferência básicas aplicadas a passos anteriores. Vale lembrar que Gottlob Frege (1848-1925), Bertrand Russell e alguns outros logicistas nos anos de 1920 já haviam axiomatizado a Lógica, porém, Gödel adotou um sistema dedutivo formal devido a Russell o qual se passa a descrever com algumas modificações menores. A demonstração do Teorema da Completude segue trabalhos anteriores, apoiando-se em um trabalho de Thoralf Skolem (1887 – 1963) de 1920 (que ele provavelmente desconhecia).

Gödel a respeito do teorema da completude, afirma a Hao Wang (1921 – 1995) em 1967:

> Matematicamente, o teorema da completude é de fato uma consequência quase trivial de Skolem (1920). Todavia, acontece que, na época ninguém (incluindo o próprio Skolem) fez esta inferência (nem a partir de Skolem nem, como eu fiz, a partir de considerações similares suas). Feferman et. al (2003, p. 397).

Ainda,

> Gödel generaliza ainda o resultado da completude a um conjunto numerável de fórmulas: dado um conjunto numerável de fórmulas, ou bem que elas são simultaneamente satisfazíveis ou, então, a negação duma conjunção finita delas já se deduz formalmente. Deste enunciado Gödel retira o seguinte resultado de compacidade: para que um conjunto numerável de fórmulas seja satisfazível é condição necessária e suficiente que todo o seu subconjunto finito seja satisfazível. Feferman et. al (2003, p. 397).

No fim de sua tese, Gödel demonstra ainda a independência da axiomática usada por Hilbert e Ackermann.

Na parte de traz deste carro uma escultura do livro semelhante à apresentada na parte da frente deste mesmo carro, na página em que estava enunciado o problema aparece o enunciado do Teorema da Completude e sobre ele um carimbo escrito "resolvido" para aquele problema exposto à frente do caminhão.

Sobre Gödel e os bastidores da criação do enredo e da execução do desfile

Não se pode negar a complexidade da vida do homenageado e é um desafio enredar uma história que traga além dos fatos, o jeito dele, que respeite sua excentricidade considerando os acontecimentos e compreendendo-os como imprescindíveis na vida dele e como consequentes de seu modo de pensar, de seu estilo, de sua genialidade, de seu modo de viver. Isso inclui o modo de pensar que atravessa uma vida: o interesse pela Matemática, pela Lógica, pela Física, pelos fundamentos das Ciências, pela Filosofia, pela *verdade* criada pelo Homem.

Ocupo-me buscando palavras que sejam sensíveis suficientes para dizer de um homem que frente à pergunta sobre o motivo da recusa a um convite para proferir uma conferência, afirmou ao filósofo Morton White (1917 – 2016) que sentia que "estaria fazendo uma injustiça às próprias ideias, porque ainda não as completara e expô-las prematuramente a um público hostil seria uma injustiça para com elas" Goldstein (2008, p. 181). O mesmo homem que à Hao Wang[20] fez uma lista de sua obra inédita e deu a compreender que receava que a receptividade de suas ideias seria cética e com desprezo de um público supostamente hostil[21]. Em Hao Wang (1981), num artigo feito entre os anos de 1976 e 1977 sobre desenvolvimento intelectual de Gödel (que Gödel forneceu informações e comentou), Gödel pediu que fosse excluída[22] uma nota de rodapé afirmando que ele havia casado no ano de 1938 com Adele Porket (1899-1981), alegando que a esposa não teve influência direta sobre seu trabalho acadêmico.

Essas três passagens relevam, aos nossos olhos, um homem muito criterioso com a forma da exposição de suas ideias, indisposto a reivindicar uma receptividade a elas, e metódico

20 Ver lista detalhada em Hao Wang (1987, p. 29).

21 Em Goldstein (2008, p. 179-180) expõe fatos e afirma sua compreensão, a qual partilhamos, que talvez Gödel estivesse superestimando o grau de "positivismo" nas universidades americanas e talvez subestimasse sua própria reputação, mas de forma alguma estava sendo paranoico ao julgar o clima hostil em relação às suas próprias ideias.

22 Contudo, no artigo que li, reeditado depois da morte de Gödel a nota está presente e há uma explicação desse fato na nota de rodapé.

com a separação entre vida pessoal e vida profissional.

Na nota de rodapé número 3 trazemos uma defesa a respeito da afirmação de Goldstein (2008, p. 179-180) adjetivando de *paranoico* Gödel naquela situação sobre sua relutância em publicações, contudo, talvez, essa defesa só caiba naquele caso referindo-se à publicização de suas ideias. Nas obras acessadas é unânime, diferindo apenas no nível de detalhes, na biografia de Gödel as passagens de crise de distúrbio de personalidade, cujo cume é sua morte em 14 de janeiro de janeiro de 1978. Morte cujo atestado de óbito documentou subnutrição e inanição causadas por distúrbio de personalidade.

Sabe-se, conforme relato de Rudolf Gödel, que aos cinco anos de idade Kurt Gödel teve um episódio de saúde que foi adjetivado de *leve crise de ansiedade*. É oportuno dizer que quase tudo que se sabe sobre a infância e adolescência de Gödel até seu surgimento como lógico no momento de seu teorema da incompletude deve-se a Rudolf, seu irmão único e mais velho, o qual escreveu um material que trazia informações sobre a origem familiar de seus pais, sobre os nomes, formação, trabalho, datas e escolas que frequentaram, bem como respondeu a perguntas de Hao Wang e John Dawson[23], que posteriormente divulgaram material biográfico de Gödel. Segundo Rudolf o menino Kurt Gödel era perguntador e na adolescência lia Immanuel Kant (1724-1804), um filósofo prussiano considerado o maior da época moderna. Tornou-se interessado em estudar Ciências pela leitura da obra teoria das cores de Goethe[24]. Ainda, Rudolf conta que aos oito anos, Gödel tivera reumatismo das juntas com febre alta, e que quando descobriu as possíveis sequelas desse acometimento, inferiu por conta própria que aquilo havia lhe causado danos cardíacos permanentes, e que ai começara sua hipocondria vitalícia. Tamanha hipocondria que levou Albert Einstein (1879-1955) a poupar Gödel de saber sobre a doença que o assaltava e que viria a levá-lo à morte aos 18 de abril de 1955.

Einstein foi um dos únicos amigos de Gödel. É amplamente divulgada na rede fotos dos dois andando pelos caminhos que levam e trazem do Instituto de Estudos Avançados de Princeton onde trabalhavam. Einstein revelou que ao fim de sua vida só ia ao Instituto para voltar caminhando e conversando com Gödel. A ligação entre os dois envolve: coincidências entre as idades com que provaram suas teorias revolucionárias, origem geopolítica, exílio nos Estados Unidos, gosto pelo campo de pesquisa do outro entre outras coisas, porém isso não explica o motivo daquele apreço profundo entre dois homens tão diferentes. Goldstein (2008) numa expressão de sensibilidade, com a qual concordamos, expõe que esse apreço era profundo: "[...] Einstein e Gödel foram colegas de exílio dentro de um exílio maior [...] no sentido mais profundo em que é possível um pensador estar exilado [...] exilados intelectuais" (2008, p. 31).

John Dawson que se tornou arquivista do legado literário de Gödel explicita em Goldstein (2008, p. 51) que Gödel era um homem discreto, reservado, que em sua sala de trabalho havia todo tipo de papelzinho com comentários e partes sublinhadas e "muitos rascunhos de cartas que nunca foram postadas, manuscritos de artigos que ele prometeu entregar, revisou repetidas vezes e depois nunca liberou para publicação". Ainda sobre isso, Goldstein (2008) nos

23 Hao Wang foi fiel seguidor de Gödel até seus últimos dias e John Dawson foi arquivista do legado literário de Gödel.

24 Johann Wolfgang von Goethe (1749 - 1832) é considerado, senão o mais, um dos mais importantes escritores alemão obra influenciou a literatura de todo o mundo, sendo expoente da literatura alemã e do Romantismo europeu nos séculos XVIII e XIX. Também foi pensador e fez incursões pelo campo da ciência. Sua vasta produção inclui: romances, peças de teatro, poemas, escritos autobiográficos, reflexões teóricas nas áreas de arte, literatura e ciências naturais. A obra Teoria das Cores foi publicada em 1810, é um tratado de 1400 páginas, contém uma descrição do fenômeno das cores. Neste, Goethe foi o primeiro a confrontar as ideias de Newton sobre luz e cor e apresenta nesta obra uma reformulação da teoria das cores de uma maneira inteiramente nova. Esta obra influenciou fortemente os artistas pré-rafaelistas e é considerada uma dos mais importantes trabalhos sobre o tema.

traz:

> A impressão é de uma cautela de proporções histéricas. Não uma cautela cerebral, pois as ambições intelectuais de Gödel eram audaciosas, suas intuições, fortes, sua vontade de levá-las a conclusão lógica inflexível. Pelo contrário, havia uma histeria de discrição em apresentar seus pensamentos ao mundo externo. (GOLDSTEIN, 2008, p. 51)

Sobre a vida particular de Gödel, mais especificamente,

> Não é fácil penetrar na vida íntima de Gödel. Já é bastante reconhecer que ela difere muito da vida dos outros. Por isso, raciocinar por analogia não nos levará muito longe. Ademais, era um homem totalmente reservado, que não demonstrava nada que não fosse de cunho matemático. Foi um homem de paixões profundas, como sua vida mostrará. Mas essas paixões eram secretas e rigorosamente intelectuais. (GOLDSTEIN, 2008, p. 50)

Entre os adjetivos associados à Gödel, na revista *Scientific American*, em um dos artigos de Guerrerio (2012) encontramos "tímido iconoclasta". Discordamos dos dois adjetivos. Ao invés de tímido sugerimos prudente e ciente do momento histórico que vivia: baseados no fato de Gödel ter evitado explicitar em sua tese a noção de verdade que ele já tinha construído, e para o que mais tarde afirmou que foi em razão dos preconceitos filosóficos da época; da mesma forma precavida, Gödel se moveu durante sua vida deixando entre seus escritos muitas coisas escritas e inclusive sobre filosofia que não foram publicadas enquanto ele estava vivo. Além disso, em relação ao teorema da incompletude, encontramos em suas declarações sempre afirmações muito contidas e explicativas de que seu empenho era em provar a coerência da análise matemática, (porque ele precisava provar alguma coisa maior para obter o posto de *Privatdozent* e ter acesso à carreira universitária na Universidade de Viena) e que para isso tomou o caminho de provar que a análise seria coerente, se e somente se, a aritmética o fosse, ao invés de atacar diretamente o problema da não contradição da análise. A nosso ver Gödel está mais para prudente, cauteloso, aquele que evita perigos, do que receoso de se expor, de expor suas ideias.

Para iconoclasta sugerimos advogado do diabo. Advogado do diabo é nome de um cargo da igreja católica, um advogado que participa dos processos de canonização e beatificação, que atua contrariamente ao promotor de fé, o qual argumenta a favor do candidato. O advogado do diabo busca provas impeditivas da admissão do candidato. No popular, é um indivíduo que apresenta objeções a uma determinada tese e cria dificuldades para a defesa, em geral sua opinião é contrária à da maioria e objetiva testar a qualidade do argumento. No figurado é aquele que defende uma causa moralmente indefectível. Numa interpretação dramática da atitude de Gödel com o teorema da incompletude, muito mais próximo daquela figura que prudentemente não acredita na opinião da maioria (escola de Hilbert no que se refere a formalizar toda a Matemática impedindo o aparecimento de contradições) e silenciosamente busca provas contrárias a isso, e muito mais longe de um iconoclasta, supostamente nesse caso aquele que quebrar a "imagem" da matemática, ou que não respeita as tradições e as crenças estabelecidas, ou que se oponha à ver a Matemática com admiração, haja vista que Gödel se valeu do método axiomático próprio da matemática para provar seu teorema da incompletude e que sua interpretação do resultado foi que a matemática é inesgotável e seria normal que ela não se deixasse circunscrever.

Querendo contar essa história, voltamo-nos agora para o lugar e a época em que se deu a vida infantil e adolescente de Gödel, posteriormente sua vida de estudante e de pesquisador em Viena, e finalmente e até o fim de sua vida em Princeton. Mesmo correndo o risco de sermos

repetitivos, seguimos iluminados pela Enciclopédia Britânica, Hao Wang (1981) e John Dawson (1997), e Goldstein (1008) sobre alguns fatos e datas importantes da vida de Gödel.
Gödel nasceu no dia 28 de abril de 1906 na província de Brüun em Moravia na Áustria, hoje República Tcheca. E faleceu aos 71 anos de idade na cidade de Princeton, no Estado de New Jersey nos Estados Unidos no dia 14 de janeiro de 1978. Entre o nascimento e a morte, no que se refere aos feitos científicos, este homem enquanto lógico matemático provou que a ciência não pode jamais preencher suas próprias lacunas. Ele revolucionou a Lógica Matemática e contribuiu também para a Filosofia. Além disso, o TIG, segundo Lannes (2009), tem implicações na Física, na Ciência da Computação, nas Ciências Cognitivas e nas Humanidades.

As gerações anteriores da família de Gödel viveram nesta mesma província de Moravia em Austro-húngaro onde ele também nasceu e cresceu. Quando do estudo superior, Gödel foi viver e estudar na Universidade de Vienna, e em 20 de setembro de 1938 deixou a Áustria para trabalhar no Instituto de Pesquisas Avançadas na Universidade de Princeton no estado de New Jersey dos Estados Unidos da América.

Nos anos subsequentes ao nascimento de Gödel o mundo, principalmente a Europa, viveu a primeira guerra mundial. A cidade em que ele e a família moravam não sentiu os acontecimentos da guerra por ficar distante das zonas de batalha. Em 1918, com o fim da guerra, a mudança dos contornos do mapa europeu, provocou o estabelecimento da Tchecoslováquia como nação; houve um isolamento da minoria que falava alemão na cidade, nesta ocasião, Kurt renunciou em 1929 à cidadania tcheca, tornando-se austríaco oficialmente.

A educação escolar de Gödel se iniciou em 1912 quando ingressou na escola luterana *Evangelische Privat-Volks-und Burgerschule* em Brüun, na qual permaneceu até a idade de 10 anos. No outono do ano de 1916 ele entrou na *Staats-Realgymnasium*, uma escola superior de língua germânica. Em 1920 começou a estudar matemática. Em 1924 ele terminou os estudos no ginásio e naquele mesmo ano ingressou na Universidade de Vienna interessado em estudar Matemática, Física e Filosofia.

Durante os anos de estudo escolares até a entrada na Universidade, na adolescência, Gödel se destacou em matemática, linguagem e religião, estudou história e na metade do ginásio focou os estudos em Matemática.
A família de Gödel era de religião luterana e as questões religiosas foram levadas mais a sério por ele do que para os demais membros da família, e ainda no ginásio ele se declarou teísta. Sobre leituras que influenciaram Gödel, além de Kant e de Goethe, já mencionadas, leituras de física teórica por meio de um livro de Hans Thirring (1888-1976) sobre teoria da relatividade o fizeram se interessar pelos fundamentos da Física e em 1926 influenciado pelos estudos com Philipp Furtwangler (1869-1940) um teórico dos números, ele mudou o foco dos estudos para a Matemática, conforme em Hao Wang (1981).

No âmbito dos estudos em Matemática, Gödel foi aluno de Hans Hahn, um especialista em Topologia geral e Lógica, e por intermédio deste conheceu o grupo de positivistas lógicos, chamado círculo de Vienna. Participou deste grupo no início com mais assiduidade e depois esporadicamente até 1933 quando apesar da Lógica ser um ponto de interesse comum, o conflito entre o positivismo e o platonismo de Gödel constituiu-se claramente. Gödel, disse a respeito disso: “eu só concordava com alguns dos dogmas deles”, “eu nunca acreditei que matemática é sintaxe da linguagem”. De todos os membros do grupo círculo de Vienna, Gödel manteve contato apenas com Rudolf Carnap (1891-1970) o qual influenciou fortemente a futura direção de sua pesquisa.

Em 1924, aos 18 anos quando ingressou na Universidade de Viena pretendendo estudar Matemática, Física e Filosofia para se formar em Física, estudou sobre a teoria da relatividade

com foco nos fundamentos da Física. Aos 20 anos (1926) passou a estudar Matemática e durante o ano seguinte participou do curso de Karl Menger (1902-1985) em teoria das dimensões e de um curso em História da Filosofia dado por Heinrich Gomperz (1873-1942).

Em relato a Hao Wang, Wang (1981), Gödel assume que o curso de teoria dos números ministrado pelo professor Phillip Furtwängler foram as aulas mais maravilhosas de sua vida, e isso fez com que ele em 1926 voltasse seus estudos para esse tema e em 1928 começou seus trabalhos em Lógica Matemática.

No verão europeu de 1929, aos 23 anos de idade, Gödel completou a dissertação de doutoramento sob a orientação de Hans Hahn, a qual foi aprovada por Hans e por Furtwangler e em fevereiro de 1930 ele recebeu o título de doutor em matemática pela Universidade de Viena. O trabalho, intitulado como o teorema da completude, estabeleceu a completude da Lógica de Predicados de Primeira Ordem. Em outras palavras, mostra que toda fórmula lógica verdadeira do cálculo de predicados de primeira ordem é demonstrável a partir dos axiomas clássicos desse mesmo cálculo. Mais tarde esse resultado se tornou uma das principais ferramentas da Teoria dos Modelos, *Scientific* (p. 42).

Após o doutoramento Gödel foi assistente de Hans Hahn no seminário em Lógica Matemática, começou a participar do colóquio de Matemática modelado no Círculo de Viena, apresentou resultados da sua dissertação em diversas reuniões científicas, inclusive no colóquio acima referido em que participava e publicou vários pequenos artigos.

Um ano depois do doutoramento em Matemática, em setembro de 1930, Gödel anunciou no Congresso de Königsberg sobre o que viria a ser o teorema da incompletude o qual viria a ser exposto em 1931 e que aponta que qualquer sistema matemático axiomático, suficiente para incluir a aritmética dos números naturais, necessariamente 1) não pode ser simultaneamente completo e consistente. 2) se o sistema é consistente, sua consistência não pode ser provada internamente ao sistema.

Nem tudo seguia de vento em popa, nessa altura a mãe e o irmão de Gödel temiam que ele tentasse o suicídio. A fragilidade no equilíbrio mental e problemas relacionados à personalidade se fizeram presentes de tempo em tempo, e nessa ocasião Gödel se recompunha da morte de seu pai. No que diz respeito à saúde física, mesmo sem nenhuma evidência médica, Gödel era convicto que sofria de fragilidade na saúde física e quase sempre tinha às mãos um cobertor para se proteger da mais inocente corrente de ar que o acometesse, além do paletó, vestimenta costumeira.

Gödel se casou com Adele Porket em 1938 e por causa da Segunda Guerra, o casal emigrou para os Estados Unidos, onde ficaram até suas mortes. Assim que chegou a Princeton Gödel retomou o curso que havia ministrado no ano anterior sobre o problema do contínuo. Paralelamente ele ministrava outros cursos a respeito da teoria dos conjuntos e realizou uma conferência na Universidade Brown, em *Rhode Island*, na qual expõe que tem convicção que a hipóteses do contínuo é independente dos axiomas da Teoria dos Conjuntos, ou seja, que a negação da hipótese do contínuo não é compatível com os axiomas da Teoria dos Conjuntos (Gödel já havia provado que a hipótese do contínuo é compatível com esses axiomas). Ele ocupa boa parte do seu tempo buscando soluções para as suas convicções, esta última: que o axioma da escolha, assim como a hipótese do contínuo, é independente da teoria dos conjuntos. Em 1942 ele expõe as bases de sua demonstração a alguns colegas. Em 1963 Paul Cohen, um jovem professor da Universidade de Stanford apresentou a prova da independência da hipótese do contínuo e do axioma da escolha.

É intrigante Gödel ter desistido de suas pesquisas nas quais havia até então trabalhado

intensamente sobre o problema do contínuo. Mas o fato é que seus trabalhos sobre esse problema ficaram prejudicados a partir de 1941. Por um lado sua amizade com Einstein encorajou-o a retomar os estudos em Física que era uma paixão antiga, por outro, neste momento ele dedicara cada vez mais tempo ao estudo da Filosofia, a qual afirmava que sem ela não conseguia conceber a Matemática. A essa altura estava Gödel convencido que as questões filosóficas, como a existência, por exemplo, de objetos matemáticos poderiam conduzir os matemáticos na direção de novos axiomas, que não seriam descobertos se, se mantivessem estanques aos sistemas formais estudados.

Entre 1951 e 1953 John Shepherdson (1926-2015) em um artigo publicado em três partes na revista *Journal of Symbolic Logic* mostra que o método gödeliano é incapaz em princípio de fornecer uma demonstração da independência da hipótese do contínuo e do axioma da escolha.

Ainda em 1941, Gödel participa de uma conferência na Universidade de Yale e apresenta novamente o problema da fundamentação da Aritmética, e questiona: existe um sistema matemático no qual a coerência da Aritmética seja demonstrável? O seu próprio teorema da incompletude concorda que tal sistema não deve ser procurado no formalismo finitista de Hilbert e necessita ultrapassá-lo. Hilbert sustentava que a ausência de contradições do sistema formal da Matemática deveria ser demonstrada por meio de raciocínios que levassem em conta um número finito de objetos concretos contidos em um número finito de etapas, enquanto Gödel acreditava que é necessário levar em consideração certas propriedades abstratas dos objetos e das fórmulas dos sistemas formais. O texto dessa conferência foi publicado somente em 1958, após alterações, sob o título "Sobre uma extensão ainda não utilizada do ponto de vista finitista" na revista *Dialectica* numa edição especial dedicada ao 70º aniversário de Bernays. Este foi o último artigo de Gödel publicado em vida e ele se inspirou em algumas ideias de Bernays.

Os últimos anos da vida de Gödel foram vividos isoladamente. No início menos e depois mais e mais e no fim nem ia mais ao Instituto de Princeton. A fragilidade do equilíbrio mental se manifestara mais intensamente agravado pela morte de sua mãe a qual ele levou quase dois anos para regularizar suas emoções e saúde. Oscilando entre melhoras passageiras e crises súbitas, chegava a pedir ajuda para morrer. Em 1975 reapareceram os acessos de psicose. Sua relação com o mundo exterior limitava-se à reduzidos dois amigos e à Adele. Nos últimos dias de vida, Gödel suspeita de um complô dos médicos e entra num estado de convicção de que a comida estava envenenada e passa a não se alimentar mais. Dias antes de ele falecer, Adele o leva ao hospital, mas não era mais tempo da equipe médica conseguir uma reação. O atestado de óbito indicou morte por subalimentação e consunção, relacionados à problemas de personalidade. Adele faleceu três anos depois da morte de Gödel.

Os outros carros alegóricos e considerações finais

Tendo apresentando sobre os teoremas da incompletude da Aritmética Elementar e o da completude da Lógica, os demais carros alegóricos representam os resultados de consistência e independência da Teoria dos Conjuntos cobrindo o universo construtível de Gödel. Ainda teve como destaques em carros alegóricos: 1) na linha do intuicionismo o resultado da interpretação de Gödel (e Gentzen) da aritmética clássica na aritmética intuicionista 2) a interpretação dialéctica de Gödel.

O samba além de contar bem a história de Gödel tinha boa melodia, uma letra de características interessantes sendo musicalmente rico e sem vícios de linguagem ou erros de concordância, é lógico!

O mestre sala e a porta bandeiras executando um bailado especial apresentaram com

graciosidade o pavilhão da escola, nas cores verde e rosa. O traje acompanhava e combinava com as cores e o símbolo que têm ao centro um bumbo e uma coroa. A bateria acompanhava o canto e ditava o ritmo do desfile, sendo vital e tirando 10 no quesito evolução. Tal qual uma orquestra, a bateria trazia destaques: o mestre, o presidente, a comissão, além dos destaques que desfilam à frente, a rainha, a madrinha, a musa e a princesa da bateria.

A ala de passistas seduzia o espectador. Composto por homens e mulheres que desfilaram em pouquíssima roupa utilizando seus atributos físicos e cumprindo papéis de boêmios, malandros, e às moças, cumpre protagonizar como as antigas cabrochas.

A ala das baianas, e a galeria da velha guarda homenageando as mulheres e os homens do início do século XX, precursores do carnaval brasileiro, aqui vinham representados pelas figuras dos matemáticos precursores e contemporâneos da Lógica e da Matemática que se relacionam diretamente com o teorema de Gödel: Hilbert, Frege, Cantor, Peano, AlanTuring (1912 -1954), John Von Neuman (1903 -1957), Alonso Church (1903 -1995).

Ainda tivemos, três interpretes aos quais cabe cadenciar o canto para que ele pudesse ser seguido por todos da escola. Suas vozes sobressaem sobre a do grupo de cantores de apoio que desfilam ao lado ou sobre o carro de som; e o carnavalesco que desenvolve o enredo e o samba que contagiou a multidão.

Um último carro vem ao fim da escola, como não poderia deixar de ter, após Gödel vem o Grupo Bourbaki. Frustrando uma expectativa em relação do traje do formalismo, representando todos os integrantes, eles, Henri Cartan (1904-2008), Claude Chevalley (1909 – 1984), Jean Delsarte (1903 – 1968), Jean Dieudonné (1906 -1992), André Weil (1906 – 1998)... Aparecem nus e sendo ai também radicais como de costume foram com seus trabalhos na Matemática.

Referências

BOURBAKI, Nicolas. The Architecture of Mathematics. *The American Mathematical Monthly*. v. 57, n. 4, p. 221-232, 1950.

DA SILVA, Jairo José. O segundo problema de Hilbert. *Revista Brasileira de História da Matemática*, v. 3, n. 5, p. 29-37, 2003.

FEFERMAN, Solomon. The Impact of the Incompleteness Theorems on Mathematics. *Notices American Mathematical Society*, v. 53, n. 4, p. 434-439, 2006.

FERREIRA, Fernando. A Matemática de Kurt Gödel. *Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática*. n. 55, p. 39-62, 2006.

GÖDEL, Kurt. *Collected Works*, volume V. Organizado por Solomon Feferman et al., Oxford University Press, 2003.

GOLDSTEIN, Rebeca. *Incompletude*: a prova e o paradoxo de Kurt Gödel. Tradução de I. Koytowski. São Paulo: Companhia das Letras, 2008.

GUERRERIO, Gianbruno. Gödel, um tímido iconoclasta. *Scientific American Brasil*. A vanguarda da matemática: e os limites da razão. São Paulo: Duetto Editorial Ltda. Edição revista e atualizada. Coleção gênios da ciência, n. 8, p. 39-67, 2012.

KLINE, Morris. *Mathematics*: The Loss of Certainty. Oxford: Oxford University Press, 1980.

LEVIN, Janna. *Um louco sonha a máquina universal*. Tradução de I. Korytowski. São Paulo: Conpanhia das Letras, 2009.

NAGEL, Ernest; NEWMAN, James, R. Prova de Gödel. Tradução de G. K. Guinsburg. São Paulo: Editora Perspectiva e Editora da Universidade de São Paulo, 1973.

SHOENFIELD, Joseph R. *Mathematical Logic*. London: Publishing Company, 1967.

SNAPPER, Ernst. As Três Crises da matemática: o Logicismo, o Intuicionismo, e o Formalismo. Tradução de J. P. de Carvalho. *Humanidades*, v. 2, n. 8, p. 85-93, jul/set. 1984.

WANG, Hao. *Reflections on Kurt Gödel*. Cambridge: MIT Press, 1987.
WANG, Hao. Some facts about Kurt Gödel. *The Journal of Symbolic Logic*, vol. 46, n. 3, p. 653-659, 1981.

Rosemeire de Fátima Batistela
Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS)

E-mail: rosebatistela@gmail.com

José Anastácio da Cunha (1744-1787): Professor de Matemática

José Anastácio da Cunha (1744-1787): Teacher of Mathematics

Ângela Maria dos Santos
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – IFSP/Caraguatatuba/Brasil
Gabriel Loureiro de Lima
Pontifícia Universdade Católica de São Paulo – PUC/São Paulo/Brasil
M. Elfrida Ralha
Universidade do Minho – Braga/Portugal

RESUMO

Este texto discorre acerca de José Anastácio da Cunha (1744-1787) e a maneira como concebia e desempenhava o ensino de matemática. Tendo como objetivo analisar suas atividades relacionadas ao ensino, optamos por uma narrativa apoiada primordialmente em documentos originais, considerando o contexto em que se deram os fatos identificamos personagens e instituições de ensino, ligados a José Anastácio da Cunha (JAC) bem como, o modo como expunha conceitos e definições matemáticas. Os documentos analisados nos permitiram constatar que JAC foi um matemático preocupado com rigor e demonstrações, desde suas primeiras leituras de livros matemáticos, ecoando tal característica também em suas obras e atividades docentes.

Palavras-chave: JAC. Ensino de Matemática. Portugal. Século XVIII.

ABSTRACT

This text talks about José Anastácio da Cunha (1744-1787) and the way he conceived and performed the teaching of mathematics. In order to analyze its activities related to teaching, we opted for a narrative based primarily on original documents, considering the context in which the facts were identified, identifying characters and educational institutions, linked to José Anastácio da Cunha (JAC) as he expounded mathematical concepts and definitions. The documents analyzed allowed us to verify that JAC was a mathematician concerned with rigor and demonstrations, since his first readings of mathematical books, echoing this characteristic also in his works and teaching activities.

Keywords: JAC. Mathematics Teaching. Portugal. XVIII century.

Introdução

Apresentaremos a biografia do protagonista deste estudo e suas relações com o ensino de matemática além das instituições educacionais em que comprovadamente atuou, tais como: a Universidade de Coimbra e a Real Casa Pia de Lisboa.

JAC ademais escreveu obras de cunho matemático, a saber: *Carta físico mathematica, Ensaio sobre as minas* e o livro *Principios mathematicos* (considerada sua obra de maior notoriedade), entre outros títulos.

Evidencia-se um procedimento singular de JAC frente ao embate de ideias que teve lugar no século XVIII, também conhecido como século das luzes. Em sua prática professoral era receptivo a debates acerca dos mais variados tipos de conteúdo e respeitava o ser humano, independentemente de sua classe ou posição social. Permitia questionamentos em assuntos a respeito dos quais ele mesmo não tinha uma resposta pronta e incentivava seus discípulos a irem além dele, inclusive, se fosse o caso, corrigindo-o. Ao analisarmos as atividades de JAC relacionadas ao ensino, encontramos um docente preocupado com o futuro de seus alunos e ex-alunos e que buscava o aprimoramento dos saberes sempre atento ao rigor e demonstrações na matemática.

José Anastácio da Cunha (JAC)

Natural de Lisboa, JAC além de matemático e professor também foi militar e poeta. Nasceu em 11 de maio de 1744, na Rua dos Ferreiros, Freguesia de Santa Catarina, Lisboa, filho do casal Lourenço da Cunha e Jacinta Inês (REGISTRO PAROQUIAL, 1739-1747). Sobre seus pais, sabemos que a mãe crescera na casa do tesoureiro-mor do reino, sendo dotada de "excelentes costumes" (MACHADO *apud* ESTRADA, 2006, p. 100), e que o pai exerceu a profissão de pintor – "o maior pintor português [...] no gênero de arquitetura [...]" (MACHADO *apud* RODRIGUES *et al*., 2013, p. 98).

JAC recebeu do pai instruções de desenho e perspectiva e estudou nas Necessidades em Lisboa, da Congregação do Oratório[25] de Lisboa, onde teve aulas de gramática, retórica, filosofia, latim, grego e francês. Durante o período em que ali esteve, estudou, sem mestre, livros de Clairaut, Tacquet e Tosca[26], sendo que os dois últimos "lhe descontentaram [...] pela sua superficialidade nas demonstrações e falta de conexão nos princípios" (VASCONCELOS[27] *apud* RODRIGUES *et al*., 2013, p. 55-56).

