REMATEC: Revista de Matemática, Ensino e Cultura, Ano 15, Número 35, p.163-177 ISSN: 2675-1909

Resolução de problemas e expressões numéricas: o quadro dos quatro quatros e o nunca dois e números binários

Problem solving and numerical expressions: the table of four fours and never two and binary numbers

Narciso das Neves Soares
Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará - UNIFESSPA

Nelson Antonio Pirola
Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - UNESP

RESUMO

Este artigo tem como objetivo apresentar os recursos didáticos O Quadro dos Quatro Quatros e o Nunca Dois e Números Binários, que podem contribuir na resolução de problemas que recaem em expressões numéricas e sua funcionalidade. Os recursos são provenientes de um projeto de extensão desenvolvido no Laboratório de Ensino de Matemática na UNIFESSPA, em 2015, e, de uma atividade de ensino realizada com uma turma de Pedagogia na UNESP-Campus de Bauru, em 2019. Os recursos são caracterizados como de manipulativos e inclusivos. Como fundamentação teórica, se utilizou os estudos de Sternberg (2008) sobre os passos do Ciclo da solução de problemas e os obstáculos de Configuração Mental. Observamos que estas atividades de ensino se mostram como importantes aliadas para o estímulo do raciocínio lógico e desenvolvimento de estratégias, apreensão e direcionamento para o uso correto dos sinais de operação e sinais de associação, e da mudança de base entre números binários e decimais.
Palavras-chave: Quadro dos Quatro Quatros. Nunca Dois e Números Binários. Expressões Numéricas, Resolução de Problemas.

ABSTRACT

This article aims to present the teaching resources The Framework of the Four Fours and the Never Two and Binary Numbers, which can contribute to the resolution of problems that fall into numerical expressions and their functionality. The resources come from an extension project developed at the Mathematics Teaching Laboratory at UNIFESSPA, in 2015, and from a teaching activity carried out with a Pedagogy class at UNESP-Campus de Bauru, in 2019. The resources are characterized as manipulative and inclusive. As a theoretical basis, the studies of Sternberg (2008) on the steps of the Cycle of problem solving and the obstacles of Mental Configuration were used. We observed that these teaching activities are shown to be important allies for the stimulation of logical reasoning and development of strategies, apprehension and direction for the correct use of the operation signals and association signs, and of the change of base between binary and decimal numbers.
Keywords: The Framework of the Four Fours. Never Two and Binary Numbers. Numerical Expressions. Resolution of Problems.

Submetido em: 29 de setembro de 2020

Aprovado em: 19 de novembro de 2020

DOI: http://dx.doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2020.n15.p163-177.id291

Introdução

É sintomático e notório no Brasil que grande parte dos alunos ao chegarem nos anos finais do Ensino Fundamental (6º ao 9° ano) apresentam dificuldade na aprendizagem da matemática, e, particularmente, em aritmética, que age como "efeito cascata", tendo como consequência, o baixo desempenho também na aprendizagem de álgebra e geometria.

Diversas são as pesquisas e estudos voltados para encontrar explicações para tal comportamento na aprendizagem, a considerar as dificuldades dos alunos na resolução de problemas de matemática (CURY, DA SILVA (2008); MOURA (2007); PIROLA (2000)). Outra frente, busca ainda, nesse sentido, produzir recursos, métodos, didáticas e pedagogias que deem conta de munir professores para que os alunos tenham prazer em aprender matemática.

Incentivar os alunos em olimpíadas matemáticas, como é o caso da Olimpíada Brasileira de Matemática nas Escolas Públicas (OBMEP) que atinge todas as unidades da federação brasileira, quase 100 por cento dos municípios, segundo dados da página oficial da OBMEP, é um passo importante para incentivar os alunos e detectar novos talentos em matemática. Em 2019 houveram 18.158.775 alunos inscritos na primeira fase, e destes, apenas 55671 tiveram alguma premiação, 0,31% dos inscritos, dos quais 579 ganharam medalha de ouro, um número nada animador.

Há muito ainda a ser feito, mas estamos na direção certa. Em 2018 foi anunciado pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) a entrada do Brasil no grupo dos dez países do mundo que mais desenvolvem pesquisa matemática, refletido na medalha Fields, considerado o Nobel da matemática, concedida ao brasileiro Arthur Ávila, em 2014, um fator inspirador para alunos e professores.

Neste artigo serão apresentadas duas atividades, a saber: O Quadro dos Quatro Quatros, e, o Nunca Dois e os Números Binários. Ambos, tem a pretensão de se posicionar como atividade relacionada à resolução de problemas e expressões numéricas, visando auxiliar no desenvolvimento cognitivo, ao que se refere a capacidade de pensar e compreender, e ao raciocínio lógico, voltado à estruturação de um pensar consciente e organizado, de forma criativa e descontraída.

