Rematec
Revista Matemática, Ensino e Cultura

# L'enseignement de la géométrie à la transition élémentaire-collège : changement de paradigme et malentendu didactique

**Sounkharou Diarra**[1]
Université Cheikh Anta Diop de Dakar – Sénégal

**Moustapha Sokhna**[2]
Université Cheikh Anta Diop de Dakar – Sénégal

**RÉSUMÉ**

Notre étude s'intéresse à la prise en charge des malentendus didactiques dans l'enseignement-apprentissage des mathématiques à la charnière primaire/collège. Il s'agira de voir comment les enseignants prennent-ils en compte les changements de paradigmes dans l'enseignement de la géométrie à travers leurs activités de classe au niveau de la transition élémentaire-collège. L'étude s'appuie sur un travail de terrain et les éléments de réponse proposés sont issus de l'analyse d'organisations didactiques réalisées par les enseignants au cours de leçons de géométrie et d'un questionnaire qui leur a été adressé. Les résultats ont montré entre autres que les enseignants de l'Elémentaire comme ceux du Moyen n'utilisent pas souvent les praxéologies idoines dans la mise en œuvre des activités géométriques.
**Mots-clés:** Paradigme; Géométrie; Malentendus didactiques; Transition; Enseignement.

## Teaching geometry at the elementary-college transition: paradigm shift and didactic misunderstanding

**ABSTRACT**

Our study focuses on the management of didactic misunderstandings in the teaching-learning of mathematics at the primary/secondary level. It will be a question of seeing how teachers take into account the changes of paradigms in the teaching of geometry through their class activities at the level of the elementary-college transition. The study is based on field work and the elements of the proposed response come from the analysis of didactic organizations carried out by teachers during geometry lessons and from a questionnaire sent to them. The results showed among other things that the teachers of the Elementary like those of the Middle do not often use the appropriate praxeologies in the implementation of geometric activities.
**Keywords:** Paradigm; Geometry; Didactic misunderstandings; Transition; Teaching.

## La enseñanza de la geometría en la transición primaria-universitaria: cambio de paradigma y malentendido didáctico

**RESUMEN**

Nuestro estudio se centra en el tratamiento de los malentendidos didácticos en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en la transición primaria-universitaria. Se examinará cómo los profesores tienen en cuenta los cambios de paradigma en la enseñanza de la geometría a través de sus actividades en el aula en la transición entre la escuela primaria y la universidad. El estudio se basa en el trabajo de campo y las respuestas propuestas se derivan del análisis de las organizaciones didácticas realizadas por los profesores durante las clases de geometría y de un cuestionario que se les envió. Los resultados mostraron, entre otras cosas, que los profesores de primaria y secundaria no suelen utilizar praxeologías adecuadas en la realización de actividades geométricas.

[1] Doctorant en Didactique Des Mathématiques de l´École doctorale Mathématiques et Informatique - Laboratoire de Didactique des Mathématiques et Sciences expérimentales - Université Cheikh Anta Diop de Dakar -Sénégal- UCAD avenue Cheikh Anta DIOP Code postal 10700. BP 5005 Dakar Fann Sénégal, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6074-9537. E-mail: sounkharou.diarra@ucad.edu.sn .
[2] Docteur en Didactique des Sciences (Montpellier 2, 2006), Enseignant- Chercheur à l'Université Cheikh Anta Diop de Dakar-Sénégal - UCAD avenue Cheikh Anta DIOP Code postal 10700. BP 5005 Dakar Fann Sénégal, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-4841-3088 . E-mail: moustapha.sokhna@ucad.edu.sn

**Palabras clave:** Paradigma; Geometría; Malentendidos didácticos; Transición; Enseñanza.

## INTRODUCTION

L'importance accordée à l'enseignement des sciences et des mathématiques pour répondre aux défis de la société d'aujourd'hui se traduit :

- au plan international par la mise sur pied d'institutions et de mécanismes pour accompagner et améliorer l'enseignement et l'apprentissage de cette discipline (ICMI[3], CIEAEM[4], EMF[5], CIEM, CANP, les Prix offerts etc.) ;

- au Sénégal, l'option de faire de l'enseignement des sciences et des mathématiques, l'un des piliers de son action éducative est clairement affirmée dans la loi d'orientation de l'éducation n°91-22 notamment en son article premier et dans le PAQUET (programme d'opérationnalisation de la politique d'éducation et de formation).

Mais, malgré cette volonté affichée par la communauté internationale en général et par le Sénégal en particulier, de promouvoir l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques, les résultats dans ce domaine restent très controversés :

- en 2018, PISA (2018) révèle que plus de 50% des élèves de plus de 24 pays de l'OCDE ne sont pas en mesure « d'interpréter ou de reconnaitre la façon dont il faut traduire une situation simple en représentation mathématique » ;

- au Sénégal, PISA-D (2017) montre que 92.3% des élèves n'atteignent pas le seuil de compétences en mathématiques (moins que la moyenne des pays de l'OCDE). Il faut noter également le taux de réussite au certificat de fin d'étude élémentaire (CFEE) qui varie entre 33,90% et 57,3% avec douze (12) académies sur seize (16) en deçà de la valeur nationale (RNSE[6], 2018-2019). La géométrie demeure entre autres l'activité la moins réussie par les élèves (surtout au niveau de la transition Elémentaire-collège) selon le rapport PALME[7] de 2014 (la dernière en lice).

Au regard de ces statistiques, se pose la question : comment expliquer ces contres performances en mathématiques de façon générale et en géométrie en particulier en fin d'étude primaire et au collège ?

Cette question peut être abordée sous plusieurs angles en rapport avec la théorie explicative des élèves en difficulté d'apprentissage des mathématiques. Et l'une des perspectives de cette théorie repose essentiellement sur des fondements relatifs à la didactique des mathématiques. Elle interprète les difficultés d'apprentissage comme étant la résultante de l'interaction de l'élève avec le système scolaire auquel il participe. Ainsi, selon Perrin-Glorian (1993), les difficultés d'apprentissage de l'élève sont à envisager comme découlant du contrat didactique qui le lie au système didactique. Cette perspective considère l'enseignement sous l'angle de la mise en place des conditions favorables à l'apprentissage par le biais d'interventions didactiques qui prennent en compte à la fois les connaissances mathématiques de l'élève et la spécificité du savoir (Martin et Mary, 2010).

Dans le cadre de notre étude, nous souscrivons à cette perspective. Ainsi, dans le but de comprendre les sources des difficultés dans l'enseignement et l'apprentissage de cette

---

[3] https://www.mathunion.org/icmi
[4] https://www.cieaem.org/
[5] http://emf.unige.ch/
[6] Rapport National sur la Situation de l'Education
[7] Partenariat pour l'Amélioration de la Lecture et des Mathématiques à l'Élémentaire

discipline, nous nous intéressons à la question : « *Qu'est-ce qui explique les malentendus didactiques dans l'enseignement-apprentissage de la géométrie au niveau de la transition Elémentaire collège ?* » Pour mieux cerner cette question, il semble opportun de voir comment la question de la diversité des formes de géométrie (ou des types de géométrie) enseignées est prise en charge par les programmes, les manuels et les enseignants à travers leurs activités de classe et surtout au niveau de la transition Élémentaire-collège. Cependant, pour ce travail précis, nous nous sommes proposé d'explorer du côté des enseignants.

L'objectif de la recherche est alors, de trouver des facteurs explicatifs aux malentendus didactiques dans l'enseignement–apprentissage de la géométrie au niveau de la transition Elémentaire-collège. Il s'agira de façon spécifique de :

- comprendre les difficultés rencontrées par les enseignants de l'Élémentaire et ceux du Moyen-secondaire à organiser le passage de relais en rapport avec l'enseignement-apprentissage de la géométrie dans le cycle fondamental[8] ;
- montrer des divergences d'interprétation entre les acteurs du primaire et ceux du Moyen-secondaire sur la nature des raisonnements géométriques contenus dans les programmes, les manuels ou enseignements.

Pour se faire, nous présentons d'abord quelques outils théoriques, ensuite les éléments méthodologiques et enfin quelques résultats obtenus et leurs interprétations.

## QUELQUES OUTILS THEORIQUES

Notre étude s'appuie sur deux cadres principaux : le premier est celui des paradigmes géométriques et le second est l'approche anthropologique du didactique.

### Le cadre des paradigmes géométriques

Analysant la géométrie dans son rapport à l'espace et au monde sensible, Gonseth (1945-1955) a montré que la géométrie s'organise autour de trois modes de pensée interreliés que sont : l'intuition, l'expérience et le raisonnement déductif.

