

O Modelo Piagetiano e o Ensino e a Aprendizagem das Frações

Maria José Costa dos Santos¹⁶

Introdução

Muitos estudos sobre os problemas que envolvem o ensino e a aprendizagem de frações têm sido realizados em vários contextos, porém é fato que este conteúdo ainda atinge professor e aluno, seja da Educação Básica ou do Ensino Superior (Pedagogia). Por conseguinte, é preciso alertar os educadores para considerarem fatores preponderantes para a assimilação desse conteúdo. Dentre estes, o carro-chefe é o estágio psicológico da criança, no que se refere ao desenvolvimento psico-cognitivo, ou seja, verificar se a criança constrói conceitos por meio de organizações lógicas e esquemas próprios, ou seja, se ela é conservativa, considerando o que diz Piaget em sua teoria da aprendizagem, e ainda atentando para o fato de que, para a criança, a elaboração do conceito de frações é mais complexa que a construção do número natural, e exige da criança certa maturidade e acúmulo de conhecimentos matemáticos prévios.

Para D'Augustine (1976), "A idéia de números fracionários é um conceito sofisticado, que requer da criança mais maturidade e maior base Matemática do que o conceito de número natural." (1976, pág. 144). E ainda para o autor, enquanto um número natural é a propriedade de um determinado conjunto, um número fracionário pode ser associado à partilha de um determinado conjunto; à razão das propriedades numéricas de dois conjuntos; a um número associado à partilha de um conjunto contínuo e a um número que representa o quociente de dois números naturais (sendo o divisor diferente de zero).

Por considerarmos também o conceito de fração complexo em sua formulação é que achamos necessários, na formação inicial, conhecimentos sobre a psicogênese da criança. Em sua ação didática, o futuro-professor, necessita de conhecimentos que envolvam as operações concretas (um dos estádios descritos por Piaget) fase fundamental na aquisição do entendimento das frações.

Não pretendemos aqui aprofundar e detalhar a teoria psicogenética de Piaget, mas apenas explicar os pontos que nos foram úteis para justificar por que

¹⁶ Doutoranda do Programa de Pós-graduação em Educação – PPGEd/UFRN

nos apoiamos nesse teórico na intenção de explicar o processo de ensino e de aprendizagem de frações. Apesar de Piaget, em sua teoria psicogenética, não ter tido o intuito de propor uma teoria da aprendizagem, pois nunca, pelo que se sabe, protagonizou uma pesquisa com finalidades pedagógicas, embora tenha esses vieses, o modelo piagetiano é hoje uma das mais relevantes diretrizes na área educacional (COLL, 1992).

Reflexões teóricas

No desenvolvimento humano, as crianças em cada fase apresentam, em seu relacionamento com o meio, organizações e pensamentos, classificados por Piaget como estádios. Segundo Piaget (1976) o desenvolvimento é um continuum coerente, pois cada estádio evolui a partir do que o antecedeu e contribui para o que o sucederá, pois embora algumas crianças amadureçam antes de outras, o processo não se altera. Essa evolução humana é caracterizada por aquilo que os indivíduos vão realizando em escalas mais complexas, durante as mudanças de fases, ou estádios, quando o indivíduo vai cada vez mais evoluindo.

Essa evolução ocorre em parte das ações advindas dos três tipos de conhecimentos, o físico, social e o lógico-matemático. O conhecimento físico e o lógico-matemático são para Piaget os dois tipos de conhecimentos mais importantes.

O conhecimento físico dá-se do contato, da interação da criança com o meio, da ação da criança sobre o objeto, da experiência física e empírica, fator que possibilita o desenvolvimento cognitivo. Melhor explicando, segundo Kamii e Declark,

O conhecimento físico é o conhecimento dos objetos na realidade externa. A cor e o peso de uma ficha são exemplos de propriedades físicas que fazem parte dos objetos e podem ser notadas pela observação. Saber que uma ficha cairá quando a jogamos no ar é um exemplo de conhecimento físico. (1996, pág. 28-29).

