

Aprender-Ensinar Matemática numa Perspectiva Formativa

Maria Aparecida Vigiani Bicudo¹
UNESP-Rio Claro PPGFCET- UTFPR

Luciane Ferreira Mocrosky²
UTFPR- Curitiba PPGFCET- UTFPR

Nelem Orlowski³
Prefeitura Municipal de Curitiba PPGFCET-UTFPR

RESUMO

Nesse artigo nos dedicamos à formação de professores que ensinam Matemática, nos atentando a possíveis sentidos e significados que foram se revelando num estudo teórico-filosófico, no âmbito da Educação Matemática, numa perspectiva fenomenológica. Mais especificamente, damos atenção às palavras formação, ensinar e aprender, trazendo uma revisão bibliográfica, num exercício hermenêutico que busca compreensões. Primeiramente explicitamos nosso entendimento de “Ensino de Matemática” e de “Educação Matemática”. No percurso investigativo teórico, no diálogo com a literatura explicitamos compreensões, inicialmente sobre formação de professores que ensinam matemática, na esteira destas nos dirigimos a expor um modo articulador de compreender as dimensões do aprender e do ensinar entrelaçados. Concluímos com a compreensão de aprender-ensinar como compromisso assumido consigo e com o outro; compromisso pautado no cuidado ao formar e formar-se, numa perspectiva crítica e reflexiva, tendo em vista a Matemática enquanto possibilidade formativa de pessoas.

Palavras-chave: Educação Matemática; formação de professores que ensinam matemática; forma/ação; aprender-ensinar.

Learning – Teaching Mathematics in Educational Perspective

ABSTRACT

In this article we approach the education of teachers who teach Mathematics with particular attention to possible senses and meanings that were revealed in a theoretical-philosophical study, within a phenomenological perspective in the scope of Mathematical Education. More specifically, we focus our attention to the words education, teaching, and learning, bringing a bibliographic review in a hermeneutic exercise that seeks understandings. First, we explain our understanding of Mathematics Teaching and Mathematics Education. Through this theoretical investigative path, by dialoguing with the literature, we explain understandings, initially regarding the education of teachers who teach mathematics. In line with that, we expose an articulating way of understanding the dimensions of learning and teaching which are intertwined. We conclude with the understanding of learning-teaching as a commitment made to ourselves and to others; this commitment is based on care while educating others and ourselves within a critical and reflective perspective, keeping in mind Mathematics as a possibility for the development of people.

¹ Pesquisadora do CNPq -1 A. Presidente da Sociedade de Estudos e Pesquisa Qualitativos. Professora dos Programas de Pós-Graduação em Educação Matemática e seus fundamentos filosóficos, PGEM, UNESP, Campus de Rio Claro. Av. 24 A. Rio Claro. CEP. 13500-000 e Pós-Graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica (PPGFCET-UTFPR), Curitiba. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3533-169X>. E-mail: mariabicudo@gmail.com

² Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista –Campus de Rio Claro (UNESP). Professora da Universidade Tecnológica Federal do Paraná e do Programa de Pós-Graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica (PPGFCET-UTFPR). Av. Sete de Setembro, 3165, Rebouças, CEP: 80230-901, Curitiba, Paraná, Brasil. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8578-1496>. E-mail: mocrosky@gmail.com

³ Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Formação Científica, Educacional e Tecnológica (PPGFCET) da Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus de Curitiba (UFPR). Professora da Rede Municipal de Ensino de Curitiba, CEI José Lamartine, Rua Carolina dos Anjos, nº 94, Pinheirinho, Curitiba, Paraná, Brasil, CEP: 81150-240. ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1426-9671>. E-mail: norlovski@educacao.curitiba.pr.gov.br

Keywords: Mathematics Education; formation of teachers who teach mathematics; form/action; learn-teach.

Aprender-Ensinar Matemática em uma Perspectiva Formativa

RESUMEN

En ese artículo nos dedicamos a la formación de profesores que enseñan Matemática, prestando atención a posibles sentidos y significados que fueron revelándose en un estudio teórico-filosófico, en el ámbito de la Educación Matemática, en una perspectiva fenomenológica. Más específicamente, damos atención a las palabras formación, enseñar y aprender, trayendo una revisión bibliográfica, en un ejercicio hermenéutico que busca comprensiones. Primeramente, dejamos explícito nuestro entendimiento de Enseño de Matemática y de Educación Matemática. En el transcurso investigativo teórico, en el diálogo con la literatura dejamos explícitas comprensiones, inicialmente sobre la formación de profesores que enseñan Matemática, en el ámbito de ellas nos dirigimos a exponer un modo articulador de comprender las dimensiones del aprender y del enseñar entrelazados. Concluimos con la comprensión de aprender-enseñar como compromiso asumido consigo mismo y con el otro; compromiso pautado en el cuidado al formar y formarse, en una perspectiva crítica y reflexiva, teniendo en vista la Matemática considerando la posibilidad formativa de personas.