***- L'intuition***

Le concept d'intuition renvoie à différents champs de connaissance comme la logique ou la psychologie. Cependant la question du statut de l'intuition et de son rôle dans la connaissance, soulève des problèmes théoriques ou des points de vue plus ou moins différents. Selon Kant (1781), l'intuition est la dimension passive et réceptive de notre connaissance. C'est un moyen dont toute pensée vise à se servir pour accéder à la connaissance. Pour Sartre (1943), l'intuition est plus qu'un moyen. Selon lui, « il n'est d'autre connaissance qu'intuitive. La déduction et le discours, improprement appelés connaissance, ne sont que des instruments qui conduisent à l'intuition ». Cette place importante de l'intuition, il le partage avec Descartes (1628) pour qui « Il n'y a pas d'autres voies qui s'offrent aux hommes, pour arriver à une connaissance certaine de la vérité, que l'intuition évidente et la déduction nécessaire ».

Cette relation entre l'intuition et la déduction dans l'acquisition de la connaissance montre que ce sont deux modes de pensée distincts mais liés du fait de leurs fonctions. Cette liaison dynamique est au cœur de cette recherche. En d'autres termes, l'intuition n'est pas figée

[8] Le cycle fondamental est constitué de deux programmes intimement liés : l'Élémentaire et le Moyen général. Ils composent ensemble l'obligation scolaire de 6 à 16 ans fixée par la Loi n° 2004-37 du 15 décembre 2004.


REMATEC, Belém (PA), Fluxo Contínuo, n. 17, p. 67-89, Jan.-Dez, *e*-ISSN: 2675-1909, 2022
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2022.n.p67-89.id513

ou stable comme disaient Houdement et Kuzniak (2006), mais elle évolue en fonction du sujet et de l'objet de connaissance.

A la lumière de ces définitions, nous retenons que l'intuition est ce savoir spontané que l'élève a par rapport à l'objet de connaissance ou au modèle enseigné. Elle est un ensemble de représentations premières. Ces représentations premières sont susceptibles de guider l'expérience ou les actions de l'élève qui auront pour objectif de les confirmer ou de les infirmer.

***- L'expérience***

Selon le dictionnaire Larousse (2020), « l'expérience est une pratique de quelque chose, de quelqu'un, épreuve de quelque chose, dont découlent un savoir, une connaissance, une habitude ; connaissance tirée de cette pratique ». En mathématiques, il faut compléter cette définition par le fait que l'expérience est également nourrie par le savoir. Pour Houdement et Kuzniak (1998-1999), « faire une expérience en géométrie consistera à vérifier matériellement ce que l'on avance ». En classe de 6ième au Sénégal, il est possible de vérifier avec le matériel que le centre du cercle circonscrit à un triangle ABC est le point de rencontre des médiatrices en :

- traçant d'abord les médiatrices du triangle ou des côtés du triangle à l'aide du compas et de la règle ou de la règle et de l'équerre ;
- ensuite il faut constater que les trois médiatrices sont concourantes. On peut noter O le point de rencontre de ces médiatrices ;
- enfin, on peut vérifier avec le compas que le point est équidistant des sommets du triangle. Ainsi le cercle circonscrit au triangle ABC est obtenu en traçant le cercle de centre O et de rayon OA.

On constate que la nature de l'expérience géométrique dépend des objets sur lesquels elle s'exerce et des outils géométriques utilisés. A l'école élémentaire, si le papier peut être considéré comme un objet, il faut noter que le pliage, découpage, la règle, le compas, l'équerre et les logiciels dédiés en géométries sont les outils dont disposent les élèves et les enseignants. Au collège, élèves et enseignants auront en plus des outils disponibles à l'élémentaire, les propriétés de la médiatrice.

Une expérience peut aussi être sous forme mentale appelée, experimental thought ; « elle consiste à mettre en œuvre mentalement des déplacements, des découpages sans les effectuer réellement ».

S'agissant de son rapport avec la théorie, Gonseth (1926) 1974) précise qu'on « n'expérimente pas sans idée préconçue, de même que notre corps ne peut se mouvoir que selon les normes intuitives inscrites dans nos centre nerveux » pour dire que « l'expérimentation est dépendante d'une construction intellectuelle antérieure ». (Ibid, p.104) Il ajoute que « dans toute construction abstraite, il y a un résidu intuitif qu'il est impossible d'éliminer ».

L'expérience serait alors pour nous, ce tâtonnement expérimental, ces essais mécaniques (mesurer, plier, découper, vérifier, comparer, calculer….) ou mentaux pour arriver à un résultat donné ou qu'on sait fixer soit même.

***- Le raisonnement déductif***

Il existe plusieurs types de raisonnement dont la déduction. La déduction est un raisonnement qui consiste à tirer à partir d'une ou de plusieurs propositions, une autre qui en est la conséquence nécessaire. C'est extraire du particulier à partir de l'universel.


REMATEC, Belém (PA), Fluxo Contínuo, n. 17, p. 67-89, Jan.-Dez, e-ISSN: 2675-1909, 2022
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2022.n.p67-89.id513

Duval (1995) distingue deux types de raisonnements : la démonstration et l'argumentation. Il désigne par démonstrations « les preuves formelles, à savoir ces preuves qui établissent qu'un résultat est vrai en combinant déductivement — selon les règles de la logique propositionnelle — d'autres résultats déjà démontrés ou admis axiomatiquement ». Et l'argumentation serait une autre forme de raisonnement avec une cohérence propre dont « le développement même dans ses formes les plus élaborées n'ouvre pas une voie vers la démonstration » (Duval, 1992-93, p. 60).

Cependant, pour Houdement et Kuzniak (1999), « le raisonnement déductif ne saurait se résumer à la démonstration basée sur des axiomes bien définis et en nombre réduit », mais l'enfant peut aussi faire des déductions et prouver des affirmations à partir de ses observations et basées sur des constructions. Il revient alors au professeur de le faire passer d'une démarche argumentative à une démarche démonstrative à partir de certaines propriétés des figures qui auront été définies avec lui. « Ces figures deviennent le support adapté pour guider l'intuition, mais elles ne suffisent plus à fournir une preuve » (p. 11).

Nous avons retenu cette définition parce qu'elle est à cheval sur le programme de mathématiques de l'Elémentaire et celui du moyen.

Selon Gonseth, ces trois modes de pensée sont inhérentes à toute forme de géométrie donc, présents dans tout paradigme de la géométrie enseignée.

- **Les paradigmes de la géométrie enseignée**

S'inspirant de ces travaux de Gonseth (1945-1955), Houdement et Kuzniak (2006) ont fait un découpage de la géométrie enseignée en trois types de géométrie : la « géométrie naturelle », la « géométrie axiomatique naturelle » et la « géométrie axiomatique formaliste ».

- La « géométrie naturelle » communément appelée « Géométrie I » est utilisée en grande partie à l'Elémentaire. Elle s'intéresse à l'espace intuitif et physique avec des expériences liées à l'espace mesurable ; elle a pour source de validation la réalité, le sensible.

La géométrie « axiomatique naturelle » ou « Géométrie II » est utilisée au collège et au lycée, son espace est physico-géométrique. L'expérience y est liée aux schémas de la réalité et la validation se fonde sur des lois hypothético-déductives.

- La « géométrie axiomatique formaliste » ou « Géométrie III » est fondée sur les axiomes et non sur le sensible. L'espace est abstrait, euclidien. L'axiomatisation est complète. Cette géométrie est souvent utilisée dans les universités.

Ce découpage en trois géométries articulées au modèle praxéologique de Chevallard (1999) permet d'analyser les activités des élèves et les pratiques des enseignants.

**L'approche anthropologique du didactique**

La Théorie Anthropologique du Didactique (TAD) situe l'activité mathématique, comme l'activité d'enseignement des mathématiques dans l'ensemble des activités humaines et des institutions sociales.

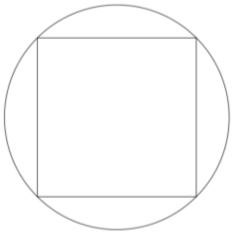
Elle se fonde sur le postulat que toute activité humaine, régulièrement accomplie, peut être décrite grâce au modèle unique de praxéologie appelé organisation mathématique (OM). OM est défini comme un quadruplet (types de tâches, techniques, technologies et théories).

C'est dire que, « toute activité humaine consiste à accomplir une tâche t d'un certain type T, au moyen d'une certaine technique τ, justifiée par une technologie θ qui permet en même temps de la penser, voire de la produire, et qui a son tour est justifiable par une théorie Θ. En bref, toute activité humaine met en œuvre une organisation qu'on peut noter [T/τ/θ/Θ] et qu’on nomme praxéologie, ou organisation praxéologique. Le mot de praxéologie souligne la structure de l’organisation [T/τ/θ/Θ] : le grec praxis, qui signifie « pratique », renvoie au bloc pratico-technique (ou praxique) [T/τ], et le grec logos, qui signifie « raison », « discours raisonné », renvoie au bloc technologico-théorique [θ/Θ] ».