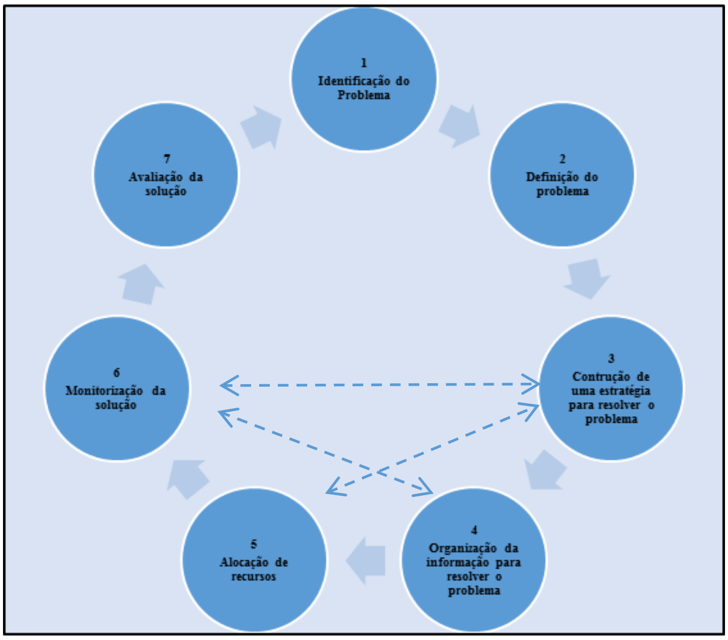
Resolução de problemas

Resolver problema é o que fazemos o tempo todo, observamos, analisamos, erramos, buscamos outros caminhos, levantamos argumentos, selecionamos as variáveis, determinamos o melhor método, testamos, validamos, e tomamos uma decisão. É claro, que nem sempre nos utilizamos de todos esses processos, entre outros, ou mesmo, percebemos que nossa memória executa uma série de passos para resolver um problema, dada a velocidade com que processa as informações coletadas. Ora, mas se resolvemos problemas o tempo todo, como é possível a resolução de problemas, em particular os de matemática, ser um dos maiores desafios na aprendizagem escolar? Eis um problema difícil de se resolver, mas não por falta de interesse da academia. Um dos grandes implicadores para a solução deste problema, está na complexidade, diversidade e desigualdade social ainda muito presente no Brasil, o que pode desmotivar os alunos e afetar a forma como resolvem problemas, ou mesmo, não conseguindo fazê-lo (ZIMMERMAN e CAMPILHO, 2003 *apud* STERNBERG, 2008).

Segundo Sternberg (2008) só estamos diante de uma resolução de problema se sua solução não for facilmente recuperada pela memória. Assim, se estivermos diante de um problema a ser resolvido propõe passos do Ciclo da Solução de Problema, onde destaca a identificação do problema, sua definição, a estratégia para sua formulação, a organização da informação, a alocação de recursos (tempo, dinheiro, equipamento, espaço, mente), o monitoramento e a avaliação, como pode ser visto na figura 1.

Em um problema matemático hipotético, estes passos podem ser entendidos da seguinte maneira: Identifiquei o problema (1), é sobre produção de gado; defino (2) como um problema algébrico a ser representado como um sistema linear; a estratégia (3) é analisar o problema para determinar as variáveis e suas condições de existência; organizo (4) as variáveis em forma de equações e uso as três operações, ou transformações elementares no processo de solução; a depender do número de variáveis, mais ou menos tempo (5), levarei para resolver o problema, devido ao número de operações envolvidas, caso esteja muito demorado, retorno ao passo (4); monitoro (6) todos os dados e decisões tomadas até o momento no processo de solução e, em caso de algum erro ser detectado, retorno para o passo (3) ou (4) e busco outros procedimentos; e finalmente, me acerco (7) de que tudo saiu como planejado e se convergiu a solução do problema. Resolvido o problema, poderá usar procedimentos semelhantes para novos problemas e inicia-se um novo ciclo de solução.

Figura 1: Passos do Ciclo da Solução de Problemas



Fonte: Sternberg (2008).

No processo de resolução de problemas Sternberg (2008) destaca alguns obstáculos denominados de Configuração mental (CM), baseada em modelos de resolução préexistentes. O entrincheiramento é um tipo de CM que se dá quando se insiste em um modelo que resolve vários problemas, mas não um problema específico. A fixação funcional e a incapacidade de perceber que algo que se sabe para resolver um problema possa resolver outros problemas. Outra CM que chama bastante atenção e se configura como um aspecto da cognição social é a do estereótipo, crenças de que, pertencer a um certo grupo social pode determinar suas características, a exemplo, um aluno da periferia que estuda em escola pública, teria menos condições de resolver um determinado problema do que um aluno de classe alta que estuda em uma escola privada.

É importante ressaltar que cada problema pode apresentar formas ou procedimentos diferentes para serem resolvidos, dado que um mesmo problema pode ser entendido de forma diferente e assim gerar soluções diferentes, e mesmo assim, chegando-se ao mesmo resultado.

