REMATEC
Revista de Matemática, ensino e cultura
Histórias de Práticas Matemáticas

A PREPARAÇÃO DE AULAS USANDO HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

PREPARING CLASSES USING HISTORY OF MATHEMATICS

Dulcyene Maria Ribeiro
Universidade Estadual do Oeste do Paraná - Unioeste
Email: dulcyene.ribeiro@unioeste.br

Resumo
Além de uma sucinta fundamentação teórica sobre História da Matemática e formação de professores, neste texto descreve-se uma atividade realizada em aulas da disciplina História da Matemática, denominadas "miniaulas" em que o conhecimento histórico dos conteúdos é utilizado na preparação de aulas. Propor que alunos do curso de licenciatura em matemática organizem aulas usando a História da Matemática, além de mostrar como usá-la quando estiverem ensinando, tem também o objetivo de levar o aluno da disciplina a compreender que não é fácil entender a maneira como os matemáticos formularam seus resultados, que não foi simples para eles alcançarem esses resultados e, que, portanto, nem sempre é simples para os alunos entenderem alguns conceitos matemáticos. Espera-se que ao conhecer a história do que ensina, o professor ou futuro professor se sinta mais seguro nas tomadas de decisões, especialmente em relação às suas escolhas metodológicas.

Palavras-chave: Conceitos matemáticos e históricos. Miniaulas. Formação de professores. História da Matemática.

Abstract
In addition to a theoretical grounding brief about History of Mathematics and teacher training, this text describes an activity performed in classes of the discipline History of Mathematics, called "mini-classes" in which the historical knowledge of the content is used in the preparation of the classes. Suggesting that students in mathematics degree course organize classes using the history of mathematics, and show them how to use it when they are teaching, also aims to bring the student of the discipline to realize that it is not easy to understand how mathematicians had formulated their results, which was not easy for them to reach these results and, therefore, is not always simple for students to understand some mathematical concepts. It is expected that by knowing the history of teaching, the teacher or the future teacher feel safer in making decisions, especially in relation to their methodological choices.

Keywords: Mathematical and Historical concepts. Mini-classes. Teacher Training. History of Mathematics.

Introdução

Não é fácil preparar aulas usando quaisquer tendências da Educação Matemática e ensinar algum conceito usando a História da Matemática não tem sido algo muito praticado nas escolas, nem nos cursos superiores de graduação. Embora os conceitos ensinados sejam históricos e utilizem ferramentas históricas, como o uso de uma fórmula ou a utilização de um procedimento, como o de calcular a razão entre o comprimento de uma circunferência qualquer e o seu diâmetro, muitas vezes, esses não passam de procedimentos mecânicos, em que, nem alunos, nem professores refletem sobre o que estão utilizando.

Para a maioria, mesmo de estudantes e professores que trabalham com Matemática, a História da Matemática é apenas a história de conteúdos da Matemática e de alguns nomes importantes ligados a esses conteúdos, não sendo nada mais do que a história de uma ciência – a Matemática. Poucos saberiam explicar o que significa a História da Matemática ser uma área de investigação científica. Por outro lado, imagina-se que alguns professores tenham claro que ela pode ser considerada um instrumento pedagógico, devido às inúmeras referências e defesas que os documentos oficiais fazem das potencialidades pedagógicas da História da Matemática, considerando-a uma metodologia de ensino e aprendizagem.

Pergunta-se: – O que fazer para melhorar a relação dos professores e futuros professores com a História da Matemática? Como levá-los a conhecer os aspectos que estão relacionados às palavras “História da Matemática”? E se o seu trabalho e mesmo sua formação estão de forma mais explícita ligados aos aspectos didáticos da História da Matemática, como fazer com que pelo menos essa faceta da História da Matemática esteja clara para o professor e para o futuro professor?

Nesse texto, além de alguma pequena fundamentação teórica, se descreve sobre atividades realizadas durante aulas da disciplina História da Matemática, em que o conhecimento histórico dos conteúdos é utilizado na preparação de aulas.

A História da matemática e a formação de professores

Está longe de ser unanimidade a presença de uma disciplina específica de História da Matemática nos cursos de graduação em Matemática no Brasil, conforme evidenciam os trabalhos de Stamato (2003) e Ribeiro (2005). No primeiro analisou-se como essa disciplina passou a fazer parte do currículo dos cursos de licenciatura em Matemática da Universidade Estadual Paulista, nos *campi* de Rio Claro, São José do Rio Preto e Presidente Prudente e indicou um panorama mais geral sobre a existência da disciplina em outras instituições do país. Já Ribeiro (2005) realizou um estudo sobre como a disciplina História da Matemática é desenvolvida nos cursos de graduação em Matemática no país que a consideram em suas grades curriculares. Foram entrevistados professores que, nas suas instituições, têm sido os responsáveis por ministrar a disciplina. Entre outros aspectos, buscava-se entender qual enfoque tem sido dado a essa disciplina. Se normalmente é tratada a história dos conteúdos matemáticos no seu desenvolvimento ao longo da história da humanidade ou se é organizado um curso pelo qual os alunos aprendam como abordar a História da Matemática em aspectos a serem utilizados quando estiverem na função de professores.