Palabras-clave: Matemática; formación de profesores que enseñan matemática; forma/acción; aprender-enseñar.

INTRODUÇÃO

Iniciamos este artigo expondo nossa compreensão a respeito de “Ensino de Matemática” e “Educação Matemática”, tema deste dossiê. Essa compreensão, que passaremos a expor, subjaz o modo pelo qual entendemos que a formação de professores que ensinam-aprendem essa disciplina deve se dar.

“Ensino de Matemática” é um nome que já anuncia o destaque dado à Matemática, entendida na dimensão de sentidos e significados que esse nome carrega consigo e que deve ser ensinada. São duas palavras “ensino”, “matemática” interligadas pela preposição “de”. Sendo assim, há um ensino de algo, indicado como Matemática.

Ensino é a ação e o efeito de ensinar, verbo que diz das ações de instruir, doutrinar e amestrar com regras ou preceitos. Matemática, em uma busca simples por dicionários⁴, tem-se definida como: a ciência que relaciona as práticas do cotidiano e a natureza ao raciocínio humano e à lógica numérica; uma ciência que relaciona a lógica com situações práticas habituais; uma ciência que desenvolve uma constante busca pela veracidade dos fatos por meio de técnicas precisas e exatas.

Esse é um modo comum de se falar a respeito do ensino e dessa ciência. Entretanto, adentrando mais pelas possibilidades de compreender-se o ensino, já em uma perspectiva de trazê-lo à luz das discussões mantidas na área da Educação, ele é entendido como uma atividade docente dirigida à aprendizagem do aluno. As ações de ensino devem se manter consonantes com a visão de aprendizagem assumida. Por sua vez, a aprendizagem é objeto de estudo da Psicologia e há diferentes teorias que expõem, de modo cientificamente justificado, conceitos e modos da aprendizagem se dar. Tomemos como um exemplo, para focar o pensamento aqui exposto, as teorias que focam a cognição. Nesse âmbito, pensemos na teoria piagetiana, como era estudada, compreendida e trabalhada na esfera da Educação, nas décadas de 1960 e 1970.

⁴ Matemática: 1 Ciência que trata das medidas, propriedades e relações de quantidades e grandezas e que inclui a aritmética, a álgebra, a geometria, a trigonometria, o cálculo etc. (MICHAELIS, 2022). Matemática: Ciência que estuda, por meio do raciocínio dedutivo, as propriedades dos seres abstratos (números, figuras geométricas etc.), bem como as relações que se estabelecem entre eles (DICIO, 2022).

O ponto crucial da teoria é a cognição. Trabalha com o sujeito epistêmico⁵, buscando mostrar como ele constrói esquemas e conceitos, mediante ações realizadas pelo sujeito com objetos da realidade. Sendo os objetos a serem trabalhados os matemáticos, então as atividades de ensino deveriam visá-los, compreendê-los, bem como compreender a lógica da ciência Matemática, tendo por meta possibilitar ao aluno construir conceitos matemáticos, com base nos esquemas gerados nas ações realizadas e, mediante avanços, ir construindo e dando conta da própria lógica da ciência em questão. Note-se que a simplicidade de um olhar ingênuo, agora já se evidenciou de uma complexidade que exige estudos, tanto de teorias da Psicologia, quanto da ciência Matemática, acrescida da visão de Educação.

Observa-se que a aprendizagem tem por meta o trabalho com a Matemática, entendida como ciência que se instaura no mundo da civilização europeia ocidental. É com essa concepção de ciência que, nas décadas acima trazidas para exemplificar nossa argumentação, era assumida. A Matemática entendida como ciência que opera com exatidões e com técnicas precisas e exatas. O esforço dirigido à formação do professor que trabalha ou que está em formação para trabalhar com essa ciência, nessa abordagem, incide primeiramente na sua aprendizagem dessa ciência e dos seus objetos e lógica; para complementar essa formação, incide no estudo da aprendizagem do aluno. Aos professores, juntamente com a equipe da educação, compete realizar as conexões de ambas as regiões de inquérito. E a tarefa de realizá-las mostra-se difícil e complexa. Ao se pensar nas práticas de ensino realizadas, analisando-as e sobre elas refletindo-se, lacunas e indagações se mostram e se colocam. Perguntas sobre educação e o seu fim, olhando-se um contexto que abrange a realidade histórico-sócio-cultural para além da construção do conhecimento do sujeito epistêmico; perguntas sobre a própria Matemática, sua historicidade e os modos pelos quais foi construída na cultura ocidental; perguntas sobre as consistências de suas teorias; sobre o significado de exatidão e de certeza com o qual trabalha; sobre o significado de sua hegemonia dentre as ciências; sobre o sentido de suas verdades para a vida de todo e qualquer ser vivente.