Selon Chevallard (1999), une technique t est une certaine manière d’accomplir les tâches d’un type de tâches T donné. Cependant cette technique ne réussit pas partout ; elle n’est valable que « sur une partie P(T) des tâches du type T auquel elle est relative, partie qu’on nomme la portée de la technique » Ainsi, une technique peut être supérieure à une autre en fonction de leurs portées. Une autre remarque importante qu’on pourrait retenir par rapport une technique utilisée dans l’exécution d’une tache est que, dans une institution donnée, à propos d’un type de tâches donné, il existe en général une seule technique, ou du moins un petit nombre de techniques institutionnellement reconnues.

**Exemple :** La figure1 ci-dessous est composée d’un carré inscrit dans un cercle. Question : Avec la figure 2, reproduis la figure 1. La figure 2 est faite avec les deux cotés consécutifs du carré.

**Figure 1** – Carré inscrit dans un cercle



**Source** : Les auteurs

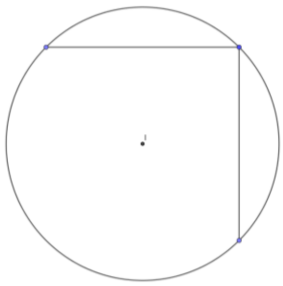
**Figure 2** – Deux consécutif du carré

**Source :** Les auteurs

Pour ce type de taches, une technique à l’Elémentaire peut consister à découper, reproduire et à superposer. La validation se fait par superposition à la figure de départ. Le travail est alors tout entier situé en Géométrie I.

Une autre technique consiste à déterminer le centre du cercle à partir du milieu de la diagonale (Figure 3). En effet, dans un carré, les diagonales ont même milieu et leurs longueurs sont égales. Cette technique et sa validation sont fondées sur des propriétés du cours de cinquième (13-14ans au Sénégal). Ce travail est situé dans la Géométrie II.

**Figure 3** -Représentation de la technique – Cercle de centre le milieu de la diagonale du carré



**Source :** Les auteurs



REMATEC, Belém (PA), Fluxo Contínuo, n. 17, p. 67-89, Jan.-Dez, *e*-ISSN: 2675-1909, 2022
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2022.n.p67-89.id513

Ainsi, toute technique est accompagnée d'au moins un embryon de technologie que Chevallard définit comme : « un discours ayant pour objet premier de justifier rationnellement la technique, en nous assurant qu'elle permet bien d'accomplir les tâches du type considéré ».

Chevallard (1998) distingue trois fonctions de la technologie :

- Une première fonction de justification qui consiste à assurer que la technique donne bien ce qui est attendu ;
- Une deuxième fonction d'explication, de rendre intelligible, d'éclairer la technique qui consiste à exposer pourquoi il en est bien ainsi ;
- Une troisième fonction de production de techniques.

Dans une institution donnée, on ne rencontre que très rarement des praxéologies ponctuelles, c'est-à-dire des praxéologies intégrant un seul type de tâches. Les organisations praxéologiques contiennent le plus souvent plusieurs types de tâches et plusieurs techniques.

La TAD nous propose alors le modèle praxéologique pour décrire l'organisation du savoir au sein d'une institution, les activités des sujets attendues par l'institution. Elle décrit également l'organisation praxéologique qui est en rapport avec la gestion de l'activité d'enseignement des mathématiques qui est appelée organisation didactique (OD). L'organisation didactique c'est la manière dont l'organisation mathématique est réalisée. Dans la TAD, elle est présentée à travers une explicitation de six moments didactiques.

- le premier moment où l'enseignant mettrait en contact les élèves avec l'objet de savoir pour un investissement individuel et personnel qui pourrait orienter le développement ultérieur des rapports institutionnel et personnel à l'objet rencontré ;
- le deuxième moment est celui de l'exploration du type de tâches Ti proposée et de l'élaboration d'une technique $t_i$ relative à ce type de tâches ;
- le troisième moment de l'étude qui correspond à la constitution de l'environnement technologique-théorique relatif à $t_i$ ;
- le quatrième moment est celui du travail de la technique. Ce moment doit à la fois améliorer la technique en la rendant plus efficace et plus fiable ;
- le cinquième moment est celui de l'institutionnalisation. C'est le moment d'officialisation, le moment qui engage l'avenir mathématique ;
- le sixième moment est celui de l'évaluation. C'est le moment où l'on fait le point : le moment de réflexivité. C'est le moment où l'on examine ce que vaut ce qui a été appris.

Ainsi, nous prenons en compte, dans l'analyse les interventions de l'enseignant, la manière dont les travaux d'élèves ont été appréciés (les techniques et la technologie utilisées pour valider les résultats) par rapport aux paradigmes de la géométrie enseignée.

## LES ÉLÉMENTS MÉTHODOLOGIQUES

Cette étude s'intéresse aux enseignants de l'Elémentaire particulièrement aux maîtres de CM2 et aux professeurs de mathématiques dans les collèges et lycées. Elle est réalisée dans la région de Dakar (Sénégal).

La méthode est qualitative avec comme technique de collecte de données l'entretien et l'observation de leçon.

L'entretien concerne seize (16) enseignants choisis par rapport à leurs expériences (ancienneté dans la fonction) dont quatre professeurs de lycée, quatre professeurs de collège, quatre professeurs d'établissement mixtes[9] et quatre maîtres de CM2. Ayant tous le diplôme professionnel requis, nous avons jugé que les enseignants les plus expérimentés sont ceux-là qui ont le plus duré dans la fonction. L'entrevue étant individuelle et semi directive, les points de vue des répondants sont pris isolément suivant le questionnaire d'entrevue.

Le questionnaire (voir annexe), accompagné d'un protocole d'entrevue comprend des questions réparties entre trois rubriques :

- la nature des objets d'étude en géométrie au CM2 et en sixième ;
- les techniques de résolution de problèmes géométrique au CM2 et en sixième ;
- les types de validation des solutions de problèmes géométriques.

En somme, le questionnaire s'intéresse :

- au niveau d'information des enseignants sur les contenus de programmes géométriques des deux niveaux scolaires (Elémentaire et Moyen) et sur l'existence des différentes formes de géométrie (leurs caractéristiques et leurs modalités d'utilisation) enseignées de part et d'autre ;

- aux types de validation possibles dans la résolution d'un problème géométrique donné.

Cependant, une connaissance théorique de ces aspects abordés dans le questionnaire n'est pas visée d'autant plus qu'elle ne garantit pas pour autant leur prise en compte dans les pratiques de classes. Ainsi, pour s'assurer d'une appropriation de ces concepts par les enseignants, nous avons fait en plus des entretiens, des observations de leçons.

- L'observation de leçon

Il s'agit d'observer des séances de travaux dirigés au collège et au CM2, séances pour lesquelles nous avons proposé deux exercices qui ont fait l'objet d'une analyse à priori. Cinq (5) enseignants ont été choisis (par commodité) parmi les seize (16) interrogés pour observer leurs pratiques de classe.

Dans le cas de cette étude, nous avons choisi les travaux dirigés (évaluations formatives) au détriment des séances d'acquisition pour avoir l'occasion d'affronter les raisonnements des élèves à ceux des enseignants quand on sait dans certaines leçons magistrales, les élèves n'ont pas la possibilité de donner leurs représentations du problème posé.

Pour chaque leçon observée, nous avons fait le film brut de la leçon, ensuite le film structuré et l'analyse de la leçon. Ces analyses de leçons ont pour objectifs de vérifier, compléter et surtout affiner les résultats de l'entretien avec les enseignants sur l'appropriation des paradigmes géométriques.

Il s'agira de :

- identifier le moment de la première rencontre avec les types de tâches proposés dans les activités ;

- identifier le moment d'exploration d'une technique. Après l'identification des types de tâches, on s'attache à caractériser les techniques permettant de les accomplir en s'appuyant sur l'analyse des exercices résolus ;

- identifier le moment de constitution de l'environnement technologique-théorique. On reconstruit les technologies qui engendrent et\ou justifient ces techniques.

Cette analyse praxéologique est articulée aux paradigmes géométriques. Ainsi, un outil d'analyse de leçon a été créé pour les besoins sur la base d'une synthèse du modèle praxéologique de Chevallard (1999) et des paradigmes géométriques de Houdement et Kuzniak (2006) (voir annexe).

[9] Etablissement abritant à la fois un collège et un lycée


REMATEC, Belém (PA), Fluxo Contínuo, n. 17, p. 67-89, Jan.-Dez, *e*-ISSN: 2675-1909, 2022
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2022.n.p67-89.id513

## RÉSULTATS ET INTERPRÉTATIONS

Dans cette partie, nous présentons les résultats issus des entretiens avec les enseignants et ceux relatifs à l'analyse des pratiques enseignantes.