O uso ou não da História da Matemática nas aulas ou o que pensam os professores sobre seu uso são temas tratados em alguns trabalhos como o de Souto (1997) e o de Feliciano (2008). Souto argumentou que a

> [...] defesa das potencialidades didáticas da História da Matemática, há muito veiculada pelos discursos dos professores, autores de livros didáticos e gestores da educação pública, ainda não se materializou em experiências ou investigações que promovam efetivamente essa articulação (SOUTO, 2010, p. 534).

No estudo de Feliciano (2008, p.104), os professores entrevistados acreditam no potencial didático da História da Matemática, mas evidenciaram não saber como utilizá-la na sala de aula e apontaram que as instituições de ensino superior poderiam apoiar na capacitação para o trabalho histórico-pedagógico do conteúdo matemático, com a preparação de materiais voltados para o professor de Matemática que tenham uma linguagem acessível para a sua utilização em sala de aula.

Nos últimos anos houve aumento significativo na produção de trabalhos direcionados à sala de aula que se apoiam na História da Matemática. Mesmo assim as propostas de utilização da História da Matemática em sala de aula são poucas e as existentes têm sido pouco divulgadas[44] e não chegam aos professores. E essa não é uma característica exclusiva da História da Matemática, pois também se manifesta para outras tendências.

Ainda para Feliciano,

> E se julgamos que ela (História da Matemática) é um elemento que pode auxiliar no processo de ensino aprendizagem de Matemática, deve haver um esforço para que seja abordada, durante a formação dos professores, com um enfoque pedagógico, ou seja, dando subsídios para que os

[44] Exemplos de abordagens podem ser consultados em Pacheco (2010), Mendes (2009) e Miguel et al. (2009).

> docentes possam utilizá-la na sala de aula. (FELICIANO, 2008, p. 104-105, parênteses nossos).

Pensando nas ações que podem ser efetuadas na universidade, no âmbito da formação inicial e continuada de professores, tem-se buscado entender o que seriam ações significativas nesse sentido, uma vez que se entende ser necessário oferecer condições de desenvolvimento e realizações efetivas ao professor em formação inicial. Alguns desses aspectos são tratados em Cyrino e Correa (2009). Balestri (2008), por exemplo, investigou qual é a participação da História da Matemática na formação inicial de professores de Matemática na ótica de professores e pesquisadores.

Com base no conhecimento histórico dos conteúdos que compõem a disciplina e que fazem parte do currículo escolar, entende-se que os alunos em formação inicial poderão organizar atividades que contemplem os aspectos históricos, tendo em vista o público com o qual atuarão. Na sequência está descrita uma forma de utilizar aspectos históricos no desenvolvimento de uma atividade realizada na disciplina de História da Matemática, com o intuito de mostrar aos alunos da disciplina como usar a História da Matemática quando estiverem ensinando.

As aulas da disciplina história da matemática: o relato de uma experiência

Mesmo nos cursos de graduação em que a disciplina História da Matemática existe, há sempre a preocupação sobre os conteúdos que se devem abordar e também em relação à forma e aos aspectos metodológicos. Para professores iniciantes são frequentes as perguntas: Fazer um curso de história da Matemática clássica, retratando a história da matemática grega, egípcia, hindu e europeia ou fazer um curso que envolva a Matemática das culturas mais marginalizadas, como a dos índios americanos? Fazer um curso de História do Ensino de Matemática ou da Educação Matemática no Brasil? Ou em uma disciplina de História da Matemática deveria se ensinar a preparar aulas usando a História da Matemática como metodologia de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos? Isso apenas para listar algumas das preocupações de quem se responsabiliza pela disciplina.

Na tentativa de integrar esses questionamentos optou-se por tratar um pouco de cada um desses aspectos no curso que temos ministrado. Considera-se ter chegado a um processo que tem apresentado bons resultados, especialmente no tocante à possibilidade de se efetivar a introdução à História da Matemática no âmbito do ensino.

Descreve-se, na sequência, uma atividade que tem sido realizada nas aulas da disciplina História da Matemática no curso de Matemática na Universidade Estadual do Oeste do Paraná - Unioeste, *campus* de Cascavel, por acreditar que, além de tratar da

História da Matemática clássica, é nessa disciplina que os alunos do Curso de Matemática precisam se familiarizar com o modo de usar a História da Matemática ao preparar suas aulas, o que farão brevemente, já que essa é uma disciplina do 4º ano do curso.

Intencionando formar professores que tenham pelo menos uma experiência com o uso da história para se ensinar um determinado conteúdo matemático, foram instituídos, nas aulas da disciplina, alguns momentos chamados de miniaulas, em que os alunos devem apresentar oralmente, para os colegas e com a melhor descrição possível, um plano de aula preparado para ensinar algum conteúdo matemático. Essas aulas devem ter sido preparadas usando aspectos da História da Matemática e com o intuito de ensinar algum conteúdo matemático a um público predefinido, com uma carga horária predefinida. Isso quer dizer que há liberdade para escolher o conteúdo, a carga horária, a metodologia e o público escolar, mas deve haver coerência entre esses aspectos.