Essas perguntas conduziram discussões entre profissionais e pessoas em geral, ao longo das décadas de 1980 e 1990, e, se constituíram no solo para a compreensão do que se consagrou como Educação Matemática. Destaca-se esse ser um nome, sem conectivos que as unifique. O sentido que foi se fazendo e os significados que foram convergindo para um núcleo de ideias ditas nessa denominação, expõe a compreensão de formação da pessoa que lida com essa ciência e com as ações realizadas no cotidiano que se evidenciam como fazer matemático, tais como, mensurar, se posicionar espacialmente, fazer previsões julgadoras aproximadas. Abre-se, então, uma dimensão importante a ser adentrada, pois solicita compreensões, uma vez que, é preciso compreender do que se fala, ao se falar em pessoa.

Estudos aprofundados no âmbito da Filosofia, da Antropologia Filosófica, da Teologia, das Ciências Sociais e Humanas evidenciam não ser passível de *pessoa* ser concebida como um sujeito individual e nem ser um Ego que, de modo egoístico, assume valores importantes para si mesmo. Porém, se trata de pessoa formada na conjuntura de sua totalidade bio-psíquico-espiritual junto à totalidade da realidade histórico-sócio-cultural em que sua vida,

⁵ O sujeito epistêmico ou “sujeito do conhecimento” como um sujeito social, cujas características mais gerais advém de sua estruturação mental, desdobrando-se em operações lógico-matemáticas universais de cada estágio do desenvolvimento humano (MARÇAL, 2009).

existencialmente, se realiza e se escoa na temporalidade. Pessoa essa que sente, toma decisões, realiza atos cognitivos, se coloca e expressa sua compreensão pela linguagem; pessoa que, dada sua constituição, transcende sempre, e necessariamente, os contornos da individualidade do seu organismo e se enlaça e entrelaça com o que está dado no mundo. Ao se focar a Educação Matemática, a formação aqui considerada, se dirige a essa ciência e aos modos de ela proceder, tanto da perspectiva da ciência concebida na civilização do mundo ocidental, quanto às ações realizadas pela pessoa na sua vida do cotidiano.

Ao se perguntar como compreender a Matemática, se está focando a ciência do mundo ocidental, que é sustentada por uma lógica, por determinações que definem seus objetos e por uma linguagem, a qual tem estado presente nos currículos da escola. Nesse âmbito, por sua vez, abrem-se perguntas sobre essa linguagem, sobre a exatidão que confere às suas afirmações e possibilidades de aplicação. Em suma, é preciso compreender o que ela faz no âmbito da ciência e da tecnologia, e do que diz do mundo. Perguntas são levantadas: suas verdades são verdades universais? Entendemos que no âmbito de suas teorias e da perspectiva de que fala e faz, sim, são. Mas não são universais, no sentido de valerem para todas as regiões das atividades humanas, como, por exemplo, religião, arte etc., nem é o modo pelo qual todas as culturas expressam e realizam atividades matemáticas. À Educação Matemática compete abrir clareiras para a compreensão da perspectiva da verdade de que essa ciência trata, trazendo, inclusive modos de outros povos e culturas trabalharem com ideias matemáticas.

Educação Matemática, conforme entendemos, visa à formação da pessoa olhada em sua singularidade e como cidadã, ou seja, como enraizada e participante de uma comunidade e de uma sociedade, solo de sua existência e nutrição; a Matemática, como ciência do mundo ocidental, portanto, visa os seus modos de proceder, de ser constituída e produzida, bem como à análise crítica e reflexiva do que diz e faz no âmbito da ciência e da tecnologia do mundo todo, presente em diferentes culturas; do que diz da vida do ser humano; de como está presente em outras culturas, tendo em vista não tomá-la como onisciente e universalmente válida para toda e qualquer questão da realidade mundana, porém tão somente como um modo de lidar e tratar com essa realidade.

Com essas considerações iniciais, nesse artigo tratamos possíveis sentidos e significados que foram se revelando ao refletirmos sobre formação de professores que ensinam Matemática no âmbito da Educação Matemática, fenomenológico-hermenêutica. Fenomenológica, por não assumir teorias que postulem sobre modos de proceder ao se fazer Educação Matemática, focando, no caso do tema deste artigo, a formação do professor de Matemática, no próprio movimento de aprender-ensinar assuntos dessa disciplina, tendo em vista o que se revela como mais estrutural a essa forma/ação. Hermenêutica porque adentramos pela compreensão interpretativa de palavras que se destacam ao buscarmos pela compreensão do ensinar-aprender no movimento de formação de professores de Matemática. Sendo assim, destacamos, em nossos estudos, as palavras formação, ensinar e aprender, trazendo uma revisão bibliográfica, num exercício hermenêutico que busca compreensões. Foi no percurso investigativo teórico dos termos supracitados e dialogando com a literatura que compusemos esse texto em três partes. Na primeira, explicitamos uma compreensão fenomenológica de formação de professores que ensinam Matemática. No decorrer do percurso descritivo empreendido, explicitamos na segunda parte, um modo articulador de compreender as dimensões do aprender e do ensinar

entrelaçados. Nos dirigimos à conclusão do texto com a compreensão de aprender-ensinar como compromisso assumido consigo e com o outro; compromisso pautado no cuidado ao formar e formar-se, numa perspectiva crítica e reflexiva, tendo em vista a Matemática enquanto possibilidade formativa de pessoas.