### Résultats issus des entretiens avec les enseignants

Sous forme de thématiques, correspondant aux questions du guide d'entretien, nous présentons ci-dessous, dans des tableaux, les réponses obtenues auprès des enseignants, dans le cadre de notre étude. Ces tableaux sont obtenus en regroupant les réponses des enseignants suivant leur proximité sémantique et ou lexicale. Ainsi dans chaque tableau apparaitra le nombre de réponses en valeur absolue et en valeur relative par rapport au nombre d'enseignants interrogés.

### Présentation des données issues du guide d'entretien

Comme évoqué ci-dessus, ici seront présentées les questions et les réponses correspondantes, à partir du guide d'entretien. Ainsi, chaque tableau correspond à une thématique, correspondant aux sous-titres, et est déclinée en une ou plusieurs questions.

L'objectif de cet entretien est de « connaître le degré d'appropriation des paradigmes géométriques par les enseignants pour l'enseignement-apprentissage de la géométrie »

Pour cela, il nous semble utile d'envisager des items fondés a priori sur des « *indicateurs* » permettant d'explorer les conceptions d'enseignants sur les paradigmes géométriques. A cet effet, ces indicateurs pourraient être conçus pour chacun des trois (3) paradigmes, et formulés à partir des critères ci-dessous :

- La nature des objets d'étude en géométrie ;
- Les types de technique de résolution des problèmes de géométrie ;
- Les types de validation des solutions de problèmes de géométrie ;

### . La nature des types de tâches à réaliser

**Tableau 1** - Connaissances des enseignants sur la nature des objets d'étude en géométrie

| Questions | Réponses obtenues | Fréquence | Pourcentage |
|---|---|---|---|
| **Quels sont les objets d'étude en géométrie à l'Élémentaire et au collège ?** | -A l'Élémentaire, les objets d'étude sont consacrés en grande partie à la géométrie plane : construction et traçage des figures planes (les carrés, rectangles, triangles, cercles, …)<br>-Au collège, en plus de la géométrie plane, la géométrie dans l'espace y est développée avec la démonstration à l'aide de théorèmes | 4 | 25% |
| | Je ne maitrise pas le programme de l'Élémentaire, mais au collège, ce sont les droites, les figures géométriques planes, les transformations du plan et la géométrie dans l'espace | **8** | 50% |
| | A l'Élémentaire, les objets d'étude portent en général sur les figures planes, les polygones, cubes, parallélépipèdes Je ne connais pas cependant ce qui se passe au collège mais je pense que ça doit être une continuité | 4 | 25% |



REMATEC, Belém (PA), Fluxo Contínuo, n. 17, p. 67-89, Jan.-Dez, *e*-ISSN: 2675-1909, 2022
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2022.n.p67-89.id513

| Questions | Réponses obtenues | Fréquence | Pourcentage |
|---|---|---|---|
| | **Total** | **16** | **100%** |
| **Qu'est-ce-qui les caractérise ?** | -La géométrie à l'Élémentaire est caractérisée par l'observation, la comparaison, le traçage, le pliage, découpage de formes planes<br>-Au collège on s'appesantit sur la démonstration | 1 | 6,25% |
| | A l'Élémentaire, c'est pratique alors qu'au collège c'est plus théorique | 4 | 25% |
| | Tracer et dessiner | 11 | 68,75% |
| | **Total** | **16** | **100%** |
| **Les objets d'étude sont-ils de même nature ?** | A l'élémentaire, c'est concret, ce sont des objets matériels ou matérialisés tandis qu'en au collège, c'est seulement des objets matérialisés | 2 | 12,5% |
| | Oui ils sont de même nature (sans donner de justifications valables) | 4 | 25% |
| | Non, ils ne sont pas de même nature (sans donner de justifications valables) | 10 | 62,5% |
| | **Total** | **16** | **100%** |

**Source** : Données de la recherche

## Analyse et interprétation

L'objectif des questions posées dans ce tableau, entre dans le cadre de l'exploration de la connaissance des enseignants sur les contenus enseignés en géométrie dans les deux programmes (Élémentaire et Moyen). Ainsi, la majorité des enseignants interrogés (dont 4 maitres de CM2 et 8 professeurs), soit presque 75% ne maitrisent pas les contenus des programmes d'enseignement ou de l'Elémentaire ou du collège. Ces maitres de CM2 ne disposent d'aucune information claire ou précise par rapport aux contenus d'enseignement-apprentissage auxquels ils doivent préparer leurs élèves à aborder sans difficultés majeurs une fois en classe supérieure. De même la majeure partie de leurs homologues du collège n'ont pas d'idées précises sur les pré-acquis des élèves venant de l'Élémentaire. Seul 12.5% ont donné des réponses relativement correctes, c'est-à-dire ont dégagé quelques éléments des contenus du programme de l'Élémentaire et de celui du collège.

S'agissant de la question sur les caractéristiques des objets d'étude, la majorité (68,75%) des enseignants pense que c'est le traçage et le dessin qui caractérisent l'enseignement de la géométrie aussi bien à l'Élémentaire qu'au collège. Ainsi, du point de vue de la modélisation, il est adéquat de distinguer figure et dessin : la figure est l'objet euclidien pris comme domaine de réalité tandis que le dessin est une matérialisation de la figure sur le papier, le sable ou l'écran de l'ordinateur, un modèle (Laborde, 1994). Ce dernier présente des règles et des conventions implicites : le tracé est toujours imprécis et les informations licites que l'on peut tirer du dessin ne sont pas déterminées par le seul dessin mais par un discours accompagnant le dessin (Duval, 1988). Selon le tableau, 25% estime que les objets d'étude sont plus pratiques à l'Élémentaire qu'au Moyen. Seul un enseignant a caractérisé la géométrie à



REMATEC, Belém (PA), Fluxo Contínuo, n. 17, p. 67-89, Jan.-Dez, *e*-ISSN: 2675-1909, 2022
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2022.n.p67-89.id513

l'Élémentaire par l'observation, la comparaison, le traçage, le pliage, le découpage de formes planes, donc par un enseignement pratique basé sur une expérience mécanique. Et la géométrie au Moyen cet enseignant mettrait plus l'accent sur la démonstration donc sur le raisonnement déductif.

Enfin, pour la question de savoir si les objets d'études à l'Élémentaire et au collège sont de même nature, 62,5% des enseignants ont répondu par un « non, non justifié », c'est-à-dire-que les objets ne sont pas de même nature mais sans pour autant donner des justifications valables. Pour 25%, des interrogés, nous avons les mêmes natures d'objets (sans justification également). Une minorité (12,5%) précise qu'à l'Élémentaire, les objets sont d'ordre matériel ou matérialisés, alors qu'au collège c'est le semi concret (dessins et schémas) voire le virtuel qui prédomine.

En lisant les réponses aux questions posées, les tâches et types de tâches qu'on pourrait rattacher à leurs cours sont entre autres :

$T_1$ : « Tracer une droite………….. »

$T_2$ : « Construire une figure géométrique » et dans une moindre mesure

$T_3$ : « Justifier………………… »

Cependant, l'écrasante majorité des enseignants restent confus sur les questions. Ils ne parviennent pas à définir de façon claire et précise les objets d'enseignement-apprentissage, encore moins les types de taches qui les caractérisent afin de voir les similitudes (les éléments communs) et les différences dans les deux programmes (Élémentaire et Moyen).

**Les différentes techniques de résolution de problème en géométrie**

Nous représentons dans le tableau 2 les différentes techniques utilisées dans la résolution du problème.

**Tableau 2**- Réponses des enseignants sur les techniques de résolution de problèmes géométriques

| Questions | Réponses possibles/obtenues | Fréquence | Pourcentage |
|---|---|---|---|
| Quelles sont les techniques de résolution de problèmes souvent utilisées à l'Élémentaire ? | Les techniques de résolution de problème à l'Élémentaire sont l'observation, le traçage, le mesurage, le pliage, le découpage et la comparaison | 5 | 31,25% |
| | Identifier, représenter, utiliser le matériel géométrique pour vérifier | 9 | 56,25% |
| | Observation, calcul avec utilisation de formules | 2 | 12,5% |
| | **Total** | **16** | **100%** |
| Quelles sont les techniques de résolution de problèmes souvent utilisées au collège ? | Observation, mesure, conjecture, démonstration par des théorèmes et règles | 9 | 56,25% |
| | Traçage, mesurage, comparaison | 7 | 43,75% |
| | **Total** | **16** | **100%** |



REMATEC, Belém (PA), Fluxo Contínuo, n. 17, p. 67-89, Jan.-Dez, *e*-ISSN: 2675-1909, 2022
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2022.n.p67-89.id513

| | | | |
|---|---|---|---|
| Avons-nous les mêmes techniques de résolution à l'Élémentaire au collège ? | Le traçage, le mesurage, la comparaison sont des techniques qui existent aussi bien à l'Élémentaire et au collège mais certaines techniques (comme la démonstration) sont utilisées seulement au collège | 9 | 56,25% |
| | Oui, nous avons les mêmes techniques | 7 | 43,75% |
| | **Total** | **16** | **100%** |
| Connaissez-vous d'autres techniques de résolution de problème géométrique | L'utilisation de l'outil numérique à travers quelques applications | 1 | 6,25% |
| | Non | 15 | 93,75% |
| | **Total** | **16** | **100%** |

**Source** : Données de la recherche

## Analyse et interprétation

Dans ce tableau sont présentées les données relatives aux techniques de résolution de problème géométrique possibles mais surtout à l'Élémentaire et au collège.