Em 1760 ficou órfão de pai e em 1762 esteve comprovadamente, matriculado na Universidade de Coimbra no curso de leis, mas não há fatos que permitam concluir que tenha, na prática, assistido às aulas ou realizado qualquer exame. Embora portador de problemas de visão congênitos, ingressou em junho de 1764 no Regimento de Artilharia do Porto, sendo aquartelado em Valença do Minho (VASCONCELOS, 2013). O local destinado a acolher os militares não dispunha, no entanto, de infraestrutura adequada, faltando-lhes até mesmo roupas e armamentos, tendo a população de dar-lhes guarida, o que gerou deserção de muitos (CURADO, 2012).

Nesse regimento, JAC pertenceu à Companhia que congregava "os oficiais com melhor preparação científica", ali obtendo "nomeação direta para 1.º tenente da companhia de bombeiros[28]" (CURADO, 2012, p. 230).

O exército português passava nesse período por uma reorganização orquestrada pelo marquês de Pombal[29], que contratou o conde de Lippe[30], príncipe alemão, para chefiar as forças nacionais e aliadas. O conde, pessoa culta, com formação em humanidades e em ciências exatas, formulou regulamentos e estimulou o ensino e prática da engenharia militar (ESTRADA; SILVA; RALHA, 2006). Durante o período em que JAC permaneceu nesse regimento, foram oficiais superiores o francês tenente-coronel Luís D'Alincourt, o português tenente-coronel Luís Pinto de Sousa Coutinho, o escocês coronel Diogo (James) Ferrier, o português major Pedro A. Galego Soromenho[31] e o suíço tenente-coronel J.V. Miron de Sabionne (CURADO, 2012).

O círculo militar de Valença compunha-se de "formações diversas e ideias estrangeiras marcadas pelos 'enciclopedistas'", sendo "seguramente um ambiente ideológico-cultural privilegiado" (ESTRADA; SILVA; RALHA, 2006, p. 313). A maioria dos militares estrangeiros

25 A escola, voltada ao ensino experimental, contava com laboratórios, podendo em alguns aspectos ser considerada um contraponto ao ensino escolástico então oferecido pelos jesuítas (CARVALHO, 2011).

26 Alexis Claude de Clairaut (1713-1765), André Tacquet (1612-1660) e Tomás Vicente Tosca e Masco (1657-1723).

27 Vasconcelos (2013) refere-se às anedotas redigidas no século XVIII por D. José Maria de Sousa Mourão e Vasconcelos (5.º morgado de Mateus).

28 'Bombeiro' aqui significa 'atirador de bombas'.

29 Sebastião José de Carvalho e Melo (1699-1782), 1.º conde de Oieras e 1.º marquês de Pombal. Foi secretário de estado do reino durante o reinado de D. José I (1750-1777), sendo responsável pelas reformas ocorridas nesse governo, incluindo a reformulação do exército português.

30 Conde Guilherme de Schaumbourg-Lippe (1724-1777).

31 Soromenho foi submetido a prisão domiciliar em 1768.

seguia o protestantismo, o que os levava a serem considerados hereges pela ortodoxia vigente. JAC integrou-se bem a esse ambiente, comunicando-se em outros idiomas e participando, com seus mais próximos, de debates que cobriam "desde literatura à religião" (ESTRADA, 2006, p. 101).

O oficial superior D'Alincourt, com o objetivo de conceder promoções por mérito, providenciou um exame para 19 oficiais, em que JAC classificou-se em primeiro lugar, sendo proposto para capitão. A promoção, entretanto, nunca se efetivou, como tampouco parece ter sido a promessa de concessão do dobro do salário (CURADO, 2012).

Sobre JAC, o tenente-coronel Sousa Coutinho relata ter "excelente conhecimento científico e quantas boas qualidades se possam desejar". Por sua vez, o coronel Diogo Ferrier o descreve como "um dos que no Regimento se acredita de ter mais ciência e um muito bom procedimento" (CURADO, 2012, p. 233-234).

Com Ferrier, JAC teve convívio próximo, assim como com o capitão Richard Muller e o general Simon Fraser[32], e teria mesmo chegado a conhecer pessoalmente o próprio conde de Lippe. O convívio com esses oficiais superiores viabilizou seu acesso a obras literárias, filosóficas e de matemática. Cabe destacar que muitos desses livros eram proibidos em Portugal. Foi neste período que estudou, em versão inglesa, o *Tratado de álgebra* de Thomas Simpson, bem como as obras *Principia e Arithmetica universalis*[33] de Isaac Newton. Por passar horas estudando sozinho e começar a sobressair-se em conhecimentos diversos, especialmente matemáticos, foi dispensado de frequentar as aulas que o regimento oferecia (RODRIGUES *et al*., 2013).

> E esta aura de sabedoria foi confirmada quando, antes de 1768, o capitão de mineiros do seu Regimento, António Joaquim Oliveira, com o curso de engenheiro e mais tarde lente no Brasil, lhe pediu a sua "opinião sobre o que vários autores tinham publicado acerca das minas", dando origem ao "Ensaio sobre as minas" [...]. (CURADO, 2012, p. 234)

No *Ensaio sobre as minas*[34], JAC cita vários autores estrangeiros, tecendo poucos elogios e a todos criticando, e afirma inexistirem materiais sobre o assunto em língua portuguesa (CUNHA, 1994). Destacamos parte da descrição, realizada por Estrada, dessa obra:

> Faz fortes advertências aos leitores desprevenidos para que não se deixem facilmente impressionar por palavras como "demonstração", "evidência", "provarei", etc., que muitas vezes só servem para esconder erros e mascarar a ignorância. (ESTRADA, 1994, p. XI)

Segundo Curado:

> [...] na mesma linha, o Major Simão Fraser [...] pediu-lhe, em 1769, a sua opinião sobre "Teórica da pólvora em geral, e a determinação do melhor comprimento das peças em particular", dando origem à conhecida "Carta Físico-Matemática", só publicada em 1838. (CURADO, 2012, p. 234-235)

Trata-se de uma memória sobre balística, em que há semelhanças com a organização realizada no *Ensaio sobre as minas*, contendo o "mesmo tipo de advertências contra afirmações

32 "[...] por algum tempo agregado ao Regimento de Infantaria de Valença, mas que nunca foi capitão de mineiros, nem pertenceu ao Regimento de Artilharia [...]" (CURADO, 2012, p. 234).

33 Mais tarde, no plano de estudos que elaborou para a Casa Pia, adotou o livro de Thomas Simpson (1710-1761) e declarou-se admirador de Isaac Newton (1643-1727).

34 A D.ra Maria Fernanda Estrada encontrou o manuscrito inédito desta obra e foi responsável pela seção Leitura, introdução e notas da publicação, em 1994.

de ‘evidência’ e ‘demonstração’, mesmo tipo de críticas a certos autores, mesma exaltação de outros, especialmente Newton” (ESTRADA, 2006, p. 105). Observamos, porém, que o *Ensaio sobre as minas* contém “uma parte prática especialmente dirigida aos soldados menos cultos”, que Estrada caracteriza como a revelação de uma “preocupação pedagógica” (ESTRADA, 2006, p. 107).

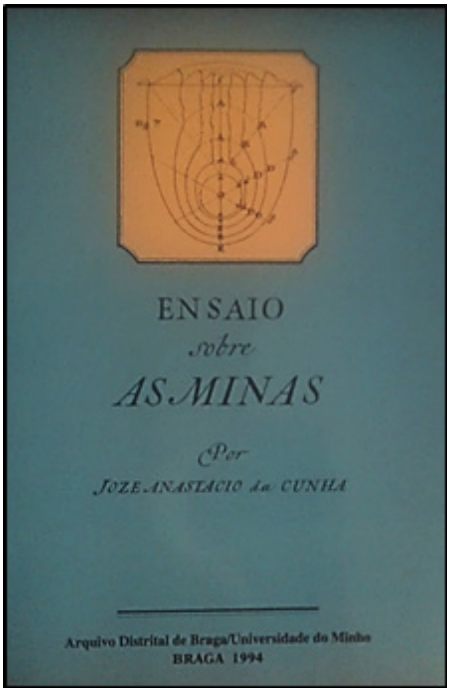
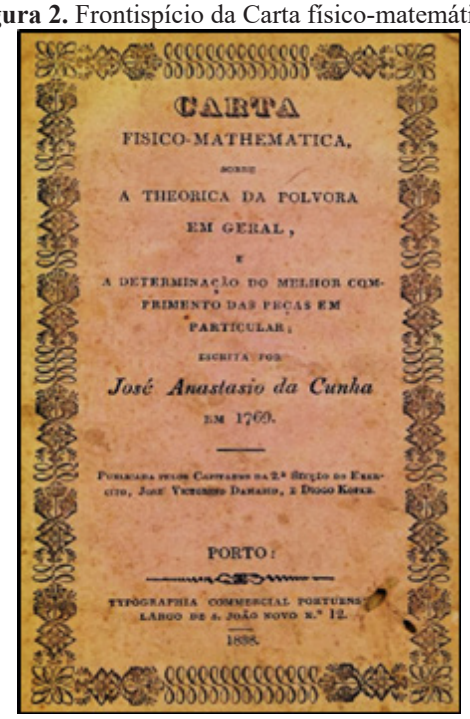


Figura 2. Frontispício da Carta físico-matemática.



Fonte: Cunha (1838).

Nesse período, JAC também iniciou a redação do livro *Principios mathematicos*, traduziu poesias, peças de teatro e escreveu poemas[35].

Em Rodrigues (2013), encontramos o relato do 5.º morgado de Mateus acerca da repercussão dos trabalhos matemáticos de JAC:

> A vinda do General Fraser, inspetor ali, a quem mostraram os seus papéis sobre Matemática, e que lhe pediu lhos desse para os fazer imprimir [...]. Uma cópia deste papel teve-a Godinho, Governador de Timor e Solor, então Capitão no Regimento e vindo a Lisboa mostrou-a a J. Pereira Ramos e [ao] Bispo de Coimbra e estes ao Padre Monteiro que lhe fez elogios e falaram nele a Pombal [...]. Em consequência consultou Ciera e Franzini para ter o voto deles sobre o papel de Anastácio. O primeiro [...] disse que mostrava ser de um homem que conhecia as matérias. O segundo [...] disse que para um principiante era pouco, para um Mestre nada. (VASCONCELOS *apud* RODRIGUES *et al*., 2013, p. 60-61)

Em 1773, o marquês de Pombal, informado das habilidades matemáticas de JAC, nomeou-o professor de geometria da Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra, concedendo-lhe o título de doutor.

35 Para mais informações sobre a produção poética, consultar A obra poética do Dr. José Anastacio da Cunha: com um estudo sôbre o anglo germanismo nos proto-românticos portugueses, obra de 1930 de Hernâni Cidade, e Obra literária: poesia (com inéditos do autor) (v. 1 e 2), de Maria Luísa Borralho e Cristina Marinho, publicada em 2001 (Campo das Letras).

Nesse novo ambiente, mediante autorização, continuou a utilizar sua farda militar, causando incômodo a alguns professores, que o apelidaram de "peralvilho"[36] (VASCONCELOS *apud* RODRIGUES *et al*., 2013, p. 61). Para Estrada (2006), com este gesto JAC assumiu sua identidade militar.

Como professor de uma recém-criada faculdade, teria provocado certo alvoroço e protestos. Numa disputa, registrada em missivas entre JAC e José Monteiro da Rocha[37] e publicada por Antônio José Teixeira no volume 38 (1890-1892) de *O Instituto: jornal scientifico e litterario* (TEIXEIRA, 1890-92), constam algumas afirmações atribuídas a JAC sobre seu modo de ensinar. Essa publicação é largamente utilizada para atribuir características ao estilo de ensino de JAC. De acordo com Teixeira, quando criticado por Monteiro da Rocha, JAC replicou:

> É verdade que sobre o meu modo de ensinar tive desagradáveis diálogos com o prelado ilustre, [...] reitor, e se via perplexo entre as sólidas razões com que eu me defendia, e a autoridade de meus inimigos [...].
> O meu *modo de ensinar* era o que a minha consciência e inteligência perfeitamente conformes nesse ponto com o que os *Estatutos* mandam, me ditavam. [...] Porém queria que também os estudantes trabalhassem, e os obrigava a resolver problemas. Tudo perfeitamente conforme aos *Estatutos*, e igualmente contrário ao que se tinha praticado, e praticava na Universidade [...].
> Compelido pois por força superior, conformei-me ao tal método estabelecido, e serenou a tempestade [...]. O mestre repetia ou pelo livro ou de cor literalmente as proposições da lição; e no dia seguinte cada estudante satisfazia repetindo de cor a proposição que lhe perguntavam. Nem se mostrava o uso das proposições, nem se resolviam problemas; ninguém ainda viu o lente do 1.º ano no campo ensinando as praxes, que os Estatutos mandam. Debalde solicitei os instrumentos para isso necessários: não me consta que a Universidade tenha ainda uma prancheta. Mas semelhantes lições dão trabalho aos mestres e luzes aos estudantes; e isso é justamente o que não convém. (TEIXEIRA, 1890-92, v. 38, p. 658-659; grifos no original)

Destacamos no entanto que, embora tal citação evidencie aspectos interessantes do modo de ensinar de JAC, é preciso ponderar que nenhum outro pesquisador teve, tanto quanto se sabe, acesso a estes documentos originais, impedindo a verificação da fidelidade das transcrições, que além de tudo se limitam às aulas de geometria na Universidade de Coimbra[38].

Em 1776, propôs à Congregação de Matemática um *Compêndio de geometria*, de sua autoria, para que fosse usado nas aulas, mas jamais obteve resposta (FREIRE, 1872). De acordo com o amigo D. José Maria, morgado de Mateus, o objetivo de JAC com tal compêndio era fazer com que os estudantes exercitassem "a invenção e a aplicação à prática" (VASCONCELOS *apud* RODRIGUES *et al*., 2013, p. 62). Também nesse período, redigiu em inglês o texto *Logarithms & powers* e deu prosseguimento aos *Principios mathematicos* (ESTRADA, 2006).

Algum tempo mais tarde, em depoimento à Inquisição de Coimbra (PORTUGAL, 1778), relatou que em sua casa, em que morava com a mãe, era comum à noite receber alguns amigos e discípulos mais próximos, ocasião em que jogavam e discutiam acerca de assuntos variados, embora na maioria das vezes estivesse alheio às discussões, imerso em sua matemática. Os frequentadores de sua casa eram, entre outros, os irmãos D. Domingos Antônio, D. Rodrigo e D. José Antônio de Sousa Coutinho e seus primos D. José Maria e D. Antônio. De acordo

36 Peralvilho: homem que tem ridículas pretensões a elegante.
37 José Monteiro da Rocha (1734-1819), padre português. Professor e diretor da Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra, trabalhou na elaboração dos Estatutos novos, de 1772 (RODRIGUES et al., 2013).
38 Optamos primordialmente por fontes primárias e, quando necessário, por citações que explicitem suas fontes originais, bem como pela localização destas.

com Vasconcelos (*apud* RODRIGUES *et al*., 2013), nessas ocasiões JAC por vezes ensinava geografia, história, fortificação, matemática e as línguas inglesa, francesa e italiana.

JAC também teve em Lisboa algumas discípulas, entre elas D. Maria Inácia Ferreira Souto, filha do secretário de estado dos negócios do reino e intendente da polícia João Inácio Ferreira Souto, o que atesta sobre algumas relações privilegiadas que JAC mantinha, mesmo fora do ambiente acadêmico, na universidade (ESTRADA, 2006).

Em 1777, com a morte do rei D. José I, assume o trono a filha deste, D. Maria I. Com essa mudança no poder, o marquês de Pombal foi destituído de seu cargo de primeiro ministro e afastado da vida política portuguesa. Durante o período em que o marquês exerceu seu cargo político, a Inquisição não perseguiu JAC, mas após a queda do marquês o Tribunal do Santo Ofício voltou a atuar de modo mais ostensivo (FERRO, 1987).

Em 1778, JAC é denunciado[39] à Inquisição, episódio sobre o qual o morgado de Mateus relata:

> Mudou o Ministro, e de Valença se lhe preparou a tormenta que o veio soçobrar à Universidade aonde quieto vivia à sombra do respeito que os seus talentos e luzes, já reconhecidos, lhe mereciam e aonde exemplarmente passava os dias e noites. (RODRIGUES *et al*., 2013, p. 63)

As acusações lançadas sobre JAC remontavam ao período em que estivera aquartelado em Valença do Minho, onde "se tinham feito loucuras grandes e rapaziadas [...], algumas desordens irreligiosas [...], leitura de alguns livros", de que ele mesmo já não se lembrava (VASCONCELOS *apud* RODRIGUES *et al*., 2013, p. 63).

Segundo Portugal (1778) e Ferro (1987), as acusações principais eram as de: libertinagem, deísmo, leitura de livros proibidos, conviver com protestantes e/ou hereges, tratar de pontos de religião, comer carne em dias proibidos, manter uma manceba[40], assistir com pouca reverência à missa, dispensar os preceitos da igreja e, algumas vezes, embebedar-se. Rodrigo de Cunha Manuel Henriques de Melo e Castro, partícipe das tertúlias coimbrãs em casa de JAC, viria também a depor no processo da Inquisição, acusando-o, em particular, de beber leite e comer tostas com manteiga em dia de jejum.

Para Carvalho, Oliveira e Queiró (1987, p. IX), o professor de geometria tornou-se "uma das vítimas da viragem política que se produziu em Portugal a seguir à morte do rei D. José e o afastamento do seu poderoso ministro".

JAC teve seus bens confiscados, sendo condenado pela Inquisição:

> [...] a sair em auto público de fé, a cumprir reclusão por três anos na Casa das Necessidades da Congregação do Oratório de Lisboa e quatro anos de degredo em Évora, tendo-lhe sido ainda interditada a entrada em Coimbra e em Valença. Os bens foram-lhe confiscados e ficou obrigado a cumprir, no primeiro ano de reclusão, dois dias por mês de penitências pro gravioribus, além das penitências espirituais impostas: no primeiro ano devia confessar-se nas principais festas religiosas, rezar em cada semana o terço do rosário de Nossa Senhora e em cada sexta-feira cinco Padres Nossos, cinco Ave Marias, as Chagas de Cristo e a Compaixão. (FERRO, 1987, p. XV)

Durante a reclusão na Congregação dos Oratorianos, escreveu, que se saiba, várias obras matemáticas, entre as quais *La ballistique de Galilée*, uns *Principios do calculo fluxionario* e uma carta particularmente importante, intitulada *Necessidades*, com problemas de matemáti-

39 O major Pedro A. Galego Soromenho é o autor da denúncia contra parte do regimento, incluindo JAC (RODRIGUES et al., 2013).

40 Em Valença do Minho, JAC morou com uma moça chamada Margarida (FERRO, 1987).

ca, que atesta as ligações que JAC mantinha, por meio do Padre Teodoro de Almeida[41], com a recém-criada Academia das Ciências de Lisboa. Talvez também sejam desse período o *Ensayo sobre os principios de mechanica*[42] – escrito a pedido de seu ex-aluno do Colégio de São Lucas da Casa Pia, Manuel Pedro de Melo (1765-1833) – e as *Notícias literárias de Portugal*[43], "em que denuncia a amargura e o desencantamento da vida e do país que crítica com dureza e desassombro, mas que não deixou de amar" (ESTRADA, 2006, p. 109).

Cumpriu parte de sua pena. Após os três anos de reclusão na Congregação dos Oratorianos, em janeiro de 1781, a pena foi-lhe comutada (muito possivelmente por influência de Pina Manique) e foi perdoado dos quatro anos de degredo em Évora, desconhecendo-se, todavia, se foi mantido o impedimento de regressar a Coimbra e a Valença do Minho.

Com saúde cada vez mais frágil e sem recursos financeiros, passou a morar na casa do amigo João Paulo Bezerra e a procurar discípulos para ensinar matemática. Também "procurou pôr a última mão aos seus *Principios mathematicos* e imprimi-los" (VASCONCELOS *apud* RODRIGUES *et al*., 2013, p. 64).

Por essa altura recebeu uma proposta de emprego ofertada pelo intendente geral da polícia Diogo Inácio de Pina Manique[44], que, além do salário, incluía alimentação e moradia para ele e sua mãe.

> O Intende Geral da Polícia, tendo em vista fazer um Colégio [Casa Pia] neste tempo [...] na sua Casa de Educação aonde os rapazes que mostrassem talentos aprendessem as ciências, lembrou-se de ter ouvido falar em José Anastácio e que seria melhor Diretor para o dito (VASCONCELOS *apud* RODRIGUES *et al*., 2013, p. 65).

Ao cargo de diretor estavam atreladas as funções de professor substituto de astronomia, mecânica e matemática pura, bem como a de presidente do conselho escolar e elaboração do plano de estudos, com seus métodos de ensino (ESTRADA, 2006). Esta vertente de JAC, relacionada a métodos de ensino, também a encontramos nos conselhos que proferiu ao 5.º morgado de Mateus quando este lhe informou que pretendia empreender na educação do filho um catecismo de moral, apoiado em D'Alembert e nomes como Locke, Rousseau e Madame Genlis. JAC recomendou:

> Meu caro, nada de sistemas em educação: cada criança pede a sua forma de ser educada. O hábito das boas ações que nele desenvolvemos quando as praticamos sem intenção é o melhor Catecismo de Moral. Que quereis vós que ele perceba de todas as vossas dilucidações sobre a virtude, justiça, etc.? Ou ele se acostumará a considerá-las meras palavras ou ele terá delas ideias falsas, em grande parte. Quando lhe virdes uma má ação, a semente de qualquer vício, que ele conheça então o castigo como consequência. O diálogo do jardineiro em Rousseau, a anedota da bosta (*sic*), de Genlis, não me convencem. Tudo o que é composto não é bom, pois, se a criança reconhece o artifício uma vez, todo o efeito se perde. Praticai as virtudes, dai-lhe o gosto delas pela rotina: não o obrigueis a refletir senão quando a ocasião é propícia, nada de sermões, que ele tenha as ideias claras; fortificai-lhe o corpo e, quando ele tiver um julgamento claro, ensinai-lhe somente verdades, sem pretenciosismo e sem fasto (VASCONCELOS *apud* RODRIGUES *et al*.,

41 Teodoro de Almeida (1722-1804) padre oratoriano, escritor e filósofo português (TORRES, 2000).
42 A publicação desse volume deve-se a D. Domingos de Sousa Coutinho (1745-1812), embaixador de Portugal em Londres, futuro conde do Funchal e ex-aluno de JAC na Universidade de Coimbra
43 O historiador Joel Serrão (1919-2008) encontrou o manuscrito inédito em francês dessa obra na Biblioteca Nacional do Rio de Janeiro e foi o responsável pela tradução, prefácio e notas de sua publicação em 1966.
44 Diogo Inácio Pina Manique (1733-1805) estudou no Colégio da Congregação do Oratório e formou-se em leis na Universidade de Coimbra (TAVARES, 2017).

2013, p. 77).

De acordo com Rodrigues *et al*. (2013), neste texto é possível perceber um procedimento eficaz de ensino, de natureza questionadora. JAC aceita o convite para ser diretor e transfere-se com a mãe para uma casa nas redondezas do Castelo São de Jorge, onde funcionaria o Colégio de São Lucas, da Casa Pia de Lisboa.

> [...] e ali, unindo sujeitos hábeis [...] formou um Estabelecimento que faz o seu elogio não só pela moral que respira nos Estatutos[45], e de cuja semente se viram provas, mas pelas sublimes ideias de Religião, e contudo simples, com que deviam ser educados, mas pela igualdade com que se pôs, sendo Diretor, com os Mestres nos votos e nas obrigações, sem se poupar e sem tomar disto ar de superioridade, mas com bom princípios e método [...] (VASCONCELOS *apud* RODRIGUES *et al*., 2013, p. 66).

A Casa Pia de Lisboa tinha por público-alvo crianças órfãs ou pobres, jovens abandonados, mendigos e prostitutas (DUARTE; FIGUEIREDO; RALHA, 2015). Criado e dirigido por JAC, o colégio dessa instituição funcionaria por alguns anos[46].
Acerca do fechamento desse colégio, encontramos nos relatos do 5.º morgado de Mateus que:

> A rivalidade da Academia Real, da Aula de Marinha e da Universidade assim como emulação ao Intendente fez cair este Estabelecimento por intrigas vergonhosas e, com ele, acabou a pensão de José Anastácio e sua Direção, espalhando-se os mestres e rapazes dos quais alguns José Anastácio continuou a dirigir e o Intendente a proteger. (VASCONCELOS *apud* RODRIGUES *et al*., 2013, p. 66-67)

Alguns desses rapazes, alunos de JAC, continuaram seus estudos nos cursos de matemática oferecidos pela Universidade de Coimbra e pela Academia Real da Marinha, o que ocasionou naturalmente comparações entre os respectivos métodos de ensino:

> Os Rapazes, costumados ao exame da verdade, à severa exatidão com que pelos seus princípios estavam, em não se pagar de palavras por razões, nem a sofrerem que não houvesse demonstrações aonde tudo não fosse evidentemente provado, embaraçavam com as suas perguntas os Mestres e desesperavam-nos. A acepção das quantidades negativas e adoção dos sinais que as denominam fazem sair do cálculo absurdos e estes queriam defendê-los científica e pedantemente. S. e B.[47] sobre quem principiou o fogo da discórdia, havendo vários papéis dos Rapazes sobre isto e respostas dos Mestres que vinham atacar José Anastácio (VASCONCELOS apud RODRIGUES et al., 2013, p. 67, grifo nosso).

Após o fechamento do colégio, novamente JAC contou com a ajuda de amigos[48], mas sempre com a preocupação de não tornar-se dispendioso. Sentia muitas dores e sofria da bílis, apesar dos cuidados médicos da melhor qualidade que os amigos lhe proporcionaram também. Quando as crises de dor davam trégua, sua rotina consistia em rever ou compor o livro *Principios mathematicos*, algumas vezes jantar na casa do 5.º morgado de Mateus e na de Manuel José

45 Estatutos novos, de 1772, da Universidade de Coimbra.
46 Não sabemos exatamente quantos anos o colégio de São Lucas funcionou. Certo é que em 7 de fevereiro de 1783 JAC ainda recebia seus proventos, conforme manuscrito da Casa Pia, depositado na Torre do Tombo.
47 S. e B. provavelmente referem-se a Stockler e Brunelli, conforme consta em nossa tese defendida pela PUC-SP, intitulada: José Anastácio da Cunha (1744-1787) e aspectos de seu ensino: "Sobre a natureza das quantidades negativas."
48 Os irmãos Sousa Coutinho (D. Domingos e D. Rodrigo), D. José Maria (5.º morgado de Mateus) e João Paulo de Bezerra de Seixas.

Pereira, conversar com uma senhora sua amiga por quem nutria amor platônico e ensinar alguns discípulos. Gostava de animais e tinha sempre um cão (VASCONCELOS *apud* RODRIGUES *et al*., 2013).

Em 1.º de janeiro de 1787, veio a falecer depois de "um último ataque da bílis e retenção". Recebera antes, do padre Teodoro de Almeida a extrema-unção, morrendo "com a simplicidade que tinha vivido" (VASCONCELOS *apud* RODRIGUES *et al*., 2013, p. 72).

Terminada esta seção nos ocuparemos em apresentar com mais detalhes a Universidade de Coimbra e seus *Estatutos*.

Universidade de Coimbra

Nesta seção trazemos informações sobre a Universidade de Coimbra (onde JAC atuou como professor de geometria), especialmente quanto aos *Estatutos* de 1772 e a parte destes referente à Faculdade de Matemática.

A instituição, uma das mais antigas do mundo, foi fundada em Lisboa em 1290, no reinado de D. Dinis, e após alternadas mudanças de local, entre as cidades de Lisboa e Coimbra, estabeleceu-se definitivamente em 1537 nesta última.

Em 1309, D. Dinis estabeleceu provisões ao Estudo Geral de Coimbra, por meio da denominada *Carta magna de privilégios*, entendida como sendo os primeiros Estatutos da Universidade de Coimbra e amplamente estudada por investigadores ao longo dos séculos.

Em 1431, no reinado de D. João I, foram redigidos outros *Estatutos*, regulamentando frequências, exames, graus, propinas e trajes acadêmicos. O rei D. Manuel I, em 1503, promulgou considerações sobre o reitor, disciplinas, salários dos mestres, provas acadêmicas e cerimônia do ato solene de doutoramento, também por meio de estatutos. Em 1598, definiram-se ainda outros *Estatutos* (ditos *filipinos*), confirmados por Filipe II em 1612 e reconfirmados por D. João IV em 1653 (RIBEIRO, 1871-72, v. 1).

Nos *Estatutos* de 1653, encontram-se os regimentos das faculdades de medicina, teologia, artes, cânones e leis (UNIVERSIDADE DE COIMBRA, 1653). Esses preceitos foram "notáveis pela vastidão e miudeza, com que neles se acha regulada a parte administrativa e econômica, mais do que a literária" (ROCHA *apud* RIBEIRO, 1871-72, v. 1, p. 120) .

Os *Estatutos filipinos* de 1653 estiveram em vigor até a reforma pombalina[49], tomando lugar na história sob a designação de *Estatutos velhos*, em confronto com os chamados Estatutos novos, de 1772 (RIBEIRO, 1871-72, v. 1).

Os *Estatutos novos*, de 1772

Em meados do século XVIII, Portugal passou por grandes reformas, em sua maioria decorrentes de ações do marquês de Pombal, no reinado de D. José I. Uma dessas reformas dizia respeito ao ensino. Num contexto de profundas reformas na sociedade portuguesa, o marquês de Pombal usou seu cargo de ministro plenipotenciário de D. José I para, no domínio dos estudos universitários, mudar o paradigma de ensino que até então vigorara. A ênfase com essa reforma era num ensino mais útil e mais experimental que formasse profissionais qualificados que servissem às necessidades do estado e do povo, em suas variadas instâncias (MAXWELL, 1996).

Devido às mudanças derivadas da reforma, a universidade precisou também de novos estatutos.

49 1.º marquês de Pombal (1699-1782), responsável pela reformulação dos estudos em Portugal e, em particular, pela reforma da universidade (MAXWELL, 1996).

A redação destes foi confiada à Junta de Providência Literária[50], comissão que deveria elaborá-los com o propósito de promover progresso e inovação (UNIVERSIDADE DE COIMBRA, 1772).

Na redação de novos estatutos, esta junta também contou com o auxílio de professores e especialistas de áreas específicas. (Veremos adiante aqueles pertinentes à matemática.) Em sua redação é possível perceber a intenção de integrar a Portugal a ideologia iluminista já reinante em outras universidades europeias (CARVALHO, 1978).

Em três volumes, os *Estatutos novos* descrevem orientações detalhadas de âmbito administrativo e pedagógico (Quadro 1).

Quadro 1. Tópicos orientadores dos *Estatutos novos*, de 1772, da Universidade de Coimbra.