Expressão numérica

As expressões numéricas é um daqueles casos em que o aluno faz o seguinte questionamento ao Professor “Para que serve isto?”, “Como vou usar no meu dia a dia?”, ou exclama frases como “É muito símbolo misturado”. Em geral as expressões numéricas são trabalhadas em sala de aula para se exercitar as operações de adição, subtração, multiplicação, divisão, potência e radiciação. No entanto, elas são muito mais do que isto, são representações de situações reais, em aplicações nas diversas áreas do conhecimento.

Por exemplo, quando escrevemos a equação de Torricelli desenvolvida a partir da junção da função horária da velocidade com a função horária da posição para o movimento uniformemente variado (MUV), ou seja, um movimento que ocorre em linha reta e com aceleração constante, obtemos a seguinte equação:

$V^2 = V_0^2 + 2 * a * \Delta S \ \ ou \ \ V^2 = V_0^2 + 2 * a * (S - S_0)$, onde V é a velocidade final, V_0 a velocidade inicial, ΔS a variação do espaço, S medida do espaço final e S_0 medida do espaço final.

Assim, se quisermos determinar o valor de V, basta substituir os valores de $V_0, a \ e \ \Delta S, ou \ S \ e \ S_0$, resultando em uma expressão numérica, que resolvida resulta o valor de V. Desta forma, as expressões numéricas pode ser definida como uma representação simbólica de um problema a ser resolvido. Para além desta questão, podem servir, entre outros, para o professor observar e avaliar a competência do aluno com relação as operações aritméticas.

Em termos gerais as expressões numéricas são conjuntos de números e operações matemáticas com ordem bem definida. As operações envolvidas em expressões numéricas são as básicas: adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação, e os sinais de associação parênteses, colchetes e chaves.

Com relação as operações, seguem a seguinte ordem de prioridade: 1º as potenciações ou as radiciações, 2º Multiplicações ou divisões e, 3º Adições e subtrações. Essas operações podem ser feitas em qualquer ordem dentro de suas prioridades.

Nas expressões numéricas algumas operações são colocadas com maior prioridade do que outras. Essa prioridade é dada pelo uso de sinais de associação do seguinte modo: 1º as operações dentro dos Parênteses, 2º as que estiverem nos Colchetes, 3º as que restarem dentro das Chaves, e 4º realizar as operações que restarem fora das chaves. Ressalta-se que não necessariamente as expressões numéricas precisam ter sinais de associação, bem como há ocasiões nas quais só aparecem parênteses, ou parênteses e colchetes, ou os três sinais de associação.

Com relação aos sinais de associação, seu uso é uma convenção aceita por toda comunidade matemática, embora, esta associação possa ser feita unicamente com o uso de parênteses, ao modo como realizam as calculadoras científicas.

Na sequência apresentaremos as atividades de ensino O Quadro dos Quatro Quatros e o Nunca dois e Números Binários e seus procedimentos de produção e uso didático.

O Quadro dos Quatro Quatros

Esta atividade é um dos resultados do projeto de extensão intitulado "Leitura e Matemática: histórias de Malba Tahan e sua potencialidade como Material Curricular Educativo na formação inicial e continuada de professores que ensinam Matemática", financiado pela Pró-Reitoria de Extensão da Universidade Federal do Sul e Sudeste do Pará, que objetivou produzir recursos didáticos educacionais, com propósito de auxiliar e estimular a leitura na formação inicial e continuada de professores que ensinam matemática, de modo que tais recursos sejam significativos na aprendizagem para melhoria da prática pedagógica docente.

O recurso foi idealizado para se trabalhar expressões numéricas com alunos do 6º ao 9º ano do ensino fundamental, mas pode ser utilizado, a depender da aplicação, com alunos do Ensino Médio e como desafio para alunos do ensino superior, em particular de cursos de Matemática. Tem como objetivo geral compreender o uso das regras das expressões numéricas manipulando quatro quatros (4 4 4 4). A partir deste objetivo o Professor se assim o quiser, pode adaptar outros objetivos específicos, a depender de sua intenção didática.

O recurso se compõe de um quadro pequeno (60x40 sugestão!) com fundo em feltro, números de 0 a 10, confeccionados em 3 quantidades cada, sinais de operação e sinais de associação, também em quantidade de 3 cada, todos em material EVA com pequeno velcro colado na parte de trás para pregar no quadro, conforme se pode visualizar na figura 2. A participação dos alunos na produção do material pode ajudar a despertar interesse pelo recurso. O objetivo desse material é que o aluno consiga escrever com quatro quatros expressões numéricas utilizando os sinais de operação de adição, subtração, multiplicação, divisão, raiz quadrada, e sinais de associação parênteses, colchetes e chaves. Em alguns desafios, de números acima de 10 podem aparecer ainda o fatorial e log na expressão. Uma extensão da atividade é propor a elaboração de expressões que resultem em números de 11 a 100, usando os quatro quatros.