Pour celles utilisées à l'Élémentaire, deux grandes tendances se dessinent. Une majorité (56.25°/° et 31,25%) préconisent des techniques (l'observation, le traçage, le mesurage, le pliage, le découpage…) liées à l'espace mesurable donc des techniques de géométrie I où l'expérience est mécanique dans un espace intuitif et physique.

Une minorité (12,5%) proposent l'observation et le calcul, donc ne prennent pas en compte que les programmes actuels à l'Élémentaire ne s'intéressent qu'aux constructions géométriques.

Pour le collège, deux groupes se dégagent selon les types de réponses fournies. Le plus grand groupe (56,25%°) propose : observation, mesure, conjecture, démonstration par des théorèmes et règles. Ces concepts tels que libellés ressemblent plus à une démarche de résolution de problème qu'à des techniques de résolution. Toutefois, dans leur mise en œuvre, ils feront appel à des manipulations (ou expérimentation) sur la base d'un raisonnement dont la validation permettrait de les classer en géométrie I ou II.

Un autre groupe aussi important (43,75%) propose les mêmes techniques de résolution qu'à l'Élémentaire (Traçage, mesurage, comparaison). Ce qui confirme que pour bon nombre d'enseignants, ce sont les mêmes formes de géométrie qui sont enseignées à l'Élémentaire et au collège. En effet à la question : « Avons-nous les mêmes techniques à l'Élémentaire et au collège ? », 7 enseignants sur 16 interrogés ; soit 43,75% répondent par oui. Et 56,25% affirment que les techniques utilisées à l'Élémentaire sont aussi utilisées au collège à côté d'autres comme la démonstration.

Par rapport à la dernière question de cette thématique (l'existence ou non d'autres techniques de résolution de problème géométrique que celles utilisées à l'Élémentaire et au Moyen), tous les enseignants ont répondu par non sauf un qui propose « l'utilisation de l'outil numérique à travers quelques applications »

Ainsi, nous déduisons de ces réponses que la majorité des enseignants n'ont pas toutes les informations, encore moins d'informations précises, sur les techniques de résolution de problèmes géométrique qu'on pourrait utiliser à l'Élémentaire et au Moyen-secondaire. Ils entendent par démonstration (en le citant comme technique employée au collège) l'utilisation d'une propriété ou d'un théorème pour déduire un résultat. Or, la démonstration ne saurait se résumer à la déduction. L'observation, le traçage, le mesurage et la comparaison qu'ils ont tendance à distinguer de la démonstration peuvent constituer des éléments (ou des phases) d'une démonstration. Donc ce qui fait la pertinence ou non d'une résolution de problème selon qu'on est à l'Élémentaire ou au collège réside moins dans l'expérimentation que la validation du résultat. D'où l'intérêt de la troisième thématique de nos entretiens : les types de validation des solutions de problèmes géométriques.

**Les types de validation des solutions de problèmes géométriques.**

Il apparait dans le tableau 3 que 62,5% des enseignants n'ont pas d'indicateurs précis ou des critères spécifiques pour valider un résultat de l'Élémentaire ou celui d'un collège. D'ailleurs pour les types de validation possibles, la moitié des enseignants ne se sont pas prononcés sur la question faute d'information.

Estimant que ce sont les mêmes techniques de résolution de problème qui sont utilisées à la fois à l'Élémentaire et au collège, ils ne voient pas de différence également entre les types ou modes de validation. Or les sources de validation dépendent bien des techniques de résolutions mais aussi et surtout des prérequis (selon le niveau d'étude et le programme) nécessaires à la résolution du problème.

**Tableau 3-** Réponses des enseignants sur les types de validation des solutions de problème géométrique

| Questions | Réponses possibles/obtenues | Fréquence | Pourcentage |
|---|---|---|---|
| Est-ce qu'on peut valider une solution proposée par un élève de l'Élémentaire par les mêmes critères que celle d'un élève de collège ? Pourquoi ? | Oui parce que nous avons les mêmes techniques de résolution de part et d'autre | 10 | 62,5% |
| | Non parce que nous n'avons pas les mêmes formes de géométries à l'Élémentaire et au collège. | 6 | 37,5% |
| | **Total** | **16** | **100%** |
| Quels sont les types de validation possibles | Mesurage et comparaison | 4 | 25% |
| | Déduction à partir d'une propriété ou d'un théorème | 4 | 25% |
| | Non réponse | 8 | 50% |
| | Total | 16 | 100% |

**Source :** Données de la recherche

Les techniques utilisées dans une expérience pour la résolution d'un problème à l'Élémentaire peuvent prévaloir au collège mais, dès que l'élève découvre de nouvelles lois pour la résolution du même problème, la question de la validation se pose. Ainsi certaines solutions acceptées à l'Élémentaire peuvent faire objet de rejet au collège où la source de validation est souvent fondée sur des propriétés, des théorèmes ou des axiomes. On est alors dans une autre forme de géométrie (ou une autre façon de résoudre les problèmes avec des approches et des résultats attendus différents). Et l'existence de ces différentes formes de géométries selon Houdement et Kuzniack (2006) constitue « une source constante de difficultés dans l'enseignement de la géométrie ».

**Conclusion partielle**

L'analyse et l'interprétation des données collectées dans cet entretien, montrent une faible maitrise par les enseignants des savoirs théoriques sur les paradigmes géométriques. D'abord, il semble exister un cloisonnement entre les niveaux d'enseignement ou programmes. En effet, les objets d'études à l'Élémentaire ne sont connus que des enseignants qui évoluent à l'Élémentaire, de même que pour le collège. Il s'est avéré en effet difficile pour ces derniers de définir la nature des objets d'enseignement-apprentissage dans les deux programmes (Élémentaire et collège) afin d'en dégager les continuités et les ruptures.

Ensuite, les enseignants paraissent sous informés ou non sensibilisés sur la question des paradigmes géométriques car pour bon nombre d'enseignants, ce sont les mêmes techniques de résolution de problèmes donc les mêmes formes de géométrie qui sont utilisées dans tout le cycle fondamental. Ce qui est contraire au découpage de la géométrie enseignée fait par Houdement et Kuzniak (2006).

En sommes, ces résultats révèlent que les enseignants dans l'ensemble ne s'approprient pas les paradigmes géométriques ou du moins que le degré d'appropriation de ces paradigmes par les enseignants reste faible. Nous pouvons retenir les faits suivants comme arguments :

- d'abord dans le cadre du recueil des informations, la plupart d'entre eux (75%) ne connaissent et ne s'intéressent qu'à ce qui se passe dans leurs programmes respectifs (Élémentaire, Moyen ou secondaire). Et même dans leur propre programme, certains ont une maitrise insuffisante par rapport à la nature et aux caractéristiques des objets d'étude comme l'atteste les données du tableau 1 ;
- ensuite, les enseignants ne prennent pas conscience de l'existence de formes de géométries différentes (avec leurs techniques de résolution de problèmes et leurs modes de validation propres) entre les deux niveaux scolaires (Élémentaire et collège) (cf. tableau 2 et tableau 3). De ce fait, ceux qui évoluent à l'Élémentaire ne pourront pas à travers leurs activités d'enseignement-apprentissage préparer leurs élèves à aborder d'autres formes de géométrie qu'ils pourraient rencontrées une fois au collège. De telles préparations qui auraient pu se faire par rapport au choix des situations problèmes (par exemple un problème qui serait à cheval sur la géométrie I et la géométrie II) et par rapport aux techniques de résolution à utiliser. Par ailleurs les professeurs de collège n'ont pas assez d'informations par rapport aux prés acquis des élèves venant du CM2 pour mieux comprendre leurs représentations face aux nouvelles acquisitions ; encore qu'il n'existe même pas de symétrie entre les professeurs de collège les maitres de l'Élémentaire par rapport au niveau d'information sur les paradigmes. S'il est vrai que le maitre de CM2 n'est tenu de connaitre la géométrie II, le professeur de collège lui, est censé connaitre aussi bien la géométrie I que la géométrie II ;
- enfin, les enseignants ne connaissent ou ne comprennent pas les enjeux géométriques de chaque niveau scolaire si bien qu'il existerait des malentendus didactiques entre enseignants et élève ou entre enseignants eux-mêmes. En effet dans le ***tableau 3***, 62,5% des enseignants pensent qu'un même exercice proposé à l'Élémentaire et au collège peut être évalué partout par les mêmes critères.