<table>
<tr><th colspan="2">Livro I: Curso teológico (374 páginas)</th></tr>
<tr><td>Título I: Preparação para o curso teológico.
Título II: Tempo do curso teológico e das disciplinas.
Título III: Ordem e distribuição das disciplinas; métodos das lições.
Título IV: Exercícios particulares nas aulas, atos e exames públicos.</td><td>Título V: Professores substitutos; distribuição e substituição das cadeiras pelo clero secular e regular; provimento dos doutores teólogos dos colégios de S. Pedro, S. Paulo e Ordens Militares.
Título VI: Congregações, composição e ofícios.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Livro II: Cursos jurídicos (584 páginas)</th></tr>
<tr><td>Título I: Preparação.
Título II: Tempo e disciplinas.
Título III: Distribuição das disciplinas e método das lições.
Título IV: Disciplinas do segundo ano.
Título V: Disciplinas do terceiro ano.
Título VI: Disciplinas do quarto ano.
Título VII: Aplicações.</td><td>Título VIII: Ordem e método das disciplinas.
Título IX: Disciplinas do quinto ano.
Título X: Exercícios literários.
Título XI: Atos e exames públicos.
Título XII: Lentes substitutos e opositores.
Título XIII: Lições extraordinárias.
Título XIV: Congregações.</td></tr>
<tr><th colspan="2">Livro III: Ciências naturais e filosóficas (339 páginas)</th></tr>
<tr><td>Primeira parte: Curso médico
Título I: Preparação.
Título II: Tempo, disciplinas, cadeiras e férias.
Título III: Distribuição das lições.
Título IV: Exames literários.
Título V: Exames, atos e graus.
Título VI: Hospital, oficinas e partidos.
Título VII: Conselho médico e seus ofícios.
Segunda Parte: Curso matemático
Título I: Criação, insígnias e privilégios.
Título II: Preparação.
Título III: Tempo, disciplinas, cadeiras e férias.
Título IV: Distribuição das lições.
Título V: Exercícios literários.</td><td>Título VI: Exames, atos e graus.
Título VII: Estabelecimentos.
Título VIII: Congregação, ofícios e pessoas que os hão de compor.
Terceira parte: Curso filosófico
Título I: Preparação.
Título II: Tempo, disciplinas, cadeiras e férias.
Título III: Distribuição das lições.
Título IV: Exercícios literários.
Título V: Exames, atos e graus.
Título VI: Estabelecimentos.
Título VII: Congregação e pessoas que a hão de compor.</td></tr>
</table>

Fonte: Dados da pesquisa, com base nos *Estatutos* (UNIVERSIDADE DE COIMBRA, 1772).

50 A Junta de Providência Literária foi uma comissão criada por carta régia de 23 de dezembro de 1770 com o objetivo de analisar a situação em que se encontrava a Universidade de Coimbra e propor melhorias. Dessa comissão fizeram parte, entre outros,o frei Manuel do Cenáculo e os irmãos brasileiros D. Franscisco de Lemos (reitor e, mais tarde, nomeado também reitor reformador da universidade) e João Pereira Ramos (desembargador da Casa da Suplicação). Essa Junta foi responsável, em 1771, pela redação do Compêndio histórico do estado da Universidade de Coimbra, em cujo título também se lê "no tempo da invasão dos denominados Jesuítas e dos estragos feitos nas sciencias e nos professores…", deixando clara a atribuição das culpas pela decadência do ensino universitário aos jesuítas, bem como se anteviam os Estatutos novos, publicados no ano seguinte.

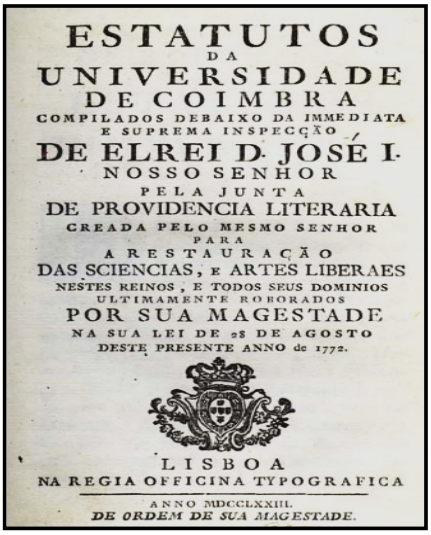

ESTATUTOS
DA
UNIVERSIDADE
DE COIMBRA
COMPILADOS DEBAIXO DA IMMEDIATA
E SUPREMA INSPECÇÃO
DE ELREI D. JOSE I.
NOSSO SENHOR
PELA JUNTA
DE PROVIDENCIA LITERARIA
CREADA PELO MESMO SENHOR
PARA
A RESTAURAÇÃO
DAS SCIENCIAS, E ARTES LIBERAES
NESTES REINOS, E TODOS SEUS DOMINIOS
ULTIMAMENTE ROBORADOS
POR SUA MAGESTADE
NA SUA LEI DE 28 DE AGOSTO
DESTE PRESENTE ANNO de 1772.
LISBOA
NA REGIA OFFICINA TYPOGRAFICA
ANNO MDCCLXXIII.
DE ORDEM DE SUA MAGESTADE.

Figura 3. Frontispício dos *Estatutos novos.*
Fonte: *Estatutos* (UNIVERSIDADE DE COIMBRA, 1772).

Com essa reforma, o corpo docente foi renovado e o método escolástico[51] rejeitado, passando o ensino a ser pautado no uso da razão, de acordo com o método demonstrativo. As faculdades de medicina, de teologia e jurídica desfrutaram de remodelações físicas e no programa curricular; as de matemática e filosofia natural foram inauguradas (DE LEMOS, 1777).

As faculdades inauguradas – Livro III, faziam parte da criação de uma nova filosofia, que instaurava as profissões de naturalista, médico e matemático. Priorizava-se o ensino das ciências e o das técnicas, baseados numa prática empírico-experimental. Para tanto, criaram-se estabelecimentos científicos e museológicos (observatório astronômico, hospital, laboratório de física experimental, laboratório de química, museu de história natural e jardim botânico) (DE LEMOS, 1777).

Daremos destaque à Faculdade de Matemática por ter sido ali que JAC lecionou.

Como já exposto, a Junta responsável pela redação dos Estatutos novos contava com especialistas das diferentes áreas. No caso do curso de matemática, o padre José Monteiro da Rocha (que havia renegado sua pertença à Companhia de Jesus) trabalhou de forma efetiva em sua elaboração (FREIRE, 1872).

Nos Estatutos, a matemática foi considerada uma ciência fundamental para o progresso científico da nação:

> [...] conhecendo a Junta Literária, que a Matemática, além da excelência privativa, de que goza pelas Luzes da evidência mais pura, e pela exatidão mais rigorosa, com que procede nas suas demonstrações, e com que dirige praticamente o entendimento, habituando-o a pensar sólida, e metodicamente em quaisquer outras matérias [...] (DE LEMOS, 1777, p. 81).

Aos alunos de todas as faculdades tornou-se obrigatório frequentar a cátedra de geometria[52], na Faculdade de Matemática (UNIVERSIDADE DE COIMBRA, 1772).

Os *Estatutos* justificam a importância e necessidade da criação de um espaço para os estudos matemáticos, exaltando a matemática como ciência autônoma e auxiliadora e destacando a necessidade do estado em dispor de indivíduos nela formados para serem úteis ao povo e à

51 Designa um saber escolar adquirido sob a direção de um mestre, a partir de fontes literárias, contrastando com o saber adquirido da experiência científica, ou seja, pelo método científico (MARTINS, 2013).

52 Na Faculdade de Medicina, os alunos eram também obrigados a frequentar aulas de álgebra e foronomia.

realeza, estabelecendo-se assim a profissão de matemático (UNIVERSIDADE DE COIMBRA, 1772).

Como parte dos "privilégios", os concluintes do curso matemático poderiam "ser admitidos a servir na marinha, sem preceder outro algum exame; e na Engenharia, sem preceder exame de Matemática [...]" (UNIVERSIDADE DE COIMBRA, 1772, Livro III, segunda parte, p. 221). Aos que se tornassem servidores da realeza seriam destinados os melhores postos de trabalho.

Havia também preocupação em formar novos professores:

> [...] poderão ensinar pública, e particularmente as Ciências Matemáticas fora da Universidade em qualquer parte dos meus Reinos, e Domínios; sem que para isso seja necessário preceder outro algum exame [...] (UNIVERSIDADE DE COIMBRA, 1772, Livro III, segunda parte, p. 238).

Àqueles que dessem "todas as provas de engenho, e Ciência", seria concedido o grau de doutor (UNIVERSIDADE DE COIMBRA, 1772, Livro III, segunda parte, p. 218), podendo assim lecionar em nível universitário.

Os interessados em cursar matemática deveriam ter no mínimo 15 anos e dispor de noções prévias de humanidades, língua latina, filosofia racional e moral. O curso completo proposto pelos *Estatutos* tinha duração de quatro anos. O Quadro 2 mostra como se organizavam as disciplinas por ano, no período em que JAC passou a integrar o corpo docente.

Além dessas, havia uma cátedra extra de desenho e arquitetura, a ser frequentada no terceiro ou quarto ano do curso. Também, na Faculdade de Filosofia deveriam cursar as disciplinas 'Filosofia racional e moral' e 'História natural' no primeiro ano e 'Física experimental' no segundo.

Quadro 2. Organização da Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra em 1773.

Ano	Cátedra	Professor responsável[53]	Livro adotado[54]
1.º	Geometria (compreendia aritmética, geometria e trigonometria plana)	JAC[55]	*Elementos*, de Euclides[56]
2.º	Álgebra (compreendia álgebra elementar e princípios do cálculo infinitesimal)	Miguel Franzini	*Compêndio*, de Bezout
3.º	Ciências físico-matemáticas (compreendia mecânica, estática, dinâmica, hidráulica, hidrostática, óptica e dióptrica)	José Monteiro da Rocha	*Mecânica*, de Monsieur Marie
4.º	Astronomia (compreendia a teoria do movimento dos astros, cálculos e observações)	Miguel Antônio Ciera	*Compêndio*, de Monsieur Lacaille

Fonte: Dados da pesquisa, com base em De Lemos (1777).

53 Estavam previstos dois professores substitutos para as quatro disciplinas, mas nos primeiros anos de funcionamento esses cargos permaneceram vagos por falta de quem os ocupasse (DE LEMOS, 1777).

54 De Lemos (1777) apresenta alguns dos livros adotados.

55 JAC não fez parte do primeiro conjunto de lentes nomeados para a Faculdade de Matemática em 1772: os italianos Miguel Franzini e Miguel Ciera e José Monteiro da Rocha. Haveria de ser nomeado um ano depois, em 1773, e assim se manteve até 1778 (PROCESSO III).

56 Trata-se da edição portuguesa dos Elementos traduzida pelo italiano João Ângelo Brunelli.

Nos *Estatutos*, a matemática é concebida como relações e propriedades das quantidades ou grandezas, sendo dividida em matemáticas puras e mistas[57]. A álgebra e a geometria são vistas como puras, sendo a álgebra a "primeira Ciência da Matemática" (UNIVERSIDADE DE COIMBRA, 1772, Livro III, segunda parte, p. 240), ao passo que as ciências físico-matemáticas e a astronomia são consideradas matemáticas mistas.

A escolha dos livros também estava prevista, embora estes *Estatutos* não os fixassem porque "nas Ciências Matemáticas se aperfeiçoam cada dia muitas coisas e se inventam outras". Em 1777 o próprio Reitor Reformador, D. Francisco de Lemos, haveria de listar as obras adotadas. Os professores eram incentivados a produzir materiais concisos, elementares e com métodos eficazes, cuja aprovação estava a cargo da Congregação de Matemática.

Ao professor do primeiro ano que ocupasse a cátedra de geometria, caberia, antes de adentrar seu conteúdo matemático específico, fazer uma introdução geral acerca das ciências matemáticas e de sua utilidade e, em particular, resumir os eventos mais importantes da história da matemática:

> [...] fará uma introdução breve, e substanciada ao estudo destas Ciências. Mostrando o objeto, divisão, e prospecto geral delas. Explicando o método, de que se servem; a utilidade, e excelência dele. E fazendo um resumo dos sucessos principais da sua história pelas épocas mais notáveis dela (UNIVERSIDADE DE COIMBRA, 1772, Livro III, segunda parte, p. 250).

Com esse resumo histórico da matemática, esperava-se que os alunos pudessem iniciar seus estudos com maior interesse, percebendo os avanços matemáticos até então alcançados (UNIVERSIDADE DE COIMBRA, 1772).

O primeiro conteúdo específico a ser trabalhado era a aritmética, com as noções de número, medida e unidade:

> [...] cuja natureza deve procurar que seja bem entendida pelos seus discípulos; porque sem isso nem poderão jamais possuir cientificamente a teoria desta disciplina, nem proceder com acerto na prática (UNIVERSIDADE DE COIMBRA, 1772, Livro III, segunda parte, p. 252).
>
> Mostrando-lhes, como a unidade (que quase sempre é arbitrária e hipotética) serve de termo e medida ao número (UNIVERSIDADE DE COIMBRA, 1772, Livro III, segunda parte, p. 253).

Depois se passaria aos sistemas de numeração e a raízes, proporções, progressões e logaritmos.

Terminada a aritmética, dava-se início à geometria, com a recomendação de dispensar a esta grande atenção, pelo fato de servir de base aos anos seguintes e também porque nela o aluno se acostumaria ao "entendimento a sentir a evidência dos raciocínios matemáticos a procurar a exatidão e rigor geométrico das demonstrações; e a pensar metodicamente em qualquer matéria" (UNIVERSIDADE DE COIMBRA, 1772, Livro III, segunda parte, p. 255). Relevamos, neste ponto, a dimensão reconhecida à geometria enquanto potenciadora do desenvolvimento das capacidades de raciocínio nos alunos. Dos *Elementos*, seria utilizada apenas a parte referente à geometria, acrescida dos teoremas de Arquimedes. Os *Comentários* de Proclo serviriam para a base histórica, de modo que os alunos tivessem ideia "exata das noções, definições e princípios fundamentais", estimulando-lhes a "Metafísica particular" dessa ciência (UNIVERSIDADE DE COIMBRA, 1772, Livro III, segunda parte, p. 257). As diretrizes também pediam

57 Estrutura semelhante à evidenciada na Encyclopédie de Diderot e D'Alembert.

que, sempre que possível, o professor associasse teoria e prática e usasse instrumentos e modelos geométricos:

> Mostrando distintamente o uso, e aplicação das *Proposições*, que explicar. E expondo com clareza o método de proceder na praxe das Operações *Geométricas*; e de usar dos *Instrumentos*; cada um deles imediatamente depois das *Proposições*, em que se funda a sua construção. E isto se fará à vista dos mesmos *Instrumentos*.
> Quando tratar dos *Sólidos*, também explicará as proposições à vista dos *Corpos Geométricos* (UNIVERSIDADE DE COIMBRA, 1772, Livro III, segunda parte, p. 257; grifos no original).

Encerrada a parte de geometria, o professor completaria o programa com as aulas de trigonometria plana, considerada necessária para colocar a teoria em prática em toda a matemática. Após notas introdutórias, viria o ensino das tábuas de senos, tangentes e secantes, bem como o de triângulos retilíneos, devendo os alunos resolver problemas escolhidos de modo a perceberem as aplicações do cálculo trigonométrico. Saliente-se que os livros-texto adotados, quer para a aritmética, quer para a trigonometria, neste primeiro ano, eram os de Etienne Bézout (que Monteiro da Rocha traduziu) e que a trigonometria seria novamente abordada no segundo ano do curso, recorrendo-se desta vez a métodos da análise (funções, séries, etc.) e não aos métodos "aritméticos" com que era abordada nesse primeiro ano (UNIVERSIDADE DE COIMBRA, 1772). Note-se também que, tanto quanto nos foi possível decifrar analisando as provas e exames dos alunos, a componente aritmética não fazia parte dos exames finais e nem todos os alunos do primeiro ano, nesses exames, prestavam prova de seu conhecimento em trigonometria.

Visando que os objetivos de aprendizagem fossem atingidos, os *Estatutos* estabeleciam os tipos de exercício a serem seguidos, classificando-os em vocais, práticos e escritos.

Os do primeiro tipo deveriam proporcionar situações em que se vivenciasse a evolução dos descobrimentos matemáticos. Haveria também questionamentos orais sem aviso prévio.

O segundo tipo de exercício colocava em prática a teoria ensinada, sendo previstas saídas a campo com instrumentos apropriados a cada disciplina, ou aulas em ambientes especialmente construídos para esse fim, além da utilização de materiais concretos.

Os exercícios escritos complementavam os vocais e práticos. Eram propostos de forma que as resoluções dependessem dos princípios estudados, incluindo demonstrações de teoremas. Ao final de cada mês deveria ser redigida uma breve dissertação acerca de um tema escolhido.

Havia três tipos de alunos denominados ordinários, obrigados e voluntários[58]. Os ordinários eram os que frequentariam por completo o curso de matemática e se tornariam, assim, matemáticos de profissão. Os obrigados eram os de quem se exigia estudar alguma parte da matemática como subsídio para o estudo nas faculdades a que se destinavam. Nos voluntários estavam os que queriam instruir-se na cultura da generalidade das ciências, visando a valorização pessoal, sem necessariamente terem de concluir faculdade nenhuma, nem seguir a profissão de matemático.

Os *Estatutos* traziam ainda orientações separadas para o professor de cada cátedra. Tais orientações seguiam o mesmo padrão, respeitando-se as diferenças nos conteúdos. Os professores eram sempre orientados a iniciar suas aulas com um resumo histórico da matemática. Sempre que possível, deveriam também aliar teoria e prática por meio de um processo investigativo, a fim de que os conteúdos trabalhados pudessem servir de base a novas descobertas

58 A classe dos voluntários era oferecida apenas no curso de matemática.

matemáticas.

Ao término de cada ano, uma avaliação final era aplicada por uma comissão de docentes encabeçada pelo professor da cadeira do ano corrente. O aluno do quarto ano, depois de aprovado em exame (sorteado) sobre os conteúdos programáticos desse ano, haveria ainda de satisfazer o disposto nos *Estatutos* de que os alunos "subindo à Cadeira, explicarão uma proposição de Euclides, ou dos Esféricos de Teodósio". Cumpridos esses requisitos, era-lhe outorgado o grau de bacharel.

Havia, ainda, uma outra etapa, conducente à 'formatura' e que consistia em, após a obtenção do grau de bacharel, o aluno se sujeitar a ser aprovado em um 'exame final' —que os *Estatutos* descrevem bem— relativo a qualquer matéria de qualquer um dos 4 anos[59].

Os primeiros cinco licenciados pela Faculdade de Matemática em junho de 1776 foram: Francisco José de Lacerda e Almeida, José Simões de Carvalho, Manuel José Pereira da Silva, Manuel Joaquim Coelho da Costa Vasconcelos e Maia e Vitrúvio Lopes da Rocha. Destes, dois estão diretamente relacionados com JAC: Manuel Joaquim Coelho da Costa Vasconcelos e Maia (1750-1817), por meio de um concurso oferecido pelas Academia das Ciências de Lisboa[60] e Francisco José de Lacerda e Almeida (1753-1798), natural de São Paulo, Brasil, que até onde sabemos fora o único aluno de doutorado orientado por JAC. Fora designado para a comissão que delimitaria as fronteiras do Brasil com as então possessões espanholas da Bolívia e Venezuela. Subiu o Amazonas e adentrou os sertões, permanecendo alguns anos nessa missão. Também fez parte da expedição luso-espanhola e visitou tribos pouco conhecidas, atravessando o território do Pará, percorrendo o rio Negro e passando por Cuiabá e São Paulo. Em 1790 regressou a Portugal, onde ocupou cargos de docência (DE MELLO PEREIRA, 2012).

Muitos foram os alunos de JAC durante sua estada na universidade de Coimbra, pois sua cátedra era obrigatória a todos os cursos. De fato Alguns deles haveriam de se tornar amigos muitíssimo próximos para o resto da vida. Dentre estes, destacamos:

- **D. Rodrigo de Sousa Coutinho (1745-1812)**, 1.º conde de Linhares, português natural de Chaves. Frequentou o curso jurídico da Universidade de Coimbra e seguiu carreira diplomática. Acompanhou a corte portuguesa quando esta se estabeleceu no Brasil em 1808 e desempenhou a função de ministro da guerra e dos negócios estrangeiros. Atuou diretamente na fundação da Academia Real Militar, do Arquivo Militar, do Jardim Botânico, da Biblioteca Nacional e da Escola Real de Ciências, Artes e Ofícios, todos no Rio de Janeiro (POMBO, 2015). Atualmente o Museu Militar dessa cidade presta-lhe homenagem denominando-se Museu Militar Conde de Linhares.
- **D. José Maria de Sousa Botelho Mourão e Vasconcelos (1758-1825)**, 5.º morgado de Mateus, natural do Porto. Formado em matemática em 13 de março de 1778, haveria de acompanhar muito de perto o mestre e fiel amigo JAC até o final de sua vida. Fidalgo da Casa Real, comendador da Ordem de Cristo, militar, conselheiro de fazenda e diplomata, era de fina e cultivada inteligência. Foi responsável pela edição monumental de *Os lusíadas*, de Camões, obra impressa em Paris em 1817 (TORRES, 2000).
- **D. Domingos de Sousa Coutinho (1760-1833)**, 1.o conde e 1.o marquês do Funchal, português natural de Chaves. Formou-se em leis pela Universidade de Coimbra e seguiu carreira diplomática, ocupando os cargos de enviado na Dinamarca, representante em Turim e embaixador em Londres e Roma. Responsável pelo lançamento em Londres do periódico *O*

59 Havia à época, basicamente três graus: o de bacharel, o de formatura/licenciatura e o de doutor, cujas semelhanças com os atuais graus acadêmicos são praticamente inexistentes.

60 Tal polêmica não é alvo de nosso estudo, para informações consultar Antônio José Teixeira no volume 38 (1890-1892) de O Instituto: jornal scientifico e litterario (TEIXEIRA, 1890-92).

investigador português em Inglaterra. Foi membro da Academia das Ciências de Lisboa e autor de numerosos escritos políticos e matemáticos.

Considerações

Pudemos detectar evidências de que a demonstração em matemática tinha grande valia para JAC. Desde suas primeiras incursões exploratórias em livros de matemática, como os de autoria de Tacquet e Tosca, expressou descontentamento ao deparar-se com redações superficiais nas demonstrações. No *Ensaio sobre as minas*, primeira obra de sua autoria de que temos conhecimento, adverte veementemente acerca do que considerava uma verdadeira demonstração, repetindo a mesma conduta na *Carta fisico-mathematica*. Quando esteve lecionando na Faculdade de Matemática da Universidade de Coimbra, e mesmo depois, exaltou os *Estatutos novos* por se pautarem em um ensino voltado a experiências científicas, com teoria aliada à prática e às demonstrações. Sobre as aulas que planejou e orientou na Casa Pia, não restam dúvidas de que seu objetivo era oferecer um curso de matemática rigoroso. Os alunos ali matriculados estavam acostumados a não se pautarem em palavras ou opiniões, mas sim em demonstrações, com a preocupação de que tudo fosse devidamente provado. Tal postura, adquirida nos estudos recebidos na Casa Pia, incomodava tanto professores da Academia Real da Marinha como da Universidade de Coimbra, que ficavam embaraçados em dar respostas convincentes, com demonstrações matemáticas rigorosas, a perguntas enunciadas pelos ex-casapianos.

Diante do exposto, parece-nos sensato considerar que JAC apresentava como traço característico uma forte tendência ao rigor e ao formalismo matemático, aspecto que de fato só ganharia força no século XIX.

Como professor, revela postura de proximidade a seus alunos e ex-alunos, valorizando debates e diálogos e não se colocando em posição de superioridade em nenhuma instância.

Embora JAC tenha sido o mentor do plano de estudos da Casa Pia, não era adepto de sistemas pedagógicos fixos, como relatou ao discípulo e amigo morgado de Mateus. Seu plano de estudos era flexível no sentido de que as decisões seriam tomadas em conjunto (semelhante a um conselho de classe[61] dos dias atuais), consoante ações espontâneas pautadas na dignidade humana e na honestidade.

Frente ao até agora apurado, pressupomos que JAC pode ser considerado matemático preocupado em apresentar a seus alunos e em seus textos abordagens da matemática muito mais próximas, em termos de nível de rigor, ao que posteriormente entraria em voga no século XIX, com especial preocupação em efetivamente demonstrar os resultados apresentados. Além disso, temos fortes indícios de que, de fato, era um professor cumpridor, responsável, dedicado, acessível e que não só potenciava como também valorizava a troca de conhecimentos. Evidenciou-se um procedimento singular de José Anastácio da Cunha frente ao embate de ideias que teve lugar no século XVIII, permitindo-nos considerar que este personagem foi exemplarmente um mestre, na melhor acepção da palavra.

Referências

CARVALHO, Laerte Ramos de. **As reformas pombalinas da instrução pública**. São Paulo: Universidade de São Paulo, 1978.

61 Instância colegiada presente na estrutura organizacional da escola responsável pelos processos avaliativos. Exerce funções consultivas e deliberativas, possibilitando avaliar o educando, o processo ensino-aprendizagem e a prática docente. Seus pareceres permitem a análise dos avanços e dos obstáculos observados no processo de ensino e aprendizagem, assim como a retomada e a reorganização da ação educativa (Lucila Conceição Pereira, em https://www.infoescola.com/educacao/conselho-de-classe).

CARVALHO, José Alberto Fernando de; OLIVEIRA, Maria Paula; QUEIRÓ, João Filipe. **Prefácio dos *Principios mathematicos*, de José Anastácio da Cunha**. Coimbra: Universidade de Coimbra, 1987.
CUNHA, José Anastácio da. *Ensayo sobre os princípios de mecânica*. Londres: 1807.
CUNHA, José Anastácio da. **Carta físico-mathematica sobre a theorica da pólvora em geral e a determinação do melhor comprimento das peças em particular**. Porto: Typographia Commercial Portuense, 1838.
CUNHA, José Anastácio da. **Ensaio sobre as minas**. Arquivo Distrital de Braga, 1994.
CURADO, Silvino da Cruz. **Algumas notas sobre José Anastácio da Cunha, enquanto militar**. Boletim da SPM, v. 67, p. 227-242, 2012.
DA CUNHA, José Anastácio. **Matemático e poeta**. Catalogue of the exhibition. Biblioteca Nacional, Lisboa, 1987.
DA CUNHA, José Anastácio. **Principios mathematicos**: reprodução fac-símile da edição publicada em Lisboa em 1790. Coimbra: Universidade de Coimbra, 1987. Disponível em: <https://play.google.com>. Acesso em: 6 jun. 2014.
DE LEMOS, Francisco. **Relação geral do estado da universidade (1777)**. UC Biblioteca Geral 1. Disponível em: <https://books.google.com.br>. Acesso em: 5 maio 2015.
DE MELLO PEREIRA, Magnus Roberto; RIBAS, André Akamine. (Eds.). **Francisco José de Lacerda e Almeida: um astrônomo paulista no sertão africano**. UFPR, 2012.
DUARTE, António Leal; FIGUEIREDO, Fernando Bandeira.; RALHA, Maria Elfrida. José Anastácio da Cunha e a criação da Casa Pia de Lisboa. In: CONGRESO DE LA SOCIEDAD ESPAÑOLA DE HISTORIA DE LAS CIENCIAS E DE LAS TÉCNICAS, 2014. Actas. SEHCYT, 2015. p. 187-194.
ESTRADA, Maria Fernanda. Introdução e notas. In: CUNHA, José Anastácio da. **Ensaio sobre as minas**. Arquivo Distrital de Braga/Universidade do Minho, 1994.
ESTRADA, Maria Fernanda. José Anastácio da Cunha: vida e obra. In: RALHA, Maria Elfrida; ESTRADA, Maria Fernanda; SILVA, Maria do Céu; RODRIGUES, Abel. (Orgs.). **José Anastácio da Cunha: o tempo, as ideias, a obra e... os inéditos**. Braga (Portugal): Universidade do Minho; Arquivo Distrital de Braga, 2006. p. 99-29.
ESTRADA, Maria Fernanda; SILVA, Jaime Carvalho e; RALHA, Maria Elfrida. **José Anastácio da Cunha: O militar – "acadêmico".** In: RALHA, Maria Elfrida; ESTRADA, Maria Fernanda; SILVA, Maria do Céu; RODRIGUES, Abel. (Orgs.). José Anastácio da Cunha: o tempo, as ideias, a obra e... os inéditos. Braga (Portugal): Universidade do Minho; Arquivo Distrital de Braga, 2006. p. 297-318.
FERRO, João Pedro. (Ed.). **O processo de José Anastácio da Cunha na Inquisição de Coimbra (1778).** Lisboa: Palas, 1987.
FREIRE, Francisco de Castro. **Memória histórica da Faculdade de Matemática. Coimbra: Universidade de Coimbra, 1872**. Disponível em: <https://books.google.com.br>. Acesso em: 6 maio 2015.
MAXWELL, Kenneth. **Marquês de Pombal**: paradoxo do Iluminismo. Tradução de Antonio de Pádua. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1996.
POMBO, Nívia. **Dom Rodrigo de Sousa Coutinho**: pensamento e ação política-administrativa no Império Português (1778-1812). Rio de Janeiro: Hucitec, 2015.
PORTUGAL. Torre do Tombo. Tribunal do Santo Ofício (F). Inquisição de Coimbra (SF). **Cópia da confissões de José Anastácio da Cunha tomadas pelo Inquisidor Manuel Antônio Ribeiro: 1778**. Código de referência: PT/TT/TSO-IL/028/CX1633/16911, f. 69[v] ao f. 78. Disponível em: <http://digitarq.arquivos.pt>. Acesso em: 15 jun. 2017.

Plano dos Estudos da Casa Pia de Lisboa, redigido por JAC. [s.d.]. 1 f. Acervo da Fundação Casa de Mateus, Vila Real (Portugal).
REGISTRO PAROQUIAL de José Anastácio da Cunha. **Arquivo de registros paroquiais, Lisboa – Santa Catarina (1739-1747)**, Torre do Tombo, Lisboa; livro 11, f. 186-186v.
RIBEIRO, José Silvestre. **História dos estabelecimentos científicos,literarios e artísticos de Portugal nos successivos reinados da monarchia (Lisboa, 1871-83)**. Lisboa: Typ. da Acad. das Sciencias, 1871-72. v. 1-2.
RODRIGUES, Neuma Brilhante. Para a utilidade do estado e "glória à nação": a Real Casa Pia de Lisboa nos tempos de Pina Manique (1780-1805). **Territórios e Fronteiras**, v. 1, n. 2, p. 25-46, 2008.
RODRIGUES, Abel; DUARTE, Antônio Leal; SILVA, Jaime Carvalho e; QUEIRÓ, João Filipe; RALHA, Maria Elfrida; ESTRADA, Maria Fernanda e MALATO, Maria Luísa. **Anecdotas de J. A. d. C**. Portugal: Humus, 2013.
SANTOS, Ângela Maria dos**. José Anastácio da Cunha, matemático português do século XVIII**: um relato de sua trajetória. Dissertação (mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.
SANTOS, Ângela Maria dos. **José Anastácio da Cunha, matemático português do século XVIII**. São Paulo: Fiuza, 2013. (Coletânea Acadêmica de Estudos em Letras e Educação (CA-ELE); 10).
TEIXEIRA, Antônio José. **Questão entre José Anastasio da Cunha e José Monteiro da Rocha**. O Instituto: Jornal Scientifico e Litterario, v. XXXVIII, p. 653-662, 1890-92. Disponível em: >https://almamater.sib.uc.pt/bookreader>. Acesso em: 20 mar. 2017.
TORRES, João Romano. **Portugal: dicionário histórico, corográfico, heráldico, biográfico, bibliográfico, numismático e artístico.** Lisboa: [s.n.], 2000. p. 1048-1051. Disponível em: <www.arqnet.pt/dicionario>. Acesso em: 20 ago. 2017.
UNIVERSIDADE DE COIMBRA. **Estatutos da Universidade de Coimbra: 1653.** Coimbra: Universidade de Coimbra, 1987. Disponível em: <https://books.google.com.br>. Acesso em: 5 maio 2014.
UNIVERSIDADE DE COIMBRA. **Estatutos da Universidade de Coimbra (1772)**. Lisboa: Régia Oficina Tipográfica, 1772. Disponível em: <https://books.google.com.br>. Acesso em: 5 maio 2014.