Figura 2: O quadro dos quatro quatros

Fonte: Santos e Soares (2015).

O recurso pode ser classificado como manipulativo, o que lhe permite ser inclusivo, visto que não se limitados a uma parte apenas dos alunos. No caso de alunos cegos ou de baixa visão Ferreira e outros (2010, p.167), mencionam que "O ensino da Matemática de maneira geral fica disperso e inconsistente se não adotar meios de 'visualização' de gráficos, equações, figuras geométricas". Deixando, em caso contrário, por exemplo, alunos cegos, ou de baixa visão, excluídos, pois, o tato é um dos principais meios de "visualização" deles e algumas vezes apenas ouvir o professor não é insuficiente para tratar de operações que demandam uso intensivo da memória. Neste sentido, Mollossi (2013) diz que ensinar matemática a esses estudantes necessita um fazer pedagógico que ultrapassa a apresentação oral de conteúdos, sendo indispensável encorajá-los no uso dos sentidos remanescentes para que possam adquirir conhecimentos matemáticos.

A atividade foi produzida com base a uma adaptação do texto "Os quatro quatros" do livro o Homem que Calculava de Malba Tahan (1995). Vejamos uma parte do texto:

> Ao ver Beremiz interessado em adquirir o turbante azul, objetei:
>
> - Julgo loucura comprar esse luxo. Estamos com pouco dinheiro e ainda não pagamos a hospedaria.
>
> - Não é o turbante que me interessa – retorquiu Beremiz. – Repare que a tenda desse mercador é intitulada "Os Quatro Quatros". Há nisso tudo espantosa coincidência digna de atenção.
>
> - Coincidência? Por quê?
>
> - Ora bagdali – retorquiu Beremiz -, a legenda que figura nesse quadro recorda uma das maravilhas do Cálculo: podemos formar um número qualquer empregando quatro quatros! (TAHAN, p. 28-29, 1995)

A partir daí o texto mostra o personagem Beremiz Samir formando números de 0 a 10 com quatro quatros. Nossa sugestão é que o professor comente sobre o livro e sua importância para o ensino de Matemática, faça a leitura até onde vai a citação. Em seguida, apresenta os desafios de compor expressões numéricas com os quatro quatros. A resolução dos problemas propostos requer bastante atenção, momento no qual o professor pode colocar em prática o Ciclo da Solução de problemas proposto por Sternberg. Na figura 3 são apresentadas algumas sugestões de formar expressões que representem números de 0 a 10 com os quatro quatros.

Figura 3: formando números de 0 a 10

Número	Expressão
0	$(4-4)+(4-4)=44-44$
1	$4-4+\frac{4}{4}$
2	$\frac{4}{4}+\frac{4}{4}$
3	$\frac{4+4+4}{4}=\sqrt{4}+\sqrt{4}-\frac{4}{4}$
4	$\sqrt{4}+\sqrt{4}+4-4$ =4+[4x(4-4)]
5	$\sqrt{4}+\sqrt{4}+\frac{4}{4}$ [(4x4)+4]/4
6	$\sqrt{4}+4+4-4$
7	$4+4-\frac{4}{4}$
8	$\sqrt{4}+\sqrt{4}+\sqrt{4}+\sqrt{4}=(4\times4)-(4+4)$
9	$4+4+\frac{4}{4}$
10	$\sqrt{4}+\sqrt{4}+\sqrt{4}+4=\frac{44-4}{4}$

Fonte: Santos (p. 34, 2017).

Sugestão de atividades

Para esta atividade, recomenda-se o uso de dois quadros:

- 1ª momento: O professor inicia a aula informando que se trata de expressões numéricas, mas que envolverá apenas quatro quatros (4 4 4 4), sinais de operação (+, -, x, ÷ e √) e sinais de associação ( ), [ ] e { };
- 2º Momento: O professor conta a história dos quatro quatros, informando que se trata de uma história do Livro O homem que Calculava. O professor pode abrir o livro e ler a história até a parte em que o personagem principal gera expressões que resultem nos números 0 e 1 com os quatro quatros como motivação;
- 3º momento: A partir da história contada, o professor sugere aos alunos com auxílio do Quadro dos Quatro Quatros que formem expressões que representem números de 2 até o número 10, podendo ser feita individualmente ou em grupo;
- 4º momento: Separar algumas duplas e escrever no quadro dos quatro quatros, uma expressão que forme um número inteiro dado. Vence a dupla que conseguir realizar a atividade primeiro;
- 5º momento: Deixar que produzam no Quadro dos Quatro Quatros expressões e vejam que número será formado.

Os desafios apresentados, são problemas que vão demandar estratégias, raciocínio lógico, atenção, paciência e momentos de retorno para buscar outras estratégias.