Solicita-se que a componente histórica não apareça somente como um aspecto motivador ou como informação, tal como tratado por Vianna (2000, 1995), mas que sirva mesmo para ensinar o conteúdo desde o início. Então, não é válido apenas comentar sobre a vida de um matemático tido como o responsável por determinado conteúdo da História da Matemática e depois tratar o assunto desvinculado de sua constituição histórica.

Com o intuito de ilustrar, de maneira mais efetiva, essa abordagem para a formação de professores de matemática, destaca-se a seguir algumas miniaulas propostas por alunos da disciplina ao longo dos últimos anos.

A primeira é uma miniaula proposta por uma aluna da disciplina do ano de 2009. O conteúdo escolhido foi "Critérios de divisibilidade", assunto normalmente tratado na 5ª série, ou 6º ano. Para isso foi proposto trabalhar sobre "prova dos nove".

A prova dos noves, também conhecida pelo nome de "noves fora", é uma regra que permite saber se uma operação de adição, subtração, divisão ou multiplicação foi realizada corretamente. Segundo Eves (2004), essa regra apareceu inicialmente em obras de aritméticas árabes, como a de *Al-Khowarismi*, que viveu no século IX. Depois seu uso foi difundido por meio das aritméticas que circularam na Europa. O uso dessa regra chegou aos livros didáticos. No Brasil, nos livros da década de 60 do século XX, por exemplo,

> [...] eram inicialmente "apresentadas as chamadas "propriedades elementares do resto", que nada mais são do que as propriedades que fornecem a base para a aplicação da prova dos noves. [...]. Nos livros desta época os autores chamavam a prova dos nove simplesmente pelo nome de provas por um divisor, já que as propriedades elementares do resto são válidas para qualquer divisor (CRUZ, 2009, p. 39).

Antes da popularização das calculadoras, muitos profissionais, como economistas, contabilistas e comerciantes, se utilizavam desse artifício para verificarem se suas contas estavam corretas, porém esse conhecimento não era exclusivo desses profissionais. A prova dos noves também fez parte dos conteúdos dos livros didáticos por muitos anos, foi ensinada até algumas décadas atrás, também nas escolas. Hoje muitas pessoas nunca ouviram sobre prova dos noves, porém "[...] a regra dos 'noves fora' pode servir como uma situação metodológica motivadora para o ensino de conteúdos intrínsecos não somente às operações fundamentais, mas também à divisibilidade entre números e a compreensão do sistema de numeração decimal" (CRUZ, 2009, p. 48).

A aluna começou por relatar, de forma breve, o que é a prova dos noves, onde ela apareceu inicialmente, por quem e onde foi usada. E, depois de mostrar aos alunos como a regra funciona, buscou-se instigá-los, fazendo questionamentos a respeito da regra, por exemplo, por que essa regra funciona, o que garante que ela funcione.

A seguir, em forma de diálogo, segue um trecho do relato da aluna.

- Por que, quando aplicamos a regra, podemos garantir que, se os números encontrados forem iguais, a conta está correta?
- Por que na Matemática há uma propriedade que diz o seguinte: "Se, em uma adição, tomando os restos das divisões por n de cada uma das parcelas e somando-os obtivermos o mesmo valor do resto da divisão do resultado por n, então a conta foi realizada corretamente".
- Perguntar aos alunos: Mas o que somar os algarismos das parcelas e diminuir o número 9 até obter um número menor que 9 tem a ver com essa propriedade? E explicar os motivos. Quando na propriedade diz "divisões por n", quer dizer que devemos dividir as parcelas por um número n, no nosso caso o número n pelo qual dividimos as parcelas é o número 9.
- Mas por que, para encontrar o resto, ao invés de fazermos a divisão, somamos os números e diminuímos o 9?
- Por que existe uma regra chamada de critério de divisibilidade que permite saber se um número é divisível por outro sem realizar a divisão, e é a regra da divisão por 9 que garante isso.

Então foi tomado um exemplo para ver como é possível verificar se um número é divisível por outro sem realizar a divisão. Com base no exemplo foi explicado que o critério de divisibilidade por 9 (Um número é divisível por 9 se a soma dos seus algarismos for divisível por 9) é válido para qualquer número e que isso é provado matematicamente.

A seguir, mais um trecho das explicações feitas pela aluna para justificar a prova dos nove.

> Pelo critério de divisibilidade por 9, podemos observar que um número, quando dividido por 9, deixa o mesmo resto que a soma de seus algarismos quando esta for dividida por 9. Então, na prova dos noves, quando nós somamos os algarismos das parcelas e diminuímos o número 9 até obter um número menor que 9, o que estamos fazendo na verdade é encontrar o resto da divisão da parcela por 9. Vejamos um exemplo: 157 dividido por 9 dá 17 e sobra resto 4. Se fizermos 1 + 5 + 7 = 13 - 9 = 4, ou seja, somamos os algarismos e diminuímos 9, estamos calculando o resto da divisão de 157 por 9, que deu 4.