**Résultats relatifs à la place des paradigmes géométriques dans l'activité mathématique**

La présentation de ces résultats commence par l'analyse à priori des exercices proposés aux enseignants pour les séances de TD et se poursuit avec l'analyse de ces leçons de TD.

Les leçons proposées aux enseignants sont des travaux dirigés (leçons d'évaluation formative) dont les situations problèmes sont extraites ***de la collection Outils pour les maitres : constructions géométriques à l'école élémentaire.*** Ces situations problèmes peuvent être exploitées au CM2 et à tous les niveaux d'enseignement-apprentissage du collège avec des niveaux taxonomiques des objectifs cognitifs différents**.**

Ainsi, tous les enseignants concernés par la présente étude sont censés pouvoir faire le travail pour avoir été formés et avoir pratiqué pendant longtemps dans les classes.

**Analyse à priori des exercices proposés**

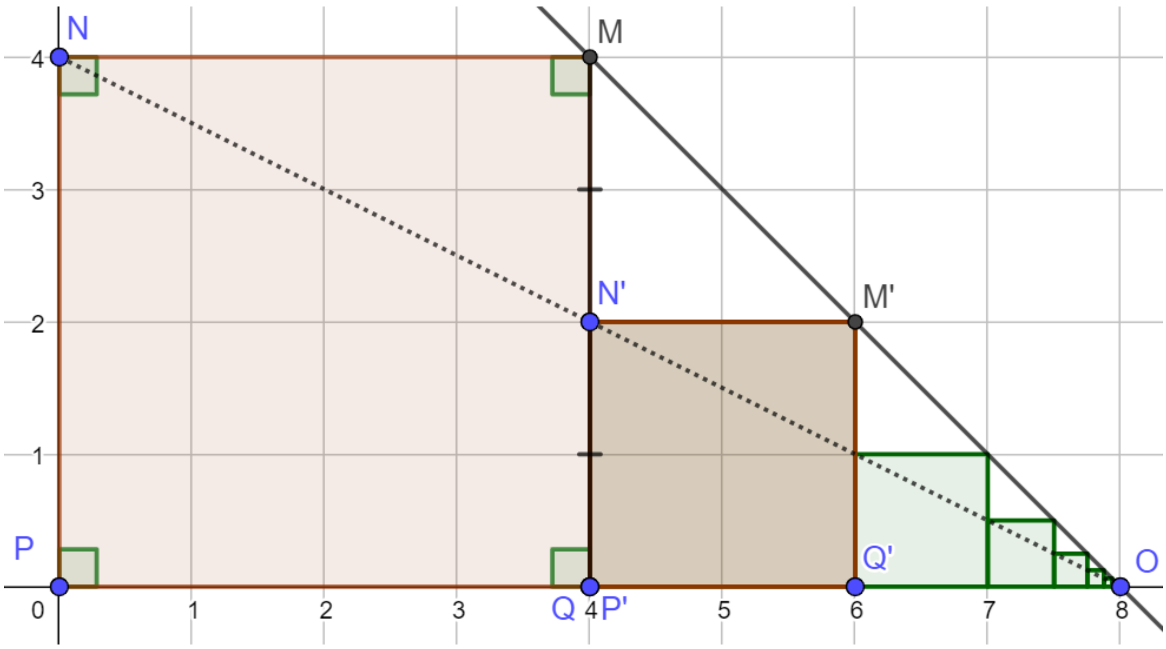
Selon Roland Charnay (2003) **: «** l'analyse a priori constitue un des outils professionnels d'aide à la décision, en permettant d'anticiper certaines réactions d'élèves et donc d'orienter certains choix de l'enseignant ». Il n'existe pas de définition standard reconnue de l'analyse a priori.

Alors pour nous, l'analyse a priori d'un exercice consiste à mener une réflexion critique d'anticipation par rapport aux variables didactiques, au résultat attendu, aux programmes en vigueur et types de conceptions explicitées dans la littérature sur celui-ci. De façon concrète, il s'agit d'anticiper sur les actions /comportements des élèves face à un exercice.

**Exercice 1** (extrait de la collection Outils pour les maitres : constructions géométriques à l'école élémentaire page 96)

Sur le dessin (Figure 4), on a représenté deux carrés MNPQ et M'N'P'Q'. Trouve l'aire du petit carré en fonction de l'aire du grand carré, explique ta réponse. Si PN = 4m, calculer l'aire de chacun de ces carrés.

**Figure 4** – Représentation des carrés MNPQ e M´N´P´Q´




**Source :** Les auteurs


REMATEC, Belém (PA), Fluxo Contínuo, n. 17, p. 67-89, Jan.-Dez, *e*-ISSN: 2675-1909, 2022
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2022.n.p67-89.id513

**Résolution dans le cadre de la géométrie naturelle**

Dès l'étape trois de l'école élémentaire, les deux premiers niveaux de géométrie (I et II) se côtoient. Cette activité propose une expérience dans le cadre de la géométrie I. Les élèves peuvent être amenés à mesurer et à reporter les dimensions du petit carré sur le grand carré pour voir combien de fois on peut obtenir l'aire du carré P'N'M'Q' sur l'aire de PNMQ.

Une première solution, purement intuitive, indique que N'est le milieu du segment [QM] et P'N'M'Q' est un carré de côté égal à ½ de [QM].

Cette appréhension intuitive de la figure sera à la base de toutes les solutions qui vont suivre.

Une deuxième solution basée sur une expérience va passer par la comparaison des côtés du petit carré à ceux du grand carré avec un compas ou une règle graduée. On retrouve ici l'idée de Gonseth d'une première expérience liée à l'idée d'un espace mesurable. « L'expérience doit rester proche de l'intuition pour garantir des résultats cohérents ».

La troisième solution qui lie déduction et expérience consiste à assembler des gabarits d'un carré égal à P'N'M'Q' sur l'aire du grand carré pour voir combien de fois on peut obtenir l'aire de P'N'M'Q' de celle de PNMQ (ou faire un quadrillage du grand carré en fonction du petit).

L'expérience permet donc de conclure que l'aire du petit carré est égale au quart de l'aire du grand carré. Autrement dit, le petit carré est une réduction du grand avec un coefficient égal à ½

Ainsi, que ce soit par pliage, découpage ou par « mouvement virtuel », la construction et la perception sont au cœur d'une géométrie naturelle de type expérimental. Le raisonnement que privilégie cette approche est le raisonnement de type constructif qui est fréquent dans la résolution de problèmes à l'élémentaire.

Cet exemple nous permet d'illustrer qu'à l'école élémentaire, se rencontrent intuition, expérience et déduction, souvent liées, le maître jouant un rôle essentiel dans le passage vers la déduction.

**Résolution dans le cadre de la géométrie II**

Cette même activité peut être proposée au collège voir au lycée (en géométrie II). Là, l'expérience ne suffit plus pour valider le résultat. Le dessin devrait juste constituer un support qui permettrait d'appliquer le théorème de Thalès sur les triangles OMN et OM'N' : (M'N'/MN) = (OM'/OM) =1/2 donc M'N' = ½ MN. (En effet, d'après le codage de la figure, M'est milieu du segment [OM] donc, M, M' et O sont alignés. MNPQ et M'N'P'Q' sont deux carrés dont (PQ)//(P'Q') or (P'Q')//(M'N') donc (PQ)//( M'N'). Et comme (PQ)//(MN) alors nous avons (MN)// (M'N'). Donc les triangles OMN et OM'N' sont en position de Thalès). D'où on peut valablement considérer que le petit carré a pour côté la moitié de celui du grand carré. Le raisonnement peut s'appuyer sur le schéma mais la validation est fondée sur les lois hypothético-déductives. On peut considérer de façon itérative ces petits carrés et s'interroger l'aire limite.

Voici ce que serait une solution dans la géométrie II.