O conhecimento lógico-matemático é a relação que a criança estabelece dentre os objetos que manipula, envolvendo relações também com os objetos que estão na mente dela e consiste das relações feitas por elas. Deste modo, essa construção acontece na eliminação de técnicas incorretas e regras arbitrárias para produzir um conhecimento adequado, proporcionando às crianças pensar por si mesmas, ensinando, pois, confiança em seu raciocínio.

Por outro lado, o conhecimento lógico-matemático, constitui-se de relações realizadas por cada sujeito. Kamii e Declark exemplificam que

Quando nos mostram uma ficha vermelha e uma azul e notamos que elas são diferentes, essa diferença é um exemplo do fundamento do conhecimento lógico-matemático. Na verdade, podemos observar as fichas, mas a diferença entre elas não. (1996, pág. 29).

No conhecimento lógico-matemático, a relação é criada pelo sujeito, mentalmente, ele fazendo uma relação entre dois objetos, a qual pode ser de semelhanças ou diferenças, dependendo do ponto de vista do sujeito, mas Piaget deixa claro que a fonte de elaboração deste conhecimento é interna.

Piaget, no que diz respeito à consecução do conhecimento físico e social, relata que é em parte externa ao sujeito. De acordo com Piaget, está Rangel:

A experiência física é entendida como toda experiência que resulta das ações exercidas sobre os objetos, com vistas à descoberta das propriedades observáveis destes objetos ou das ações realizadas materialmente, pois a lógica da criança não é resultante apenas dele. (1992, pág. 31).

A transmissão social, para a construção do conhecimento social, é um fator educativo, muito fundamental, mas não é em si um fator suficiente para a formação do conhecimento como um todo e este conhecimento passado por outras crianças, por pais, professores, ou mesmo por livros, no âmbito escolar. Uma das principais características do conhecimento social é a arbitrariedade, e, assim, para que a criança adquira o conhecimento social, é importante que haja uma imposição por parte do outro. Segundo Kamii e Declark (1996), citando Piaget (1947), “a interação social é indispensável para que a criança desenvolva uma lógica. As crianças muito pequenas são egocêntricas e não se sentem obrigadas a serem coerentes quando conversam”. (Pág. 51).

A transmissão social de conhecimentos vem de muitos lados, e a crianças correm o risco de um conflito, por informações contraditórias, pois elas podem vir de casa ou da rua e podem perturbar o equilíbrio da criança. E é desta forma que, segundo Kamii e Declark (1996), “A criança vai construir estruturas mentais e adquirir modos de funcionamento dessas estruturas em função de sua tentativa incessante de entender o mundo ao seu redor, compreender seus eventos e sistematizar suas idéias num todo coerente. (Pág. 52).

O processo de equilíbrio¹⁷ é um dos mais importantes no desenvolvimento cognitivo, pois é fator determinante para o indivíduo neste contínuo de adaptação ao meio em que vive, porque também ajuda a regular os outros fatores e faz surgirem estados progressivos de equilíbrio necessários ao organismo, pois funciona de maneira a alcançar e depois manter uma condição de equilíbrio interno que possibilita a nossa sobrevivência no meio em que vivemos.

Para Rangel, “O processo de equilíbrio viabiliza o ajustamento interno e a modificação das estruturas de conhecimento, adaptando-se aos objetos na busca da sua assimilação.” (1992, pág. 35). No caso de desequilíbrios, usa-se o processo auto-regulador de equilíbrio, o qual é a essência do funcionamento da adaptação¹⁸ e está presente em todos os níveis do desenvolvimento, mesmo que os estados de equilíbrios, em cada nível, sejam quantitativamente diferentes de um estágio para outro numa evolução.

Em nossa pesquisa, tomamos como referencial o estágio das operações concretas, que vai dos sete aos 11-12 anos, pois é nesta fase que a criança é capaz de efetuar as quatro operações matemáticas, de construir conceito de frações, mas seu raciocínio é ainda limitado por suas experiências concretas, pois ainda não é capaz nesse momento de fazer abstrações puras. Portanto, é preciso considerar essas limitações no planejamento curricular, mas já nesse período o

¹⁷ Organização mental do indivíduo das estruturas cognitivas (RAPPAPORT et alli, 1981, p. 61).