Depois desse destaque dado ao critério de divisibilidade por 9, foram tratados os critérios de divisibilidade de outros números. Na sua miniaula, a aluna ainda destacou o critério de divisibilidade por 2, mostrou que a prova dos nove se aplica também a outras operações, além da adição e que, em alguns casos, a prova dos noves não detecta erro, podendo falhar.

Alguns dirão que, para ensinar critérios de divisibilidade, um professor não precisa saber sobre prova dos nove. No entanto, ao descrever essa atividade, levou-se em consideração que, para o processo de ensino e aprendizagem se dar de maneira adequada, é necessário que o professor conheça os aspectos relacionados ao que ensina. Como salienta D'Ambrosio, "[...] ninguém contestará que o professor de matemática deve ter conhecimento de sua disciplina" (D'AMBROSIO, 2000, p. 241). E, para o professor ensinar, ele "[...] depende de sua compreensão de como esse conhecimento se originou, de quais as principais motivações para o seu desenvolvimento e quais as razões de sua presença nos currículos escolares. Destacar esses fatos é um dos principais objetivos da História da Matemática" (idem).

Além disso, ao discutir sobre prova dos noves, que é um conhecimento histórico (não simplesmente ensinar a aplicar a regra), o professor possibilita que seus alunos aprendam sobre divisibilidade e operações e compreendam de forma mais profunda o sistema de numeração decimal. E esse é o principal objetivo das miniaulas: por meio de um conhecimento histórico, ensinar algum conteúdo matemático do currículo escolar.

Os conteúdos abordados nas miniaulas não se restringem aos que são tratados no Ensino Fundamental e Médio. Muitas vezes, os conceitos abordados são facilmente discutidos nas disciplinas iniciais do curso de matemática. Por exemplo, no ano de 2014, uma das miniaulas proposta tratou das grandezas comensuráveis e incomensuráveis. Tal miniaula foi preparada para alunos do 1º ano do curso de matemática.

Outra, também em 2014, foi elaborada para alunos da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Tinha como objetivo levar os alunos a compreender a ideia de limite de uma sequência por meio do paradoxo da Dicotomia de Zenão. Os objetivos específicos passavam por: entender a noção de infinito e de limite; conhecer o paradoxo da Dicotomia de Zenão; encontrar limites de sequências e decidir sobre convergência de sequências. A aula foi iniciada com a exibição do vídeo[45] intitulado "À espera da meia noite" que conta a história de um segurança de um prédio que está esperando seu companheiro de trabalho chegar para substituí-lo. O seu turno termina 0h e ele liga para o seu companheiro às 23h para perguntar se ele poderia chegar mais cedo. O colega de trabalho tenta enrolá-lo, pedindo que ele ligasse novamente quando faltasse metade do tempo daquele momento até 0h. O vigilante ligou 23h30 e seu colega pediu novamente para ele ligar quando faltasse a metade do tempo e fez isso mais vezes. O vídeo foi interrompido em certo momento para que os alunos que ouviam a exposição da aluna construíssem a sequência que representasse quanto tempo faltava para o fim do turno do segurança a cada ligação.

A aluna questionou os colegas se o horário de meia noite chegaria. E comentou que situações como essa foram discutidas há muitos séculos com os paradoxos de Zenão. A partir daí teve que fazer inserções extras para explicar o significado da palavra "paradoxo", já que poucos alunos da turma sabiam o que significava ou tinham uma vaga ideia, e também sobre Zenão de Eléia (c. 450 a. C.).

Na sequência relacionou o argumento utilizado pelo companheiro de trabalho do segurança, que "acreditava que o horário da meia noite nunca chegaria", com o paradoxo da Dicotomia de Zenão, da seguinte forma:

> Se um segmento de reta pode ser subdividido indefinidamente, então o movimento é impossível, pois, para percorrê-lo, é preciso antes alcançar seu ponto médio, antes ainda alcançar o ponto que estabelece a marca de um quarto do segmento, e assim por diante, *ad infinitum*. Segue-se, então, que o movimento jamais começará. Assim, sempre haveria um tempo que seria antes de meia noite.

Explicou que esse e os outros paradoxos de Zenão intrigaram muitos estudiosos da Grécia Antiga que não conseguiam provar o que estava errado nesse raciocínio, mas que

45 Pertence à Série Matemática na Escola. Matemática Multimídia. Disponível em: <http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1041>. Acesso em: 16 jan. 2015.