Formação de professores que ensinam Matemática no âmbito da Educação Matemática numa perspectiva filosófica-fenomenológica

A formação de professores se caracteriza com um questão ampla e discuti-la, segundo Bicudo (2018), exige um proceder analítico e reflexivo, que entrelace aspectos culturais, características da sociedade em que se vive, seu projeto de educação, transcendendo o imediato e utilitário, sem ignorá-los. Isso quer dizer, que a temática solicita tratar dos possíveis desdobramentos éticos, gnosiológicos e ontológicos, acolhendo os atos da própria pessoa que reflete

É esta ação de se dar conta de si, do que se está fazendo na própria ação do fazer, que nos ajuda a transcender a ação prática e de visualizações de justificativas, ou seja, a do como se faz e do por que se faz assim, para se perceber fazendo, dando-se conta disso que se faz. É um tomar ciência de si e, com isso, aprofunda-se a constituição do conhecimento e expande-se sua abrangência, podendo-se caminhar em direção de assumi-lo no seu próprio modo de ser. O aprofundamento do conhecimento que se dá nesse processo de constituir-se, revela-se na atitude assumida pela pessoa (BICUDO, 2018, p. 41).

Comprendemos que dar-se conta da própria ação, da análise dessa ação em expressões intencionais de quem as atualiza, nos modos de ser realizada e nos desdobramentos e reflexões do realizado se configura em uma “forma/ação”. A expressão forma/ação, foi cunhada por Bicudo (2003) para dar ênfase ao significado de forma como manifestação de algo que assume uma configuração por meio de um ato atualizador em ação. Esta, por sua vez, lhe serve como conteúdo e força que impulsiona à forma configurada pela ação empreendida (MIARKA; BICUDO, 2010).

Além de uma expressão, forma/ação esclarece a compreensão fenomenológica que se sustenta na atitude filosófica de um entrelaçamento da materialidade com a forma, em que a ação, a cada vez, lhe imprime configurações. Assim, tanto matéria quanto forma se constituem movimentadas pela ação, como modo pelo qual a forma se materializa.

Este entrelaçamento é tematizado por Bicudo (2003) com base na metafísica de Aristóteles em que, na constituição dos seres, há dois pares, potência e ato, forma e matéria. Potência entendida como a força que sustenta o movimento de devir da *physis*, que se impõe com vigor para se manter, sendo. Entretanto a força não inicia o movimento de ser, pois é preciso do ato que se origina da ação. Assim, a ação desencadeia o acontecer da forma, revelando que é na ação, no movimento, que o significado de forma como configuração ou aparição de algo se dá. Ou seja, mostra a forma que possui e que, de certo modo foi perseguida, tomando forma por meios de um ato atualizador, o qual lhe serve como conteúdo e força que impulsiona à forma apresentada. Bicudo (2003, 2018, 2020) explicita que a matéria vem impressa de sua forma. Estes pares, segundo a autora, presentes na forma/ação de professores de matemática, se dão no próprio ato de acontecer da educação.

A forma, para se realizar, precisa da matéria e esta imprime modos de ser da forma. Entretanto, para que se atualize, isto é, para que venha a ser, precisa da ação. Esta é realizada pelo sujeito, entendido como corpo vivente, ou seja, corpo encarnado que se movimenta intencionalmente. Assim, forma, matéria e ação estão constitutivamente unidas para a realização de qualquer projeto, e, neste caso, para a realização da professoralidade do professor de matemática (BICUDO, 2018, p. 34).

As formas, como as ideias, carregam ideais e valores, vão sendo produzidas historicamente no contexto cultural, social e político no qual se caracterizam as concepções sobre educação, matemática e sobre as pessoas, de modo que a forma vai sendo nutrida nesse contexto material de concepções e valores que indicam direções (relações sociais, pessoas que têm expectativas, modos de ser e de compreender, dos conhecimentos produzidos, preservados e comunicados pela linguagem e pela tecnologia disponível).

[...] entra em jogo uma complexidade de aspectos que constituem a forma/matéria da forma mencionada na expressão forma/ação. As ações efetuadas por pessoas trazem à realidade a forma/ação do professor. E esse movimento se estende em cada pessoa que exerce a profissão. A forma/ação do modo como o professor é professor também se dá no próprio exercício da profissão em uma determinada realidade e contexto socio histórico cultural em que está imerso (BICUDO, 2018, p. 36).

Nesse modo de conceber, compreendemos que questionar a forma/ação requer atenção ao movimento contínuo de pensar e repensar a ação, dando-se conta do que se está realizando junto aos envolvidos. O que isso pode significar? Diz-nos que, de um ponto de vista amplo, nunca estamos formados, mas estamos sempre em condição de vir a ser em forma/ação. Tal condição aberta nos indica também que não há etapas ou limites cronológicos, uma vez que vai se dando ao longo da vida da pessoa que vem a ser docente, desde seus primeiros contatos com expressões matemáticas.