Nunca dois e Número binário

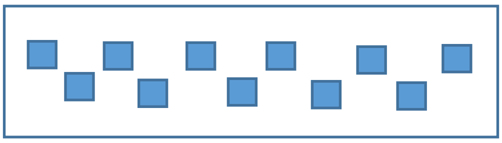
Esta atividade foi desenvolvida para se trabalhar números binários com uma turma de pedagogia da UNESP Campus de Bauru, no segundo semestre de 2019. O objetivo da aula foi apresentar a história dos números binários, mostrar a sua composição e ensinar a mudança de base de binário para decimal e de decimal para binário.

Em se tratando de um curso que forma professores que vão, entre outras, ensinar matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, levantou-se a preocupação de como os professores poderiam abordar o assunto com alunos do 5º ano, em particular, com relação a mudança de base.

Assim, o recurso proposto tomou como base o jogo Nunca dez, desenvolvido para ajudar os alunos a compreender o sistema de numeração decimal, sendo com frequência trabalhado com materiais de contagem como o material dourado e o ábaco.

Ao usar o material dourado a regra é que nunca se poderá acumular mais de 10 peças iguais. O primeiro tipo de peça que ele começa a acumular é o cubinho que equivale a uma unidade. Quando ele acumular mais de 10 desses cubinhos, ele deverá trocar 10 cubinhos de unidade por uma dezena. Quando acumular mais de 10 barras de dezena, deverá trocar por uma placa de centena, e assim por diante, como no exemplo a seguir com quadrados e barra de quadrados (figura 4 e 5):

Figura 4: 11 unidades



Fonte: os autores

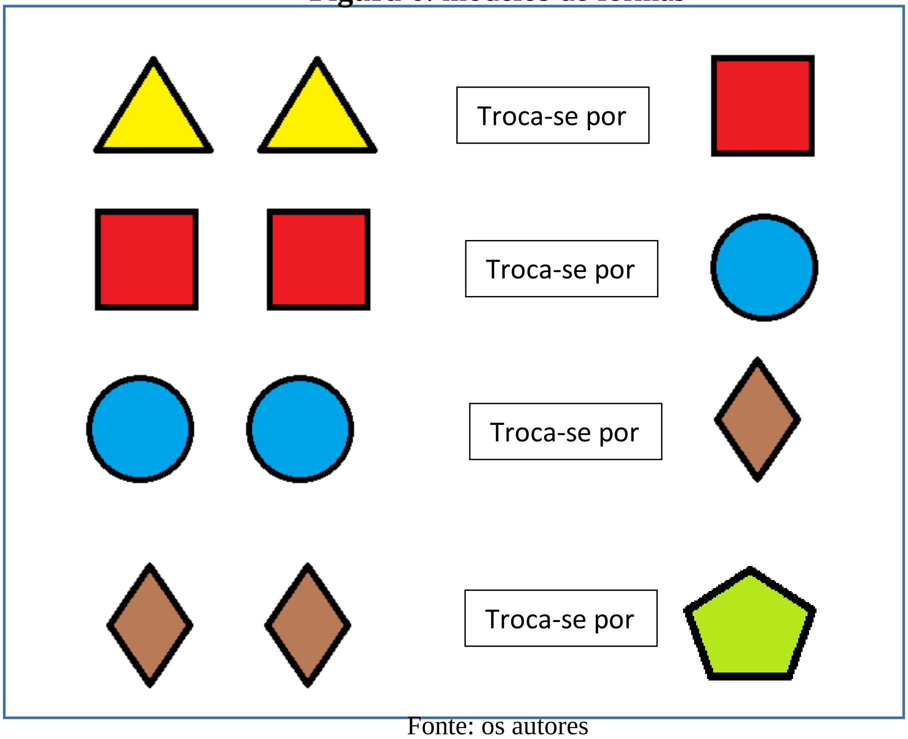
A cada 10 quadrados troca-se por uma barra de dezena e sobra 1 quadrado. E assim teremos uma dezena e uma unidade, formando o número 11 na base decimal.

Figura 5: 1 barra e 1 quadrado

Fonte: os autores

No caso do Nunca Dois e os Números Binários, utilizou-se a ideia básica do Nunca Dez, porém, ao invés de cubos, foram usadas as formas geométricas, triângulo, quadrado, círculo, losango e pentágono, com 2cm de lado, e no caso do círculo 2cm de diâmetro, que podem ser confeccionadas em cartolina, papel cartão ou papel sulfite, sendo adotadas as seguintes representações para cada forma: a cada dois triângulos troca-se por um quadrado, a cada dois quadrados troca-se por um círculo, a cada dois círculos troca-se por um losango, e a cada dois losangos troca-se por um pentágono. As trocas podem se ampliar a critério do professor ou jogador com outras formas geométricas.