Ângela Maria dos Santos
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo – Caraguatatuba/Brasil
E-mail: profa_angelamaria@hotmail.com

Gabriel Loureiro de Lima
Pontifícia Universida de Católica de São Paulo – PUC/SP, Brasil
E-mail: gloureirolima@gmail.com

M Elfrida Ralha
Universidade do Minho – Braga, Portugal
E-mail: eralha@math.uminho.pt

Domingos Affonso Machado (?? – 1938) e a Aritmética ao Alcance de Todos

Domingos Affonso Machado (?? - 1938) and Arithmetic to the Scope of All

Waléria de Jesus Barbosa Soares
Secretaria Municipal de Educação de São Luís - São Luís/Brasil
Silvia Fernanda de Mendonça Figueirôa
Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP/Campinas/Brasil

RESUMO

Na primeira metade do século XIX, entre os professores de matemática que viviam na cidade de São Luís, Maranhão, identificamos Domingos Affonso Machado, mais conhecido como professor Machadinho. O professor foi o autor do livro "Questões Práticas de Arithmetica", publicado em 1895. Objetiva-se apresentar a história de vida e profissional desse professor/autor até onde os dados permitiram resgatar, além de tecer algumas considerações sobre a sua obra. O presente texto, de metodologia qualitativa, constitui uma pesquisa de abordagem documental, que utiliza fontes primárias dos arquivos da Biblioteca Pública Benedito Leite, do Arquivo Público do Estado do Maranhão e do Liceu Maranhense. Estamos pautados teoricamente em Ferrarotti, Paulilo, Nóvoa e Finger. Acreditamos que descortinar essas histórias aproxima-nos do entendimento de como se construiu o ensino de matemática no local e tempo investigados – contribuindo, portanto, para compor um quadro do Brasil.

Palavras-chave: História. Ensino. Matemática escolar. Autor. Livro didático.

ABSTRACT

In the first half of the 19th century, among mathematics teachers living in the city of São Luís, Maranhão, we identified Domingos Affonso Machado, better known as professor Machadinho. The teacher was the author of the book "Practical Questions of Arithmetica", published in 1895. It aims to present the life and professional history of this teacher / author as far as the data allowed to rescue, besides making some considerations about his work. The present text, with a qualitative methodology, is a research of a documentary approach, which uses primary sources from the archives of the Benedito Leite Public Library, the Public Archive of the State of Maranhão and the Liceu Maranhense. We are theoretically based on Ferrarotti, Paulilo, Nóvoa and Finger. We believe that uncovering these stories brings us closer to the understanding of how mathematics teaching was built at the place and time investigated – contributing, therefore, to compose picture of Brazil.

Keywords: History. Teaching. School mathematics. Author. Textbook.

Introdução

No século XIX, antes da Imprensa Régia, em 1808, foi difícil encontrar autores de livros didáticos no Brasil, mesmo porque a maioria dos livros vinha da Europa, escritos por autores franceses e portugueses, principalmente. Somente por volta da década de 30 dos oitocentos, com a implantação do método simultâneo de ensino no Brasil, que consistia em instruir ao mesmo tempo todos os alunos de uma só classe, foi estimulada a produção de novos materiais pedagógicos que deveriam estar de acordo com este método. Nesse período, surge então um maior interesse em escrever livros didáticos, que ficou mais evidente na década de 1840.

Mas foi em meados do século XIX, quando o livro didático passou a ser o estruturador das disciplinas escolares, que sua produção realmente cresceu, as livrarias ampliaram suas funções e intensificou-se a função do professor como autor. Sobre esses autores, Bittencourt (2004, p. 481) lembra que "com maior ou menor autonomia, foram os criadores de textos didáticos que possibilitaram a configuração de uma produção nacional, com características próprias".

Nesse contexto, "viajamos" ao Maranhão oitocentista e buscamos por autores maranhenses que publicaram livros de matemática. Em meio aos 36 livros que localizamos, "Questões Práticas de Arithmetica", publicado em 1895, chamou-nos a atenção por sua autoria estar identificada apenas pelas iniciais "D.M.A.". Na busca pelo autor, encontramos Domingos Affonso Machado, mais conhecido no Maranhão como professor Machadinho. Desvendar quem foi o Professor Machadinho nos fez buscar também conhecer sua obra. Desta forma, através desse trabalho apresentamos a breve história de vida e profissional desse professor/autor até onde conseguimos recuperar, além de considerações sobre o seu livro "Questões Práticas de Arithmetica".

Para isso, seguimos pistas em busca da construção de uma biografia para Machadinho, pois acreditamos que "o tempo não passa sem deixar rastros, resíduos" (JOSÉ, 2012, p. 12). Vemos a biografia como um documento relevante no que diz respeito ao conhecimento sobre a história de vida de uma pessoa, incluindo nomes, locais, fotos e datas dos principais acontecimentos. Sobre a importância da história de vida, concordamos com Paulilo, para quem,

> A história de vida pode ser, desta forma, considerada instrumento privilegiado para análise e interpretação, na medida em que incorpora experiências subjetivas mescladas a contextos sociais. Ela fornece, portanto, base consistente para o entendimento do componente histórico dos fenômenos individuais, assim como para a compreensão do componente individual dos fenômenos históricos (PAULILO, 1999, p. 142-143).

Portanto, a biografia contribui para esse trabalho quando surge como uma possibilidade de revelar aspectos do fenômeno educativo até então não investigados.

No campo de construção de um texto biográfico, enveredamo-nos por fontes primárias dos arquivos maranhenses, como: Biblioteca Pública Benedito Leite, Arquivo Público do Estado do Maranhão e Liceu Maranhense. Envolvemo-nos em histórias contidas em textos, livros, notícias de jornais, documentos escolares e concordamos com Ferrarotti (2010, p. 45), quando diz que "se todo o indivíduo é reapropriação singular do universal social e histórico que o rodeia, podemos conhecer o social a partir da especificidade irredutível de uma práxis individual".

Aceitar a subjetividade e a historicidade pulsantes nessa gama de materiais faz com que aceitemos que a história de uma sociedade pode estar contida na história de vida de cada autor ou docente, e aqui apresentamos a história de vida de um professor/autor de livro didático a ser utilizado em aulas de aritmética no Maranhão do século XIX.

Sobre A História de Vida de Domingos Affonso Machado

Para conhecermos os autores que produziram livros didáticos de matemática na cidade de São Luís do século XIX foi preciso primeiro definir o que seria um "autor" para nos apropriarmos de sua função. Tomamos Souza, para quem o autor seria aquele, [...] responsável pelo que "diz" no livro didático; pelo conteúdo que ele seleciona; pela forma de apresentação desse conteúdo selecionado e pela forma de apresentação desse conteúdo; a sua competência enquanto autor é, geralmente, medida pelo caráter de clareza didática, avaliada em termos da linguagem utilizada no livro, linguagem essa capaz de "traduzir" de modo acessível ao aluno, o que disseram "os grandes nomes" do saber (SOUZA, 1999, p. 29).

Mas os autores não exerciam seu trabalho de forma completamente independente. Os editores tiveram uma forte ligação com a produção e divulgação das obras. Para Bittencourt (2004, p. 482), "compêndios, cartilhas, eram textos que precisavam da aprovação institucional

para que pudessem circular nas escolas, o que acabava por direcionar as opções dos editores na seleção dos autores". E ainda, segundo a autora, o autor deveria ser "um seguidor dos programas oficiais propostos pela política educacional" (BITTENCOURT, 2004, p. 479).

Desta forma, partimos da premissa de que a materialidade vem embebida de ideias sociais, mas também de pensamentos pessoais. Portanto, um livro traz, em sua materialidade, impressões do próprio autor. Conhecê-las ajuda a compreender o contexto no qual um livro é escrito. Assim, tão importante quanto saber sobre os autores de livros didáticos produzidos no Brasil no século XIX, é conhecer aqueles que utilizavam o livro em sala de aula: os professores, mesmo aqueles que não escreveram livros. Para Silva,

> Sobre os grandes nomes de matemáticos, há bibliografia suficiente e às vezes farta nas enciclopédias, dicionários biográficos e outras fontes especializadas, mas e sobre a vida desses autores de livros-texto? Quem são esses ilustres desconhecidos? Que informações podemos encontrar sobre eles? A resposta a essas perguntas é – dispomos de pouquíssimas informações, ou na melhor das hipóteses, informações parciais e algumas pouco fidedignas. Afinal, o autor de um livro-texto, em geral, não está incluído na elite produtora do conhecimento (SILVA, 2000, p. 110-111).

Essa situação do livro didático no Brasil oitocentista manifestava-se em todas as províncias. No Maranhão não foi diferente. Autores e professores se dedicavam à produção de livros didáticos, que em meio aos de autoria estrangeira, configuravam materialidade escolar que daria suporte ao professor em sala de aula.

Para Schubring (2003, p.17), existe um "método histórico que se oferece para ampliar a compreensão de textos: a prosopografia, isto é, descobrir a respeito de características comuns das biografias dos autores em questão, seus precursores, etc.". Comungando com o autor, vemos a importância de conhecer os sujeitos que escreviam os livros didáticos na cidade de São Luís oitocentista. Existe, assim, a necessidade de compreender essas pessoas para entender sob quais condições se deu a produção de livros ou o ensino de matemática. Logo, é fundamental conhecermos sobre o espaço, o tempo e o contexto que as envolveram e fizeram parte de suas trajetórias de vida.

Sobre o espaço, assumimos que,

> O homem é um animal situado. Tudo acontece onde. Um homem depende dos outros homens, como depende do lugar em que vive. O espaço permite-lhe buscar saídas para a sobrevivência. Ele constrói cultura, transformando o mundo da natureza. Assim, é marcado pelo espaço, mas também o marca com sua criatividade, o seu imaginário, ligado a sua inteligência e sensibilidade (JOSÉ, 2012, p. 11).

Sobre o tempo, entendemos que,

> O homem é um animal datado. Tudo acontece quando. O tempo está presente junto com o espaço em todas as histórias do homem. Os fatos sequentes de nosso tempo de vida linear, a nossa cronologia, que poderá ser marcada por relógios e calendários (ontem, hoje, amanhã – infância, adolescência, maturidade) vão passando (JOSÉ, 2012, p. 12).

Sobre os autores e/ou professores de matemática maranhenses, não podemos esquecer ainda que,

> O desafogo econômico e o enriquecimento particular permitiram aos grandes senhores do Maranhão, desde o último quartel do século XVIII, o luxo de mandar seus filhos, os futuros Condes, Viscondes, Barões Moços, Fidalgos, e Comendadores, a estudar na Europa, principalmente em Coimbra, mas não raro na França e Alemanha, de onde voltariam bacharéis e doutores em Leis, Filosofia, Medicina, Matemática (MEIRELES, 2001, p. 261).

Assim situado, buscamos conhecer Domingos Affonso Machado.

Domingos Affonso Machado nasceu em São Luís, no dia 05 de julho, ano desconhecido, do século XIX. Casou-se com Maria Magdalena de Freitas Machado, filha de Emilia Godinho de Freitas, e com ela encontramos registro de ter tido pelo menos dois filhos: Joaquim de Freitas Machado e Rosa Emilcia de Freitas Machado (Sinhá Machado). Sobre seus filhos podemos dizer que Joaquim Machado foi chefe de sua turma do Colégio Militar, onde prestou exame de admissão e foi aprovado brilhantemente, segundo dizem, em todas as matérias, enquanto Sinhá Machado era considerada aluna exemplar do Liceu (REVISTA MARANHENSE, 1918).

Figura 1. Domingos Affonso Machado.

Fonte: Revista Maranhense, 1920.

Sobre sua formação, Machado obteve aprovação nos exames de Álgebra (O Paiz, 31 de julho de 1880, p. 3) e de Geometria (O Paiz, 4 de setembro de 1884, p. 3), em São Luís, além de ter concluído, em 1884, o preparatório para diversas academias do Império (O Paiz, 29 de novembro de 1884, p. 2).

Machadinho estava constantemente nas listas de viajantes do Maranhão. Em 1885, esteve em Pernambuco, retornando para São Luís no Vapor Merrimack (O Paiz, 5 de maio de 1885, p. 3). Em 1887, retorna dessa vez da Bahia (O Paiz, 5 de março de 1887, p. 2). Nesse mesmo ano, foi examinador de Arithmetica no Liceu. Em 1888, pediu licença para tratar da saúde.
Como pessoa, conhecemo-lo um pouco através da Revista Maranhense (da qual foi colaborador) que, sempre que possível, dedicava suas páginas para homenageá-lo:

> Alma carinhosa é a sua e coração bem fazejo, o seu. Não se embrenha pela politica. Cuida da instrução de que é apostolo. Gosta de ensinar os que o procuram. Os pobres recebem dele, de quando em quando, a esmola pedida, o auxilio implorado. Recomendam-se seu proceder moral e sua educação lucida recebidos de aqueles que lhe deram o ser. (REVISTA MARANHENSE, jul/1918, n.29, ano 3, p.53).

Sobre Machadinho, ainda escreveu alguém que assinava “M.” na mesma revista:

> É modesto de mais. E’ compadecido dos que sofrem, é protetor dos que pedem seu auxilio. Não exije remuneração pelo ensino que ministra aos estudantes. Vive sercado pela mocidade estudiozas, que gosta dele e o escuta com maxima atenção (REVISTA MARANHENSE, 1918).

Domingos Affonso Machado faleceu no dia 10 de janeiro de 1938.

Sobre a História de vida profissional de Domingos Affonso Machado

Acreditamos que as relações construídas durante a trajetória de vida estão carregadas dos conhecimentos e vivências adquiridos pelas pessoas durante a história de vida profissional: logo, cada um é um conjunto de fragmentos. As emoções, os desejos, as histórias fazem parte do ser sujeito em sua totalidade. O texto biográfico tem muito a contribuir para a construção de uma metodologia que supere a dicotomia subjetivismo/objetivismo, possibilitando demonstrar que as pessoas investigadas vivem, agem e interagem nos mais variados contextos: familiar, escolar, profissional, ou outros, permitindo que eu os vejam como um todo maior.

Assim, compreendemos que as biografias ajudam a conhecer um outro lado do biografado: o lado profissional. Na busca de conhecer mais sobre Machadinho, questionamo-nos: e se o autor foi também um professor? Segundo Castellanos,

> Na Província do Maranhão muitas obras foram produzidas pelos professores, em especial, aqueles que lecionavam no Liceu, no Instituto de Humanidades e na Sociedade Onze de Agosto, a exemplo de Sotero dos Reis, João Antonio Coqueiro, Estevão Rafael de Carvalho, Antonio Marques Rodrigues e Antonio Rêgo, e impressos na sua maioria pelas tipografias de Belarmino de Mattos e de Frias. Professores que elaboraram seus trabalhos para serem adotados nas disciplinas que lecionavam, e que pelos resultados obtidos nas suas práticas no ensino, passam a ser adotados em outros estabelecimentos do Maranhão, como em outras localidades do país (CASTELLANOS, 2010. p. 285).

Domingos Affonso Machado foi professor, mas também se envolveu intimamente com o seu trabalho enquanto diretor do Liceu Maranhense, diretor da Escola Normal e professor de várias instituições. Sobre essas várias instituições, podemos dizer que,

> O professor Domingos Machado ensinou no Seminário das Mercês, no colegio de S. Sebastião (do cônego Chaves); no colejio de Nazaré (d. Rosa Nina); da Conceição (das d. d' Aldaljiza e Eujenia Serra), no colejio de Santa Rita de Cassia (de Domingos Costa); na Escola Normal, de que era lente catedrático; e no colejio de Santa Ana (de d. Raimunda Miranda). Continua a ensinar no colégio de Sagrado Coração de Maria (das Rozas); no Lyceu Maranhense, em que é lente catedrático de Portuguez; no Instituto S. José, que é um dos mais antigos estabelecimentos de instrução, fundado e mantido, aqui. Ensina também em algumas cazas de pessoas amigas. (REVISTA MARANHENSE, nov/1917, n.21, ano 2, p. 182)

Em 1896, o escritor maranhense Pedro Nunes Leal (1823-1901) convidou alguns "cavalheiros" (como os chamou) para serem pareceristas do seu livro "Diccionario Manual Homophonologico". Sobre este trabalho escreveu Machadinho:

> Attendendo ao attencioso pedido que me foi dirigido pelo ilustrado autor do presente <<Diccionario Homophonologico, >> li-o detidamente e d'esse suave trabalho adquiri certeza da importância e utilidade de sua publicação. [...] Encanecido nas arduas lides do ensino o Dr. Pedro Nunes Leal, mestre de muitos dos actuais mestres, vem ainda uma vez provar que tem jus ao elevado conceito litterario em que é tido. Agradecendo ao venerando ancião a prova de consideração que me dispensou, sujeitando aeu trabalho a minha humilde apreciação, deixo aqui consignadas estas palavras, mera exposição da verdade. S. Luiz, 27 de Maio de 96. (LEAL, 1896, p. IV)

O escritor romancista Nascimento de Moraes (1882-1958), também maranhense, foi um de seus discípulos e deixou algumas notas que puderam fazer parte da construção de sua biografia. Aliás, foi o professor Machadinho quem deu atestado de conclusão do primário na Escola Normal ao pupilo, no dia 8 de março de 1895, quando este ainda tinha 12 anos, podendo prosseguir nos estudos secundários no Liceu Maranhense.

O Liceu Maranhense, quando dirigido posteriormente por Nascimento de Moraes, teve o professor Machadinho enquanto docente. Ambos, envolvidos em questões educacionais, estiveram juntos em uma reunião no dia 25 de março de 1922, que discutia a participação de estrangeiros em bancas de exames de alunos, no qual citaram como exemplo a matemática:

> Aos vinte e cinco dias do mez de março do anno de mil novecentos e vinte e dois, na sala das congregações do Lyceu Maranhense, às nove horas da manhã, presentes os professores conego João dos Santos Chaves, Domingos Affonso Machado, Raimundo Lopes da Cunha, doutor Alarico Nunes Pacheco, doutor Juvencio Odorico de Mattos, doutor Carlos Augusto de Araujo Costa, pharmaceutico Luiz Gonzaga dos Reis, Jeronymo José de Viveiros, José Nascimento Moraes, Frederico William Miners, Luiz Ory e Adelman Brasil Correia. [...] o professor Nascimento Moraes é de parecer que, emquanto forem chamados examinadores extranhos ao estabelecimento, havendo no mesmo competentes, há de surgir sempre surpresa no seio da congregação. É sabido que por fora há competentes conhecedores da materias que constituem o curso gymnasial; o que não é sabido, é que esses estranhos sejam profissionais ezaminadores. Não é pelo engenheiro saber mathematicas, nem aquele que viaja a um paiz estrangeiro, que saiba ezaminar mathematicas ou qualquer idioma estrangeiro. Falta-lhe a arte, falta lhe o verdadeiro tique do verdadeiro examinador; do examinador que descobre no examinando ou o saber o a ignorância (PACOTILHA, 1922, p. 2)

Na ocasião, foi colocado como exemplo a própria filha do professor Machadinho, Rosa Emilcia de Freitas Machado, e o aluno Odorico Amaral de Mattos, ambos aprovados plenamente com distinção.

Em 1896, junto com o professor Raimundo Pacífico da Silva Campos, Domingos Machado fundou o Instituto São José, instituição escolar primária e secundária que funcionava como internato, externato e semi-internato. A princípio a escola funcionou em um prédio na Rua da Palma, nº 49, e depois, em 1914, provavelmente em decorrência de seu crescimento, mudou-se para um edifício maior situado na Rua 28 de Julho, nº 33.

Em 1911, Machadinho participou como examinador das provas de admissão do Colégio Santa Luzia. Em 1914, foi nomeado professor de Português do Liceu. Em 1917, foi nomeado professor catedrático do Collegio Sagrado Coração de Maria.

Como professor, era visível seu reconhecimento, visto que os alunos organizavam saraus para comemorar seu aniversário:

Figura 2. Convite para aniversário de Machado.

PACOTILHA

Ano XXXIV

FITAS

Reclamando

Pela policia

LARES E BERÇOS

NOTAS LIGEIRAS

Hoje--NO PALACE

Uma saloia de truz

O LICEU

NECROLOGIA

Está na Hora

ESTREA

A ATIRADORA

ESTREA

Fonte: Pacotilha, 04/07/1914, p.1

E as comemorações tomavam as páginas dos jornais nos dias seguintes:

Figura 3. Nota sobre aniversário de Machado.

PACOTILHA

Ano XXXIV

Maranhão - Segunda-feira, 6 de julho de 1914

Numero

TELEGRAMAS

PACOTILHA

NOTAS LIJEIRAS

O governo do Estado

Reclamando

LARES E BERÇOS

INSTITUTO MARANHENSE

As diversões

As associações

NECROLOJIA

A Caixa Popular

A vida religiosa

O plantão

Os telegrafos

A vida militar

Pela policia

Os laraplos

Fonte: Pacotilha, 06/07/1914, p.1.

Envolvido em questões religiosas, Machadinho pertencia a várias irmandades, tais como a Irmandade Nosso Senhor Bom Jesus dos Passos e a Irmandade da Virgem Martyr Santa Filomena. Participava de comemorações de várias igrejas, onde ajudava de várias formas. O jornal Pacotilha sempre noticiava suas ações, como nos festejos de Nossa Senhora das Dores, em que foi sorteado por várias vezes para a honraria de fazer vigília e translado da imagem para a catedral, no ano de 1912, e nos festejos de Nossa Senhora dos Remédios, em que contribuía financeiramente, por volta do ano de 1913.

Em 1917, era o presidente da Sociedade Literária Barão do Rio Branco, que nesse ano comemorava seu quinto ano de existência.

Por meio da Revista Maranhense, Machadinho incentivava os jovens escritores a continuarem a escrever, sem dar ouvidos às críticas que pudessem surgir:

> Os antepassados conquistaram, para a nossa terra o título de Atenas. Sejam os contemporâneos os zelosos conservadores do mesmo. Conservar não é menos custoso do que construir. Zelai o que construíste, com muito labor e muita dedicação. Ainda que com muitos dissabores. Prosseguir. Labor omnia vincit. (REVISTA MARANHENSE, mar/1920, n.49, ano 5, p. 5-6)

Nos anos seguintes continuou a se dedicar à educação, principalmente à direção do Instituto São José.

Figura 4. Anúncio sobre o Instituto São José.

Fonte: Jornal Pacotilha, 13/01/1926, p.6.

Seja por suas palavras ou pelo desempenho de suas funções, Machadinho não foi esquecido. Na cidade de Paço do Lumiar (Maranhão), ele é homenageado com nome em uma escola pública estadual: o Centro de Ensino Professor Machadinho.

Sobre o Livro Questões Práticas de Arithmetica de Domingos Affonso Machado

Ao investigar como se deu a produção de livros no Brasil no século XIX, encontramos três momentos distintos. De acordo com Bittencourt (2004), em 1808, com a criação da Imprensa Régia, são impressos os primeiros manuais, compostos principalmente de traduções francesas sobre matemática, física e filosofia e moral. Após 1822, a Impressão Régia é desmonopolizada, logo não há interesse nem iniciativas estatais de publicações de livros escolares, o que dá espaço para editoras particulares surgirem no Brasil. E, após a segunda metade do século XIX, tem-se o momento em que as publicações são intensificadas. Mas, lembramos que no início do século XIX, antes da criação da Imprensa Régia, não se tem registro da produção de livros didáticos brasileiros. Os livros didáticos que eram usados vinham da Europa, principalmente da França e de Portugal.

Sobre os livros didáticos de matemática no Brasil, no século XIX, houve influência francesa, que permaneceu com a criação da Academia Militar em 1810 e do Colégio Pedro II, em 1837, ambos no Rio de Janeiro (VALENTE, 1999). Na Academia, que ministrava ensino superior nas áreas da engenharia militar, foram utilizados os livros de Euler, Monge, Legendre e Lacroix, sendo que este último foi também utilizado no Colégio Pedro II.

Lorenz (2004) ressalta que no período compreendido entre 1838 e 1898, o Colégio Pedro II teve, em seu programa, a indicação de trinta e dois livros de Matemática, dos quais oito eram de autores franceses. E ainda que mesmo os de autoria brasileira tinham influência francesa em seus conteúdos, como as obras de Ottoni, foram amplamente utilizadas no Brasil. No Maranhão, tal inspiração para os livros também se manifestava, já que o Colégio Pedro II era referência para as demais escolas do Brasil e influenciava diretamente o Liceu Maranhense. Eram principalmente livros para o ensino religioso e para o ensino de português, como gramáticas e cartilhas. Sobre os livros de matemática podemos dizer que também tiveram presença, ora publicados na cidade por maranhenses, ora publicados por estrangeiros.

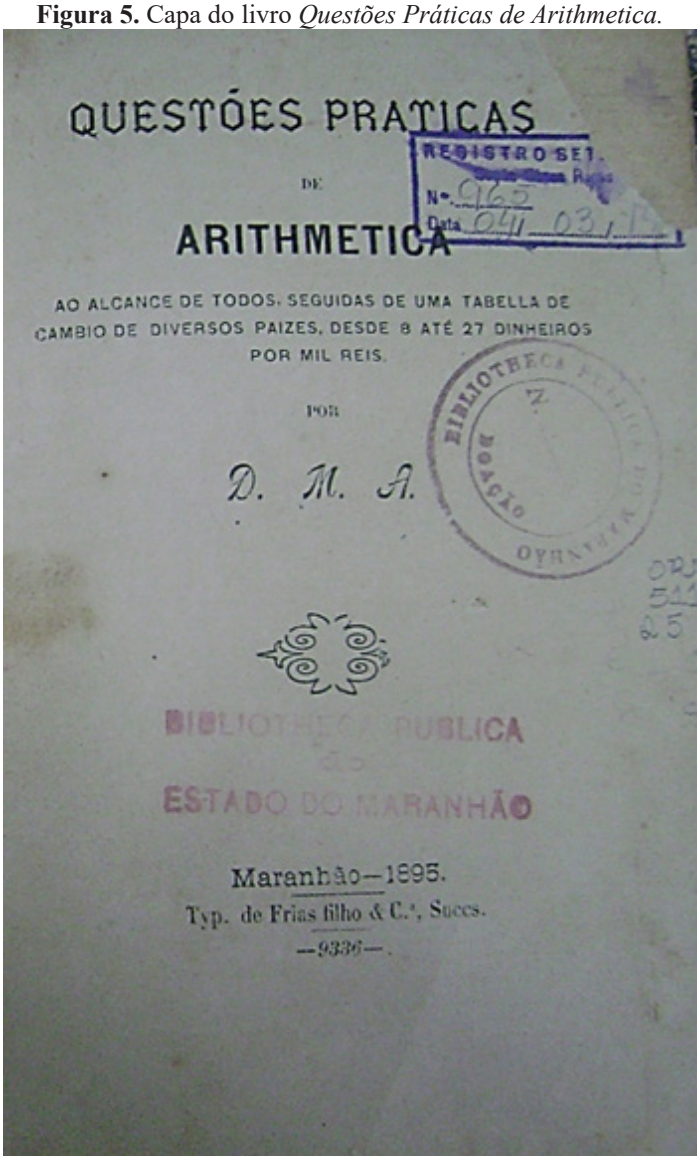
Mas a presença de autores maranhenses e suas publicações, com relação à matemática, não ficou somente na cidade. Encontramos autores maranhenses publicando livros de matemática em outras províncias e estados, alcançando até mesmo outros territórios fora do Brasil. Cada um desses livros tem sua história, mesclada à história do próprio autor ou à história da instituição na qual foi inserida, ou mesmo na história da própria sociedade, que ansiava por determinados conhecimentos para suprir suas necessidades.

Nesse contexto, o livro "Questões Práticas de Arithmetica", escrito por Domingos Affonso Machado, foi publicado em 1895 em São Luís, Maranhão, pela Tipografia Frias Filho & Cia.

Ressaltamos que até a década de 1830, não encontramos livros de matemática publicados por maranhenses na própria província ou mesmo em outros locais. A produção de livros no Maranhão só foi incrementada a partir da década seguinte, quando as tipografias passaram a se multiplicar. Sobre elas, destacamos que em 1847 (ou 1848) estabeleceu-se a tipografia de J. G. de Magalhães, com execução tipográfica perfeita, caracterizada pelo uso dos mesmos materiais utilizados nos Estados Unidos à época. Nesta mesma década, outras três tipografias se destacaram: a da Temperança, a do Jornal Progresso e a do Dr. Cândido Mendes de Almeida. Mas foi na década de 1850 que as tipografias começaram a enriquecer. A década de 1850 foi, em todo o Brasil, um marco para a história da produção didática, pois as tipografias investiram não só em publicar jornais, mas em livros didáticos, também. Podemos dizer que, em São Luís, duas tipografias tiveram destaque, chegando a manter certa rivalidade. Eram as tipografias de Berlamino de Matos e a de Torres, que em 1857 teve J. de Farias como novo proprietário.

Passamos agora a fazer algumas observações sobre a materialidade do livro de Machadinho. Na capa há a inscrição de que a obra está ao alcance de todos e ainda contém uma tabela de câmbio de diversos países, que vai desde 08 até 27 dinheiros por mil réis. As tabelas se referem às moedas mais utilizadas no século XIX: da Inglaterra, França, Estados Unidos e Portugal.

Figura 5. Capa do livro *Questões Práticas de Arithmetica.*



Fonte: Biblioteca Pública Benedito Leite.

A obra contém 23 páginas, das quais apenas as 17 primeiras apresentam os conteúdos de aritmética. As demais páginas são das tabelas de câmbio já ressaltadas em sua capa. Os conteúdos estão distribuídos em 08 capítulos, da seguinte forma:

Quadro 10: Conteúdos do livro "Questões Práticas de Arithmetica".

Capítulo	Conteúdo	Página
1	Regra de Trez	03
2	Regra de Trez Simples Directa	04
3	Regra de Trez Simples Inversa	05
4	Regra de Trez Composta	06
5	Cambio	08
6	Juros	10
7	Desconto	13
8	Regra de Companhia	15

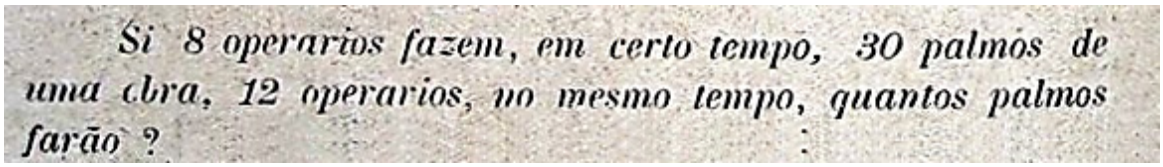
Fonte: Machado, 1895.

No primeiro capítulo, a "Regra de Trez" é apresentada por meio de uma definição. Caracteriza-se por uma operação cujo fim seria encontrar um quarto termo a partir de três outros termos de uma proporção. A esse quarto termo o autor chama de termo desconhecido ou incógnita. Ainda no primeiro capítulo o autor trata dos diversos tipos de Regra de Três: Regra de Três Simples ou Regra de Três Composta; e, Regra de Três Simples Direta ou Regra de Três Simples Inversa, conteúdos estes que compõem os próximos três capítulos.

A Regra de Três Simples é definida como aquela que se resolve por meio de uma única proporção, enquanto que a Regra de Três Composta se utiliza de mais de uma proporção. Do mesmo modo, o autor apresenta a Regra de Três Simples Direta e a Regra de Três Simples Inversa.