L'intuition nous dit que le coté du petit carré est égal à la moitié de celui du grand carré. Confirmons cette intuition grâce à une démonstration : par hypothèse MM'= M'O et

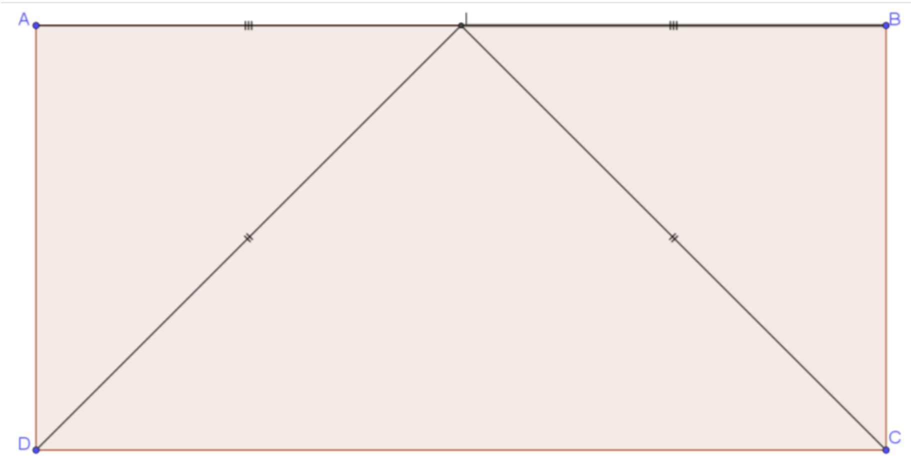


REMATEC, Belém (PA), Fluxo Contínuo, n. 17, p. 67-89, Jan.-Dez, *e*-ISSN: 2675-1909, 2022
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2022.n.p67-89.id513

MN//M’N’ et par le théorème Thalès sur les triangles OMN et OM’N’ : (M’N’/MN) = (OM’/OM) =1/2 donc M’N’ = ½ MN. Notre intuition est confirmée.

**Exercice 2 :** Trace un rectangle ABCD. Place le milieu I du côté AB puis vérifie que : ID = IC

**Figure 5** – Représentation du Triangle ABC




**Source :** Les auteurs

En classe de CM2 (6e année), la construction du rectangle peut se faire avec différents instruments : en utilisant l’équerre et la règle graduée ou le compas et la règle non graduée.

Pour vérifier que ID = IC, l’élève de CM2 peut mesurer les segments [ID] et [IC] par la règle ou utiliser l’écartement du compas pour les comparer. Avoir le même écartement est une forme de validation.

La technique consiste à faire le pliage puis le découpage des triangles AID et IBC. La superposition des triangles AID et IBC est une validation. Le travail est alors tout entier situé en Géométrie I, utilisant expérience et raisonnement, guidés sans doute par l’intuition.

En sixième ou cinquième (7e année d’étude ou 8e année) où l’élève est censé connaître : les axes de symétrie d’un rectangle, utiliser les propriétés de l'axe de symétrie pour des constructions,…, on peut alors faire recours à divers instruments**:** l’équerre et la règle graduée ou le compas et la règle non graduée pour tracer d’abord le rectangle. Ensuite on trace la médiatrice ($D_1$) de [AB] qui serait également l’axe de symétrie du rectangle et médiatrice de [DC]. Le point I appartient à ($D_1$) donc I est équidistant des extrémités du segment [DC] donc ID = IC.

Ici la validation est faite sur la base des propriétés d’un axe de symétrie et celles de la médiatrice d’un segment. On est alors en géométrie II. « Tout point de la médiatrice d'un segment [AB] est à égale distance de A et B. » Propriété de la classe de 6ième de la médiatrice.

En quatrième ou troisième (9e ou 10e année), la solution présentée dans le paragraphe précédent peut être acceptée comme d’autres dont la validation peut se faire après calcul littéral des distances ID et IC à l’aide du théorème de Pythagore respectivement dans les triangles AID et IBC et par comparaison de ces distances. « Si un triangle ABC est rectangle en A alors $BA^2 + AC^2 = BC^2$. » Théorème de Pythagore en classe de 4ième.

Il s’agira alors après le traçage du rectangle et la matérialisation du point I par des instruments de mesure (règles compas, équerre), de tracer les segments [ID] et [IC]. Nous


REMATEC, Belém (PA), Fluxo Contínuo, n. 17, p. 67-89, Jan.-Dez, *e*-ISSN: 2675-1909, 2022
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2022.n.p67-89.id513

obtenons deux triangles rectangles AID et IBC sur lesquels nous pouvons appliquer le théorème de Pythagore :

$$\begin{cases} ID^2 = AI^2 + AD^2 \\ IC^2 = IB^2 + BC^2 \end{cases} \text{ Or } \begin{cases} AI = IB \\ AD = BC \end{cases} \text{ donc } ID^2 = IC^2 \text{ d'où } IC = ID$$

**Analyse des leçons observées**

L'analyse des différentes leçons s'appuie sur les organisations didactiques des cinq leçons observées. Cependant l'accent est mis sur le deuxième moment qui est le moment de l'exploration du type de tâches proposée et de l'élaboration d'une technique relative à ce type de tâches, mais aussi et surtout sur le troisième moment qui celui de la constitution d'un l'environnement technologicothéorique.

L'analyse de ces éléments didactiques (apparus dans les différentes leçons) en fonction des paradigmes de la géométrie enseignée a permis d'avoir le cadre 1.

**Cadre 1** - Récapitulatif des éléments didactiques observés dans les leçons

| | **Types de géométries utilisées pour résoudre les exercices** | | **Les techniques utilisées correspondent-elles à celles attendues dans l'ETG idoine ?** | | **Les technologies utilisées correspondent-elles à celles attendues dans l'ETG idoine ?** | | **L'enseignant a-t-il expliqué le passage entre paradigmes géométriques dans les cas échéants ?** | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **Exo1** | **Exo2** | **Exo1** | **Exo2** | **Exo1** | **Exo2** | **Exo1** | **Exo2** |
| Leçon observée au CM2 (6e année) | GéoI | GéoI | Oui | Non | Non | Non | | |
| Leçon observée en 6e (7e année) | GéoI | Géo II | Non | Non | Non | Non | Non | Non |
| Leçon observée en 5e (8e année) | GéoI | Géo II | Non | Oui | Non | Non | Non | Non |
| Leçon observée en 4e (9e année) | Non traité | Géo II | Non traité | Oui | Non traité | Oui | Non traité | Non |
| Leçon observée en 3e(10e année) | GéoI | Non traité | Non | Non traité | Non | Non traité | Non | Non traité |

**Source :** Les auteurs

Le Cadre 1 montre que pour l'activité 1 (exercice 1), tous les enseignants ainsi que leurs élèves (de la fin de l'Élémentaire à la fin du collège) sont restés en géométrie I alors que le résultat attendu est en géométrie II au moins pour la 3e du collège (10e année). Aucun enseignant n'a fait référence à la géométrie II, ni dans les actes écrits, ni dans les actes verbaux. Et même pour les techniques utilisées en géométrie I, seul le maitre de CM2 en a proposé une dont la validation est conforme au modèle. Tous les autres sont partis de l'intuition pour déduire directement que le côté du petit carré est la moitié de celui du grand carré du grand carré.


REMATEC, Belém (PA), Fluxo Contínuo, n. 17, p. 67-89, Jan.-Dez, e-ISSN: 2675-1909, 2022
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2022.n.p67-89.id513

Ensuite, au regard du tableau, aucune de ces techniques utilisées pour la résolution de l'exercice 1 n'a été expliquée par une technologie claire encore moins sur la base d'une théorie. Les enseignants n'ont pas fait allusion au changement de paradigmes au cours de cette activité.

Ainsi, les faits qu'on pourrait tirer de cette activité 1 en guise de conclusion partielle sont :

- il n'y a pas de prise en compte des paradigmes de la géométrie enseignée, ni dans l'acte d'enseigner, ni dans l'acte d'apprendre à travers l'activité mathématique;
- l'organisation mathématique manque de technologies précises tirées des programmes d'enseignement-apprentissages pouvant justifier les techniques et qui soient conformes aux types de géométries consignés dans le modèle.

Pour l'activité2 (Exo2), dans quatre leçons observées (au CM2, en $6^e$, $5^e$ et $4^e$), les enseignants et leurs élèves ont essayé d'utiliser les formes de géométrie attendues pour la résolution de l'exercice selon les niveaux d'étude. Cependant, sauf dans deux leçons (en $5^e$ et en $4^e$), les techniques utilisées pour résoudre l'exercice ne sont pas conformes aux trois modes de pensée qui caractérisent chaque paradigme géométrique. En effet, comme cela a été relaté dans les analyses de leçons, tantôt c'est l'expérience qui fait défaut, tantôt c'est le raisonnement déductif ou la validation qui pose un problème.

A l'instar de l'activité 1, aucune technique (sauf peut – être une, proposée en classe de $4^e$) n'a été accompagnée d'un discours écrit ou oral, clair et cohérent, fondé sur des propriétés ou des lois étudiées.

Dans cette activité également, les enseignants n'ont pas profité des occasions pour expliquer le passage entre types de géométrie. En effet, bien que dans les trois leçons observées en $6^e$, $5^e$ et $4^e$, la correction de l'exercice a été faite en géométrie II, la majorité des élèves est resté en géométrie I. La question de la validation des solutions qui aurait pu permettre d'établir un pont entre les différents types de géométries n'a été abordée dans aucune des leçons. Or selon Chevallard (1983) : l'élève « raisonne sous influence », par le jeu du contrat didactique. Il « sait qu'il est attendu et, si le contrat fonctionne bien, il sait où on l'attend ».