Figura 6: modelos de formas



Fonte: os autores

O sistema binário é base para a Álgebra booleana (de George Boole (1815-1864) - matemático inglês), que permite fazer operações lógicas e aritméticas usando-se apenas dois dígitos ou dois estados (falso e verdadeiro, ligado e desligado, 0 ou 1). Numericamente seus números são representados apenas por 0 ou 1, formando a linguagem binária, adotado internamente pelos sistemas computacionais, daí a importância de se compreender seu funcionamento, e sua relação com a base decimal.

Para se entender a composição do número binário, vamos apresentar um exemplo de número natural na base decimal e sua decomposição, e por analogia, representar e decompor um número binário, sem nos utilizamos de matemática mais rigorosa.

Seja o número 5.379, façamos sua decomposição.

$$5.379 = 5.000 + 300 + 70 + 9 = 5x1000 + 3x100 + 7x10 + 9x1$$

Daí, temos a decomposição em potências de base 10.

$$5.379 = 5x10^3 + 3x10^2 + 7x10^1 + 9x10^0, \ \ (10^0 = 1)$$

Assim, para decompor um número, multiplicamos os algarismos posicionais por potências de 10, sendo que o expoente da primeira potência (da esquerda) é determinado, a partir da seguinte ideia, será a quantidade de algarismos do número menos 1, ou seja, como o número tem 4 algarismos, a potência será 3, e as demais seguem em ordem decrescente até chegar em zero.

Analogamente, um número na base binária pode ser decomposto da seguinte forma:

Seja o número binário 10111_2 (o número 2 indica a base), vejamos sua decomposição. Se o número está no sistema binário, a potência será de base 2 seguindo o mesmo critério da base decimal para determinação dos expoentes, como o número tem algarismos, o expoente da potência do primeiro algarismo da esquerda será 4. Assim, teremos que:

$$10111 = 1x2^4 + 0x2^3 + 1x2^2 + 1x2^1 + 1x2^0$$

Tendo este entendimento, e aplicando outros exemplos, podemos agora passar à mudança de base.

Para transformar um número binário em decimal, basta resolvermos as potências de dois e resolver a expressão, o resultado será a representação em base decimal. Tomemos o exemplo dado:

$$10111 = 1x2^4 + 0x2^3 + 1x2^2 + 1x2^1 + 1x2^0$$

Calculando-se as potências obtemos:

$$10111 = 1x16 + 0x8 + 1x4 + 1x2 + 1x1 = 16 + 0 + 4 + 2 + 1 = 23$$

Ou seja, o número 10111 na base 2 representa o número 23 na base 10.

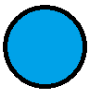
Já para transformar um número decimal em número binário, usamos o método das divisões sucessivas por 2. Tomemos como exemplo o número 23.

$$\begin{array}{lllllll}
23 & \multicolumn{1}{|l}{2} & & & & & \\ \cline{2-2}
(1) & 11 & \multicolumn{1}{|l}{2} & & & & \\ \cline{3-3}
 & (1) & 5 & \multicolumn{1}{|l}{2} & & & \\ \cline{4-4}
 & & (1) & 2 & \multicolumn{1}{|l}{2} & & \\ \cline{5-5}
 & & & (0) & 1 & &
\end{array}$$

Concluído o processo, pegamos o último quociente e juntamos com os restos das divisões conforme o sentido da seta, e, formamos o número binário 10111 que representa o número 23 na base decimal.

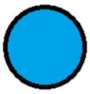
Com intuito de tornar esta aprendizagem mais descontraída e prazerosa para os alunos a partir do 5º ano do ensino fundamental o Nunca Dois e Números Binários se apresenta aqui na forma de uma cartela para se apreender o processo de mudança de base de binário para decimal (figura 7) e de decimal para binário (figura 8).

Figura 7: Cartela de Mudança Binário para Decimal

						Representação Numérica
A = sobra de peças						
B = potências de base 2	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	
A x B						
C = Soma dos produtos (A x B)						
Cálculo da expressão C						

Fonte: os autores.

Figura 7: Cartela de Mudança Binário para Decimal

	Distribuição em pares	Nº de pares	Sobra
			
			
			
			
			

Antes das atividades específicas, o professor pode propor como uma atividade coletiva, produzir as cartelas e as peças (formas) com os alunos, ou como uma atividade extraclasse. Ou ainda, propor que os alunos pesquisem sobre a história dos números binários e suas aplicabilidades, e apresentarem na forma de seminário, ou gravarem vídeo entrevistando profissionais que trabalhem na área de tecnologia e possam falar da importância dos números binários e como ele os utiliza em seu trabalho.

Sugestão de atividade

Mudança de Binário para Decimal

- 1º momento: o professor faz uma apresentação motivacional dos números binários, na forma de vídeo, ou slides, ou mesmo cartaz sobre a sua história e importância;
- 2º momento: o professor define Binário e mostra sua representação;

- 3º momento: o professor mostra a decomposição do número binário numa relação análoga com a decomposição dos números na base decimais;
- 4º momento: definição das duplas para as atividades com o Nunca Dois e Números Binários;
- 5º momento: é realizado a distribuição de peças, em quantidades diferentes para cada dupla;

Vamos supor a seguinte distribuição:

- Triângulos: 35
- Quadrados: 23
- Círculos: 12
- Losangos: 17
- Pentágonos: 5

A Questão é:

Com as peças distribuídas, qual número binário será formado e qual valor ele representa na base decimal?