Destaca-se, também, a característica da forma/ação no realizar-se sendo, o que lhe confere um caráter histórico, em que o *tornar-se* pessoa e professor de matemática se entrelaçam no próprio movimento de ser pessoa e professor, carregando consigo a questão teleológica, ou seja, aquele que enfatiza a finalidade de se formar professores. Portanto, toda a trama política, econômica, social são envolvidas, indicando intencionalidades formativas emolduradas em propostas de formação de professores.

Assim, ressaltamos que forma/ação não é um constructo, muito menos uma preconceção assumida, mas um modo de conceber que anuncia a importância do movimentar-se humano, intencional, impulsionado pela indeterminação existencial e condições de aberturas de dinâmicas formativas. Nesse âmbito, a investigação faz sentido no entrelaçar das formas e ações em atos atualizadores do agir reflexivo docente, mantendo-se comprometido e em sintonia com a espacialidade, a temporalidade e a corporeidade de acontecimentos das vivências humanas em geral, especificamente com as vivências na Educação e na Educação Matemática.

Destarte, assumimos a forma/ação como modo de concentração e realização de pensamento, que emerge de uma postura reflexiva e crítica frente a formação de professores que ensinam matemática, expressada na compreensão fenomenológica de forma/ação. Trata-se de uma postura que solicita que se compreenda as dimensões da forma e da ação na palavra formação, em entrelaçamento, as unindo, que expressa no sinal gráfico </> um aceno para

atenção à dinâmica formativa, cuja condição de possibilidade se realiza em esforço reflexivo de dar-se conta de si, em ação de formar e formar-se com o outro. Aceno como o que provoca a pensar, impulsiona a reflexão sem predispor respostas e nem definições, pois se compreende indeterminado, abrindo-se em possibilidades às pessoas de ampliarem compreensões.

Assumir tal postura requer uma atitude, firmar um compromisso com o sentido de unir mútua e reflexivamente forma e ação. Esse acordo mútuo, se concentra em torno do esforço de ensinar Matemática. É no pensar a formação de professores que ensinam matemática como forma/ação, que passamos a segunda parte desse artigo nos questionando: Que sentidos e significados podem ser revelados no movimento de conhecer a ciência matemática vislumbrada no horizonte o ensinar Matemática?

Aprender-ensinar Matemática: uma possibilidade expansiva de se pensar a formação de professores que ensinam Matemática

A palavra ensinar tem origem “no latim, *insignare*, ‘gravar, colocar uma marca em’, de *in*, ‘em’, mais *signum*, ‘marca, sinal’ (SANTANA, 2020, p.16). Assim, em que circunstâncias o ensino de Matemática poderia ser movimentado pela compreensão de forma/ação? Revisitamos a etimologia da palavra matemática:

A palavra Matemática tem diversas interpretações e origens, nossos estudos indicam que é derivada da expressão grega *MATHEMATIKE TEKHNE*, “ciência matemática”, “Técnica Matemática” e da palavra *MATHEMA* “ciência, conhecimento em geral, arte do conhecimento, conhecimento matemático”, relativo a *MANTHANEIN* “aprender”, “coisas a aprender” (SANTANA, 2020, p. 24).

Ao buscarmos por autores que contextualizassem o que significa historicamente (nesse caso para os gregos) a *mathematike*, encontramos em Martin Heidegger, em sua obra “O que é uma coisa?” (1987) uma explicitação para o conceito grego de *tá mathemata*, como as coisas que se pode aprender.

O “matemático”, segundo a origem etimológica, resulta do grego *tá mathemata*, o que se pode aprender e, ao mesmo tempo; em consequência, o que se pode ensinar. *Manthanoein* significa aprender. *Mathesis* significa lição e, na verdade, num duplo sentido: lição no sentido de “ir a uma lição e aprender” e lição como “aquilo que é ensinado”. Ensinar e aprender são aqui tomados num sentido lato e, ao mesmo tempo, essencial, não no sentido estrito tardio, utilizado na escola pelos doutos (HEIDEGGER, 1987, p. 76).