Quando parte para os capítulos que tratam dos tipos de Regra de Três, o autor organiza-os na forma de exercícios, já que suas definições foram apresentadas no capítulo 1. Para o capítulo 2, "Regra de Trez Simples Directa", temos o seguinte:

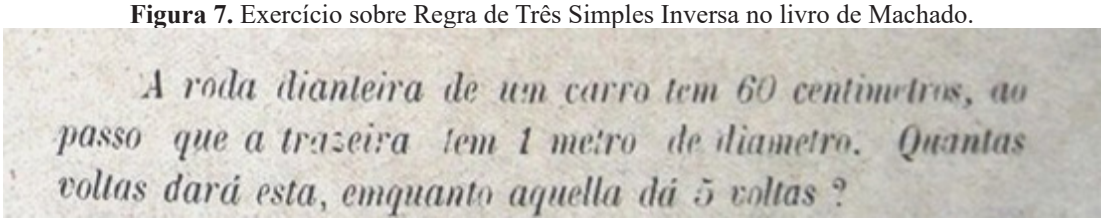
Figura 6. Exercício sobre Regra de Três Simples Direta no livro de Machado.


Si 8 operarios fazem, em certo tempo, 30 palmos de uma obra, 12 operarios, no mesmo tempo, quantos palmos farão ?

Fonte: Livro "Questões Práticas de Arithmetica", p.4.

Para o capítulo 3, "Regra de Trez simples Inversa", temos:

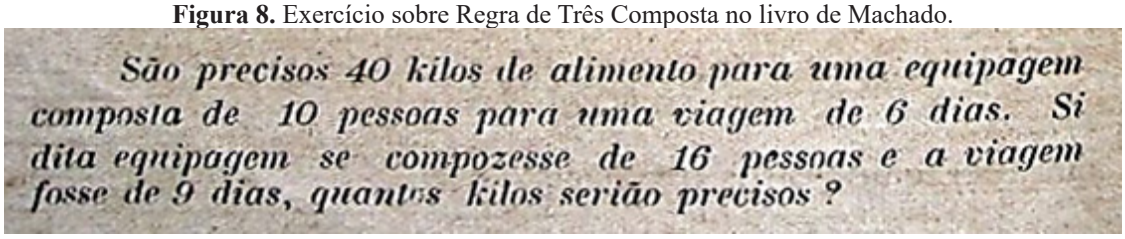
Figura 7. Exercício sobre Regra de Três Simples Inversa no livro de Machado.


A roda dianteira de um carro tem 60 centimetros, ao passo que a trazeira tem 1 metro de diametro. Quantas voltas dará esta, emquanto aquella dá 5 voltas ?

Fonte: Livro "Questões Práticas de Arithmetica", p.5.

E para o capítulo 4, "Regra de Trez Composta", temos:

Figura 8. Exercício sobre Regra de Três Composta no livro de Machado.


São precisos 40 kilos de alimento para uma equipagem composta de 10 pessoas para uma viagem de 6 dias. Si dita equipagem se compozesse de 16 pessoas e a viagem fosse de 9 dias, quantos kilos serião precisos ?

Fonte: Livro "Questões Práticas de Arithmetica", p.6.

Todos esses exercícios trazem suas respectivas resoluções.

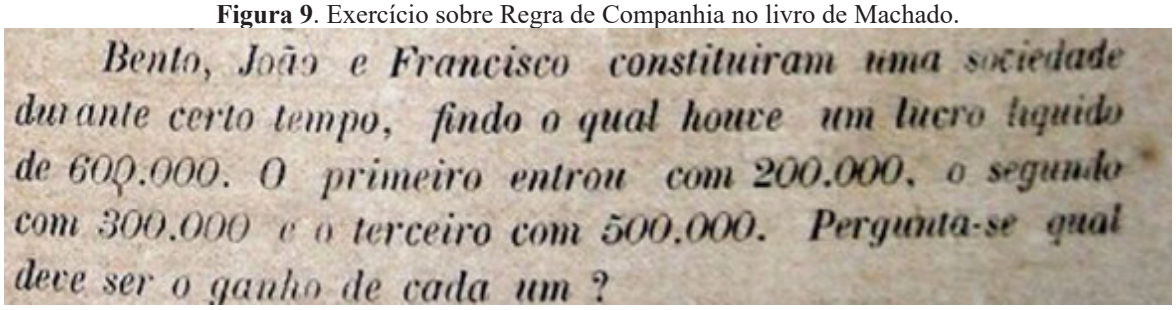
No quinto capítulo, o autor apresenta o "Cambio", como sendo nada menos que a Regra de Três Simples. Reforça que este estudo tem a finalidade de converter qualquer moeda de um país em moeda de outro país. Para exemplificar, Machado usa o câmbio inglês (moeda da época era a libra), justificando que ele seria o mais usual entre os demais.

O estudo dos "Juros" é feito no sexto capítulo. A eles está associada a ideia de lucro obtido por qualquer pessoa ou estabelecimento bancário que empresta dinheiro, sob determinados tempo e taxa. O autor ainda ressalta que a Regra de Juros também é uma Regra de Três, feita por meio de proporções.

O "Desconto" é apresentado no capítulo 7, como sendo um abatimento sobre um determinado valor que foi pago antecipadamente, ou seja, antes de seu vencimento.

Por fim, a "Regra de Companhia" é apresentada no capítulo 8. É a partir dela que se determinam as perdas e os ganhos das pessoas dentro de uma firma comercial. Há dois tipos de Regra que dependem da entrada e do tempo que as pessoas permanecem num negócio. Na regra simples as pessoas ou entram juntas ou permanecem o mesmo tempo num negócio, enquanto que na regra composta tanto a entrada quanto o tempo de permanência são diferentes. Para o primeiro caso, o autor apresenta mais uma situação:

Figura 9. Exercício sobre Regra de Companhia no livro de Machado.


Bento, João e Francisco constituiram uma sociedade durante certo tempo, findo o qual houve um lucro liquido de 600.000. O primeiro entrou com 200.000, o segundo com 300.000 e o terceiro com 500.000. Pergunta-se qual deve ser o ganho de cada um ?

Fonte: Livro "Questões Práticas de Arithmetica", p.15.

Ao final do livro, Machado traz as tabelas de câmbio de diversos países. Esta tabela seria mais utilizada nos exercícios que envolvessem o câmbio, trabalhado no capítulo 5.
Podemos ainda fazer mais algumas considerações sobre a obra. O livro apresenta uma boa impressão, com sinais matemáticos bem definidos nas expressões. Porém, a obra não possui um sumário ou índice de conteúdos, muito menos uma errata.

Os conteúdos apresentados seguem a sequência dos mesmos livros de aritmética da época, indo do que se considerava mais fácil (simples) para o mais difícil (complexo). Pensamos que a forma de o autor apresentar os exercícios por meio de situações que faziam parte do contexto ludovicense no final do século XIX visava facilitar o entendimento dos conteúdos. Estes, por sua vez, apresentam-se tais quais as outras obras de aritmética, em grau crescente de dificuldade e na sequência já utilizada por outros autores.

Observamos que para cada conteúdo o autor trouxe somente um único exemplo, não apresentando sequer outros exercícios resolvidos ou para resolver. Isto seria contraditório quando levamos em consideração o termo "práticas", pois acreditamos que, na época, os exercícios eram os elementos que reforçavam a prática dos alunos.

Pela organização dos conteúdos referentes ao ensino de aritmética encontrados nos livros de matemática da época, percebemos que o livro "Questões Práticas de Aritmética" tinha um fim predominantemente comercial. Nesse sentido, supomos que o livro possa ter sido utilizado em cursos de comércio oferecidos nas escolas ludovicenses.

Quando o autor ressalta que o livro está "ao alcance de todos" nos faz entender que ele pode ser utilizado por qualquer aluno, em qualquer nível. Choppin (2000) diz que a função de um manual escolar é facilitar a aprendizagem, poupando esforços inúteis para aprender. Dessa forma, o livro "Questões práticas de Arithmetica" pretende que a forma como foi escrito seria

de fácil compreensão para qualquer um que desejasse aprender.

Enfim, segunda a Revista Maranhense (Jul/1918), Domingos Affonso Machado publicou o livro de matemática "Questões práticas de Arithmetica", em 1895, com suas iniciais invertidas – embora não esclareça o porquê. Essa notícia nos faz acreditar que D.M.A. realmente se refere ao professor Machadinho. A revista ainda finaliza dizendo que o livro representa grande contribuição para o ensino de matemática, pois se caracteriza como uma "obra que elucida, suficientemente, todo e qualquer comerciante sobre dúvidas a respeito os pontos que se encontram nesse trabalho" (REVISTA MARANHENSE, jul/1918, n.29, p.53).

Tecendo Considerações

Conhecer autores de livros de matemática (ou com temática que trata de matemática) ou professores que ensinam matemática leva-nos a perceber que, por trás de um livro ou do ensino que se utiliza de um texto escrito, existe muito mais do que conteúdos de matemática: existem ideias, existem sentimentos. Imaginemo-nos em um processo de formação em que todos abram seus diários de vida e diários de vida profissional (FIORENTINI; MEGID NETO, 2010). Encontraremos histórias carregadas de conhecimentos e vivências adquiridos. Um autor ou professor carrega as marcas adquiridas durante a sua trajetória de vida, logo, é um conjunto de fragmentos.

Comungamos então, com Nóvoa e Finger (2010, p. 125), quando dizem que "o indivíduo constrói a sua memória de vida e compreende as vias que o seu património vivencial lhe pode abrir; ao fazê-lo está a formar-se (emancipar-se) e a projetar-se no futuro". Compreendemos assim, que as emoções, desejos e histórias da vida do professor Machadinho são parte do seu ser sujeito, em sua totalidade, e podem estar nas entrelinhas de seus escritos.

Ao buscar conhecer um autor/professor de matemática vimos que o texto biográfico tem muito a contribuir para a construção de uma metodologia que supere a dicotomia subjetivismo/objetivismo, possibilitando demonstrar que as pessoas investigadas vivem, agem e interagem nos mais variados contextos: familiar, escolar, profissional, ou outros, permitindo que eu os vejam como um todo maior. Ao buscar conhecer Domingos Affonso Machado adentramos em sua casa, conhecemos sua vida, seu trabalho, sua formação, suas influências, suas produções, para então entender por qual mão foi escrita "Questões Práticas de Arithmetica". Encontramos, então, uma obra carregada de preocupações que iam além de conteúdos matemáticos, já que parece dirigir-se à formação em comércio, atividade profissional relevante absorvedora de mão-de-obra na São Luiz dessa época.

Reconhecemos assim, que a história da matemática no Maranhão do século XIX, construída por sujeitos e suas contribuições ao longo dos tempos, deva ser conhecida e discutida para que possamos compreender a sociedade através das pessoas e de suas vivências, buscando compreender as necessidades da sociedade maranhense da época, uma vez que é preciso reconsiderar o lugar da matemática na educação do passado para compreendê-la no presente.

Referências

BITTENCOURT, C. M. F. **Autores e editores de compêndios de livros de leitura (1810-1910).** Educação e Pesquisa, 30(3), set./dez. 2004, p.475-491.

CASTELLANOS, S. L. V. **Práticas leitoras no Maranhão na primeira república:** entre apropriações e representações. São Luís: EDUFMA, 2010.

CHOPPIN, A. Passado y presente de los manuales escolares. In: BERRIO, J. R. **La cultura escolar de Europa** - Tendências históricas emergentes. (Memória y critica de La Educacioón). Madrid: Biblioteca Neva, 2000. p 107-141.

FERRAROTTI, F. Sobre a autonomia do método biográfico. In: NÓVOA, A; FINGER, M. (Org.). **O método (auto)biográfico e a formação.** Natal, RN: EDUFRN; São Paulo: Paulus, 2010.
FIORENTINI, D.; MEGID NETO, J. Autobiografias e narrativas de aprendizagem. In: FIORENTINI, D.; MEGID, M. A. B. A. (Orgs.). **Fundamentos de matemática, ciências e informática para os anos iniciais do ensino fundamental**. Campinas: FE/Unicamp, 2010.
JORNAL MARANHENSE, ano 1841, mês 11.
JORNAL O PAIZ, 31 de julho de 1880.
JORNAL O PAIZ, 4 de setembro de 1884.
JORNAL O PAIZ, 29 de novembro de 1884.
JORNAL O PAIZ, 5 de maio de 1885.
JORNAL O PAIZ, 5 de março de 1887.
JORNAL PACOTILHA, ano 1922.
JOSÉ, E. **Memória, cultura e literatura** – O prazer de ler e recriar o mundo. São Paulo: Paulus Editora, 2012.
LEAL, P. N. **Diccionario Manual Homophonologico**. Maranhão: Typografia Perseverança, 1896.
LORENZ, K. M. Os livros didáticos e o ensino de ciências na escola secundária brasileira no século XIX. **Ciência e Cultura**, v.38, n.3, 1986. p.426-435.
MACHADO, D. A. **Questões práticas de arithmetica**. Maranhão: Frias & Filho, 1895.
MEIRELES, M. M. **História do Maranhão.** 3. ed. São Paulo: Siciliano, 2001.
NÓVOA, A.; FINGER, M. (Orgs.). **O método (auto)biográfico e a formação.** Natal, RN: EDUFRN; São Paulo: Paulus, 2010.
PAULILO, M. A. S. A Pesquisa Qualitativa e a história de vida. Serviço Social em **Revista**, Londrina, v. 2, n. 1, Jul./Dez. 1999. p. 135-148.
REVISTA MARANHENSE, nov/1917, ano 2.
REVISTA MARANHENSE, jul/1918, ano 3.
REVISTA MARANHENSE, mar/1920, ano 5.
SCHUBRING, G. **Análise histórica de livros de matemática**: notas de aula. Campinas: Autores Associados, 2003.
SILVA, C. M. S. da. O livro didático de Matemática no Brasil no século XIX. In: John A. F. **Facetas do diamante:** Ensaios sobre educação Matemática e história da Matemática. Rio Claro – SP: Editora SBHMAT, 2000. p. 109 – 161.
SOUZA, D. M. Autoridade, autoria e livro didático. In: CORACINI, M. J. (Org.) **Interpretação, autoria e legitimação do livro didático**. Campinas: Pontes, 1999.
VALENTE, W. R. **Uma história da Matemática escolar no Brasil** (1730 – 1930). 2 ed. São Paulo: Annablume, 1999.

Waléria de Jesus Barbosa Soares
Secretaria Municipal de Educação de São Luís
E-mail: walleria_soares@hotmail.com

Silvia Fernanda de Mendonça Figueirôa
Universidade Estadual de Campinas
E-mail: silviamf@unicamp.br

Reflexões sobre a História da Matemática em um Programa de Iniciação Científica Júnior[62]

Reflections on the History of Mathematics in a Junior Scientific Initiation Program

Davidson Paulo Azevedo Oliveira
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Minas Gerais – IFOP/Ouro Preto/Brasil
Marger da Conceição Ventura Viana
Universidade Federal de Ouro - UFOP/Preto/Brasil

RESUMO

Este trabalho apresenta alguns resultados relativos a projetos de pesquisa de iniciação científica júnior nos quais foram pesquisados assuntos referentes a conteúdos da História da Matemática. O objetivo principal é discutir algumas competências e habilidades que podem ser desenvolvidas por alunos do Ensino Médio em programas dessa natureza na qual as pesquisas em História da Matemática são o foco. Os estudantes realizam pesquisas bibliográficas e o processo é avaliado qualitativamente por meio de entrevistas. A conclusão é que a possibilidade de uso da História da Matemática na Educação Básica não se restringe ao desenvolvimento de competências e habilidades matemáticas.

Palavras-chave: História da Matemática; Iniciação Científica Júnior.

ABSTRACT

This paper presents some results related to research projects of junior scientific initiation in which subjects related to the contents of the History of Mathematics were researched. The main objective is to discuss some skills and abilities that can be developed by High School students in activities of this nature in which research in History of Mathematics is the focus. Students conduct bibliographic research and the process is assessed qualitatively through interviews. The conclusion is that the possibility of using the History of Mathematics in secondary school is not restricted to the development of mathematical skills and abilities.

Key-words: History of Mathematics; Scientific Initiation Júnior.

Introdução

As pesquisas em História da Matemática não são novas e podem ser classificadas em diversos temas, sendo realizadas por pesquisadores de diversos níveis e formações. Além disso, existem discussões em relação à História da Matemática, História da Matemática no Ensino e História da Educação Matemática. O interesse do trabalho atual está em discutir pesquisas em História da Matemática realizadas por pesquisadores juniores, ou seja, estudantes do Ensino Médio. Ao citar o trabalho de Bernardes (2016, p.1) podemos elencar as linhas de pesquisa de acordo com conferências e seminários internacionais: "referenciais teóricos e metodológicos que podem ser usados para integrar a história ao ensino; experimentos de ensino com o uso da história e materiais de ensino explorando a história; uso de fontes originais em sala de aula e seus efeitos; e matemática e culturas" (BERNARDES, 2016, p. 1).

Dentro desse contexto, buscamos promover a iniciação à pesquisa dentro da História da Matemática de alunos do Ensino Médio a partir dos objetivos elencados pela instituição

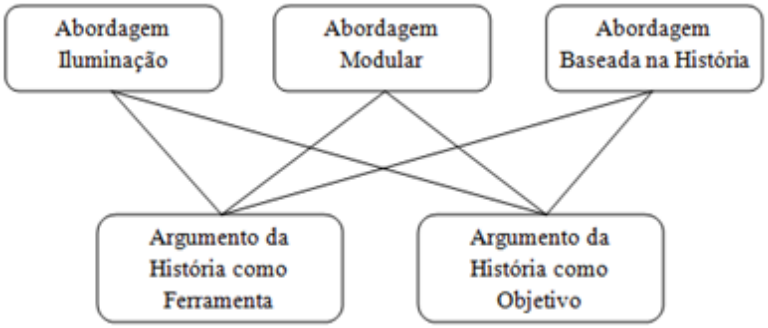
62 Apoio: Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica – Instituto Federal de Minas Gerais – Campus Ouro Preto.

financiadora: contribuir para a formação de recursos humanos para atuação na pesquisa e/ou em qualquer outra atividade profissional por meio do envolvimento dos alunos em atividades científicas e tecnológicas. Os aspectos metodológicos em relação à condução da investigação se baseiam nos estudos de um grupo de pesquisadores dinamarquês que analisa o papel da pesquisa em História da Matemática realizada por estudantes adolescentes. Assim, no artigo *Reflections on and benefits of uses of history in mathematics education exemplified by two types of student work in upper secondary school*, Kjeldsen (2011) discute sobre o uso da História da Matemática enquanto recurso didático nas aulas de Matemática no ensino secundário.

Apresenta projetos nos quais pretendia desenvolver competências e habilidades nos estudantes que podem ser ressaltadas se a História da Matemática for utilizada como aliada do professor em sua metodologia de ensino. Os objetivos dela eram de aumentar a competência dos alunos para trabalhos em equipe; melhorar a aprendizagem dos alunos de forma independente; reforçar as competências dos alunos em apresentações orais; ganhar competências de uso das ferramentas da informática, como por exemplo, o uso do *software* Office com os recursos do *PowerPoint*; construir competências nos alunos de forma que eles percebam a evolução da matemática ao longo do tempo; desenvolver uma consciência nos alunos de forma a entenderem que os resultados matemáticos se desenvolvem em uma interação com a cultura e sociedade.

Além dos argumentos de Kjeldsen (2011) nos apoiamos teoricamente no trabalho de Jankvist (2009) que apresenta dois argumentos para a História da Matemática em sala de aula, a história como *ferramenta* e como *objetivo*, além de propor três abordagens para o uso da História da Matemática em sala de aula, *Iluminação, Modular* e *Baseada na História*. Esses argumentos e abordagens se complementam e formam seis conexões possíveis de *porque* se utilizar a história da matemática e *como* ela pode ser utilizada (fig.1).

Figura 1: As possíveis conexões entre as categorias de Jankvist



Fonte: Jankvist, 2009, p.251

Os argumentos que justificam o porquê de a História da Matemática poder ser (e deveria ser) considerada uma metodologia de ensino:

a) História como ferramenta é utilizada como uma metodologia de ensino que auxilia o professor no ensino da matemática e contém argumentos de como os alunos aprendem matemática (JANKVIST, 2009). Nesse sentido, pode-se mostrar que a matemática é uma criação humana, motivar os estudantes, pois entendem que até os matemáticos profissionais são passíveis de erros e, por fim, pode ser um auxílio na identificação de alguns dos obstáculos epistemológicos dos estudantes;

b) História como objetivo salienta que o ensino de história não deveria ser um tópico

independente, o foco está no desenvolvimento de aspectos da matemática como disciplina. Objetiva-se mostrar aos estudantes que é uma construção humana que depende de cultura e tempo, a matemática não surge do além.

Porém, além da justificativa do uso pedagógico, deve-se ter em mente o modo como pode ser realizada, que são as abordagens apresentadas por Jankvist (2009):

a) Iluminação: fatos isolados sobre a História da Matemática são apresentados sem o intuito de resolver problemas. São apresentados trechos históricos tais como nomes de matemáticos famosos, datas, trabalhos e eventos famosos, biografias e anedotas.

b) Modular: são apresentados estudos dedicados a História da Matemática com duração de algumas aulas, semanas ou cursos completos dedicados a um determinado tema, mas que não necessariamente precisam fazer parte do currículo. São tópicos prontos para serem utilizados pelos professores na sala de aula, no caso de um curto período de tempo, ou trabalho com fontes originais, para cursos maiores a depender do nível de estudo histórico dos alunos.

É uma abordagem na qual essas pesquisas se pautaram, o autor categoriza as ações que apresentam unidades instrucionais devotadas à história e, muitas vezes, baseadas em casos históricos e pode variar tanto em abrangência quanto em escopo.

c) Baseada na História: a História da Matemática não é necessariamente discutida, mas serve como um eixo orientador para o professor de modo a seguir fielmente a ordem histórica de construção de determinado tópico. Assemelha-se à abordagem genética.

Analisamos três pesquisas nas quais a história foi utilizada, principalmente, como *objetivo* a fim de desenvolver as habilidades dos pesquisadores juniores em relação aos objetivos elencados por Kjeldsen (2011).

Entretanto, pesquisadores brasileiros Baroni, Teixeira & Nobre (2011, p. 161) destacam a falta de pesquisas no Brazil que ressaltem a utilização da História da Matemática como recurso didático e analisem a eficiência pedagógica sobre o uso pedagógico dela. Segundo eles:

> Essa conclusão nos faz refletir sobre o papel da HM como recurso didático, indicando que nos faltam, ainda, elementos claros que indiquem, do ponto de vista epistemológico e cognitivo, a eficiência da HM no processo de ensino aprendizagem.

Assim sendo, objetiva-se nesse estudo apresentar e analisar o desenvolvimento e a participação de alunos do Ensino Médio inserido em um Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica Júnior (PIBIC-Jr) fomentado por um Instituto Federal de Ciência e Tecnologia. Os projetos apresentam como propostas de trabalho:

1) estudar, em conjunto com alunos do Ensino Médio, o processo histórico de alguns conteúdos de matemática, a saber, Resoluções de Equações do Segundo Grau, Logaritmos e Trigonometria.

2) analisar algumas das competências e habilidades que podem ser desenvolvidas por alunos do Ensino Médio quando a História da Matemática é utilizada enquanto recurso didático pelo professor.

No primeiro trabalho buscamos, orientador e aluno (s) bolsista (s), métodos de resolução de equação do segundo grau em outras civilizações do passado, além de outras definições para a função trigonométrica do seno e a relação dos logaritmos com progressões a partir de seu "surgimento. Isso pode ser interessante e, de acordo com Fossa (2006, p.138), "É decerto, na história da matemática que vemos como a matemática faz parte da cultura humana e isto certamente pode aumentar o interesse que o aluno terá pela matemática'. Assim, a História da Matemática pode ser uma aliada do professor para humanizar a matemática, ou seja, mostrar

aos alunos que ela é uma construção humana e, com isso, passível de erros. As informações históricas encontradas em livros específicos do tema podem mostrar aos alunos as necessidades que estavam por trás de alguns conteúdos e como as resoluções e raciocínios se diferenciam dos nossos. O segundo trabalho relativo à Trigonometria Indiana com foco nos objetivo que leva ao desenvolvimento dela e o modo como definiam a função seno. Por fim, uma pesquisa sobre logaritmos ao longo da história a partir de Napier e as táboas de Napier.

1. Metodologia de trabalho: descrição dos encontros

Os projetos apresentados e que nos forneceram dados com as opiniões dos alunos (historiadores juniores) foram desenvolvidos em um Instituto Federal de Ensino Tecnológico do estado de Minas Gerais, Brasil. A origem do fomento é da própria instituição que oferece, dentre outros, bolsas para o Programa de Iniciação Científica Junior (PIBIC-Jr), modalidade de pesquisa destinada a estudantes de cursos técnicos integrados (a partir do segundo ano) que exige uma carga horária semanal de 8 horas de dedicação.

No quadro 1 a seguir, listamos os três projetos, os alunos e os temas sobre os quais se refere este artigo. Tomamos a decisão de omitirmos os nomes dos estudantes e nomeá-los por letras do alfabeto.

Quadro 1. Projetos, participantes e temas

Projetos	**Participantes**	**Temas**
Projeto 1	Aluno A	Resoluções de Equações do Segundo Grau
Projeto 2	Aluno B	Trigonometria na Índia
Projeto 3	Aluno C	**Logaritmos**
	Aluno D	
	Aluno E	

Fonte: os autores

Os Projetos 1 e 2 foram desenvolvidos sob a orientação de um único orientador, professor de matemática da instituição nos anos de 2012/2013 e 2013/2014, respectivamente. Enquanto que o Projeto 3 contou com a participação de dois orientadores, professores de matemática e foi desenvolvido no ano de 2015. Sendo assim, a terceira pesquisa teve um caráter um pouco diferente das demais, pois se formou um grupo de discussões composto de dois professores e três historiadores juniores. Alterações metodológicas quanto às pesquisas e encontros foram realizadas a partir de entrevistas que foram realizadas com os estudantes dos anos anteriores na tentativa de melhorar o processo.

Aspectos comuns aos três projetos são as leituras realizadas semanalmente e apresentações de seminários, com duração aproximada de duas horas, e escritas de relatórios sobre as atividades desenvolvidas em conjunto com o (s) orientador (es).

Conforme já anunciamos, a dinâmica do terceiro projeto sofreu alguma modificação, principalmente devido aos comentários dos bolsistas em relação ao acúmulo de trabalho semanal da escola: “o fato de conciliar o ensino médio técnico com uma bolsa científica é muito estressante e cansativo, tem de ter muita disposição e comprometimento para tais” disse o Aluno A. Ele continua

> é um estudo muito cansativo conciliar o ensino médio com uma iniciação científica, mas isso nem se compara ao tanto que aprendi e desenvolvi como um pesquisador e um aluno, aprendi a gostar de partes da matemática que não me dava muito bem e aprendi muito

> mais do que a matemática, enfim foi de grande aprendizado para mim e aconselharia sim quem se dispusesse de uma iniciação(Aluno A).

Ressaltamos que o desempenho deste aluno em Matemática não era dos melhores da classe, tendo dificuldades em diversos momentos, inclusive com notas abaixo da média e tendo que realizar provas de recuperação, antes de participar do projeto. Já os alunos C, B e D apontaram pontos negativos distintos: "remuneração atrasada, poucos encontros com orientadores" (Aluno D). "Acúmulo de material a ser trabalhado junto ao curso técnico e ensino médio" (Aluno C). E "Conciliar os estudos com um projeto de pesquisa é uma dificuldade, principalmente para os alunos [da instituição] que possuem horário integral" (Aluno B).

Percebe-se que um aspecto importante, e dificultador, é a conciliação de pesquisas e trabalhos extraclasse com as atividades das demais disciplinas. Ressaltamos que é uma escola em tempo integral e os encontros eram realizados no intervalo do almoço. Pois as aulas são de 7 h às 10:40 e retornam de 13 h às 16:40.

Como a duração do primeiro projeto foi maior possibilitou elaborar dois textos: um visando a elaboração de um material para ser usado por alunos e por professores, portanto, com uma linguagem mais acessível, no qual a História da Matemática pode ser utilizada como ferramenta. O segundo foi a escrita de relatórios parciais e finais que tinham um caráter científico utilizando a linguagem acadêmica a fim de desenvolver algumas competências e habilidades no aluno. Ressaltamos que o título de um e-mail do Aluno C enviado ao professor orientador era "A COISA MAIS DIFICIL QUE FIZEMOS ATÉ AGORA KKK". Ele se referia à escrita do relatório parcial que deveria ser entregue na instituição após seis meses de pesquisa. Percebe-se como existem competências e habilidades além das matemáticas que podem ser promovidas por meio desses projetos.

Ainda no primeiro projeto foram realizados seminários relativos aos métodos de Al-Khowarizmi e Descartes com adaptações para o uso do *software* GeoGebra. Para isso, contou-se com a participação de outro professor de matemática que possuía conhecimentos mais profundos sobre as ferramentas e recursos desse *software*. O aluno utilizou esses recursos por diversos momentos durante o desenvolvimento da pesquisa e na preparação de apresentações para congressos.

Nesse sentido, os métodos estudados e demonstrados no trabalho de pesquisa foram realizados por meio da análise em livros na busca de uma maior explicação e detalhamento para compreender melhor cada método. Alguns artigos foram pesquisados em sites da internet, pois é mais fácil a busca e é um meio utilizado para pesquisa. Pinsky (2013) discute que o grande volume de informações disponíveis atualmente por meio de sites de buscas é um risco que correm tanto os estudantes quanto professores e deve ser realizado com cautela e crítica. A pesquisa que realizamos foi uma oportunidade para discutir sobre a confiabilidade de fontes e seleção de informações, além de como transformar essas informações em conhecimentos e não somente acumula-las. A partir desses textos foram realizadas resenhas questionando e argumentando o que poderia ser melhorado no trabalho. Estas eram apresentadas em forma de seminário visando maiores contribuições ao trabalho e na busca de desenvolver habilidades de escrita e interpretação de textos.

Assim, buscou-se atingir alguns dos objetivos destacados na pesquisa de Kjeldsen (2011). Seminários com o orientador e participação, com apresentações orais e pôsteres, em eventos da área da Educação Matemática, incluindo um encontro internacional no qual o estudante teve contato com pesquisadores latino-americanos, de modo a reforçar as competências do aluno em apresentações orais. Para isso, em outubro de 2012 o aluno elaborou uma apresentação em *PowerPoint* para apresentar um trabalho na Semana Nacional de Ciência e Tecnologia

do instituto em questão, isto para fazer com que o bolsista adquirisse competências com o uso de ferramentas da informática.

Procurando também expandir o trabalho de forma que não apenas o bolsista e orientador tomassem nota do conhecimento, mas os alunos em geral, foi realizado um trabalho relacionado ao método de Viétè com uma turma do 1º ano do Ensino Médio do Curso de Edificações. Buscou-se demonstrar um dos métodos para os alunos desta turma com acompanhamento do bolsista que analisou os resultados obtidos. Além disso, um curso em relação ao método empregado por Descartes foi ministrado a uma turma de alunos do primeiro período do Curso de Licenciatura em Matemática de uma Universidade Pública de Minas Gerais.

No entanto, no segundo semestre de 2012, cursando então a terceira série do Ensino Médio, o aluno passou a preocupar-se com o vestibular e com receio de não estar preparado no período da seleção, resolveu desistir da bolsa e se dedicar exclusivamente ao estudo para ingresso no ensino superior. De aluno que não tinha afinidades com a matemática ele passou a cogitar ser uma opção dele para a escolha profissional, pensou escolher Matemática como curso superior a cursar.