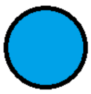
Como a cada dois triângulos trocamos por um quadrado, teremos 17 pares de triângulos que serão trocados por 17 quadrados, sobrando 1 triângulo.

Aos 23 quadrados junta-se os 17, resultantes da troca, ficando com 40 quadrados, obtendo assim, 20 pares de quadrados, que serão trocados por 20 círculos, e nenhuma sobra.

Os 20 círculos serão adicionados aos 12 distribuídos, somando-se 32 círculos, e dos quais se obtém, 16 pares, que serão trocados por 16 losangos, e nenhuma sobra.

Soma-se aos 17 losangos distribuídos os 16, obtendo-se 33 losangos, de onde obtém-se 16 pares, a serem trocados por 16 pentágonos, e uma sobra.

E, por último, junta-se aos 5 pentágonos, os 16 da troca, somando-se 21 pentágonos, dos quais obtém-se 10 pares, e uma sobra.

						Representação Numérica
A = sobra de peças	1	1	0	0	1	11001_2
B = potências de base 2	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	
A x B	$1x2^4$	$1x2^3$	$0x2^2$	$0x2^1$	$1x2^0$	
C = Soma dos produtos (A x B)	$1x2^4 + 1x2^3 + 0x2^2 + 0x2^1 + 1x2^0$					
Cálculo da expressão	$1x16 + 1x8 + 0x4 + 0x2 + 1x1 = 25$					25_{10}

Então, temos que 11001 na base 2, representa 25 na base decimal.

Observe que sobram sempre uma (1) ou nenhuma peça (0).

Assim como nos números da base decimal, o zero à esquerda não tem valor. Então caso o primeiro valor à esquerda termine em zero, ele não será considerado, ou seja, se tivermos o número 001101 na base dois ele será representado por 1101.

O maior número em decimal que pode ser escrito no quadro (cartela) acima é o número 31, que em decimal é representado por 11111 na base 2. Quanto mais colunas forem inseridas, números maiores podem ser gerados. Distribuições diferentes geram números diferentes, então são muitas possibilidades.

- 6º momento: Para se trabalhar Mudança de Decimal para Binário, se faz uso de uma outra cartela, e desta vez, apenas são distribuídos números X de triângulos, e a demais peças ficam disponíveis para se fazer a troca;

Vamos supor que tenham sido distribuídos 25 triângulos, para determinada dupla.

Assim, usando a ideia das divisões sucessivas por 2, teremos 12 pares de triângulos e uma sobra.

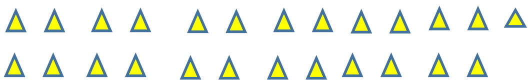
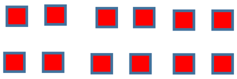
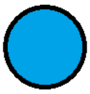
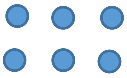
Os 12 pares de triângulos são trocados por 12 quadrados, que geram 6 pares de quadrados, a serem trocados por 6 círculos, e com nenhuma sobra.

Dos 6 círculos formam-se 3 pares de círculos, a serem trocados por 3 losangos, e com nenhuma sobra.

Dos 3 losangos é possível formar apenas 1 par de losangos, a ser substituído por 1 pentágono, e com uma sobra.

Como só resta 1 pentágono, não é possível formar novos pares. Daí, passamos a compor o número binário, que será formado, pela junção dos valores das sobras, tomadas de baixo para cima, formando o número binário 11001.

Assim, o número 25 na base dez é representado pelo número 11001 na base binária. Então, com as duas cartelas, podemos fazer a ida e a volta, ou seja, apreender a mudança de binário para decimal e de decimal para binário, em um jogo de manipulação, e por consequência de inclusão.

	Distribuição em pares	Nº de pares	Sobra
		12	1
		6	0
		3	0
		1	1
		0	1

Embora as atividades pareçam de fácil manuseio e aprendizagem, alguns alunos podem sentir dificuldades, ou errar determinados passos, e devem ser orientados pelo professor, que deve entender o erro como uma parte do processo de aprendizagem. Alunos que saiam melhor com as atividades podem ser posicionados como monitores em sala, isto pode ajudar a não dispersarem, ou darem pouca atenção às atividades.

Considerações finais

No percurso deste artigo, o cerne foi dar notoriedade a dois recursos desenvolvido no âmbito dos espaços da academia, sendo um pensado e produzido em um Laboratório de Ensino de Matemática, e outro, durante estudos e orientações pós-doutorais, o que provocou a elaboração de um recurso para uma aula na graduação.