Como reforça enfaticamente no texto, o filósofo está se referindo ao matemático em sentido lato, amplo⁶. Seu trabalho hermenêutico se concentra em repensar quais sentidos históricos permeavam as palavras para ampliar suas compreensões acerca delas. Disto que, na sequência de seu texto, explicitou como os gregos compreendiam “coisa” e “matemático”:

- 1) as coisas, na medida em que elas se abrem e se produzem por si mesmas; 2) as coisas, na medida em que são produzidas pela mão do homem, pelo seu trabalho, e,

⁶ Heidegger enfatiza que está se referindo ao “matemático” em sentido lato e o utiliza na referida obra como para se referir a posição de fundo em que se estrutura o pensamento na modernidade. Nos concentramos na hermenêutica da palavra e como ela foi se revelando uma possibilidade de atualização de sentido a nós, ao nos debruçarmos a pensar em Matemática na forma/ação de professores.

deste modo, estão diante de nós; 3) as coisas, na medida em que estão a uso e se encontram permanentemente disponíveis; podendo ser, pedras ou coisas semelhantes, ou as que são expressamente produzidas; 4) as coisas, na medida em que são, em geral, aquelas com que estabelecemos um comércio, seja porque trabalhamos com elas, as utilizamos, as transformamos, ou, apenas, as observamos e investigamos, relacionado com prisma tomada aqui em sentido lato, não no sentido restrito de aplicação prática, nem no sentido de acção, entendida como acção moral, é todo o fazer, exercitar e suportar (HEIDEGGER, 1987, p.76).

Mathesis significa aprender e *mathemata*, aquilo que se pode aprender, e se pode aprender no modo como as coisas são visadas (pelo seu uso, pelo como se tomam as coisas). Para Heidegger (1987), “aprender é um modo do apreender e do apropriar-se”, entretanto, nem todo tomar é um aprender, e só o uso não diz do aprender autêntico. Intencionando compreender o filósofo, interpretamos que o aprender se dá em um exercício que conduz quem aprende a aprender, a apreender (apropriar-se), isto é, “o aprender é também, sempre, um aprender a conhecer. No aprender, há sempre uma direcção do aprender, aprender a utilizar, aprender a conhecer” (HEIDEGGER, 1987, p.78). Aprender vem se revelando na obra do autor como aprender a conhecer.

Na verdade, este “tomar conhecimento” é a essência autêntica do conhecer, a *mathesis*. As *mathematas* são as coisas, na medida em que as tomamos no conhecimento, enquanto tomamos conhecimento delas, como aquilo que verdadeiramente já sabemos de modo antecipado: o corpo como corporeidade; na planta, a vegetabilidade; no animal, a animalidade; na coisa a coisidade etc. Este verdadeiro aprender é, por consequência, um tomar muito peculiar, um tomar no qual aquele que toma, toma, fundamentalmente, aquilo que já tem. A este aprender corresponde, também, o ensinar. Ensinar é um dar, um oferecer; no ensinar, não é oferecido o ensinável, mas é dada somente ao aluno a indicação de ele tomar aquilo que já tem. O verdadeiro aprender está, pela primeira vez, onde o tomar aquilo que já se tem é um dar a si mesmo e é experimentado enquanto tal. Por isso, ensinar não significa senão deixar os outros aprender, quer dizer, um conduzir mútuo até à aprendizagem (HEIDEGGER, 1987, p. 79).

Assim, Heidegger mostra uma correlação entre ensinar e aprender que se dá no modo como se visa as *mathematas*: coisas que se pode aprender, de tal modo que esse aprender se dê para além do uso, do tomar, do conhecer, mas também reconduza ao sentido. Por isso, a afirmação heideggeriana explicita que ao aprendermos, o que quer que seja, já o fazemos desde a recondução do aprendido a um sentido que lhe é próprio, e que, de alguma maneira, já possuíamos, ou seja, “onde o tomar aquilo que já se tem é um dar a si mesmo e é experimentado enquanto tal” (HEIDEGGER, 1987, p.78). Fala-se do modo de pensar e dar sentido às coisas no mundo como uma possibilidade, uma abertura identitária entre quem aprende e o que é aprendido.

Ensinar, por sua vez, mostra-se como uma possibilidade heurística reveladora de sentidos. Por assim ser, impulsiona o aprender a fazer sentido, de maneira que

Quando o aluno recebe apenas qualquer coisa oferecida, não aprende. Aprende pela primeira vez, quando experimenta aquilo que toma como sendo o que, verdadeiramente, já tem. O verdadeiro aprender está, pela primeira vez, onde o tomar aquilo que já se tem é um dar a si mesmo e é experimentado enquanto tal [sentido]. Por isso, ensinar não significa senão deixar os outros aprender, quer dizer, um

conduzir mútuo até a aprendizagem. Aprender é mais difícil do que ensinar; assim, somente quem pode aprender verdadeiramente – e somente na medida em que tal consegue – pode verdadeiramente ensinar (HEIDEGGER, 1987, p. 79-80).

Um aprender autêntico, para Heidegger, diz do aprender em que houve o exercício do uso, do conhecer, do fazer sentido para si. Um cuidado de aprender a se colocar numa perspectiva de pensamento existencial e com isso, “em todo ensinar, professor é quem mais aprende” (HEIDEGGER, 1987, p. 80).