Leibniz (1646-1716), no século XVII, solucionou esse tipo de problema com a noção de limite de uma sequência. Com uma curta exposição sobre Leibniz, passou a definir limite de uma sequência:

> Definição: Uma sequência $\{a_n\}$ tem o limite L e escrevemos
>
> $$\lim_{n\to\infty} a_n = L \text{ ou } a_n \to L \text{ quando } n \to \infty$$
>
> Se para cada $\varepsilon > 0$ existir um correspondente inteiro N tal que
>
> $$|a_n - L\| < \varepsilon \text{ sempre que } n > N \text{ .}$$

E voltando à sequência descrita por meio do problema proposto, considerando que o termo geral é dado por $A_n = \dfrac{1}{2^n}$, encaminhou sua explicação da seguinte forma:

> Escrever a sequência numa reta com um intervalo que começa no ponto A representando o horário de 23h e termina no ponto B representando o horário de 0h. O primeiro termo da sequência é o ponto A_1, que representa a metade do intervalo de A até B. O segundo ponto A_2, representa a metade da distância de A_1 até B. O terceiro ponto A_3, representa a metade da distância de A_2 até B e assim sucessivamente. Para saber se o ponto B é o limite da sequência, ou seja, se 0h é o horário que termina o turno do segurança, tomamos um intervalo menor contendo o ponto B.
>
> Fazer com que os alunos percebam que a partir de um termo da sequência, como por exemplo, o termo A_5, dentro desse intervalo menor, existem infinitos pontos cada vez mais próximos de B, e fora desse intervalo, existe um número finito de pontos. Com essas duas condições, garante-se que B é o limite dessa sequência.
>
> Relacionando com a definição de limite, temos que $L = B$, $N = 4$ e 2ε é o tamanho do intervalo menor. Assim, no intervalo $(B-\varepsilon, B+\varepsilon)$, tomando um termo qualquer da sequência, a partir de A_4, ou seja, um A_n, tal que $n > 4$, temos que $|A_n - B| < \varepsilon$, que significa que para valores muito grandes de n os termos A_n se aproximam cada vez mais de B. Ou ainda, dado uma distância ε, temos que a distância de A_n até B é menor do que ε, para ε tão pequeno quanto se queira.

Depois de uma representação geométrica dessa aproximação, a aluna solicitou que os alunos, com base em algumas sequências selecionadas, escrevessem os primeiros termos, discutissem sobre um possível limite e justificassem, utilizando a definição, se o limite existe ou não.

Essa miniaula fez com que os colegas que ouviam as explicações e também resolviam parte das atividades proposta, percebessem que um tema estudado por eles no curso, limite de sequências, não apareceu do nada, que há nomes de pessoas ligadas à forma de resolução que utilizam, que as ideias iniciais foram discutidas já na Antiguidade grega, etc. Muitas vezes, quando esse assunto é estudado nos cursos de cálculo, o nome de Leibniz sequer é citado, muito menos associações à Zenão e aos outros conceitos que se relacionam ao Cálculo, estudados já na Antiguidade. Isso, por si só, já justificaria a existência das miniaulas.

Em outra miniaula realizada por um aluno no ano de 2006 foi proposto ensinar "Indução Finita", por meio de estudo da sequência de Fibonacci e do número *Phi*. É, portanto, uma aula preparada para alunos de um primeiro ano do Curso de Matemática. O aluno começou a expor sobre a dificuldade de generalizar o que é válido para alguns números naturais, para todos os demais. No seu texto escreveu que "é necessário um argumento lógico garantindo que certa propriedade envolvendo os números naturais seja sempre verdadeira para todos os valores de n, para eliminar qualquer dúvida. Isto é o que realiza o método de demonstração por indução matemática". Depois comentou sobre Leonardo de Pisa e sobre as coleções de problemas do seu *Liber Abaci*, especialmente, sobre o problema dos coelhos, que deu origem à sequência de Fibonacci. Após apresentar a sequência, mostrou algumas situações em que ela ocorre e utilizou o retângulo áureo para fazer a ligação da sequência com o número *Phi*. Finalizou com a introdução do "Princípio da Indução Finita", além de trabalhar as propriedades da sequência de Fibonacci em exemplos e exercícios que propôs.

O aluno ainda destacou que a maioria dos alunos do primeiro ano do Curso de Matemática não têm noção da "grandeza dessa ciência" e que, ao tratar de aspectos da História da Matemática, eles são levados a conhecer um pouco dessa ciência e que

> a apresentação de fatos curiosos e intrigantes sobre a sequência de Fibonacci tem objetivo de despertar nos alunos interesse pela pesquisa, pois a curiosidade sobre as relações abrirá várias portas para o conhecimento, o que pode favorecer o desempenho dos alunos nas matérias.

Esse aluno da disciplina de História da Matemática apresentou pleno conhecimento do que se espera ser atingido ao tratar conteúdos matemáticos por via da História da Matemática, já que soube utilizá-la para ensinar conteúdos matemáticos presentes no currículo do Curso de Matemática e ainda apresentou uma visão clara de que a História da Matemática pode contribuir para outros aprendizados, possibilitando o espírito investigativo.

De modo geral, as miniaulas têm abordado conteúdos variados e públicos diversos. Ao longo desses anos, tem-se notado que um mesmo conceito histórico foi usado pelos alunos para ensinar conteúdos escolares diferentes. Como descrito na atividade anterior, a razão áurea ou número de ouro, serviu para impulsionar o trabalho sobre indução finita, mas também foi usada para ensinar conceitos como o de números irracionais e os conceitos geométricos envolvidos na construção do retângulo de ouro. Tudo depende da forma como o aluno preparou sua aula e as relações que fez. Nos três casos, embora o foco fosse diferente, observações de elementos da natureza e medições de partes do corpo humano e/ou de objetos que obedecem à relação áurea, foram realizadas. A definição do segmento áureo e a construção do retângulo de ouro também foram feitas.