É interessante notar que os materiais são de baixo custo e podem ser construídos de forma coletiva, e que o ensino de expressões numéricas foi abordado com a transversalidade da leitura do livro O Homem que Calculava e com os estudos de números binários, este último um assunto pouco explorado na educação básica, enquanto que o livro é geralmente usado para se contar histórias, sendo pouco potencializado.

Os passos do ciclo de soluções proposto por Sternberg, embora não sejam vistos de forma explicita, eles aparecem implícitos nas atividades, no processo de resolução. Principalmente os professores devem estar atentos e orientar as soluções, com base no ciclo, o que pode ser feito com prévia conversa, antes das atividades propostas aos alunos pelo professor em sala de aula.

As configurações mentais por sua vez, são corriqueiras, estão presentes, quase que naturalmente na resolução de problemas, achar que não sabe, não saber usar o conhecimento que possui, se sentir excluído, são aparentes e perceptíveis nas ações e atitudes comportamentais dos alunos. Portanto, a psicologia cognitiva deve ser também uma constante no acompanhamento dos alunos, sejam por sentirem alguma dificuldade, seja por apresentarem uma excepcionalidade para resolver problemas.

Os recursos podem ser adaptados, a partir da necessidade do professor, e para além disto, podem ser transformados em objetos de aprendizagem, um próximo passo a ser dado, tendo em vista o avanço da informática nos ambientes escolares, bem como a facilidade em terem acesso a ferramentas tecnológicas com o celular.

Por fim, destacamos a relevância de recursos, como os apresentados neste artigo, como uma alternativa metodológica promissora para o Ensino de Expressões Numéricas, pois, além de toda discussão aqui já apresentada, este Produto Educacional com ênfase na resolução de problemas, propõe tomadas de decisões, estimula e desenvolve capacidades, valorizando também atitudes que extrapolam o âmbito da Matemática.

A utilização de jogos e metodologias diferentes das que são habitualmente utilizadas, traz importantes benefícios à aprendizagem dos alunos já que permitem o envolvimento, a atenção e a participação do grupo. Por outro lado, ao mostrar a aplicabilidade e outras formas de se trabalhas expressões numéricas colabora para tornar a matemática uma ciência ao alcance de todos e de formas variadas. Certamente problematizar, contextualizar e utilizar atividades lúdicas são alguns caminhos de sucesso no processo de ensino-aprendizagem da matemática.

Referências

CURY, Helena Noronha; DA SILVA, Priscila Nitibailoff. **Análise de erros em resolução de problemas**: uma experiência de estágio em um curso de licenciatura em matemática. Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia, v. 1, n. 1, 2008.

FERREIRA, A.L.; CORRÊA, E.M.M.; BORON, F.C.S.; SILVA, M. E. C. **O ensino da matemática para portadores de deficiência visual**, 2010.

MOLLOSSI, L. F.S.B. Educação Matemática no Ensino Fundamental: Um estudo de caso com estudante cego, Joinville, 2013. Disponível em: <http://pergamumweb.udesc.br/dados-bu/00001a/00001ad9.pdf> Acesso em: março de 2020.

MOURA, Graziella Ribeiro Soares. **Crianças com dificuldades em resolução de problemas matemáticos**: avaliação de um programa de intervenção. 2007, 159 f. Tese (Doutorado em Educação do Indivíduo Especial) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2007. Disponível em: <http://www.bdtd.ufscar.br/htdocs/tedeSimplificado//tde_busca/arquivo.php?codArquivo=1678>. Acesso em: março de 2020.

PIROLA, N. A. **Solução de problemas geométricos**: dificuldades e perspectivas. 2000. 245f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

SANTOS, Bianca Kariny Fernandes dos. SOARES, Narciso das Neves. **Leitura e Matemática**: potencializando textos de malba tahan na forma de materiais curriculares educativos. In: Anais da Jornada de Estudos em Matemática – JEM. UNIFESSPA. Marabá-Pará. 2015.

SANTOS, Bianca Kariny Fernandes dos. **Vida e obra de malba tahan e sua potencialidade para o ensino e aprendizagem de matemática**. Trabalho de Conclusão de Curso. UNIFESSPA. 2017.

STERNBERG, R. J. **Psicologia Cognitiva**. 4ª ed. Porto Alegre. Artmed, 2008.

TAHAN, M. ***O Homem que Calculava***. Ed. Record, 40ª ed. 1995.

Williams, W. M., & Sternberg, R. J. **Group intelligence**: Why some groups are better than others. Intelligence, Volume 12, 1988. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/0160289688900025>. Acesso em 20 de março de 2020.

Narciso das Neves Soares
UNIFESSPA
E-mail: narcisosoares52@unifesspa.edu.br
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-0331-4497

Nelson Antonio Pirola
UNESP
E-mail: nelson.pirola@unesp.br
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-8215-1317