¹⁸ No sentido piagetiano, adaptação é a ação de um sujeito ativo, capaz de transformar a realidade e construir seus conhecimentos, com sua própria inteligência. (RANGEL, 1992).

pensamento da criança liberta-se do físico para atingir em pouco tempo a reversibilidade, extremamente relevante para as operações lógico matemáticas.

A criança também passa a ter a capacidade de conservação, pois compreende que certas características de um objeto são constantes, mesmo que sua aparência seja alvo de alterações, ou seja, que a matéria se conserve independente das alterações de sua forma. Adquire os conceitos de conservação gradualmente, iniciando com a conservação de substâncias, depois volume, e mais tarde com o peso. Para reforçar e acelerar um pouco a elaboração desses conceitos de conservação é preciso que haja estímulos externos, que se façam experimentos.

Antes de a criança atingir o estágio das operações concretas, ela não dispõe de estruturas mentais lógicas, capaz de conservação e reversibilidade, portanto não consegue aprender certos conteúdos matemáticos, cabendo assim ao futuro-professor, responsável por essa fase da educação, trabalhar de acordo com as estruturas mentais da criança, pois, se insistir em acelerar, cometerá sério engano.

Na idade das operações concretas, a criança raciocina logicamente, organiza pensamentos em estruturas coerentes e seleciona-os de forma hierárquica ou seqüencial. O conceito de conservação é construído pela criança internamente, a maturidade é atributo importante nessa construção, mas é de grande relevância a participação de fatores externos estimulantes ao seu redor. No favorecimento da elaboração do conceito de conservação, Piaget, por meio de classes de objetos, realizou vários experimentos para detectar as dificuldades que as crianças sentiam, ao fazer classificação¹⁹.

A criança elabora as relações entre os objetos que vê ao seu redor, mas ainda não consegue pensar em todos os tipos possíveis de relações, que sejam reais ou hipotéticos. Para ampliar e/ou modificar as estruturas cognitivas da criança, Piaget propõe que se provoquem discordâncias ou conflitos cognitivos que representem desequilíbrios a partir dos quais, mediante atividades, ela consiga se reequilibrar, superando os conflitos e reconstruindo o conhecimento.

É preciso considerar um conjunto de princípios de conservação, que são aquisições do estágio das operações concretas, condições básicas para a organização de um sistema de noções que contribui para, conseqüentemente, se chegar ao conceito de fração. Desta forma, no estágio das operações concretas, a criança é capaz de interiorizar ações, realizar operações mentalmente, adquirir a capacidade de reversibilidade que será feita durante este estágio e continua no estágio das operações formais.

As pesquisas (LIMA, 1992) que já foram realizadas sobre a gênese do conceito de fração confirmam que as formas de organização cognitivas necessárias para o desenvolvimento desse conceito são encontradas no estágio das operações concretas, pois neste período, as crianças são conservativas em área. Então, o estudo de fração poderá ser feito tomando como base a área das figuras geométricas simples e conhecidas das crianças e facilmente ela percebe que a divisão em partes iguais de algo tomado como unidade não altera a totalidade.

¹⁹ Ação de selecionar objetos, pessoas ou idéias em categorias, mediante as suas características, notadas por meio de semelhanças ou diferenças.

A conservação de quantidade é um elemento básico para a compreensão do conceito de fração, mas, para as crianças não conservativas, é muito difícil pensar ao mesmo tempo na mudança do número de partes e na variação de tamanho destas partes para assegurar a inalterabilidade do todo; portanto não, estão prontas para compreender o conceito de frações.

É preciso que a formação inicial explique e justifique, em suas ações didáticas, que todo trabalho com frações deve ser realizado pela criança. Se lhe for pedido que divida um triângulo em partes iguais, ela fará a divisão, fará as superposições para comprovar a igualdade das partes, e também ela mesma deve demonstrar a equivalência de áreas, dentre outros atributos. E ainda, antes de iniciar o ensino de fração, pela grandeza discreta, ou seja, tomando como grandeza coleções, deverá ser feita uma análise preliminar, para verificar se a criança conserva esse nível de conhecimento, pois sabemos que, pelo fato de elas estarem em contato com conjuntos, coleções, por dominarem a contagem, a correspondência, em geral elas atingem primeiro a conservação da grandeza discreta, para mais tarde conservar a grandeza contínua.