## CONCLUSION

Au terme de l'analyse et de l'interprétation des données collectées dans le cadre de cette étude, il ressort que les savoirs théoriques et pratiques des enseignants sur la question des paradigmes géométriques, suivant la typologie qui en est faite par Houdement et Kuzniak (2006), sont trop maigres. En effet le constat est que :

- les aspects théoriques liés à cette question semblent inconnus. Lors des entretiens, la plupart d'entre eux rencontrait des difficultés pour répondre aux questions (malgré les explications et les reformulations de questions) et estime que ce sont les mêmes formes de géométrie et les mêmes techniques qui sont utilisés aussi bien à l'Elémentaire qu'au collège ;
- ces difficultés sont confirmées par les résultats des activités pratiques : l'observation et l'analyse des leçons ont montré que les enseignants ne prennent en compte ni dans les actes écrits, ni dans les actes verbaux cette question des paradigmes géométriques.

Alors cette approche de la géométrie structurée autour de trois modes de connaissance : intuition, expérience, déduction, identique pour toute forme de géométrie mais qui évoluent selon les niveaux d'étude doit faire l'objet de clarification pour les enseignants. Cela devrait leur permettre d'enrichir leur propre conception de la géométrie et de la confronter avec les


REMATEC, Belém (PA), Fluxo Contínuo, n. 17, p. 67-89, Jan.-Dez, *e*-ISSN: 2675-1909, 2022
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2022.n.p67-89.id513

paradigmes géométriques dans lesquels leurs élèves doivent évoluer. Cet enjeu de formation des enseignants sur la question des paradigmes géométriques semble d'autant plus grand qu'au-delà des malentendus didactiques entre enseignant et élève se pose le problème de la remédiation qui exige la maitrise des sources des erreurs commises par les élèves.

**REFERENCES**

CHARNAY, R. Livret 4/Post primaire didactique des mathématiques. IFADEM, Burkina Faso, 2003.

CHEVALLARD, Y. Remarques sur la notion de contrat didactique, Intervention devant le groupe Inter-IREM. Ronéoté. Avignon, 1983.

CHEVALLARD, Y. La transposition didactique. Revue française de pédagogie, volume 76, 1986. pp. 89-91, 1985.

CHEVALLARD Y. Vers une analyse didactique des faits d'évaluation, in J.-M., 1986.
CHEVALLARD, Y. Familière et problématique, la figure du professeur. Recherches en Didactique des Mathématiques, 17(3), 17-54, 1997.

CHEVALLARD, Y. Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique. La Rochelle, 4-11 juillet 1998 ; paru dans les actes de cette université d'été, IREM de Clermont-Ferrand, p. 91-120, 1998.

CHEVALLARD, Y. L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques, 19(2), 221-266, 1999.

DESCARTES, R. Règles pour la direction de l'esprit, (XIIe règle), 1628.

DUVAL, R.. Argumenter, démontrer, expliquer : continuité ou rupture cognitive. Petit x no 31, pp. 37- 61, 1992.

DUVAL, R. Sémiosis et pensée humaine. Éditions Peter Lang, coll. Exploration, recherches en sciences de l'éducation. Berne, Suisse, 1995.

DUVAL, R. Compréhension des démonstrations, développement de la rationalité, formation de la conscience individuelle, Actes du colloque du Groupe des didacticiens des mathématiques du Québec GDM 2005, 2005.

GIROUX, J. Etude des rapports enseignement/apprentissage des mathématiques dans le contexte de l'adaptation scolaire : Problématique et repères didactiques, 2013.

GONSETH, F. Les fondements des mathématiques. De la Géométrie d'Euclide à la Relativité générale et à l'lntuitionnisme, Préface de Jacques Hadamard, 1926.

GONSETH, F. (1945-1955). La géométrie et le problème de l'espace, Éditions du Griffon, Lausanne, 1945-1955.

HOUDEMENT, C. ; KUZNIAK, A. Géométrie et paradigmes géométriques « petit x » n° 51 (pp. 5 à 21). ISSN : 0759-9188, 1999.

HOUDEMENT, C. ; KUZNIAK, A. (2006). Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie, Annales De Didactique Et De Sciences Cognitives, volume 11, p. 175 – 193, 2006. Kant, E. La Critique de la raison pure, 1781.

LABORDE, C. Quelques problèmes d'enseignement de la géométrie dans la scolarité obligatoire, 1985.

LEMOYNE, G ; LESSARD, G. Les rencontres singulières les élèves présentant des difficultés d'apprentissages en mathématiques et leurs enseignants. Education et francophonie, 21(2), 2003.

MARTIN, V. ; MARY, C. Particularités de l'enseignement des mathématiques à des élèves en difficulté en classes régulières ou spéciales, 2010.

PERRIN-GLORIAN, M.-J. Questions didactiques à partir de l'enseignement des mathématiques dans des classes « faibles ». Recherches en didactique des mathématiques, 1993.

SARTRE, J.P. L'Être et le Néant, sous-titré essai d'ontologie phénoménologique, 1943

.

***Submetido em*: 01 de Junho de 2022.**

***Aprovado em*: 20 de Junho de 2022.**

***Publicado em*: 21 de junho de 2022.**

**Como citar o artigo:**

DIARRA, S.; SOKHNA, M. L'enseignement de la géométrie à la transition élémentaire-collège : changement de paradigme et malentendu didactique. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura - REMATEC**, Belém/PA, Fluxo Contínuo, n. 17, p. 67-89, Jan.-Dez., 2022. https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2022.n.p67-89.id513

**Annexes :**

**Annexe n° 1 : guide d'entretien à l'adresse des enseignants**

« Appropriation des paradigmes géométriques dans l'enseignement-apprentissage de la géométrie »

| |
|---|
| PRÉSENTATION DE L'INTERVIEWEUR<br><br>Bonjour, je m'appelle ________________________________________.<br><br>Je réalise une enquête dans le cadre de mes recherches en tant qu'enseignant-chercheur à la FASTEF/UCAD. Je cherche à connaître le degré d'appropriation des paradigmes géométriques par les enseignants pour l'enseignement apprentissage de la géométrie.<br><br>La durée de cet entretien n'excédera pas 30 mn.<br><br>Au cours de l'entretien, j'aimerais que nous abordions les thèmes suivants : la perception des programmes de géométrie en vigueur, les formes de géométrie enseignées à l'Elémentaire et au collège et leurs caractéristiques. |

| Aspects observés | Questionnements | Réponses |
|---|---|---|
| **La nature des objets d'étude en géométrie** | Quels les objets d'études en géométrie à l'Élémentaire et au collège ? | |
| | Qu'est-ce qui les caractérise ? | |
| | Sont-ils de même nature ? | |
| **Les types de technique de résolution des problèmes de géométrie** | Quelles sont les techniques de résolution de problèmes géométriques souvent utilisés à l'Élémentaire ? | |
| | Quelles sont les techniques de résolution de problèmes géométriques souvent utilisés au collège?<br><br>Avons-nous les mêmes techniques à l'Elémentaire et au collège ? | |
| | Connaissez-vous d'autres techniques de résolution de problèmes géométriques ? | |
| **Les types de validation des solutions de** | Est-ce qu'on peut valider une solution proposée par un élève de l'Elémentaire par les mêmes critères que celle d'un élève de collège ?pourquoi ? | |


REMATEC, Belém (PA), Fluxo Contínuo, n. 17, p. 67-89, Jan.-Dez, *e*-ISSN: 2675-1909, 2022
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2022.n.p67-89.id513

| | | |
|---|---|---|
| **problèmes de géométrie** | Quels sont les types de validation possibles ? | |

**Annexe n° 2 : Exemple de grille d'analyse de leçon observée en 5e**

| | Type de tache | Techniques | Technologies | Théories | Type de géométrie |
|---|---|---|---|---|---|
| Activité 1 | Calculer l'aire d'un carré en fonction d'un autre par agrandissement ou réduction | MQ est le côté du grand carré<br>N'P' est le côté du petit carré<br>N'P' = (½) MQ<br>Aire du petit carré = N'P' x N'P' = N'P'2<br>=((1/2)MQ)2=(¼)MQ 2 = ¼ aire du grand carré | Absente | Absente | Non déterminé |
| Activité 2 | Tracer un rectangle Placer le milieu I du côté [AB] vérifier que : ID =IC | Soit la symétrie axiale d'axe la droite (IE), E étant le milieu de [DC]<br>$\begin{cases} S_{(IE)}(I) = I. \\ S_{(IE)}\ (D) = C \\ S_{(IE)}\ ([ID]) = IC \end{cases}$<br>or $S_{(IE)}$ conserve les distances donc ID=IC | Les propriétés de la symétrie centrale | Transformation du plan | Géométrie II |



REMATEC, Belém (PA), Fluxo Contínuo, n. 17, p. 67-89, Jan.-Dez, *e*-ISSN: 2675-1909, 2022
DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2022.n.p67-89.id513