Esse aspecto prático, voltado para a sala de aula, no contato com estudantes, a divulgação da pesquisa é algo que não ocorreu no Projeto 2 e foi apontado pelo Aluno B, que acompanhou essa pesquisa, em uma entrevista realizada com ele após a finalização dela. O trecho da entrevista na qual ele aponta essa falha pode ser visto a seguir no qual destacamos a falta de divulgação. Entretanto, apontamos que a divulgação a qual ele se refere está estritamente voltada à sala de aula, ao aprendizado dos estudantes, pois o projeto foi apresentado e discutido em dois seminários, um para a comunidade da instituição e outro em um encontro promovido pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática que contou com a participação de diversos pesquisadores brasileiros, e somente este estudante do Ensino Médio. O aluno, então, afirma que

> O projeto tem grande relevância, pois busca aprofundar em uma área da história da matemática pouco explorada ainda, mas ao mesmo tempo isso atrapalha, pois, a dificuldade em se encontrar dados sobre o assunto foi difícil. Nosso projeto em trigonometria indiana fluiu em relação as pesquisas, durante os aproximados 10 meses de estudos foram descobertas diversas coisas, no começo das pesquisas pouco se sabia sobre o assunto e aos poucos vimos o quão importante a trigonometria indiana é, como ela surgiu, o porquê, e como está presente na matemática atual. **Um ponto importante que vale ressaltar é que apesar de estar no cronograma de atividades do projeto faltou tempo para desenvolver algo que fosse útil para as pessoas usarem, ou seja, pegar o conhecimento descoberto nas pesquisas e divulgar para a comunidade acadêmica, criar um meio, seja por meio de palestras, cartilhas, atividades em sala, apostilas, algo que acrescentasse às pessoas** (Aluno B, grifo nosso).

Outro ponto presente na fala do Aluno B e que é amplamente criticado pela literatura é a falta de material em Língua Portuguesa que trate sobre História da Matemática (HM). Embora esteja em crescimento a produção dessa área, principalmente por meio da Sociedade Brasileira de História da Matemática que possui duas revistas especializadas e com acesso gratuito para professores e pesquisadores. Este estudante era considerado um dos melhores alunos de Matemática da classe dele, além de possuir habilidades em Língua Inglesa, o que auxiliou na leitura de textos, pois as fontes com mais informações foram um artigo de Gupta (1697) e Plofker (2009), além de Gomes (2011) escrito em Língua Portuguesa.

Em um trabalho também com historiadores juniores, Roque (2017) relata um projeto

desenvolvido com a produção de vídeos de HM por alunos bolsistas do ensino médio com os conteúdos "A história da invenção dos números" e "A sequência de Fibonacci e a razão áurea". A autora fundamenta os trabalhos em argumentos históricos de Tzakanis (2000) e nas tecnologias de informação e comunicação. Entretanto, focada em produção de vídeos. Ela buscava na observação dos alunos identificar potencialidades pedagógicas da História da Matemática. Ela reforça o que já era apontado pela literatura desde a década de 1990: a dificuldade de fontes históricas e o caráter não didático das obras. O que foi ressaltado na entrevista pelo Aluno B de nosso estudo.

Além disso, Roque (2017, p.293) destaca que observou como potencialidade pedagógica da HM "a História como fonte de motivação; a História enriquecendo e aperfeiçoando a visão da Matemática e da atividade matemática e contribuindo para desmistificar a Matemática; a História melhorando a predisposição afetiva com relação à Matemática". Além disso, a autora relata que:

> O relato do Aluno 2, retirado de um de seus textos, nos deixa perceber que a História da Matemática, mais especialmente a história do número Fi, despertou seu interesse a tal ponto de ele julgar interessante não só estudar essa história, mas também de transmiti-la a outros (ROQUE, 2017, p.294).

O que ocorreu em nosso projeto (o trabalho realizado com uma turma do 1º ano do Ensino Médio relacionado ao método de Viétè e outro ao método empregado por Descartes ministrado a alunos do primeiro período do Curso de Licenciatura em Matemática) que está em concordância com o relato, também, de nossos alunos bolsistas.

Roque (2017) também ressalta a lacuna e falta de materiais, enquanto que em sua tese Bernardes (2016) ressalta a falta de pesquisa que pode se dever à falta de materiais e esta à falta de pesquisa, um círculo vicioso. Tentando auxiliar a romper este círculo vicioso, nosso artigo visa contribuir para a área de reflexões sobre o uso da HM nas escolas de ensino básico.
Prosseguindo com o relato das impressões oferecidas pelos participantes da pesquisa, o aluno C escreveu: "São de importância [os projetos] ao envolver o aluno ao aprofundamento do conteúdo trabalhado, tornando-o um melhor profissional... E porque não um melhor aluno também? " E apontou pontos positivos:

como foi citado anteriormente, a bolsa nos permite a aprofundar sobre um determinado tema... Fora os aprendizados "extraclasse" desenvolvidos através de conversas em público, a pesquisa ligada a matemática permitiu conhecer técnicas de estudos e ensino diferentes da que temos conhecimento e que compreende-los é importante p/ o aprimoramento de ensino. Não realizei apresentações, mas é possível dizer sobre algumas palestras que participei sobre a importância de dominar e manter a calma sobre o conteúdo. Sim. Ficaria feliz que investimentos futuros sejam feitos por parte do governo a fim de oferecer o projeto de pesquisa a todos os alunos e instituições. Eu me arrependo, de certa forma, por optar pela bolsa "mais fácil". Mas o real fato decisivo p/ saída foi o fato de possuir acúmulo de estudos em outras áreas da instituição (Aluno C).

2. A História desenvolvendo competências e habilidades

Apresentaremos nessa seção alguns dos resultados obtidos em nosso projeto, destacando tanto a formação do bolsista quanto a do orientador. Ademais, trechos de entrevistas realizadas

com todos os historiadores juniores nas quais era solicitado que avaliassem o desenvolvimento do projeto, destacando as potencialidades e limitações na sua formação.

De acordo com o depoimento de um dos estudantes, existiram dois aspectos positivos que merecem destaque em relação a um programa de iniciação científica desenvolvido com alunos do Ensino Médio:

> irei destacar os principais pontos, é que eu tenho muito a desenvolver cada vez mais. Como a maior capacidade de enxergar, de procurar saber sobre o que eu aprendia todos os dias, uma bolsa pesquisa te dá uma amplitude muito grande sobre determinados assuntos. Outro foi o fato de procurar cada vez mais melhorar meu método de aprendizado, a minha responsabilidade e muito o meu raciocínio (Aluno A).

Esta afirmação do Aluno A nos aproxima do segundo objetivo de Kjeldsen (2011), no qual podemos perceber o aprendizado do discente de modo independente na medida em que ele busca seus próprios caminhos para o aprendizado de conhecimentos de matemática, de uso de ferramentas da informática e da própria escrita em Língua Portuguesa.

O desenvolvimento de habilidades na escrita também é ressaltado pelo estudante que aponta, também, para normas técnicas em relatórios de pesquisa, como a ABNT. Ele ainda afirma que a seleção de fontes é algo que teve que aprender, sendo um assunto delicado no mundo atual no qual informações podem, facilmente e aos montes, serem encontradas na internet. Percebe-se que o estudante entendeu que aprendeu a separar informações e conhecimentos dentro da perspectiva que trata Pinsky (2013) que defende que deve-se aprender a transformar informação em conhecimento. O historiador júnior indicado por Aluno A afirma, então que

> Pontos positivos: Projeto de pesquisa acaba te inserindo automaticamente em mundo acadêmico totalmente diferente do ensino médio, pois é uma novidade para quem só teria a oportunidade de estar participando de projetos no ensino superior estar participando logo no ensino médio, achei isso bastante interessante. Aprendi muito sobre normas acadêmicas de trabalhos, normas da ABNT, aprendi a pesquisar corretamente e a saber selecionar as minhas fontes, a minha escrita melhorou um pouco, pois pesquisar demanda que se escreva em uma linguagem formal. Revisei assuntos da matemática, algumas coisas básicas do ensino fundamental e médio que não foram aprendidos corretamente acabam sendo revisados para poder entender os assuntos estudados no projeto (Dedução e desenvolvimento de fórmulas) (Aluno A).

Ainda em relação ao comentário do Aluno A, apresentamos trechos do Aluno B que corroboram com ele. Em relação à inserção dos aspectos tecnológicos na sala de aula e em pesquisas, principalmente por meio do software GeoGebra. Observe que um projeto de pesquisa em História da Matemática fez o Aluno B se questionar sobre métodos de ensino e como as Tecnologias de Informação e Comunicação poderiam (deveriam segundo ele) estar inseridas na sala de aula. Isso auxiliaria os estudantes a pensar e mudaria a dinâmica das aulas. Leia o comentário dele e observe como ele articula os conhecimentos que podem ser aprendidos por meio de um projeto de pesquisa em História da Matemática.

> Desenvolver atividades com os alunos envolvendo matemática, atividades diversas, podendo as mesmas serem escritas ou dinâmicas, através de computadores e outros recursos disponíveis na Coordenação Acadêmica de Matemática (CODAMAT). As atividades sairiam do padrão de exercícios e conteúdo de matéria que são ensinados e desenvolvidos em sala. Por exemplo, utilizar o Geogebra (programa) para mostrar visualmente como o seno de 0° e 90° varia respectivamente de 0 a 1, pois por esse aplicativo, conseguimos enxergar o valor do seno através de uma reta, crescendo à medida que aumentamos o va-

> lor do ângulo. Mostrar também utilizando a história da matemática que o que estudamos durante o ano letivo tem um contexto histórico. (Aluno B).

Apesar das habilidades adquiridas por meio desses projetos os estudantes apontam alguns aspectos negativos em relação a trabalhos de iniciação científica com alunos do Ensino Básico, especialmente em escolas técnicas nas quais os alunos possuem uma carga horária de oito horas diárias de dedicação. O Aluno A ressaltou que apesar da dificuldade de conciliação de um programa de iniciação científica com o ensino médio técnico o recomenda a outros colegas e ressalta algumas competências e habilidades desenvolvidas e aprendidas que vão além do conteúdo de matemática, tais como a leitura e a escrita de trabalhos acadêmicos.

Além do conhecimento matemático podemos inferir que a História da Matemática despertou o interesse pelo estudo no estudante. Embora esse argumento da motivação seja delicado e mereça ser estudado com cautela (MIGUEL, 1997), se a História da Matemática for estudada como *ferramenta* ela pode motivar alguns alunos (JANKVIST, 2009).

De fato, Santos (2012) utilizando a História da Matemática de maneira explícita.em seus estudos para a elaboração de sua dissertação de mestrado, obteve resultados satisfatórios, principalmente a motivação do aluno no processo de ensino-aprendizagem do Teorema de Thales.

No caso que apresentamos, o estudante considera que a História da Matemática deveria ser estudada na escola básica por ser importante para a aprendizagem e aplicação da matemática na vida cotidiana. De acordo com ele:

> Hoje questiono consideravelmente o quanto seria importante a aprendizagem dessa parte da matemática nas escolas, em geral, apesar de não ser tão considerada, eu aprendi muito coisas que nem imaginava que poderiam apresentar tanta importância e uma melhor compreensão dos meus estudos. Aprendi muito sobre os principais estudiosos que se dedicavam para a demonstração e aplicação da matemática na nossa vida cotidiana (Aluno A).

Destacamos que ele se refere claramente ao interesse pelo estudo da Matemática causado pelo projeto de pesquisa sobre a História da Matemática. Além disso, novamente ele retoma a importância de aprender a desenvolver a aprendizagem autônoma que o fez ter interesse, inicialmente, por cursar Matemática na graduação.

> Quando comecei a me aprofundar mais e conhecer sobre a matemática e suas aplicações, eu tive vontade de cursar matemática, pois queria compreender de melhor maneira possível, o meu interesse maior foi o fato de aplicar futuramente a matemática na nossa vida cotidiana, como mencionei anteriormente, criei um gosto grande pelas suas aplicações e tive vontade de aprender mais sobre o assunto, assim como os antigos estudiosos faziam em suas vidas (Aluno C).

Pode-se perceber, também, que o aluno nos dá dicas de que ele acredita que a matemática não está pronta e acabada, é uma evolução ao longo dos tempos. Ao afirmar que gostaria de aprender o modo que os povos antepassados resolviam e faziam matemática, ele demonstra ter compreendido a natureza humana da matemática. Ressalta-se o que afirma Jankvist (2009) sobre a História da Matemática colaborar para que o aluno perceba que a Matemática é uma construção humana.

Ozámiz & Pérez (1993) argumentam que o uso da História da Matemática pode mostrar que a descoberta matemática é um processo vivo, em constante desenvolvimento e que isso pode oferecer mais confiança e atitude favorável ao aluno para aprender o conteúdo matemáti-

co.

Com isso, o processo de ensino de conteúdos matemáticos ligados à História da Matemática se relaciona com as condições em que esses conteúdos foram desenvolvidos (D'AMBROSIO, 1990; OLIVEIRA, VIANA & ROSA, 2012).

De fato, o Aluno A afirmou que " o que estudamos durante o ano letivo tem um contexto histórico e não é estudado em vão, aquele conteúdo já fez parte da vida de uma sociedade na prática, apesar de não fazer na nossa hoje em dia devido aos avanços tecnológicos" (Aluno B). Foi observado por Santos (2012) que a história também é útil para outros fins, tais como atividades de pesquisa em sala de aula como as sugeridas por Mendes (2001). Foi o que comentou o Aluno A:

> Nosso projeto em trigonometria indiana fluiu em relação as pesquisas, durante os aproximados 10 meses de estudos foram descobertas diversas coisas, no começo das pesquisas pouco se sabia sobre o assunto e aos poucos vimos o quão importante a trigonometria indiana é, como ela surgiu, o porquê, e como está presente na matemática atual (Aluno A).

As razões de natureza epistemológica podem implicar o uso da História da Matemática implicitamente, conforme concebido por Oliveira (2012) em algumas das atividades realizadas na elaboração de sua dissertação de mestrado.

Além desse aprendizado podemos destacar também habilidades e competências adquiridas em relação a apresentações e usos de softwares como Power Point (KJELDSEN, 2011). Podemos observar nas falas, a seguir, um receio para apresentação oral de um trabalho e, em seguida, como ele evoluiu em relação a isso. A primeira fala foi antes de uma apresentação oral em um Seminário interno: "aí, apesar de eu ter achado não ter ficado muito bom [os slides de apresentação no Power Point] como eu disse, não consigo nem apresentar para pessoas que eu conheço ainda mais para quem eu não conheço" (Aluno A).

Observa-se o receio do bolsista para apresentar, no entanto, após a apresentação ele se sente mais confiante, com habilidades e competente para esse tipo de comunicação, preferindo-a em relação à modalidade pôster: "bom eu prefiro que seja como na Semana de Ciência e Tecnologia, gostei da experiência [apresentação oral] apesar de estar um pouco nervoso, mas acho melhor" (Aluno A).

Mostra-se, portanto ansioso, mas em seu discurso podemos notar que alguns dos objetivos traçados foram alcançados, como pode ser reafirmado pela pesquisa de Kjeldsen (2011) na qual ressaltou um potencial importante da História da Matemática.

O aluno D, por exemplo, comentou que "o projeto que desenvolvemos foi de grande aprendizagem para mim. Foi um projeto que focou na história da Matemática, especificamente a História dos Logaritmos. Consegui absorver bastante coisa de uma área que gosto".

Além disso, ele comentou também que "as bolsas de iniciação científica do IFMG é [são]de grande ganho, também, de conhecimento. Essas bolsas mostram que para aprender não é preciso somente entrar em uma sala de aula e ouvir teorias, e sim mostrar que na prática se aprende muito". E apontou outros pontos positivos: "ganho de aprendizagem, certificação pós término do projeto, remuneração pela bolsa em desenvolvimento". E continuou: "Sim, houve grande aprendizado. Aprendi como se deu o processo de criação dos logaritmos e os seus usos no dia a dia" (Aluno D).

O aluno D finalizou: "Sim, recomendaria a um amigo. O projeto, como já dito, é de grande aprendizado. Vale a pena participar de um, ainda mais em uma área de afinidade". Esse participante do projeto era um amante da Matemática, consideramos que daí a importância que

ele apresenta nas "áreas de afinidade". Entretanto, como foi visto anteriormente neste trabalho, existiram estudantes que não gostavam da disciplina antes do projeto, do mesmo modo Roque (2017) afirma acontecer com um dos participantes do relato dela.

Considerações finais

Durante os projetos obteve-se grande conhecimento com relação ao desenvolvimento histórico de alguns tópicos de matemática que estão no currículo do Ensino Médio, tanto pelo professor orientador quanto pelos estudantes. Mas, o mais importante, são algumas habilidades e espírito crítico e de investigação que foram desenvolvidas nos pesquisadores juniores. Reforçamos então, que o papel da História da Matemática a ser utilizada pelo professor da Educação Básica em sala de aula não se restringe ao desenvolvimento de competências e habilidades matemáticas. Precisa-se, no entanto, aprofundar as pesquisas empíricas em relação a essa tendência na Educação Matemática para analisar as contribuições trazidas para um grupo maior de alunos. Enfim, estender esse tipo de projeto de iniciação científica júnior para outros alunos a fim de formarmos estudantes com conhecimentos iniciais e aptidões para a pesquisa científica.

Retomando os objetivos de Kjeldsen (2011) podemos defender que durante os projetos eles caminharam para serem alcançados destacando a independência e autonomia que suscitaram. Além de apresentações orais nas quais os historiadores juniores tiveram que defender suas ideias por meio de congressos em Educação Matemática regionais, nacionais e, até mesmo, internacionais. A relação com os recursos tecnológicos se tornou mais amigável à medida que aprenderam a utilizar ferramentas do *Word e Power Point*, além da utilização de *softwares* educacionais, como o GeoGebra. Acrescentamos, ainda, o contato com a burocracia que a pesquisa exige na entrega de relatórios parciais e finais de acordo com padrões.

Os projetos que analisamos, ainda que modestamente, contribuem para suprir a falta de material e falta de pesquisas na área, argumentadas por Roque (2017) e Bernardes (2016) em seus estudos. Ao mesmo tempo mostram ser possível (e recomendável) que a lacuna citada por estes autores seja preenchida por estudantes adolescentes, historiadores juniores, trabalhando em conjunto com professores do ensino básico.

Se por um lado Baroni, Teixeira e Nobre (2011) ressaltavam a falta de elementos, por meio de pesquisas, que discutem a eficiência da História da Matemática no ensino, por outro acreditamos que os resultados que apresentamos sugere um caminho a ser seguido por meio de projetos de pesquisa nas quais a História da Matemática seja o foco. Vimos que foi possível mobilizar diversos conhecimentos nos estudantes, historiadores juniores.

Referências Bibliográficas

BARONI, R. L. S. TEIXEIRA, M. V. NOBRE, S. R. *História da Matemática em contextos da Educação Matemática: contribuições do* GPHM. BOLEMA. Rio Claro (SP). V. 25. N.41. p. 153-171, dez, 2011.

BERNARDES, A. C. S. *História e Ensino de Matrizes*: promovendo reflexões sobre o discurso matemático. (Tese de Doutorado). UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia de Sistemas e Computação. 2016. 242p.

D'AMBROSIO, U. (1990). *Etnomatemática*. São Paulo, SP: Ática.

FOSSA, J. A. Recursos pedagógicos para o ensino da matemática a partir das obras de dois matemáticos da Antiguidade. In: MENDES, I. A.; FOSSA, J. A.; VALDÉS, J. E. N. A *História como um agente de cognição na Educação Matemática*. Porto Alegre: Sulina.2006. 137-182.

GOMES, Severino Carlos. *Elaboração e aplicação de uma sequência de atividades para o ensino da Trigonometria numa abordagem histórica*. (Dissertação de Mestrado). Universidade

Federal do Rio Grande do Norte, 2011
GUPTA, R. C. Bhaskara I's approximation to sine. *Birla Institute of Technology*, Ranchi. V.2, n.2. p. 121-136. 1967.
JANKVIST, U. T. A categorization of the 'whys' and 'hows' of using history in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, N. 3.v.71, 235–261. 2009.
KJELDSEN, T. Reflections on and benefits of uses of history in mathematics education exemplified by two types of student work in upper secondary school.CERME 7, 2011.
MENDES, I. A. A investigação histórica como agente da cognição matemática na sala de aula. In: MENDES, I. A.; FOSSA, J. A.; VALDÉS, J. N. (Orgs.). *A História como um agente de cognição na Educação Matemática*. Porto Alegre: Sulina. 79-136, 2006.
MIGUEL, A. As potencialidades pedagógicas da História da Matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. Zetetiké. Campinas. N.8. v.5. 73-115. 1997.
OLIVEIRA, D. P. A. *Um estudo misto para entender as contribuições de atividades baseadas nos fundos de conhecimento e ancoradas na perspectiva sociocultural da história da matemática para a aprendizagem de funções por meio da pedagogia culturalmente relevante*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Ouro Preto. Minas Gerais. Brasil,2012.
OLIVEIRA, D. P.A.; VIANA, M. C. V. & ROSA, M.Elaborando Atividades Curriculares Baseadas na História da Matemática, nos Fundos de Conhecimento e na Pedagogia Culturalmente Relevante. *Caminhos da Educação Matemática*. Ano v, vol.1. 2012.
OZÁMIZ, M. G. & PÉREZ, D*Enseñanza de las ciencias y la matemática*: tendencias e innovaciones. Madrid: IBERCIMA. 1993.
PINSKY, Jaime. *Por que gostamos de História*? São Paulo: Editora Contexto, 2013.
PLOFKER, K. *Mathematics in India*. Pinceton University Press. Princeton, 2009.
ROQUE, Ana Catarina Cantoni. As pontencialidades pedagógicas da História da Matemática evidenciadas na criação de vídeos didáticos no context do PIBIC-Jr. *Revista Paranaense de Educação Matemática*. Campo Mourão. V.6. n.10. p.284-301. 2017.
ROQUE, Ana Catarina Cantoni. *Criação de vídeos sobre a História da Matemática*: uma experiência no contexto do PIBIC-Jr. ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo – SP. 2016.
ROQUE, Ana Catarina Cantoni. Teorema de Pitágoras e sua História: uma pesquisa no contexto do PIBIC-Jr. *Revista Eletrônica Sala de Aula em Foco*. V.3. n.2. p. 54-63. 2014.
SANTOS, M. N. *Uma Abordagem Histórica para o Ensino-Aprendizagem do Teorema de Tales*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Ouro Preto. Minas Gerais. Brasil,2012.

Davidson Paulo Azevedo Oliveira
Instituto Federal de Minas Gerais – Campus Ouro Preto
E-mail: davidson.oliveira@ifmg.edu.br

Marger da Conceição Ventura Viana
Universidade Federal de Ouro Preto
E-mail: margerv@ufop.edu.br

Cadernos Escolares: marcas de um tempo de aulas de matemática

School notebooks: marks of a time of math classes

Mercedes Carvalho
Universidade Federal de Alagoas - UFAL/Maceió/Brasil
Edna Cristina do Prado
Universidade Federal de Alagoas - UFAL/Maceió/Brasil
Girlayne Brown dos Santos Nascimento
Universidade Federal de Alagoas - UFAL/Maceió/Brasil

RESUMO

Este artigo trata da análise de dois cadernos de matemática de um aluno da segunda série do 1º Grau, época em que vigorava a Lei de Diretrizes e Bases 5692/71, a fim de observar os saberes matemáticos ensinados. Esses cadernos estão no Repositório Digital da Universidade Federal de Santa Catarina e compõem a pesquisa "A constituição dos saberes elementares matemáticos: a Aritmética, a Geometria e o Desenho no Curso Primário em Perspectiva Histórico-Comparativa, 1890-1970", do Grupo de Pesquisa de História do Ensino da Matemática (GHEMAT). As análises dos cadernos estão pautadas nos estudos de Mignot (2010), Hébrard (2001), Chartier (2007), Pinto (2010) e sinalizaram para os pressupostos da Matemática Moderna que na época orientava o ensino de matemática nas séries iniciais do 1º Grau. As atividades nos dois cadernos são muito parecidas sinalizando para a repetição de um mesmo exercício, pois assim o aluno aprenderia e se sairia bem nas avaliações.

Palavras-chave: cadernos escolares, matemática, registros.

ABSTRACT

This article analyzes two mathematics notebooks from a primary school first grader which was used when the Bases and Guidelines Law (Lei de Ditetrizes e Bases) number 5692/71 was in effect. Our goal is to observe the mathematical knowledge taught at the time when the notebook was recorded. The notebooks are available at the Digital Repository of Santa Catarina Federal University and are part of "The Constitution of Elementary Mathematical Knowledge: Arithmetic, Geometry and Drawing though a Comparative-History Perspective, 1890-1970", which is a research work conducted by the Mathematics Teaching History Research Group (GHEMAT). The analyses of the notebooks are based on studies by Mignot (2010), Hébrard (2001), Chartier (2007) and Pinto (2010) and pointed to the Premises for Modern Mathematics, which guided the teaching of mathematics in the early years of primary school. The activities recorded in both notebooks are pretty similar, which suggests a repetition of exercises, so that the student could learn and do well on tests.

Key Words: school notebooks, mathematics, records

O Caderno

A definição dada a caderno no dicionário é: "qualquer conjunto de folhas de papel cortadas, coladas ou cosidas, formando um livro de anotações" (HOLANDA,1986, p. 310). Assim, cadernos são livros de anotações a fim de que, na escola, sejam registradas as lições que os professores ensinam.

No Brasil, na década de 80 século XX, fez muito sucesso uma música chamada "O caderno"[63] que faz parte do disco "Casa de Brinquedo", de autoria de Toquinho e interpretada por Chico Buarque de Holanda. A letra trata o caderno como um ente vivo que conversa com uma criança que é o seu dono. O caderno se diz um amigo fiel e inseparável que acompanhará

63 Disponível em: https://www.letras.mus.br/toquinho/87320/ . Acesso em: 16/5/2017.

a criança ao longo da sua vida escolar, por meio das anotações que ela fará e irá estudar para as provas bimestrais, isso porque, o que estiver escrito no caderno, nele para sempre ficará. Mas, mesmo ciente de sua importância, no final da música ele pede à criança que não o esqueça em um canto qualquer.

Nesta letra e na definição dada ao caderno pelo dicionário podemos encontrar vários elementos que estimulam pesquisadores a se debruçarem neste material escolar, pois este está carregado de marcas de processos educativos que favorecem o desenvolvimento de investigações acerca da história do ensino e, no presente artigo, sobre a história do ensino da matemática no curso primário.

> O interesse dos pesquisadores que visam compreender os usos do tempo na escola, as diferenças entre o currículo prescrito e o ensinado (CHARTIER, 2003), os modelos femininos transmitidos nas salas de aula (POZO e RAMOS, 2003), a hierarquização das disciplinas que se expressa nos rituais e práticas cotidianas, a função disciplinadora dos exercícios e as práticas avaliativas que se deixam entrever nas correções dos professores (LOPES, 2006), por exemplo. (MIGNOT, 2010, p. 1).

Na época em que a música 'O caderno' fez sucesso este objeto tinha destaque na lista de material escolar e era recomendado aos alunos para fazerem as lições com esmero e organização, pois o caderno em um determinado momento seria "vistoriados por professores familiares, inspetores" (NUNES, BERTINI, SIQUIERA, 2017, p. 65). Podemos considerar que também havia um código implícito no ambiente escolar do período, segundo o qual, se houvesse folha em branco era sinal que aluno não copiou, não fez a lição ou faltou à aula naquele dia. Assim, Chartier (2003) entende que o caderno é um produto da cultura escolar pela forma que as lições foram ensinadas e registradas.

Os cadernos foram companheiros inseparáveis dos estudantes na era anterior aos *tablets* e *smartphones*, embora ainda estejam presentes nas salas de aula, porém com outro status. Caderno de caligrafia, por exemplo, que no século passado era indicado para melhorar a letra do aluno e, consequentemente, exercitar a coordenação motora fina está hoje fora dos processos de alfabetização e muitas vezes é rotulado como um instrumento de ensino tradicional. Porém, os cadernos foram instrumentos importantes no processo escolar tanto que as capas dos cadernos do passado traziam marcas como "hinos, mapas do território nacional, personagens ilustres, produtos brasileiros e se propunham também a cultuar vultos históricos e símbolos nacionais, despertando e cultivando o amor à pátria, o respeito às tradições e a obediência à ordem" (MIGNOT, 2010, p. 1). A autora comenta, ainda, que o caderno com o passar do tempo foi assumindo outra dimensão e que o aumento do parque gráfico e o barateamento do papel proporcionou o desaparecimento das capas cívicas gerando, nos dias de hoje, capas de cadernos mais atinentes ao mercado consumidor. Mas, "apesar de tantas mudanças, em tempos de escrita digital, nos cadernos escolares, os alunos ainda aprendem e exercitam a escrita imposta e regulada pela instituição escolar ou transgridem as normas instituídas" (MIGNOT, 2010, p. 1). Portanto, os cadernos escolares são, além de produto da cultura escolar é uma fonte histórica que estudiosos podem se debruçar para investigar os métodos, as orientações que norteavam o ensino das diferentes áreas do conhecimento.

Para não ser esquecido em um canto qualquer[64], a partir de um estudo documental, este artigo trata da análise de dois cadernos de matemática de um aluno da segunda série do 1º Grau, época em que vigorava a Lei de Diretrizes e Bases Nacional, 5692/71, que legislou a educação brasileira do período de 1971 a 1996, a fim de observar os saberes matemáticos ensinados

64 Verso da música 'O caderno', autor Toquinho.

na época em que foram feitos os registros. Esses cadernos estão no Repositório Digital[65] da Universidade Federal de Santa Catarina e compõem a pesquisa "A constituição dos saberes elementares matemáticos: a Aritmética, a Geometria e o Desenho no Curso Primário em Perspectiva Histórico-Comparativa, 1890-1970", do Grupo de Pesquisa de História do Ensino da Matemática (GHEMAT).

Os cadernos como instrumentos de investigação

De acordo com Hébrard (2001), a popularização dos cadernos na escola primária francesa, no início do século XIX, foi relevante para a evolução da alfabetização. Neste sentido, investigar os cadernos "tanto por sua inserção na história da escola quanto pela preocupação de conservação da qual ele foi objeto, é certamente um testemunho precioso do que pode ter sido e ainda é o trabalho escolar de escrita" (HÉBRARD, 2001, p. 121).

Não há como dizer como o professor ensinou determinado conceito ou quais eram os saberes que ele mobilizou para ensinar ao avaliarmos os cadernos, porém podemos encontrar indícios que nos levem a compreender os processos do ensino da matemática escolar e, assim, produzir esta história.

> Os cadernos escolares podem nos ajudar a entender o funcionamento da escola de uma maneira diferente da veiculada pelos textos oficiais ou pelos discursos pedagógicos. Por essa razão, compreendemos o interesse dos historiadores por essas fontes que escaparam ao seu destino natural, a destruição. Como proceder para se passar, graças a esses materiais, de uma visão discursiva do ensino a uma análise concreta dos processos de escolarização, que fazem com que o aluno entre no mundo ordenado dos conhecimentos? (CHARTIER, 2007, p. 14).

São muitos os pesquisadores, entre eles Mignot (2008) e Viñao (2008), que consideram os cadernos instrumentos de investigação, pois asseveram que "uma vez que estes materiais apresentam-se como objetos naturalizados no contexto escolar, são ricos como fonte documental para a pesquisa em história da educação, história da infância e da cultura escrita e ainda é um tema pouco pesquisado" (NEUBERT, 2014, p.6).