Para Schliemann (1992), a idade não é critério para se definir o nível cognitivo da criança, mas a professora precisa perceber se a criança é conservativa, para iniciar todo o processo de formulação do conceito de frações. E Lima diz "... que as habilidades envolvidas no estudo de fração, envolvendo quantidade discreta, estavam em um estágio na frente das habilidades envolvidas no conceito de fração com quantidade contínua (área)." (1992, pág. 94). Lima (1992) continua "... a seqüência destes desempenhos tem-se mantido constante, mesmo quando variam as culturas e os níveis sócio-econômico aos quais têm sido aplicadas as várias tarefas".

Portanto, com base nas pesquisas de Lima (1992), verificamos que, para a criança iniciar o estudo das frações pela grandeza discreta, é mais acessível pelo fato de trabalharem em seu dia-a-dia com coleções diversas. No caso da grandeza contínua, a criança tem muitas dificuldades próprias (maturação) do conceito de fração, que se adicionam às referentes ao conteúdo no qual está sendo trabalhado o conceito. O problema é que, geralmente, não se considera o desenvolvimento mental da criança para escolher de forma adequada estratégias para o ensino de fração e trabalha-se as frações por meio de técnicas e fórmulas, levando a segundo plano os aspectos psicológicos da criança. Achamos, de acordo com Lima (1994), que o critério psicológico é o mais apropriado para ser considerado ao iniciar o ensino de frações, por se apoiar nas estruturas cognitivas da criança ao longo do seu desenvolvimento das organizações psico-cognitivas.

Na formação inicial, passamos aos futuros-professores a noção de que é preciso considerar todos esses fatores psicológicos, e se a criança não é conservativa, eles devem aguardar que ela atinja a conservação de área e, então, iniciar o estudo de fração a partir de área de figuras geométricas; ou iniciar esse estudo a partir de coleção, haja vista que a criança atinge a conservação de quantidade discreta mais cedo do que a conservação de quantidade contínua, como já expressamos em passagem anterior desta dissertação.

Apesar de muitos estudos com essa mesma temática terem sido realizados, ainda é fato que o conteúdo de fração é uma problemática que envolve professor e aluno. Com efeito, queremos alertar os educadores para que não desprezem o fator preponderante, que é o estágio psicológico da criança no que concerne ao desenvolvimento cognitivo, ou seja, permitindo que a criança elabore,

por meio de organizações lógicas, os próprios conceitos e não se torne mais um “fracassado”.

Entendemos que, para a melhoria do ensino e da aprendizagem de frações, é preciso que o professor-formador contemple em sua ação didática os conceitos matemáticos que envolvem as operações concretas, um estágio fundamental na aquisição do entendimento do conceito de frações, passando para os alunos futuros-professores a noção de que a criança precisa estar num nível de desenvolvimento capaz de entender que, para existir frações, segundo Piaget, citado por Lima (1992) é preciso que ela consiga perceber sete condições importantes e essenciais na proposição desse conceito: a) a existência de uma totalidade divisível; b) existência de um número determinado de partes; c) esgotamento do todo; d) relação entre número de partes e o número de cortes; e) igualização das partes; f) conceitualização de cada fração como parte de um todo em si, susceptível de novas divisões, e ainda; g) atendimento ao princípio da invariância- a soma das frações constituídas é igual ao todo inicial.

Considerando e analisando essas proposições, podemos desta forma expressar o fato de que a construção do conceito de fração é o resultado, segundo Lima (1992), destas condições, e que, portanto, precisam ser bem compreendidas durante a formação inicial para que o futuro-professor possa ir para o ambiente da sala de aula exercer com dignidade sua profissão, respeitando acima de tudo as crianças.

Desta forma, entendemos que, na formação inicial, é preciso que o futuro-professor seja preparado para, além de domínio do conteúdo e metodologias, ele também considerar em sua ação didática o fator psicológico do sujeito a ensinar.