Com o objetivo de introduzir os números irracionais, na preparação de sua miniaula, no ano de 2014, a aluna propôs primeiramente a comparação de medidas de objetos, como cartões de crédito e as antigas fitas cassetes. Realizadas as medições, a razão aproximada entre as medidas do comprimento e da largura de cada objeto deveriam ser anotadas em uma tabela pelos alunos participantes da atividade, que em seguida, deveriam escrever sobre as observações dos resultados das razões que calcularam. Essa atividade tinha o objetivo de despertar a curiosidade sobre o número de ouro.

Além de trabalhar com a exibição de filmes curtos disponíveis na internet que ilustram a presença da razão áurea na Antiguidade, na natureza, no dia a dia, em construções, etc., na sequência, a aluna propôs a construção do retângulo áureo e da espiral de ouro, conhecida como espiral de Fibonacci. Embora propostas para alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, as construções também foram feitas pelos alunos da disciplina de História da Matemática, para os quais a miniaula era exposta. Foi utilizado papel quadriculado e as etapas da construção foram demonstradas no quadro.

Após uma sequência de nove etapas propostas, no seu planejamento a aluna escreveu o seguinte:

Finalmente perguntar aos alunos se o número de ouro 1,618034... pertence a algum conjunto numérico que eles já estudaram até hoje. Provavelmente eles pensarão no conjunto os números racionais. Então indagá-los: Será que o número de ouro é um número racional? Se eles não lembrarem o que é um número racional, relembrar rapidamente na lousa quais as condições para que um número seja racional. E quando eles chegarem à conclusão de que o número de ouro não é um número racional, pois possui infinitas casas decimais não periódicas e, portanto, não é possível escrevê-lo na forma de fração, então definirei número irracional.

E depois da apresentação da definição de número irracional e de alguns exemplos desse tipo de número, a aula se encerraria. O tempo total previsto foi de 4 horas aulas.

No extrato acima se descreve as ações que a aluna teria para finalizar a sua miniaula. De maneira geral, os alunos são orientados a elaborar um plano geral da aula, em que além do conteúdo, da carga horária, do público escolar, dos objetivos, das referências e das formas de avaliação, o desenvolvimento ou a parte metodológica seja muito bem detalhada, com as atividades a serem desenvolvidas descritas passo a passo, as definições e conceitos elaborados de maneira clara. Além disso, devem incluir os possíveis textos a serem trabalhados com os alunos, as possíveis falas a serem utilizadas, etc.

Ainda considerando o contexto desta miniaula, se destaca que embora esses alunos, colegas da aluna que fazia a apresentação, tenham feito a disciplina "Desenho Geométrico", as construções, especialmente da espiral, pareceram atividade inédita em suas vidas de estudantes de matemática. Alguns nunca tinham desenhado um retângulo áureo e todos relataram nunca terem feito a construção dessa espiral, nem de outras, como a de Arquimedes. O interessante é que um assunto faz lembrar de outros, de outros exemplos. Essa discussão ainda rendeu outra relacionada às curvas matemáticas menos conhecidas, ou pouco trabalhadas nos cursos de matemática, como a cicloide.

No entanto, é bom esclarecer que nem sempre uma miniaula atinge aos objetivos propostos. Por vezes, elas abordam a resolução de alguns problemas que não são históricos, sem qualquer discussão dos aspectos históricos do conteúdo ou dos processos de resolução. Outras vezes os alunos abordam apenas algum aspecto da vida do matemático ou matemáticos ligados a um determinado conceito, mas sem qualquer problematização ou acréscimos. Para evitar que a aula fique desconectada do seu fim ou muito mal preparada, como professora responsável pela atividade, solicito que antes da apresentação formal à turma, cada aluno me mostre o que está preparando, para que se necessário correções, intervenções ou uma mudança total de rumos, tal possa ser feito, sem que ele passe por constrangimentos à frente dos colegas no momento da apresentação.

Embora com um objetivo específico de ensinar conteúdos matemáticos, por meio da utilização de informações históricas ao público escolhido, as miniaulas ao serem planejadas, elaboradas e executadas agregam muitos conhecimentos, especialmente aos responsáveis por ela. Mas os outros alunos da disciplina que, muitas vezes, executam trechos das miniaulas que os colegas prepararam, também aprendem, relembram e compartilham conhecimentos, históricos ou não. Configuram-se momentos de muito crescimento a todos.

Considerações finais

Propor que alunos do curso de licenciatura organizem aulas usando a História da Matemática tem também o objetivo de levar o aluno da disciplina a compreender que não é fácil entender a maneira como os matemáticos formularam seus resultados, que não foi simples para eles alcançarem seus resultados e, que, portanto, nem sempre é simples para os alunos entenderem alguns conceitos matemáticos.