Também é importante destacar que os cadernos "enquanto dispositivo escolar, são portadores de um discurso produzido nas especificidades das 'práticas discursivas escolares' conferindo-lhes significado no âmbito do ensino do qual emanam" (PINTO, 2016, p. 3). Assim, para utilizarmos os cadernos escolares como instrumento de pesquisa é importante localizar em qual contexto estão inseridos. Portanto, de acordo com Pinto (2016, p. 4) para utilizá-los para pesquisas demanda organização de

> um corpus do qual é possível construir um perfil documental, definir elementos estruturantes (eixos) que facultem o acesso às suas características, às regularidades e descontinuidades que imprimem significado à cultura escolar. Interpretar os cadernos como escritos que criam realidade contrapõe-se, pois, em simplesmente considerá-los como um produto.

Tomando como exemplo o ensino da matemática, Hébrard (2001, p.124) destaca o espaço ocupado pelos problemas de aritmética na escola primária francesa nos anos iniciais. Além de uma lista de operações, os problemas quase sempre versam sobre a mesma temática "despesas, distâncias e pesos, juros e descontos [...], cálculos de superfície e de volumes, assim

65 http://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/99855

como problemas de cálculo do número de estacas necessárias para a demarcação de terrenos e manutenção de casas e de propriedades agrícolas"

Nesse sentido, a observação feita por Hébrard (2001) vai ao encontro da cultura escolar definida por Julia (2001) como os conhecimentos mobilizados pelos professores que podem ser impostos e ressignificados ao entrarem em funcionamento. Portanto, ao considerarmos os cadernos como fruto da cultura escolar, eles deixam de ser um simples depositário de informações recebidas do professor e passam a ser uma bússola que pode orientar investigadores a compreender marcas de um tempo de aula. (CHARTIER, 2003).

Cadernos de Daniel – 2ª série do I Grau - 1976

Para este artigo selecionamos dois dos oito cadernos do aluno Daniel que estão presentes no Repositório Digital. São cadernos da 2ª série do I Grau[66], um em formato espiral[67], aqui nomeado de caderno A, e o outro em formato brochura[68], aqui nomeado de caderno B. Os conteúdos matemáticos ensinados na 2ª série do I Grau eram: teoria dos conjuntos, aritmética, noções de geometria e resolução de problemas.

No caderno A não há registros feitos de próprio punho por Daniel, mas sim um caderno com característica de um fichário, pois em todas as páginas está colada uma folha mimeografada de atividade matemática, o que permite conjecturar que eram exercícios complementares às atividades das aulas, porém não há indicação de que foram feitas em sala ou como lição de casa.

Já no caderno B, o aluno registrou as atividades apresentadas pela professora, provavelmente as que ela escreveu na lousa, pois não há indicação de páginas de algum livro didático, o que nos remete, conforme Hérbrad (2001, p. 11), aos tempos medievais em que os monges copistas se preocupavam em "dar e ver a regularidade do espaço gráfico". Daniel, em especial, nas primeiras lições, é muito cuidadoso com a letra e ocupa o espaço da folha obedecendo, provavelmente, o modelo que a professora apresentava na lousa. Porém, este capricho observado no começo do caderno é deixado de lado ao longo do ano, porque sua letra se torna irregular, há muitas páginas em branco e outras em que os exercícios foram preenchidos pela professora.

Ainda, neste caderno, em todo o início da atividade há o cabeçalho, que podemos considerar como uma agenda por conta da data em que as atividades são realizadas. Entretanto, o cabeçalho faz parte da cultura escolar do ensino primário[69] ou séries iniciais do I Grau, pois tem a intenção de ensinar o aluno a se organizar e localizar as suas lições no tempo e no espaço, isso porque:

> [...] Eliane Terezinha Peres enfatiza que a organização gráfica e espacial dos cadernos altera o modo de pensar do aluno, o que corrobora com a importância, defendida por Hébrad (2001), de se considerar o espaço gráfico no caderno escolar. Nesse sentido, ele analisa como os problemas se relacionam com esse espaço. (NUNES, BETINI, SIQUEIRA, 2017, p.81)

Para buscar compreender como os conteúdos matemáticos foram ensinados à época, optamos pela análise teórica metodológica que subsidia as pesquisas do GHEMAT, Júlia (2001), Chervel (1990) e Chartier (2003, 2007)

66 Durante a vigência da LDBN 5692/71 a educação escolar era organizada em pré-escola, I grau constituída por oito séries e II Grau que poderia ser profissionalizante ou não.
67 https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/173656
68 https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/173655
69 Ensino primário correspondia às quatro primeiras séries do I Grau.

Ao analisarmos os dois cadernos é possível observar que eram usados concomitantemente, pois as datas das atividades são coincidentes. No caderno A há predominância de exercícios. Os poucos problemas matemáticos observados nos cadernos do Daniel aparecem no caderno B e sucedem a exercícios com números. Podemos interpretar a pouca relevância dada aos problemas matemáticos como metodologia de ensino porque, à época em que Daniel cursou a 2ª série do 1º Grau, os princípios da Matemática Moderna norteavam o ensino da matemática, movimento este que:

> ante as necessidades impostas por um novo cenário sócio-político-econômico, defendeu um modo de conceber os conteúdos e o ensino cujas preocupações didático-pedagógicos e assentavam na formação de "especialistas" e na promoção de um caráter mais científico à matemática escolar. Pinto (2005) considera que o movimento atribuiu exagerada relevância à axiomatização, às estruturas algébricas, à lógica e aos conjuntos diante do que, segundo Pires (2000, p. 17), caberia ao professor ensinar ao aluno "[...] mais a abstrair do que se preocupar com aplicações diretas (BERTINI, SIQUEIRA, 2017, p. 75)

Esse movimento incluiu a teoria dos conjuntos nos programas escolares concebendo "a matemática como linguagem necessária à participação do cidadão na vida moderna" (PINTO, 2010, p.9), sendo que os dois cadernos estão carregados de atividades sobre conjuntos.

As lições de Matemática

Estas atividades do caderno de Daniel foram realizadas no início do ano letivo. As primeiras lições de Matemática são sobre a teoria dos conjuntos, que estão de acordo com os programas escolares da época. Enquanto vigorou nos programas escolares os princípios da Matemática Moderna era esperado por parte dos professores que eles apresentassem aos seus alunos "noções de conjuntos, estruturas matemáticas e o simbolismo para a representação das operações matemáticas por meio da solução de situações-problema baseadas nas experiências cotidianas da criança" (DUARTE, BORGES, 2017, p.117)

Figura 1 caderno A

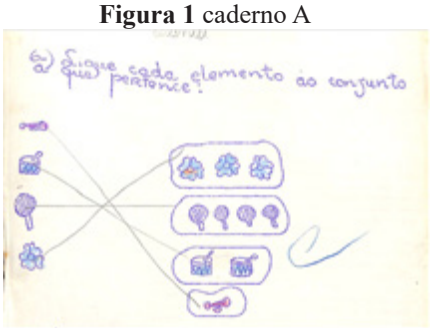


Figura 2 caderno A

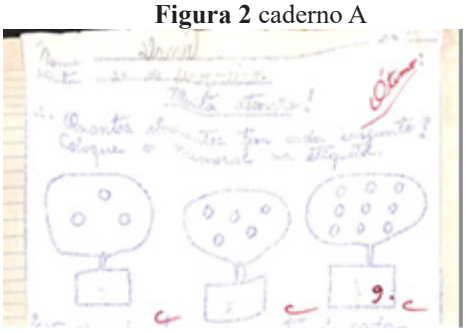
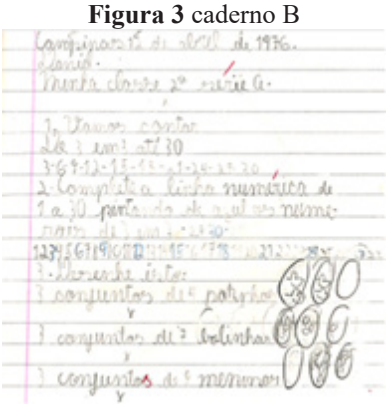


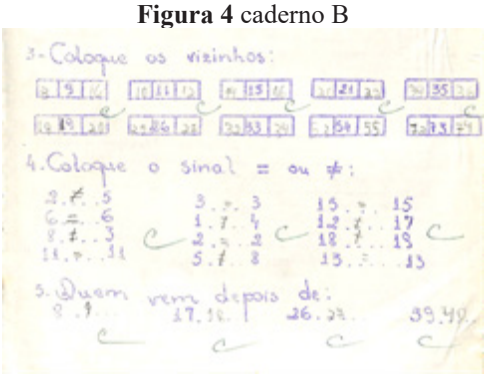
Figura 3 caderno B



Além do trabalho com a teoria dos conjuntos, merece destaque os exercícios que tratam dos conjuntos dos números naturais. Mesmo com o rigor da Matemática Moderna que intencionou, segundo Pitombeira de Carvalho (2000), transformar crianças e adolescentes em matemáticos mirins, a professora de Daniel não usou nos exercícios propostos os termos adequados aos números, mas sim, 'quem vem antes' ou 'quem é o vizinho', e não antecessor e sucessor dando caráter infantil ao ensino, o que pode contribuir ou contribui para que o aluno não compreendesse o padrão do Sistema de Numeração Decimal, (CARVALHO, 2013).

Neste sentido, podemos conjecturar que os saberes para ensinar matemática da professora de Daniel apresentaram lacunas conceituais, ou, possivelmente, que a mesma foi formada com esses modelos de atividades no curso Normal[70] ou Magistério, condição para atuar nas séries iniciais do I Grau, nesta época, anos 70 do século XX.

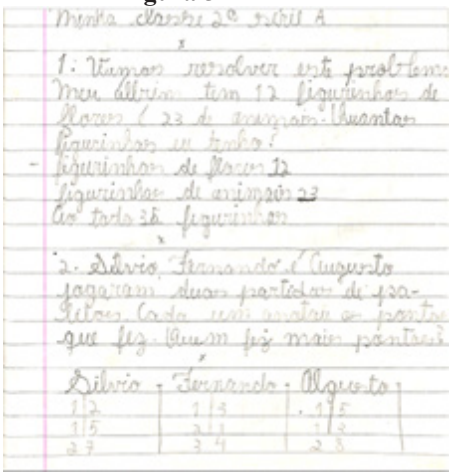
Figura 4 caderno B



Quanto aos poucos problemas observados no caderno B, podemos considerá-los como convencionais, pois a operação está evidenciada no enunciado (CARVALHO, 2010). Mas Daniel não resolveu os problemas por meio de algoritmos canônicos, e sim, colocando o resultado ao lado da pergunta o que indica que ele pode ter feito o cálculo mentalmente e registrado o resultado.

70 Até a promulgação da LDBN 5692/71 a lei que norteava o ensino brasileiro era a LDBN 4024/6. Nesta lei o ensino era organizado em primário (4anos) ginásio 4 anos e científico e clássico (3 anos). O curso Normal de duração de 3 anos era o curso preparatório para o ensino primário. Tanto o curso Normal quanto o curso Magistério eram de nível médio e "suficientes" para formar o professor para esse segmento de ensino que a partir da atual LDB 9304/96 o professor que atua na educação infantil (antiga pré-escola e séries iniciais do ensino fundamental (antiga séries iniciais do I Grau) deve ser formado no curso de Pedagogia de nível Superior.

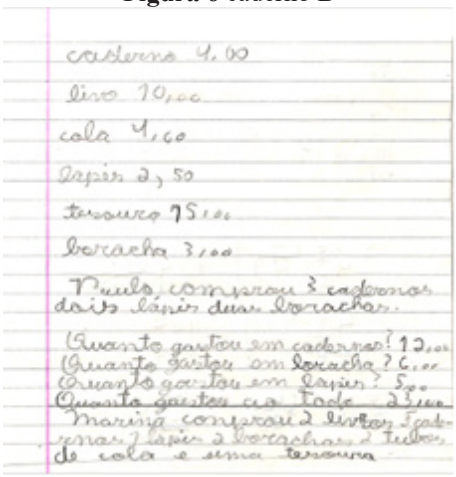
Figura 5 caderno B



Os problemas matemáticos passam a protagonizar o ensino da matemática a partir dos anos 90 do século XX, em especial, com a divulgação dos Parâmetros Curriculares Nacionais[71] em que são sugeridos problemas de toda ordem com excesso ou ausência de dados, problemas a partir de perguntas, problemas a partir de uma resposta, problemas a partir de um algoritmo, problemas de lógica, entre outros, pois são muitas as possibilidades de se trabalhar problemas com alunos, (CARVALHO, 2010)

Os problemas no caderno B estavam sempre relacionados com compras em supermercados, férias, figurinhas, ou seja, versam na temática econômica comentada por Hébrard (2001) nos problemas observados na escola primária francesa.

Figura 6 caderno B



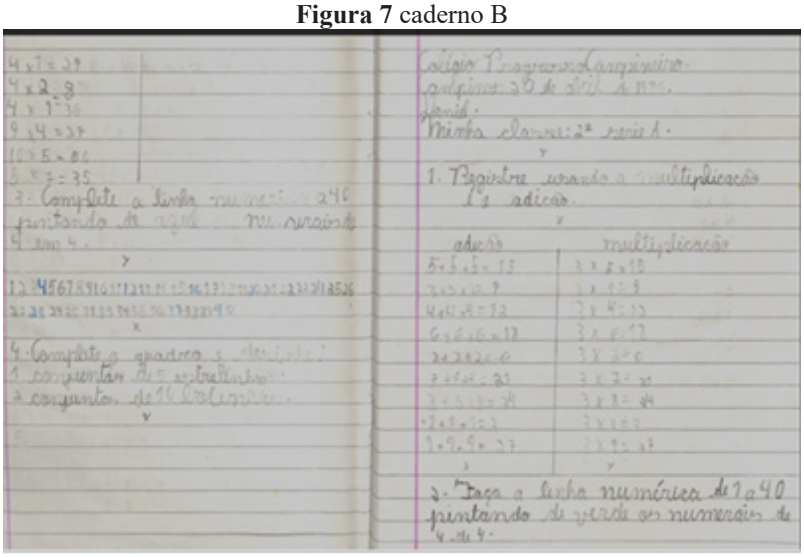
Conjecturamos que o fato de haver poucos problemas poderia estar relacionado à série, pois a segunda série do I Grau da década de 70 do século XX ainda é uma fase de processo de alfabetização e o aluno para poder resolver problemas deveria saber ler e interpretar e os enun-

71 Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para as séries inicias do ensino fundamental foram publicados em 2007 que são documentos que buscara indicar procedimentos para ensinar as diferentes áreas do conhecimento sem caráter de obrigatoriedade. No documento há quatro eixos a serem trabalhados: Números e Operações, Grandezas e Medidas, Tratamento da Informação e Geometria. De acordo com Pitombeira de Carvalho (2000) estão contempladas as três dimensões consideradas por eles importantes para o para o ensino e a aprendizagem da Matemática: os conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais, Carvalho (2009).

ciados dos problemas não eram considerados textos que também contribuem para os processos de leitura e escrita (CARVALHO, 2010). Esses cadernos são reflexos de uma época em que a aprendizagem da matemática estaria garantida a partir da repetição dos exercícios.

Outro aspecto observado na análise foi o pouco registro da tabuada, que sempre foi um recurso muito utilizado na escola primária. De acordo com Cardoso (1912), citado por Almeida (2016, p.33), o ensino da tabuada é parte do processo de ensino e aprendizagem das operações aritméticas. Porém, nos cadernos de Daniel observamos haver pouquíssima tabuada e sim, vários exercícios em que ele deveria compor os números de diferentes formas. A única atividade que observamos como tabuada foi a atividade "Registre usando a multiplicação e a adição" fazendo a relação entre essas duas operações. Ainda, na mesma folha, observamos uma atividade em que ele escreveu de 1 a 40 e pintado de verde de 4 em 4, o que implica no trabalho dos múltiplos de 4, ou seja, uma forma diferente de se trabalhar a multiplicação (tabuada).

Figura 7 caderno B



De acordo com a análise desses cadernos, considerando que não é possível precisar como os saberes escolares foram desenvolvidos, e como Daniel apreendeu, há indícios que, no tocante à tabuada, sua professora trabalhou com atividades que lhe oportunizaram desenvolver o cálculo mental e pensar a tabuada a partir da adição, composição dos números.

Algumas considerações sobre os cadernos de Daniel

Analisar os cadernos do Daniel foi uma possibilidade de revisitar uma época em que a Matemática Moderna orientava o ensino de matemática nas séries iniciais do 1º Grau. As atividades nos dois cadernos são muito parecidas, sinalizando para a repetição de um mesmo exercício, pois assim o aluno aprenderia e se sairia bem nas avaliações. prática escolar, em especial no ensino da matemática, que fazia parte da cultura escolar nos anos 70 e 80 do século XX. Quanto à resolução de problemas, que na época tinha outro *status*, e o trabalho com os algoritmos canônicos garantiria que o aluno aprenderia a fazer cálculos e consequentemente resolveria os problemas.

Em síntese, a afirmação possível de ser feita sobre a análise aqui apresentada é a de que a professora do Daniel tinha o curso Normal, pois em 1976 estávamos ainda sob a égide da LDB 5692/71, quando foi instituído o curso profissionalizante do Magistério, com duração de

quatro anos. Assim, a docente que lançou as atividades no caderno de Daniel era normalista e

> desde as duas décadas finais do século XIX o saber para ensinar matemática nos primeiros anos escolares envolve não só o domínio dos algoritmos ligados às operações fundamentais da aritmética, ou conhecimentos sobre geometria euclidiana. O saber para ensinar matemática constitui-se a partir desse tempo como ciências de formas intuitivas para docência dos primeiros passos da aritmética e da geometria. Tal saber para ensinar penetra a cultura escolar e deixa-nos marcas até hoje presente nas escolas (BERTINI, MORAIS, VALENTE, 2017, p.41).

Houve e há muitas pesquisas, estudos, experiências sobre o ensino da matemática e os resultados trouxeram frescor e lançaram luzes sobre essa área do conhecimento. Os cadernos, de ontem e de hoje, sinalizam a cultura escolar que, certamente, sempre deixa as suas marcas. Ao entrarmos no túnel do tempo foi possível analisar os cadernos de Daniel e observar as marcas do ensino de matemática de um importante tempo da educação nacional e, com as reflexões feitas, os cadernos não mais ficaram esquecidos em "canto qualquer".

Bibiliografia

ALMEIDA, A.F (2016) *Apropriação das Tabuadas no Ensino de Aritmética da Escola Primária Paranaense 1903-1932*.Dissertação de Mestrado; PUC-PR. Disponível em https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/185316/Disserta%C3%A7%C3%A3o%20Andre%20Francisco%20de%20Almeida.pdf?sequence=1 . Acesso em 01/09/2018.

BERTINI, L. de F; MORAIS, R. dos S; VALENTE, W. R. (2017). *A matemática a ensinar e a matemática para ensinar: novos estudos sobre a formação de professores*. Livraria da Física. São Paulo.

CARVALHO; M. (2009). Ensino da Matemática no curso de Pedagogia: Formação do professor polivalente. Tese de Doutorado. PUC-SP.

CARVALHO, M. (2010). *Problemas? Mas que problemas? Estratégias de problemas matemáticos em sala de aula.* 5ª ed. Vozes. Petrópolis.

CARVALHO, M. (2013). *Números*. Conceitos e Atividades para a Educação Infantil e Ensino Fundamental I. 2ª edição. Petrópolis. Vozes

CHARTIER, Anne-Marie. Os cadernos escolares: organizar os saberes, escrevendo-os. In: *Revista de Educação* Pública Cuiabá v. 16 n. 32 set.-dez. 2007. Diponível em: http://periodicos-cientificos.ufmt.br/ojs/index.php/educacaopublica/issue/view/71 Acesso em 15/5/2017.

CHARTIER, Anne-Marie. Excerctces écrits ET cahiers déléves: réflexions sur des pratques de longue durée. Le Telémaque . n. 24. V.2, 2003. Disponível em: https://www.cairn.info/revue-le-telemaque-2003-2-page-81.htm Acesso 15 /09/2018.

DUARTE, A.R.S; BORGES, R.A.S. (2017) Cadernos de professores que ensinaram matemática: contribuições par ao estudo dos saberes a e para ensinar. IN: RIOS, D.F; BURIGO, E.Z; FICHER, M.C. B.; VALENTE, W.R. *Cardernos Escolares e a Escrita da História da Educação Matemática.*São Paulo: Livraria da Física.

HÉBRARD, J. (2001) Por uma Bibliografia Material das Escritas Ordinárias o espaço gráfico do caderno escolar (França – Séculos XIX e XX) *Revista Brasileira de História da Educação* n°1 jan./jun. Disponível em: http://www.rbhe.sbhe.org.br/index.php/rbhe/article/view/277 Acesso em: 02 de maio de 2017.

HOLANDA FERREIRA, (1986), *Novo Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa*. Nova Fronteira. Rio de Janeiro

MIGNOT, A.C.V (2010). Cadernos escolares. In: Oliveira, D.A.; Duarte, A.M.C.; Vieira,

L.M.F. *Dicionário: trabalho, profissão e condição docente*. Belo Horizonte: UFMG/Faculdade de Educação. CDROM.Disponível em: http://www.gestrado.net.br/pdf/63.pdf acesso em 20 de abril de 2017.
NEUBERT, C. G. C; Schlindwein, L. M. Cadernos escolares e práticas pedagógicas. *Anais* COEB 2014. Disponível em: http://www.pmf.sc.gov.br/arquivos/arquivos/pdf/16_04_2014_10.08.33.87cd6d87435709231a3e1607d0c932dc.pdf Acesso em 15 de maio de 2017.
NUNES, B. W. D; BERTINI, L.F; SIQUEIRA , M.G. Cadernos de alunos com registros de aulas de matemática: textos e contextos (2017) IN: RIOS, D.F; BURIGO, E.Z; FICHER, M.C. B.; VALENTE, W.R. *Cardernos Escolares e a Escrita da História da Educação Matemática*. São Paulo: Livraria da Física. 2017
PINTO, N. B. (2017) *Possibilidades e limites do uso de cadernos escolares na investigação de saberes para ensinar matemática na escola primária*. Disponível em: http://xvseminariotematico.paginas.ufsc.br/comunicacoes-cientificas-do-dia-0105/ Acesso em 16 de maio de 2017.
PINTO, N. B. (2010) O impacto da Matemática Moderna na cultura da escola primária brasileira. In: Matos, José Manuel; Valente, Wagner Rodrigues (ed.) *A reforma da Matemática Moderna em contextos ibero-americanos.* UIED, Unidade de Investigação, Educação e Desenvolvimento. Brasil- Portugal. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/135866 Acesso em 10 de junho de 2017.
PITOMBEIRA DE CARVALHO, J. B. (2000). As propostas curriculares de matemática. In: Barretto, E. S. de Sá (org.) *Os currículos do ensino fundamental para as escolas brasileiras*. 2.ed. Campinas: Editora Autores Associados.

Mercedes Carvalho
Universidade Federal de Alagoas
E-mail: mbettacs@uol.com.br

Edna Cristina do Prado
Universidade Federal de Alagoas
E-mail: wiledna@uol.com.br

Girlayne Brown dos Santos Nascimento
Bolsista PIBIC da Universidade Federal de Alagoas
E-mail: girlaynebrown@gmail.com

Inovações matemáticas no ensino da província do Grão-Pará (1838-1841): inserção da geometria

Mathematical innovations in the teaching of the Grão-Pará province (1838-1841): insertion of geometry

Everaldo Roberto Monteiro dos Santos
Universidade Federal do Pará - UFPA/Belém/Brasil
José Jerônimo de Alencar Alves
Universidade Federal do Pará - UFPA/Belém/Brasil

RESUMO

Conforme os registros historiográficos, desde o século anterior, até 1838, as aulas de Matemática na Província do Pará vinham sendo constituídas somente pelas aulas de contar. Entretanto, em 1841, assinalam a presença da Geometria e da Álgebra no currículo do Liceu Paraense, atestando que essa trajetória curricular da Matemática havia se modificado. É possível que essas mudanças tenham começado a ocorrer anteriormente, no período que vai de 1838 até 1841. Pretendemos analisar se e como ocorreram, conduzidos pelas seguintes questões: Que ramos da Matemática podem ter sido implantados neste período? Que discursos contribuíram para implantá-los? Quais os significados? Que lugares ocuparam na estrutura de poder político local e os agentes que pronunciaram esses discursos? Concluímos que o saber da Matemática inserido nos currículos do sistema escolar paraense nesse período foi a Geometria, que conforme as leis e os discursos governamentais que a propuseram, deveria ser um conhecimento necessário para modificar a arquitetura local por meio de construções modernizadoras, tais como: o cais, prédio da alfandega e da delegacia.

Palavras-chave: História da Educação Matemática; Geometria; Educação na Amazônia.

ABSTRACT

According to the historiographical records, from the previous century until 1838, Mathematics classes in the Pará Province were only constituted by the counting classes. However, in 1841, they point out the presence of Geometry and Algebra in the curriculum of the Liceu Paraense, attesting that this curricular trajectory of Mathematics had changed. It is possible that these changes began to occur earlier, in the period from 1838 to 1841. We intend to analyze if and how they occurred, driven by the following questions: Which branches of mathematics may have been implanted in this period? What discourses contributed to implement them? What are the meanings? What places did they occupy in the local political power structure and the agents who delivered those speeches? We conclude that the knowledge of Mathematics inserted in the curricula of the Paraense school system in this period was Geometry, which according to the laws and governmental discourses that proposed it, should be a necessary knowledge to modify the local architecture through modernizing constructions, such as: the wharf, customs building and the police station.

Keywords: History of Mathematics Education; Geometry; Education in the Amazon.

Introdução

No Pará, como em outras partes do Brasil Imperial, as Reformas Pombalinas[72], instituíram em 1772, as Aulas Régias que eram compostas por duas modalidades: a que consistia em ensinar a "Ler, escrever e contar" e a que abrangia as humanidades que

72 As citadas Reformas desenvolveram-se em dois momentos distintos, que se iniciam respectivamente com a promulgação do alvará régio de 28 de junho de 1759, que cria as aulas régias de gramática latina, retórica e grego, e da lei de 6 de novembro de 1772, que cria as aulas régias de leitura, escrita e cálculo, além das cadeiras de filosofia. (MENDONÇA E CARDOSO, 2008, p.33).

eram aulas de Latim e Retórica, conforme assinala Cardoso (2004, p.187). No século seguinte, ou melhor, em 1838, esse panorama era quase idêntico, conforme assinala Barros (2016, 43-44) pela análise do Relatório elaborado pelo Presidente da Província do Pará, Soares D'Andréa. Portanto, o ensino continuava centrado nas humanidades e na aula de Ler, Escrever e Contar.

Entretanto, em 1841, no plano de estudos do Liceu Paraense, a cadeira de "Aritmética, Álgebra e Geometria" estava presente, como assinalam França (1997), Pais e Leão (2009) e Barros (2016) o que atesta uma mudança acentuada no currículo da matemática que, anteriormente, se reduzia às aulas de contar. Contudo, há indícios de que as modificações curriculares tenham começado antes, ou melhor, no período que se estende de 1838 a 1841, pois embora este período seja praticamente desconhecido, Pais e Leão (2009), afirmam que ao analisar os traços históricos do ensino secundário da matemática no contexto das províncias do Pará e do Amazonas no meado do século XIX encontraram "registros textuais de demanda política pela criação de Aulas de Geometria".

Nosso objetivo é analisar as mudanças no ensino da matemática que se reduzia às aulas de contar. Para isso elaboramos as seguintes questões: Teriam essas mudanças, ocorrido somente em 1841 ou já viriam ocorrendo anteriormente? Quais os ramos da matemática contribuíram para isso e as condições sociais que os possibilitaram? No que se refere a essas condições, analisaremos os discursos que contribuíram para essa inovação no sistema escolar local; os significados atribuídos à introdução do novo saber por estes discursos e, ainda, a formação escolar e científica e o lugar ocupado na estrutura política pelos que os pronunciaram.

Para responder estas questões, analisamos leis, relatórios e outros documentos da época, perscrutando discursos favoráveis ou não a possíveis mudanças no ensino de Matemática. A partir dessa análise documental passaremos agora a apresentar os aspectos sociais, os atores, os discursos e a efetivação desta mudança no ensino de Matemática na Província do Grão-Pará.

Condições de inserção da Geometria no ensino da Província do Pará

Retornando ao Ato Adicional de 1834 que tinha como principal finalidade manter a integridade do Império que passava por um momento conturbado durante a Regência. Este ato passava a educação para responsabilidade das províncias:

> Após a abdicação de D.Pedro I em 1831, sob o regime Regencial, o império estava convulsionado por movimentos separatistas — a Cabanagem, a Balaiada e a Revolução Praieira reivindicavam ações descentralizadas que ameaçavam a integridade da nação. O Ato adicional de 1834 conseguiu unir tendências radicais e conservadoras, mantendo o poder Moderador, vitaliciedade do senado, extinguindo o Conselho de Estado; deu maior autonomia às Províncias, criou as Assembleias Legislativas Provinciais, atribuindo-lhes deveres com respeito à educação, desta forma descentralizando o sistema educacional (VECHIA, 2005, p.82).

Estas mudanças na educação faziam parte de um pacote de medidas que contemplavam algumas reivindicações de movimentos separatistas que buscavam, entre outras coisas, a descentralização de algumas ações do Império, entre estas medidas que conseguiram reunir pensamentos diferentes, destacamos a criação das Assembleias Legislativas que, entre outras funções, passariam a regular o ensino nas Províncias.

Na Província do Grão-Pará, devido a Guerra da Cabanagem (1835-1840), desde a tomada da Capital pelas forças Cabanas, a recém-implantada Assembleia Provincial teve suas atividades suspensas, o que impossibilitou que ela legislasse sobre o ensino. Essa Guerra foi uma sedição que ocorreu na Província do Grão-Pará, teve a duração de cinco anos e é considerada um dos conflitos de destaque durante o Império, devido suas peculiaridades:

> Durante a Regência do Império no Brasil ocorreram vários movimentos de contestação política, entre eles destaca-se a Cabanagem (1835-1840), por sua vinculação tão nítida quanto intensa e abrangente, com as classes subalternas e duramente oprimidas da sociedade. Este movimento revolucionário também conseguiu, em alguns momentos, seduzir e arrastar outras frações de classe como os pequenos proprietários, artesãos livres, assalariados ligados às diversas atividades mercantis e sacerdotes católicos (RODRIGUES, 2015, p.1).

O Marechal Soares D' Andréa[73] ocupou vários cargos de poder político. Na Província do Pará: foi comandante das armas entre 1830 e 1835, presidente da Província em 1836, deputado suplente à Assembleia Geral Legislativa do Império, pelo Pará com exercício em 1839. Enviado pela Monarquia Brasileira, com o objetivo principal de restabelecer a "lei e a ordem" no Império Brasileiro, D'Andréa chegou ao Brasil junto com a Família Real em 1808. Galgou postos na carreira militar e política, não só no Pará como em várias partes do Brasil, chegando a Marechal. Em 1817 marchou para Pernambuco com o corpo expedicionário enviado para conter a revolução ali em curso. Voltou ao Sul em 1826, em operações contra a invasão Argentina. Ocupou a presidência e o comando das armas de cinco Províncias e foi deputado pelo Rio de Janeiro.

D'Andréa tinha acentuada base matemática na formação acadêmica. Formou-se em Portugal na Academia de Marinha, pelos cursos de *Matemática, Astronomia, Navegação e Prática de Observatório* em 1801 e em *Engenharia Militar*, em 1804.