Unidade didática - Matemática e as Frações

A Matemática é uma área de conhecimento que sempre foi uma necessidade intrínseca do homem. Ao rememorar a história da Antiguidade, presenciamos sempre o homem fazendo Matemática no intuito de estabelecer melhorias de vida para ampliar seus bens de consumo.

Fazemos Matemática diariamente, por exemplo, ao ir ao supermercado, fazer as contas do orçamento mensal, dentre outros. Os números governam nosso horário e determinam nossa idade, nosso salário. Portanto, é preciso perceber em cada ação a importância de compreendê-la, pois, da forma como é ensinada nas escolas de forma automatizada, perceptiva e formalista, pois quem “ensina” não faz quem deve “aprender” perceber a relação dos conteúdos com a realidade e, se não faz sentido para os alunos, eles, conseqüentemente, não se sentem motivados a aprendê-la.

Reportando-nos ao passado, com visão também no presente, podemos verificar que a Matemática sempre foi a “vilã” do fracasso escolar, ensinada sempre descontextualizada e fora da realidade. Essa disciplina tão necessária e presente nas ações diárias é interpretada por muitos como algo que se pode evitar, e muitos tentam evitá-la por toda a vida, por sentirem-se incapazes de aprendê-la.

Neste sentido, Machado diz que “(...) há um aparente interesse em que se divulgue aos quatro ventos que as características intrínsecas da matéria tornam-na um assunto para indivíduos “eleitos”, com especial talento ou tendências inatas. (1994, pág. 95).

Apesar de este mito permear o ensino e a aprendizagem de Matemática, queremos aqui afirmar é que todos podem aprender esta Ciência, apesar de que nem todos precisam dominá-la e produzi-la em sua plenitude, assim como nem todos são produtores de música, pois temos sempre nossos dons individuais e as preferências pessoais, mas que nossas escolhas não nos rotule, como, por exemplo, de “incapazes”, e que possamos compreender que em nosso dia-a-dia precisamos fazer Matemática a todo o momento.

As antigas civilizações necessitaram da expressão numérica de medição, pois as terras que margeavam os rios, relevantes para a sobrevivência daquele povo, eram propriedades do Estado que, para ajudar as famílias, arrendava áreas e cobrava desta forma impostos proporcionais. Quando os rios enchiam, no entanto, as famílias perdiam parte de suas áreas de terra, e continuavam a pagar pela área inicial. Assim, foi sentida a necessidade de criar uma medida que superasse a impossibilidade do número inteiro e desta maneira o homem cria outro instrumento numérico, institui os números fracionários, e, desta forma, ele consegue medir uma grandeza, tomando a unidade e as frações desta unidade.

Historicamente, podemos acentuar que isso aconteceu por volta de 3000 a.C. com as civilizações Egípcia e Mesopotâmica. Foram essas civilizações que desenvolveram uma notação especial para alguns tipos de frações com a necessidade de se medir grandezas, que eram maiores ou menores do que o todo, pois como já expressei, os números inteiros já não eram suficientes para responder à pergunta “Quanto mede?” e, desta forma, segundo Centurión, *“o homem vem se deparando com situações deste tipo há milhares de anos. Por isso teve necessidade de criar um novo tipo de número: os números fracionários, que indicam parte de um todo.”* (2002, pág. 211).

Considerando o contexto histórico em que surgem as frações, percebemos que muitos problemas encontrados no ensino e na aprendizagem deste segmento se dão pelo fator histórico, pois geralmente a fração é ensinada inicialmente pela grandeza contínua (área, comprimento) e, como já vimos, se a criança não for conservativa, ela não compreende esse conceito. Uma idéia é iniciar pela grandeza discreta, pois a maioria das crianças começa a formação de coleções diversas. Considerando o modelo piagetiano, para iniciar as frações, é exigível que o responsável por esse ensino conheça e domine quatro dimensões desse processo: conteúdo, aspecto psicológico, metodologia e aspecto cognitivo.