Aprender/ensinar é, segundo Heidegger, reconduzir-se a um lugar no qual se pode descobrir um sentido próprio ao indivíduo que aprende, ao que é aprendido de maneira temática (e até mesmo curricular) sem, contudo, perder de vista seu sentido originário; possibilitar um sentido orientador da perspectiva de sua existência do indivíduo. Em vista disso, ensinar é ensinar uma “postura”, é ensinar o aluno a se reportar ao ethos de todo aprender, é dar através de um relato a indicação que conduzirá o aluno ao seu aprender. Por isso, só faz sentido ensinar quem está pré-disposto a aprender, ou seja, a ouvir o tal relato. Pois tal relatar atinge apenas aquele que um dia experimentou a possibilidade fundamental de apreender um sentido próprio a si (KAHLMEYER-MERTENS, 2005, p.170).

Compreendemos que pensar, no âmbito da formação de professores, exige um movimento formativo, de dentro para fora, pois apenas o ensinar matemática esvaziaria a dimensão do formar-se, isso porque na própria raiz da palavra matemática há uma solicitação ao entrelaçamento dessas duas dimensões: aprender e ensinar. Assim, o entrelaçar do aprender com o ensinar Matemática vai fazendo sentido nas articulações advindas das explicitações heideggerianas, ou seja, na medida em mostrou-se como um exercício reflexivo de reconsiderar e retornar o aprendido como parte e condição do ser.

Buscamos outros autores que fizessem esse entrelaçamento, uma vez que, tradicionalmente cada teoria da educação discute essas palavras conceitualmente em acordo com modos de conceber o conhecimento, o mundo e as pessoas, resguardando análises de supostas assimetrias entre elas em que se invalide a possibilidade de considerá-las partes de um mesmo processo. Por esse caminho, encontramos em Franco (2015) tal discussão, quando aborda entendimentos sobre os processos de aprender-ensinar pelas práticas pedagógicas no campo da formação continuada de professores, numa perspectiva colaborativa, compreendo-as como práxis. Práticas essas que a autora considera caracteristicamente como existenciais, interativas e impactantes, de modo que, “imbuídas de intencionalidades”, dirigem e dão sentido à ação docente.

Para transformar uma ação pedagógica em práticas colaborativas, considero fundamental que pesquisadores e professores se engajem em processos mútuos de aprender-ensinar, de estranhar-compreender. É preciso superar a perspectiva de serem os docentes vistos apenas como objetos de estudo; é preciso tempo e espaço para que pesquisadores e sujeitos da prática sejam, ao mesmo tempo, participantes e protagonistas. [...] Trata-se de transformar a consciência ingênua em consciência crítica, de superar e transcender o senso comum; de produzir novas relações com o saber da docência (FRANCO, 2015, p. 611).

A compreensão de ensinar-aprender vai se mostrando, para a autora supracitada, pelas suas possibilidades investigativas na docência. Na mesma direção, mas dando especial atenção

aos modos de ação e reflexão do ser professor em atuação, o aprender-ensinar se mostra possível de ser pensado também como um questionar-se contínuo em que há a possibilidade de reconstrução epistemológica (no caso do “fazer” docente)

O ensinar-aprender está implicado por um ciclo complexo de permanente questionamento do(a) professor(a) quanto ao que ele(a) ainda precisam aprender no processo de ensinar, para aprender, mais e mais, com o aprendiz. Deste modo, esta dáde ensinar-aprender, como processo de (re)construção da episteme do(a) professor(a) dialoga com a ideia de que o aprendizado e a formação epistemológica fazem parte de incertezas contínuas, que vão sendo retroalimentadas, quanto mais se aprende sobre o fazer, no decurso do desenvolvimento da ação educativa. O ato de aprender se mostra, assim, um movimento vital da natureza humana, portanto, da formação do conhecimento educativo nutrido pelos princípios da dialética, do diálogo para a dialogicidade (ALVES *et al.* 2021, p. 107).

Ambos autores referenciados fundamentam suas discussões em Paulo Freire (1997). Este educador aborda em várias situações o ensinar e o aprender, geralmente buscando chamar a atenção de professores para o questionar e refletir críticos como modo de ser professor, de exercer a profissão com vistas à uma prática pedagógica emancipatória e transformadora.

Afirma Freire (1997) que não existe ensinar sem aprender. Entretanto cabe ressaltar que ele não se refere a uma discussão utilitária ou ingênua que pressupõe a simetria ou a mensuração entre ensinar e aprender, mas explicita como um processo interdependente entre pessoas em que “o ensinante aprende primeiro a ensinar, mas aprende a ensinar ao ensinar algo que é reaprendido por estar sendo ensinado” (FREIRE, 1997, p. 27). Paulo Freire, nos provoca a pensar a existência de quem aprende e quem ensina, em um aprender e ensinar que se dá de modo que quem ensina aprende porque reconhece um conhecimento antes aprendido.

Ensinar inexistente sem aprender e vice-versa e foi aprendendo socialmente que, historicamente, mulheres e homens descobriram que era possível ensinar. Foi assim, socialmente aprendendo, que ao longo dos tempos mulheres e homens perceberam que era possível – depois, preciso - trabalhar maneiras, caminhos, métodos de ensinar. Aprender precedeu ensinar ou, em outras palavras, ensinar se diluía na experiência realmente fundante de aprender (FREIRE, 1996, p. 26-27).