Em 1838, dois anos após posse de D´Andréa como Presidente da Província do Pará e com a retomada da Capital pelas forças anticabanas[74] a Assembleia Provincial retoma suas atividades. Neste mesmo ano, na sessão de aberturada da recém-instituída Assembleia Provincial, o presidente D´Andréa (1838, p.35) ao relatar[75] sobre o estado da Instrução Pública da Província explana que havia trinta e uma cadeiras de "Primeiras Letras". Tudo indica que essas, em relação à Matemática, se reduziam aos conhecimentos de aritmética, até porque essas disciplinas eram ministradas por pessoas que mal sabiam contar, como se pode ver pelas palavras do Presidente ao criticar os Professores que lecionavam as primeiras letras[76]:

---

73 Nasceu em Lisboa em 1781 e faleceu no Rio Grande do Sul em 1858. Chegou a Marechal. Ocupou a presidência de várias Províncias, Santa Catarina (1839); Rio Grande do Sul (1840 e 1848); Minas Gerais (1843) e Bahia (1844). Delas também foi comandante das armas: Santa Catarina (1929 e 1839), Rio Grande do Sul (1840 e 1848), Minas Gerais (1843) e Bahia (1844) e deputado efetivo pelo Rio de Janeiro (1843/1844). Fidalgo da Casa Real (1796), oficial da Ordem da Rosa Barão de Caçapava. Fonte:https://www.ihgb.org.br/perfil/userprofile/fjosedssoares.html acesso: 02/08/2018.

74 Para *maiores informações ver:* RAIOL, Domingos Antônio. *Motins Políticos ou História dos Principais Acontecimentos Políticos na Província do Pará* desde o ano de 1821 *até* 1835. 2ªEd. Coleção Amazônia, Série José Veríssimo, Belém, Universidade Federal do Pará, 1970. ROCQUE, Carlos. Cabanagem: *epopeia de um povo.* Belém: Imprensa Oficial, 1984. ROCQUE, Carlos. *Grande enciclopédia da Amazônia.* Vol. IV. Belém: Amazônia Editora LTDA, 1968.p. 1009-1010.

75 Discurso com que o Presidente da Província do Pará fez a abertura da 1º sessão da Assembleia Provincial no dia 2 de março de 1838.

76 Sobre a contratação de Professor de Primeira Letras: LEI Provincial nº6 de maio de 1838 -Autorizou o provimento das cadeiras vagas em pessoas hábeis, podendo, entretanto, na falta destas nomear-se quem as regesse com vencimento de metade dos respectivos ordenados. Índice ou reportório Geral das Leis da Assembleia Legislativa Provincial do Gram Pará 1838-1853, 1854, p.36 (BENJAMIM, 1838-1854).

> Pelo uso antigo de se aceitar para ensinar os primeiros rudimentos a um menino, uma velha ou um homem qualquer: e sem muito escrúpulo, se tem conservado o abuso de entender-se que bastão para mestres de primeiras letras homens que mal sabem ler, e de modo nenhum escrever certo, e ainda menos contar (D' Andréa,1838 p.34).

Neste mesmo documento, o presidente apresentou uma tabela[77] com todas as disciplinas que eram mantidas pelo erário público. Ele assinalou a presença de Filosofia, Letras e outras humanidades, mas, não apontou nenhuma referência ao ensino da Geometria na Província do Grão-Pará em 1838.

No Rio de Janeiro, que era a capital do Império Brasileiro, onde o processo civilizatório estava mais acentuado, a Geometria encontrava-se presente. Haidar (2008, p. 94) e Chagas (1980, p.17) assinalam que durante a década de trinta do século XIX, havia aula de Geometria[78] , sendo que em 1837 com a fundação da Escola de Pedro II em 1837, a Geometria se manteve presente.

Com a chegada de D'Andréa em 1838 — que era formado em Matemática — a Assembleia Provincial, que era responsável pela normatização da Instrução Pública, passou a funcionar. Entre as propostas que passaram a ser discutidas pelos membros da Assembleia, se situam aqueles referentes à inserção de saberes Geométricos na Província, modificando posteriormente o sistema educacional paraense que era centrado nas aulas de "Ler, Escrever e Contar". Estas propostas serão analisadas a seguir.

Discursos favoráveis à Geometria

Pais e Leão (2009 p. 38) afirmam que em meados do século XIX, começaram a emergir discursos favoráveis à Geometria nas províncias do Maranhão e do Ceará. "O motivo dessa demanda era que os exames preparatórios para o ingresso nos cursos jurídicos, de Recife e São Paulo, passaram a incluir esse conteúdo matemático". Afirmam também que nesse momento, ou melhor, em 1838, esses discursos podem ser vistos no Pará. Como vimos anteriormente, os autores assinalaram alguns fatores externos que influenciaram a introdução da Geometria no Pará, como a exigência deste saber nos exames de admissão em algumas universidades de outras cidades do Brasil. Entretanto eles não focalizaram nas análises que realizaram as condições locais que contribuíram ou não para a inserção deste saber na Província. É o que faremos no decorrer de nossa análise.

O discurso do Presidente D'Andréa realizado para a Assembleia Provincial, em 1838, propõe que sejam realizadas várias obras públicas na capital da Província, tais como: cais, alfândega, cadeia e mercado. Considerava estas construções uma necessidade imperativa:

> Precisamos cercar com um Cais, bem construído, toda esta Cidade, não só pela beleza que disto resulta; mas sobre tudo para o cômodo de seus habitantes, melhor arrecadação dos direitos públicos, e melhor fiscalização Policial.
> Precisamos de uma boa, e segura Cadeia Civil; e além dela de uma Casa de correção para toda a Província.

77 O presidente D'Andrea no relatório de 1838 p.35, ao se referir sobre os pagamentos efetuados aos professores da Província elenca as disciplinas existentes que eram: Uma Cadeira de Philosophia; uma de Rhetorica; duas de Grammatica Latina; um Substituto das Cadeiras da Cidade; três Cadeiras de Grammatica Latinas nas Vilas; duas Cadeiras de Ensino Mutuo na cidade uma cadeira de ensino mutuo nas vilas, uma Professora de meninas e 31 Cadeiras de Primeiras Letras.

78 Esta mesma pesquisa aponta que haviam também no Rio de Janeiro as aulas de Latim, Grego, Retorica, Filosofia, Francês, Inglês além de uma de cunho profissionalizante de Comércio. Sendo que os cursos profissionais eram "ministrados no Instituto Comercial, em que se transformara a Aula de Comércio da Corte, e na Academia de Belas Artes, a que se atribuíram objetivos de formação industrial" (CHAGAS, 1980, p.17).

> Precisamos de uma boa alfandega, capaz de corresponder aos destinos futuros deste Porto, se a Província chegar algum dia a melhorar a sua comunicação interna.
> Seria muito útil edificar um Mercado Geral dos gêneros de exportação, ou Consumo, aonde a concorrência fixasse melhor o preço do mercado, e tornasse fácil a todos os lavradores disporem dos seus efeitos, sem estarem sujeitos à má fé de alguns monopolistas.
> Precisamos enfim de muitas outras obras, que devem correr pela Despesa Geral; mas que por terem esta qualidade, não carecem menos de Mestres, e Artistas que se entendam com seus Misteres (D' ANDREA,1838, p.28).

Para D'Andréa a construção de um cais além de embelezar a cidade serviria para melhorar a arrecadação dos impostos e fiscalização policial, demonstrando além de uma preocupação com a estética da Província, preocupações com o ordenamento, a fiscalização e a segurança pública. Estes mesmo argumentos são usados para justificar a construção de uma cadeia pública, uma casa de correção e de uma alfândega que seria integrada ao porto que teria como objetivo a fiscalização. O mercado teria como propósito permitir que os lavradores vendessem seus produtos diretamente para a população sem a ação dos "monopolistas", sendo que para construir todas essas obras seriam necessários "Mestres" e "Artistas" que conhecessem os seus "Misteres":
Assinala ainda que na Província não havia mão-de-obra especializada para estas realizações e propunha que o erário público arcasse com as despesas de um "Mestre de Geometria Prática e Desenho":

> Convém igualmente autorizar a despesa de Mestre, não só de primeiras Letras, serviço feito até agora pelo Pedagogo; mas de um Mestre de Geometria Prática e Desenho: preliminar indispensável a todo e qualquer artista (D'ANDREA,1838, p.30).

Segundo D'Andréa o objetivo maior de trazer estes Mestres seria de formar um "Corpo de Obreiros" que ensinasse os "mistérios" da profissão para aprendizes, criando uma mão-de-obra especializada que seria utilizada para suprir a demanda das construções da Província:

> A estes Mestres se entregará um numero crescido de aprendizes; e de todos se formará um Corpo de Obreiros fixo, e organizado em obediência sucessiva, como exige a boa ordem. Para estes obreiros sempre haverá obras; e então, achando-se entre eles toda a instrução sucessivamente adquirida, será fácil achar homens para todas as empresas, e ei-lhes dando importância à medida que a forem tendo (D'ANDRÉA,1838, p.28-29).

Segundo este Presidente para atrair alguns dos melhores Mestres da Europa seria necessário que o governo oferecesse certa quantia, com o intuito de formar a base de uma companhia de obras:

> Uma consignação, que não seja menor de trinta contos de reis, habilitara o Governo da Província a chamar pelos seus nomes alguns dos mais acreditados Mestres da Europa, para virem formar o casco de uma boa companhia de Obras Públicas[...] (D'ANDREA, 1838, p.29)

Nota-se nesse relatório que a finalidade da Geometria seria para a construção das obras públicas, estas obras deveriam ser construídas por pessoas especializadas, ou seja, que conhecessem estes saberes e sua aplicação prática arquitetônica.

Em 1839, D´Andréa é substituído por Bernardo de Souza Franco na presidência da Província. Este havia se formado bacharel em direito, quatro anos antes, em Olinda, onde obteve destaque acadêmico e fora premiado ao longo do curso. Desde a juventude demonstrou

inclinação para a política, chegando, aos vinte e três anos de idade, a lutar pela independência do Pará, sendo por causa disso levado preso a Portugal. Ao ser libertado, ele retornou ao Pará e se envolveu na política, assumindo cargos de Deputado, Senador e Presidente de Províncias, como Pará e Alagoas; foi, ainda, redator de jornais pernambucanos, como a Voz do Beberibe e Diário de Pernambuco[79].

Neste mesmo ano, em discurso[80] realizado para a Assembleia Provincial o Presidente Franco sugerindo a criação de novas cadeiras para o ensino, propõem à criação de uma aula de Geometria na Província:

> Faltam-nos, portanto, na Província além das Cadeiras de Geometria, que é da primeira necessidade, uma de Botânica descritiva e aplicada – uma de Geometria aplicada as Artes – uma de Arte veterinária, indispensável para ver se se descobrem meios de extinguir a epidemia terrível que tem morto o gado cavalar quase todo da Província – e um pequeno curso de Comércio (FRANCO, 1839, p. 5).

Neste discurso Souza Franco afirma que a criação de uma cadeira de Geometria seria prioridade, sendo que as aulas de "Geometria, Línguas Estrangeiras, Princípios da Escrituração e Direito Mercantil", seriam direcionadas para aqueles que ambicionassem ser "negociantes" e "Geometria aplicada às Artes", aos que quisessem ser "artistas".

Ainda em 1839, Antônio Baena[81], militar, estudioso de História, Geografia e Matemática e que havia ensinado esta última na escola Militar, ocupando a Cadeira "Matemática Aplicada a Artilharia". Em seu segundo e minucioso livro intitulado: "Ensaio corográfico sobre a Província do Pará" refere-se sobre a instrução pública desta Província no qual relata que o ensino de Matemática nas escolas de "primeiro grau" tratava dos "princípios e regras fundamentais da Aritmética":

> O primeiro grau compreende as escolas destinadas ao ensino da arte de ler e escrever, dos princípios e regras fundamentais da aritmética e das verdades morais do catecismo, cujas escolas servem de preliminares aos estudos maiores e delas precisam os homens que vivem em sociedade civil qualquer que seja a sua condição ou profissão. Os segundos graus contam com as escolas de gramatica latina, filosofia racional e moral, de retórica, de geometria e de língua francesa (BAENA, 2004, p.203).

Neste mesmo relatório Baena se refere às "Escolas" existentes nesse momento. Segundo Silva (1969, p.188) a palavra escola era sinônima de aula "criavam-se escolas dessa ou daquela matéria, de latim ou de outras disciplinas, como aritmética, geometria, trigonometria".

79 A consulta ao livro Galeria dos Brasileiros Ilustres (os contemporâneos), de 1861, de S.A. Sisson, digitalizado e disponibilizado na internet pela Brasiliana Digital (USP) nos permitiu extrair essas informações sobre Bernardo de Souza Franco.

80 Discurso recitado pelo Exm°.Snr. Doutor Bernardo de Souza Franco PREZIDENTE DA PROVINCIA DO PARÁ. Quando abriu a Assembleia Legislativa Provincial no dia 15 de agosto de 1839.

81 Antônio Ladislau Monteiro Baena nascido em Portugal em 1782 vindo a falecer no Pará em 1850 chegou ao Pará em 1803 com o nomeado Governador da Capital General Noronha e Brito. Militar, Geógrafo e Historiador. Chegando a patente de Major do Corpo de Artilharia e como professor na cadeira de Matemática da Escola Militar entre 1820-1823. Em 1821 foi nomeado interinamente Governador de Macapá, porém retornando em menos de um ano a Belém, retornando as suas atividades de Professor de Matemática e Militar. Escreveu os livros Compêndio das eras da província do Pará (1615-1823) em 1838 e Ensaio corográfico sobre a província do Pará em 1839. Obras fundamentais para o conhecimento das origens amazônicas. Para esse fim, recorreu como fontes aos arquivos paroquiais, cartórios e Câmaras Municipais, apresentando dados geográficos físicos, de flora e de fauna, demográficos, econômicos e de administração pública (civil e judiciária) da Província. Fonte: SILVA, Ricardo Borges Ferreira da. Vultos Notáveis do Pará – Conselho Estadual de Cultura, Belém: Imprensa Oficial, 1969.

Baena relata que havia uma "Escola de Geometria" na cidade, mas que estava "vaga desde que foi estabelecido" (Baena, 2004, p.206), provavelmente ele se referia ao fato de que em 1839, no mesmo ano do seu Relatório é promulgada a Lei que cria a "Escola de Geometria", contudo esta ainda não estaria funcionando.

De acordo com o que foi visto, em 1838 começam a emergir discursos favoráveis à inserção de novos saberes da Matemática, mais especificamente os Geométricos que seriam úteis nas construções de estruturas arquitetônicas da cidade, discursos semelhantes são observados no ano seguinte os quais defendem que a criação de uma cadeira de Geometria seria de "primeira necessidade" para a Província. Esta demanda pela cadeira de Geometria favoreceu efetivas mudanças no ensino da Matemática em 1839.

Efetivações das Mudanças no Ensino de Matemática

Em 1839, Souza Franco sancionou várias Leis[82] referentes à educação, o que iria modificar o cenário educacional, inclusive a Lei[83] de 16 de outubro de 1839 que criou uma aula de Geometria na capital. Para ele essas e outras mudanças teriam o objetivo de manter a Província em um estado de sossego e tranquilidade:

> Todos esses melhoramentos, Senhores, supõem um estado de sossego e tranquilidade para que caminhamos, e que se irá preparando, e promovendo quanto em nossas forças cabe; e a proporção do caminho, que em uma estrada avançarmos, e que também na outra devemos ir adiantando. Hoje, porém, e primeiro que tudo e mister tratar de viver, e viver com segurança, e com sossego, e tranquilidade; de obstar de todo o modo possível a nova irrupção da força bruta, e desenfreada contra a massa inteligente, ilustrada e pacifica; desenfreamento, e irrupção, que e sempre o resultado das pequenas desobediências não contidas, das tentativas de sedição, e do desrespeito dos inferiores para com os Superiores. Tanto sangue derramado, tantas vidas perdidas, tantas misérias e desgostos sofridos, não serão bastantes para exemplo! E cite terrível exemplo!! (FRANCO,1839, p. 5).

Essas mudanças, ou seja, "todos esses melhoramentos", das quais havia a proposta da criação de uma aula de Geometria, estavam inseridas no contexto de busca para restabelecer a "civilidade" na Província. Isso evitaria "a nova irrupção da força bruta, e desenfreada contra a massa inteligente, ilustrada". A guerra da Cabanagem começava a chegar ao seu fim "Belém acabou sendo praticamente destruída e a economia, devastada. Calcula-se que 30 mil pessoas

82 Lei nº 30, de 28 de setembro de 1839. Autoriza o governo a prover interinamente as cadeiras de retórica, francês e primeiras letras da Província.
Lei nº 33, de 30 de setembro de 1839. Autoriza o presidente da Província para instituir nesta cidade uma Escola Normal.

83 O Doutor Bernardo de Souza Franco, presidente da Província do Grão-Pará &. Faço saber a todos os seus habitantes, que a Assembleia Legislativa resolveu, e eu sancionei a Lei seguinte:
Art.1º. Fica criada nesta cidade uma aula de geometria, cujo lente vencerá o ordenado de 600$000 réis por ano.
Art.2º. Fica o Governo da Província autorizado.
§1.º A prover cadeira dando à lente as instruções necessárias para o bom regime da mesma aula.
§ 2.º A nomear pessoa idônea para a reger dando-lhe o ordenado por inteiro, porém sujeitando-se a deixar de servir logo que se apresente outrem, que se sujeite ao exame da Lei. Ficam revogados todas as leis e disposições em contrário.
Mando, portanto, a todas as autoridades a quem o conhecimento deste Decreto pertencer, quem a cumpram, e façam cumprir tão inteiramente como nele se contém. O Secretário Interino desta Província, a faça imprimir, publicar e correr. Dada no Palácio do Governo do Pará aos quatorze dias do mês de outubro de mil oitocentos e trinta e nove, décimo oitavo da independência, e do Império.
Bernardo de Souza Franco
L.S. Publicada e selada nesta Secretaria de Governo aos 16 de outubro de 1839.

morreram, entre rebeldes e legalistas, ou seja, cerca de 20% da população estimada da Província", conforme Boris (1996, p. 166). Entretanto, ainda havia focos de resistência e essas mudanças serviriam para apaziguar a região.

Em 1840 João Antônio de Miranda[84] substitui Souza Franco na presidência da Província. O Presidente Miranda era formado em Direito em Olinda, ocupou o cargo de desembargador e senador do Império, foi Presidente da Província do Ceará entre 1838 e 1839, e do Pará de 19 de fevereiro a 5 de novembro de 1840.

Neste mesmo, ano em discurso[85] realizado para a Assembleia Provincial, o Presidente Miranda faz referência à recém-criada cadeira de Geometria, que contava com "17" alunos e estava funcionado na capital, no Seminário Episcopal:

> No fim deste Relatório encontrareis o mapa das escolas públicas da Província. A escola de Geometria decretada pela Lei n° 41 de 1839 acha-se provida na forma do § 2° do Art. 2° dela. Conta hoje a Capital um Seminário Episcopal, em que ensina Latim, Teologia, e Música Vocal, uma aula de Filosofia, uma de Retórica, uma de Geometria, uma de Francês, uma de Latim, e três públicas de primeiras letras para um e outro sexo (MIRANDA, 1840, p 19).

O primeiro professor desta nova Cadeira o Tenente Manoel Ignacio Bricio[86] era formado em Matemática e ocupou cargos de comando militar. Bacharelou-se em Matemática, cursou a Academia de Marinha no Rio de Janeiro, serviu na Marinha e no Exército, ocupou importantes cargos e comissões como Coronel do Estado Maior e comandante das armas nas Províncias do Amazonas, Pará, Maranhão e Rio Grande do Sul. Foi diretor do arsenal de guerra e das obras militares de Pernambuco e cavaleiro das Ordens de S. Bento de Aviz e Cristo.

Em abril de 1841, o relatório[87] apresentado à Assembleia Provincial pelo vice-presidente da Província, Souza Franco, entre outras coisas se refere as "Escolas Maiores e Menores" e aos professores que ministravam as aulas, sendo que a de Geometria era ministrada pelo "Dr. João Baptista Gonçalves Campos". Este, segundo Silva (1969), bacharelou-se em Ciências Jurídicas e Sociais no Recife. Em Belém foi juiz municipal e lecionou de forma gratuita Matemática no ensino secundário. Nomeado desembarcador do tribunal da relação do Maranhão desempenhando ao mesmo tempo a função de procurador da Coroa, Soberania e Fazenda Nacional. Exerceu o cargo de Ministro do Supremo Tribunal de Justiça do Império, órgão máximo do judiciário. Foi deputado em legislatura na Assembleia Provincial.

Nesse mesmo relatório Franco assevera a presença de dezessete alunos, mesmo número do ano anterior, o que demonstra que com a mudança do professor não houve modificações na quantidade de alunos que frequentavam a aula de Geometria. Ainda em relação aos alunos o

84 Nascido no Rio de Janeiro em 1805 e faleceu na Corte em 1861 ocupando o cargo de Senador do Império. Fonte: SÁ, Gildácio. João Antonio de Miranda: Portal da História do Ceará, Diccionário Bio-bibliográfico Cearense Barão de Studart, 1814, biografia disponível em: <http://portal. ceara.pro.br/ index. php? option=com_content&-view=article&id=1033&catid=292&Itemid=101>. Acesso em: 27 ago. 2018.

85 Discurso recitado pelo Exm. Snr. Doutor João Antônio de Miranda Presidente da Província do Pará. Na Abertura da Assembleia Legislativa Provincial. No dia 15 de agosto de 1840.

86 Bricio, nasceu em 8 de fevereiro de 1814 em Fortaleza e faleceu a 17 de novembro de 1877. Fonte: SÁ, Gildácio. Bricio Manoel Ignacio: Portal da História do Ceará, Diccionário Bio-bibliográfico Cearense Barão de Studart, 1814, biografia disponível em: <http://portal. ceara.pro.br/ index. php? option=com_content&view=article&id=1033&catid=292&Itemid=101>. Acesso em: 17 jun. 2018.

87 Discurso recitado pelo Exm. Snr. Doutor Bernardo de Souza Franco Vice-presidente da Província do Pará. Na abertura da Assembleia Legislativa Provincial no dia 14 de abril de 1841.

Lei nº 97, de 28 de junho de 1841.

relatório aponta que todos eram do sexo masculino.

Em junho deste mesmo ano, 1841, Souza Franco sancionou a Lei[88] que modificou a estrutura educacional da Província:

> A Instrução Pública paraense passou por acentuadas transformações em 1841, a partir da Lei que regulou a Instrução Primária e Secundária e criou a Diretoria da Instrução Pública e o Liceu Paraense, primeira escola de ensino secundário, criada na Região. Essas transformações foram precedidas pelas propostas, nos anos anteriores, pelos relatórios e outros documentos enviados pelos governantes à Assembleia Legislativa (BARROS, 2016, p.43).

Entre essas mudanças no ensino, a Geometria, passaria a ser ensinada no Liceu Paraense, logo que foi criado, em 1841. Passou a fazer parte da Cadeira[89] "Aritmética, Álgebra e Geometria", marcando desta forma uma acentuada mudança no ensino de Matemática na Província do Pará, no período analisado.

Considerações Finais

Como vimos anteriormente nosso objetivo foi analisar as mudanças ocorridas no currículo de Matemática, na Província do Pará entre 1838 a 1841 e, ainda, as condições que possibilitaram essas mudanças. Seguem algumas conclusões.

Em 1838, começaram a emergir discursos pronunciados pelos presidentes da Província favoráveis para a inserção de novos saberes da Matemática. O presidente D'Andréa se reporta sobre a necessidade de ter pessoas especializadas, na Província, para construção de obras públicas, aos quais ele chamou de "mestres de Geometria Pratica". Estes seriam trazidos da Europa e ficariam responsáveis, também, pela formação de "aprendizes", para atuar nas construções e formar um corpo de obreiros para implantar obras arquitetônicas conforme os modelos dos países europeus, de origem destes mestres. Em 1839 o presidente Souza Franco, afirma que a criação de uma Cadeira de Geometria "seria de primeira necessidade". A educação seria parte de um processo civilizatório que restabeleceria a paz e o sossego na Província, que atravessava a Guerra da Cabanagem.

A formação dos presidentes é outro fator que favoreceu a modificação deste cenário. O presidente D' Andréa era formado pela Academia de Marinha de Portugal em Matemática, Astronomia, Navegação e Prática de Observatório e Engenharia Militar. Os presidentes, Miranda e Franco eram formados na Faculdade de Direito em Olinda, onde circulavam discursos civilizatórios da época.

No início da década de 1840 começaram a ser efetivadas mudanças no ensino de Matemática. Neste ano a Província passou a contar com aulas de Geometria que funcionavam no Seminário Episcopal, após terem sido criadas por Lei sancionada no ano anterior. Essas mudanças continuaram em 1841, pois a Cadeira "Aritmética, Geometria e Álgebra" foi introduzida no Liceu Paraense, criado nesse momento.

Como podemos constatar no período que se estende de 1838 até 1841 a trajetória da Matemática no sistema educacional paraense se resumia as aulas de Contar, foi efetivamente mudada pela introdução da aula de Geometria que desde o início, deste período, passou a ser requerida nos discursos dos Presidentes da Província do Grão-Pará.

88 Lei nº 97, de 28 de junho de 1841.

89 Cadeiras Presentes no Primeiro plano de estudos do Liceu Paraense: 1ª. Língua Latina. 2ª. Língua Francesa 3ª. Aritmética, Álgebra, e Geometria 4ª. Filosofia Racional e Moral. 5ª. História Universal, Geografia Antiga e Moderna, História do Brasil. 6ª. Retórica, Crítica, Gramática Universal e Poética. 7ª. Escrituração Mercantil e contabilidade 8ª. Língua Inglesa. Fonte: Lei nº 97, de 28 de junho de 1841.

Referências

BAENA, Antônio Ladislau Monteiro. E**nsaio corográfico sobre a Província do Pará.** Brasília: Conselho Editorial, 2004. 432 p. (Edições do Senado Federal; v. 30).

BAENA, Antônio Ladislau Monteiro. **Compêndio das Eras da Província do Pará.** 2ed. Belém: Universidade Federal de Pará, 1969.

BARROS, Jônatas Barros. **A introdução das Ciências Naturais no Pará por meio das Instituições de Ensino**. 2016. 78 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências) - Universidade Federal do Pará, Pará, 2016.

BENJAMIM, Curcino. **Índice ou Repertório Geral das Leis da Assembleia Legislativa Provincial do Grão-Pará (1838-1854)**. Por André Curcino Benjamim. Tipografia Comercial de Antônio José Rabello Guimarães. Pará. 1854.

BORIS, Fausto. **História do Brasil.** São Paulo: Edusp, 1996.

CARDOSO, T. F. L. As Aulas Régias no Brasil, in STEPHANOU, BASTOS, M. H. (orgs.), **Histórias e Memórias da Educação no Brasil (sec. XVII, XVIII)**, Petrópolis, Vozes, 2004 (p.179-191).

MENDONÇA, Ana Waleska e CARDOSO, Tereza F. L., (2008). A Gênese de uma Profissão Fragmentada, **Revista Brasileira de História da Educação**, n 15, setembro/dezembro, 2008, p.31-52.

CHAGAS, Valnir. **Educação brasileira: o ensino de 1º e 2º graus – antes, agora e depois?** São Paulo: Saraiva, 1980.

D'ANDREA. Francisco José de Souza Soares. *Discurso com que o Presidente da Província do Pará Fez a Abertura da 1ª Sessão da Assembleia Provincial*, no dia 2 de março, de 1838. Tipografia de Santos e Santos Menor, Pará, 1838.

FRANCO, Bernardo de Souza. *Discurso Recitado pelo Excmo. Sr. Doutor Bernardo de Souza Franco, Vice-Presidente da Província do Pará*, na Abertura da Assembleia Legislativa, no dia 14, de abril, de 1841. Pará, Typ. de Santos & filhos, 1841.

FRANCO, Bernardo de Souza. *Discurso Recitado pelo Excmo. Sr. Doutor Bernardo de Souza Franco, Presidente da Província do Pará*, quando Abriu a Assembleia Legislativa, no dia 15, de Agosto, de 1839. Pará, Typ. de Santos & filhos, 1839. Disponível em http://brazil.crl.edu/bsd/bsd/498/

FRANÇA. Maria do Perpétuo Socorro Gomes de Souza Avelino de. **Raízes Históricas do Ensino Secundário Público na Província do Grão-Pará: O Liceu Paraense 1840-1889**, Dissertação de Mestrado, Departamento de Filosofia e História da Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas,1997.

HAIDAR. Maria de Lourdes Mariotto. **O Ensino Secundário no Brasil Império.** Edusp, São Paulo, 2008.

INSTITUTO HISTÓRICO E GEOGRÁFICO BRASILEIRO. **Francisco José de Sousa Soares de Andréa**, barão de Caçapava. Disponível em:<https://www.ihgb.org.br/perfil/userprofile/fjosedssoares.html> . Acesso em: 02 ago. 2018.

MIRANDA, João Antônio de. *Discurso Recitado pelo Exmo. Snr. Doutor João Antônio de Miranda, Presidente da Província do Pará na Abertura da Assembleia legislativa provincial* no dia 15 de agosto de 1840. Pará, Typ. de Santos & menor, 1840.

PAIS, Luiz Carlos; LEÃO, Tarcísio Luiz de Souza. Elementos históricos da educação matemática nas províncias do Pará e do Amazonas. **Revista Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 1, n. 1, p. 29-52. 2009.

RAIOL, Domingos Antônio, Barão de Guajará. **Motins políticos ou história dos principais acontecimentos Políticos da Província do Pará desde o ano de 1821 até 1835**. 2 ed. Belém:

Universidade Federal do Pará, 1970 (1865-1891).
ROCQUE, Carlos. **Cabanagem: epopeia de um povo**. Belém: Imprensa Oficial, 1984.
ROCQUE, Carlos. Grande enciclopédia da Amazônia. v.6, Belém: Amazônia Editora LTDA,1968.
RODRIGUES, Denise de Souza Simões. **"Civilizar" e integrar: educação, política e ideologia na província do Pará após a cabanagem**. 2015. Trabalho apresentado ao XII Congresso Nacional de Educação EDUCERE, Paraná, 2015.
SÁ, Gildácio. **João Antonio de Miranda**: Portal da História do Ceará, Diccionário Bio-bibliográfico Cearense Barão de Studart, 1814, biografia. Disponível em: http://portal.ceara.pro.br/index.php?option=com_content&view=article&id=3088&catid=297&Itemid=101. Acesso em: 29 set. 2018.
SÁ, Gildácio. **Manoel Ignacio Bricio**: Portal da História do Ceará, Diccionário Bio-bibliográfico Cearense Barão de Studart, 1814, biografia. Disponível em: <http://portal.ceara.pro.br/index.php?option=com_content&view=article&id=1033&catid=292&Itemid=101>. Acesso em: 17 jun. 2018.
SILVA, Geraldo Bastos. **A educação secundária:** perspectiva histórica e teórica. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1969. v.94. (Atualidades Pedagógicas).
SILVA, Ricardo Borges Ferreira da. Vultos Notáveis do Pará – Conselho Estadual de Cultura, Belém: Imprensa Oficial, 1969.
SISSON. S.A. **Galeria dos Brasileiros Illustres (os contemporâneos): Retratos dos Homens mais Illustres do Brasil na Política,** Sciencias e Letras, desde a Guerra da Independência até os Nossos Dias. Lithographia de S. A. Sisson, Editor, Rio de Janeiro, 1861.
VECHIA, Ariclê. O Ensino Secundário no Século XIX: Instruindo as Elites. In STEPHANOU, Maria. e BASTOS, Maria Helena (orgs.), **Histórias e Memórias da Educação no Brasil** (v. 2 – Século XIX), Petrópolis, Vozes, 2005.

Everaldo Roberto Monteiro dos Santos
e-mail:profmaterms@yahoo.com.br

José Jerônimo de Alencar Alves
UFPA- PPGECM
e-mail: Jeroalves77@gmail.com