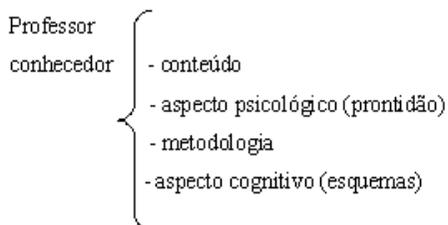


Figura 3. Fonte (Santos, 2007, p. 50)

A equivalência de frações – comparação e tipos de frações

Consideramos a compreensão das frações equivalentes um grande passo para se chegar à compreensão do conceito de frações e os aspectos que envolvem a comparação e os tipos de frações. Segundo Lima, *“O estudo de equivalência entre frações, fundamental para o domínio de frações, deve ser cuidadosamente trabalhado pela criança para assegurar que haja compreensão de cada equivalência estabelecida”*. (1992, pág. 91).

Lima ainda ressalta que, para se assegurar essa compreensão, é preciso que todo o trabalho de classe de equivalência entre frações (subcoleções) seja executado pela criança. Deve-se propor-lhe atividades que partam de sua experiência sob um aspecto concreto. Assim, concordamos com Nunes (1997), quando enfatiza que a Matemática do dia-a-dia é um mecanismo que precisa ser explorado como ponto inicial voltado para a compreensão do conceito de frações, e o professor, em nosso caso, os alunos futuros-professores, precisam conhecer e fazer uso dessas diversas matemáticas no intuito de proporcionar uma ampliação do desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático e, assim, elaborar novos esquemas.

É preciso compreender que as frações equivalentes são aquelas que representam a mesma parte de um todo, ou seja, inicialmente, a criança tem que perceber que a metade de uma determinada grandeza equivale (é igual a) a dois quartos desta mesma grandeza. No caso da simplificação das frações, é preciso, sempre que for possível, dividir o numerador e o denominador de uma fração por um número natural maior do que 1 e, desta forma, obter uma fração equivalente, na forma simplificada, com numerador e denominador menores.

Seguindo o processo de ensino das frações, temos a comparação de frações para que se identifique quando uma é menor ou maior do que a outra. É comum a confusão, pois geralmente se erra por não perceber de imediato qual é a fração maior ou a fração menor. Nesse sentido, é preciso que o futuro-professor entenda que, numa relação de comparação de frações, é preciso observar alguns aspectos importantes, que são: a) as frações de mesmo denominador - maior a que tiver maior numerador; b) as frações com denominadores diferentes – maior é a que tiver menor denominador; e, c) as frações com numeradores e denominadores diferentes – neste caso, devemos ter mais atenção e fazer por meio da equivalência entre as frações. Devemos, então, encontrar frações equivalentes às frações dadas.

As frações dos tipos impróprias, próprias, mistas ou aparentes são esquecidas com o passar do tempo, seja a forma matemática, sejam as suas denominações. Para Bittar e Freitas, *“a necessidade de se conhecer um algoritmo para a comparação de duas frações deve ser sentida pelos alunos, conforme o nível dos questionamentos que vão sendo propostos pelo professor. (2005, p. 170).*

Desta forma, o professor que vai ensinar este conteúdo deve estar preparado (dominar o conteúdo e as técnicas) e essa preparação também deve contemplar o manejo de material concreto para promover de forma gradual o desenvolvimento das propriedades mentais, de forma que ele em seguida possa trabalhar abstratamente.

As operações com frações - situações problemas

Para trabalhar as operações com frações, entendemos que é preciso, antes de tudo, compreender alguns conceitos, como a relação parte – todo, dentro de representações de conceitos das grandezas contínuas e discretas; as frações como quociente numa divisão e, assim, chegar à fração como operador.

No trato com os números naturais, sabemos que as operações têm vários significados que precisam ser bem trabalhados. E as operações com frações também exigem esse trabalho elaborado. Desse modo, as operações devem ser trabalhadas por meio de situações de reunião, acréscimos, comparação, razão, dentre outros significados.