Muitas vezes, o professor espera que seus alunos considerem natural o desenvolvimento de determinado conteúdo e o aprendam rapidamente. Nesse processo, os professores esquecem ou desconhecem que muitos conteúdos tratados na educação básica, e mesmo no ensino superior, demoraram anos ou séculos para apresentar o *corpus* teórico atual, em virtude do desconhecimento da constituição histórica do conteúdo. Muitos conteúdos representaram verdadeiros obstáculos epistemológicos[46] ao longo da história da humanidade, como foi o caso dos números negativos. Hoje o conjunto numérico que engloba esses números é o segundo na ordem de apresentação no Ensino Fundamental, se considerada a extensão dos conjuntos numéricos, dos naturais aos reais, mas os números negativos foram os últimos a serem sistematizados, já mesmo depois da determinação da existência dos números complexos.

O desenvolvimento da Matemática enquanto ciência nem sempre se deu de forma lógica, maneira como, em geral, é exposta aos alunos durante o processo de ensino e aprendizagem. Muitos autores concordam que seu desenvolvimento histórico revela contradições, idas e vindas para o estabelecimento de sua organização lógica atual. Destarte, o uso da História da Matemática em sala de aula pode auxiliar a modificar esse ponto de vista.

[46] Para Bachelard, o obstáculo epistemológico é algo tratado como uma "evidência" e que impede o indivíduo de fazer o conhecimento progredir, na medida em que sua naturalização impede que os conceitos sejam revistos e modificados.

> Assim, o aluno a compreenderia (a Matemática) como um empreendimento que se constituiu ao longo de séculos, no atendimento a certas demandas em determinados contextos socioeconômicos. Através da História, poderia vislumbrar seu desenvolvimento por seres humanos, sujeitos a erros, a equívocos e que muitas vezes enfrentavam diversos obstáculos que demoravam anos para serem transpostos. Isso poderia contribuir para desmanchar a falsa impressão de que os matemáticos produziriam novos conteúdos de maneira natural, quase espontânea, não deixando escapar as frustrações e o longo caminho trilhado para atingir a estrutura considerável que a Matemática construiu nesse processo (FELICIANO, 2008 p. 31-32, parênteses nossos).

Acabar com a impressão transmitida pelos cursos de Matemática de que a Matemática é harmoniosa, que está pronta e acabada, é um ponto de vista defendido por Morris Kline, um dos mais importantes historiadores da Matemática. Para ele, os cursos regulares de Matemática são mistificadores.

> Eles apresentam uma exposição de conteúdos matemáticos logicamente organizada, dando impressão de que os matemáticos passam de teorema a teorema quase naturalmente, de que eles podem superar qualquer dificuldade e de que os conteúdos estão completamente prontos e estabelecidos (KLINE, 1972, p. ix apud MIGUEL e MIORIM, 2004, p. 52).

Considerando fazer com que a História da Matemática participe de forma orgânica no processo de formação de professores de Matemática, o ponto de vista de Kline toma uma dimensão ainda mais importante. Esse espírito crítico é o que se espera desenvolver em alunos que frequentam disciplinas que tratam da História da Matemática.

Espera-se que, uma vez compreendido que o conhecimento matemático não se constituiu de forma linear, que houve avanços e retrocessos e muitos obstáculos no percurso de organização do conhecimento, que o professor ou futuro professor esteja mais consciente do seu papel, do que pode exigir dos seus alunos em relação à compreensão dos conteúdos que ensina e que, ao conhecer a história do que ensina, se sinta mais seguro nas tomadas de decisões, especialmente em relação às suas escolhas metodológicas.

Considerada como uma das tendências metodológicas da Educação Matemática, a utilização de informações históricas da Matemática tem se configurado como uma forma de abordagem para o ensino da Matemática. Mendes (2009, p.14) defende que a história da Matemática, “aliada à perspectiva investigatória, pode ser usada como fonte geradora de conhecimento matemático escolar”. E que essa abordagem tem tido um crescimento progressivo, manifestado à medida que são divulgados estudos e “resultados práticos acerca do uso da história da Matemática como um recurso de ensino-aprendizagem" (idem). É isso que procuramos atender com a elaboração e divulgação desse texto a respeito das miniaulas.

Considerando os contextos abordados, entendemos que a preparação de aulas usando a História da Matemática deveria fazer parte das atividades dessa disciplina ainda durante os cursos de graduação em Matemática, já que para fazer uso de uma determinada metodologia é preciso estar familiarizado com ela, nesse caso, com o modo de usar as informações históricas da Matemática ao preparar suas aulas. E essa familiarização dificilmente acontecerá em outra oportunidade para o professor se não acontecer ainda durante o curso de formação inicial, quando o tempo para se dedicar à formação geralmente é maior e quando o professor em formação pode contar com professores universitários dispostos a colaborarem e exercerem papéis de consultores nesse processo de aprendizado mútuo.

Referências

BALESTRI, Rodrigo Dias. **A participação da História da Matemática na formação inicial de professores de Matemática na ótica de professores e pesquisadores**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2008.

CYRINO, Márcia. C. de C. Trindade; CORREA, Júlio Faria. Reflexões sobre a constituição de uma história orientada para a formação inicial de professores de matemática. **Ciênc. educ. (Bauru)**, Bauru, v. 15, n. 2, 2009. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext& pid=S1516-73132009000200011&lng=pt&nrm=iso>. Acesso em: 16 jul. 2010.

CRUZ, Jaqueline Zdebski da Silva. Divisibilidade e prova dos noves. 53 p. Monografia (Licenciatura em Matemática) - Universidade Estadual do Oeste do Paraná, Cascavel, 2009.

D'AMBROSIO, Ubiratan. A interface entre História e Matemática: uma visão histórico-pedagógica. In: FOSSA, J. A. (Org.). **Facetas do diamante**. Rio Claro, SP: SBHMat, 2000. p. 241-271.

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Trad.: Higyno H. Domingues. 2. ed. Campinas, SP: Ed. da UNICAMP, 2004. 844p.

FELICIANO, Lucas Factor. **O uso da História da Matemática em sala de aula**: o que pensam alguns professores do ensino básico. 171 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, SP, 2008.

MENDES, Iran Abreu. **Investigação histórica no ensino da matemática**. Rio de Janeiro. Ciência Moderna, 2009. 256 p.

MIGUEL, Antonio et al. **História da Matemática em atividades didáticas.** São Paulo: Livraria da Física, 2009.

MIGUEL, Antonio; MIORIM, Maria Ângela. **História na Educação Matemática**: propostas e desafios. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2004.

PACHECO, Edilson Roberto. História da Matemática em abordagens pedagógicas. In: BURAK. D.; PACHECO, E. R.; KLÜBER, T. E. (Orgs.). **Educação Matemática**: reflexões e ações. Curitiba, PR: CRV, 2010. p. 27-43.

RIBEIRO, Dulcyene Maria. Introdução de disciplinas nas grades curriculares dos cursos de graduação: o caso da História da Matemática. In: Brolezzi, A. C.; Abdounur, J. O. (Ed.) SEMINÁRIO PAULISTA DE HISTÓRIA E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1, 2005. São Paulo. **Anais...** São Paulo: IME/USP, p. 436-441, 2005.

STAMATO, Jucélia M. de A. **A Disciplina História da Matemática e a Formação do Professor de Matemática**: dados e circunstâncias de sua implantação na Universidade Estadual Paulista, campi de Rio Claro, São José do Rio Preto e Presidente Prudente. 2003. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, 2003.

SOUTO, Romélia Mara Alves. História na Educação Matemática: um estudo sobre trabalhos publicados no Brasil nos últimos cinco anos. In: **Bolema**: Boletim de Educação Matemática. Rio Claro, SP: UNESP. v. 23, n. 35B, p. 515-536, 2010.

______. História e Ensino da Matemática: um estudo sobre as concepções do professor do ensino fundamental. 191f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, 1997.

VIANNA, Carlos Roberto. História da Matemática na Educação Matemática. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6, 2000, Londrina. **Anais**... Londrina, PR: Editora da UEL, 2000. p. 15-19.

______ Matemática e História: algumas relações e implicações pedagógicas. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1995.

Dulcyene Maria Ribeiro
Universidade Estadual do Oeste do Paraná – Unioeste - Brasil

E-mail: dulcyene.ribeiro@unioeste.br

As propostas de artigos devem obedecer às seguintes normas de publicação

1) O texto de artigo deve ser inédito e não deve ter sido publicado em outra revista ou estar sendo submetido para publicação em outro periódico. Em caso de artigos já apresentados em congressos ou eventos similares a versão submetida a esta revista deve ser significativa e comprovadamente ampliada em termos teóricos e/ou metodológicos.
2) O artigo deve ser enviado por via eletrônica para revistarematec@gmail.com, aos cuidados dos Editores, e ser encaminhado em duas versões, uma delas com a identificação completa dos autores e, a outra "cega" para os trâmites de avaliação.
3) O texto deve ser elaborado em Microsoft Word (extensão.doc) atendendo às seguintes especificações de formatação e composição:

    a) O texto deverá ser formatado em fonte Times New Roman, corpo 10, recuo 0, espaçamento 0, alinhamento justificado e espaço simples entrelinhas.
    b) O texto deverá ter entre 10 e 15 páginas (A4), margem esquerda 3cm; margens superior, inferior e direita 2,5 cm. Apresentar quatro palavras-chave, título em português e inglês, além de resumo e abstract que não ultrapasse 10 linhas.
    c) O texto deverá conter título centralizado com no máximo 16 palavras incluindo conectivos. Os nome(s) do(s) autor(es) e da(s) respectiva(s) instituição(ões) devem ser alinhados à direita, logo abaixo do título. d) No final do texto, em ordem alfabética, devem ser incluídas as referências bibliográficas, obedecendo as normas atuais da ABNT.

4) O texto submetido já deve ser apresentado à Revista com revisão vernacular e ortográfica realizada previamente.
5) O texto que tiver imagens deverá ter as mesmas enviadas em documento separado, além daquelas presente no próprio texto. As imagens devem ter resolução formato TIF ou JPEG com 300DPIs.
6) Os textos publicados nesta Revista representam a expressão do ponto de vista de seus autores e não a posição oficial da revista ou dos editores.
7) O texto que não obedecer às normas de formatação será devolvido ao seu autor para reformulação e reenvio.