É fato que nas escolas se exige sempre das crianças que elas resolvam operações matemáticas utilizando fórmulas que apresentam uma resposta, mas que, para a criança, não tem nenhum sentido. Desta forma, as operações se tornam atividades automatizadas, com repetição e aquém do entendimento. É possível até assegurar que pode estar aí à origem da dificuldade que muitos sentem em Matemática, a qual constatamos normalmente presentes nas salas de aula, tanto da Educação Básica como na Superior.

Nas operações com frações, o fator psicológico, o metodológico e o cognitivo devem ser essenciais para o início do trabalho com este conteúdo, além de também ressaltar a forma e a linguagem como as operações com frações são apresentadas, podendo facilitar ou complicar sua resolução. Este fato comprovamos em alguns momentos da aula teórica de frações, quando fazíamos algumas perguntas e os alunos-professores não compreendiam exatamente o que estava sendo pedido, como, por exemplo, no caso em que tomamos um todo dentro de uma determinada situação-problema, precisamos deixar bem definido que todo foi esse tomado inicialmente.

A representação (de forma oral ou escrita) dos dados de um determinado problema deve trazer para o estudante a compreensão, pois, só depois de compreender bem o problema é que ele deve ser levado à representação na forma simbólica, mas inicialmente representar as operações concretamente é importante, pois a compreensão da estrutura lógica do problema depende essencialmente do estágio de desenvolvimento mental em que se encontra o sujeito que está em ação.

Ao abordar as operações com frações, faz-se necessário considerar se a criança tem os esquemas mentais solicitados para resolver o problema que lhe foi proposto. Advertimos aos educadores em geral para noção de que, para se obter sucesso na construção do algoritmo das operações com frações, é preciso considerar se o sujeito em ação tem as estruturas lógico-matemáticas necessárias para a resolução da situação-problema. E mais importante que a resposta final do problema são a compreensão e o processo pelo qual o sujeito em ação se apossou para chegar à solução. (BORGES NETO e SANTANA, 2001).

Referências

- BITAR, Marilena; FREITAS, José Luis Magalhães de. **Fundamentos e metodologia de Matemática para ciclos iniciais do ensino fundamental**. 2. ed. Campo Grande: Ed. UFMS, 2005.
- BORGES NETO, Hermínio. SANTANA, José Rogério. A Teoria de Fedathi e sua relação com intucionismo e a lógica do descobrimento matemático do ensino. **XV EPENN** – Encontro de Pesquisa Educacional do Norte e Nordeste, 2001.

- CENTURIÓN, Marília. **Números e operações**. 2. ed. São Paulo: Scipione, 2002.
- COLL, C. As Contribuições da Psicologia para a Educação: teoria genética e aprendizagem escolar. In: LEITE, L. B. (Org.). **Piaget e a escola de Genebra**. São Paulo: Cortez, 1992. p. 164-197.
- D'AUGUSTINE, Charles H. **Métodos para o ensino da Matemática**. Rio de Janeiro: Livro Técnico, 1976.
- KAMIL, Constance; DECLARK, Georgia. **Reinventando a aritmética: implicações da teoria de Piaget**. Tradução Elenisa Curt, Marina Célia M. Dias, Maria do Carmo D. Mendonça. Campinas: Papirus, 1996.
- LIMA, José Maurício de Figueiredo. Iniciação ao conceito de fração e o desenvolvimento da conservação de quantidade. In: CARRAHER, Terezinha Nunes (Org.). **Aprender pensando: contribuições da psicologia cognitiva para a Educação**. Petrópolis: Vozes, 1990. p. ?
- MACHADO, N. J. **Matemática e realidade**. 32. ed. São Paulo: Cortez, 1994.
- NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Crianças fazendo Matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.
- PIAGET, Jean. **A equilíbrio das estruturas cognitivas**. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1976.
- RANGEL, Ana Cristina Souza. **Educação Matemática e a Construção do Número pela Criança: uma experiência em diferentes contextos sócio-econômicos**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992.
- SCHLIEMANN, Ana Lúcia Dias. As Operações concretas e a resolução de problemas de Matemática. In: CARRAHER, Terezinha Nunes (Org.). **Aprender pensando: contribuições da psicologia cognitiva para a Educação**. Petrópolis: Vozes, 1990.