Por esse caminho argumentativo, o autor nos mobiliza a retomar o sentido de continuidade na formação de professores. Para o educador, a continuidade vem como uma permanente condição docente de formar-se que, ao envolver aspectos epistemológicos (do fazer pedagógico) e ontológicos (do ser professor), se funda na análise e reflexão críticas de sua prática pedagógica esforçando-se na criação de uma noção de formação ampliada socialmente.

Mesmo quando Freire se preocupa e apresenta questões metodológicas, essas evidenciam seu esforço de criação, no sentido de que o método esteja a serviço de uma formação ampliada por meio de aprendizagens sociais, caracterizadas como dialógicas, que envolvem o reconhecimento de si mesmo no outro, estimulando a ultrapassagem de relações em que o poder não se exerça unilateralmente, seja por aceitação passiva (consciência mágica), seja por internalização de relações autoritárias pelas quais o sujeito se identifica com o poder (consciência ingênua), mas sim por meio de um diálogo de mútuo reconhecimento, pelo qual o que ensina e o que aprende se enriquecem mutuamente, por meio da tarefa do ensinar e do aprender. O ensinar e o aprender se tornam procedimentos reversíveis na medida em que

aprendizagens sociais e dialógicas implicam a troca de papéis, em termos do ensinante e do aprendente, troca que conduz a autonomia e interdependência (MARTINI, 2005, p.7).

Destacamos de nossa leitura de trabalhos, de e sobre Paulo Freire, a presença do aprender-ensinar pelo compromisso mútuo, como atitude. Esse viés nos interessa por trazer à discussão a dimensão dos professores em condição de formação, e permitir liberar o pensamento categorizador de uma suposta organização instrumental, que pressupõe o entendimento mensurável, do ensinar e do aprender. Do exposto, enfatizamos a identidade como entrelaçamento de diferentes, que pode ser pensada quando avançamos na diluição da fragmentação instrumental do ensinar e aprender e nos concentramos no compromisso mútuo como atitude

Mas qual a diferença? Qual o limite entre ser aluno e ser professor, aprender e ensinar? O que demarca a condição de cada qual? Por mais paradoxal que possa parecer e ainda que não percebamos imediatamente, o homem só se faz aluno quando vivencia o compromisso radical de ensinar e assim aprende. Por outro lado, o homem se faz professor quando vivencia o compromisso não menos radical de aprender e assim ensina. Com o compromisso de querer ensinar o aluno aprende e com o compromisso de querer aprender o professor ensina. Com isso evidencia-se a identidade – aprender-ensinar – no seio das diferenças entre aluno e professor e é para este lugar que passamos a liberar o pensamento enquanto questão (PAES, 2016, p. 134).

Aprender-ensinar ou ensinar-aprender destaca-se então pela possibilidade que traz subjacente ao modo como os diferentes autores, e especialmente Paulo Freire, se propõem a pensá-lo, pelo compromisso mútuo entre pessoas. Por esse trajeto de estudo, o que vem se mostrando como central trata-se antes de uma atitude assumida pela pessoa do professor,

Nessa dimensão, o que quer dizer compromisso? Compromisso é, sobretudo, uma promessa consigo mesmo, não apenas com o outro de si mesmo, mas também com o outro dos outros no “não outro”, ou seja, com tudo que é e não está sendo, com o ser e com o nada. Comprometer-se é não só acolher, mas recolher-se no envio de uma missão. Como assim? Não se trata do cumprimento de mandatos, missões diplomáticas ou político-partidárias no esteio de uma programação, mas sim de abrir-se ao envio radical do Ser ao pensamento no Homem (PAES, 2016, p. 134).

Envio radical do Ser, na obra do referido autor, vem de suas explicitações da experiência de ensinar e aprender, tendo como base o “Ser” da ontologia hermenêutica heideggeriana⁷.

Refletindo sobre o explicitado no movimento interpretativo

⁷ Heidegger inaugura em *Ser e Tempo* (2005) como um modo diferente de compreender a ontologia que perpassa e vai se ampliando em toda a sua obra, estruturando-se fundamentalmente na análise da existência das pessoas no mundo como *ser-no-mundo*, que pode ser visado e compreendido nas manifestações de suas vivências historicamente constituídas no mundo com os outros. Nesse sentido, a hermenêutica é evidenciada como um conhecer existencial, ou seja, o ser humano como um ser que, em uma experiência de despertar, se dá conta, se auto interpreta. Deste modo, o caráter ontológico, segundo o filósofo, é a possibilidade de ser, que varia de modo fático segundo as situações e condições as quais se dirige e se questiona.

Evidenciamos que entendemos Educação Matemática como educação que se dá junto a essa ciência, ensinando-aprendendo com o outro e visando à formação da pessoa, olhada em sua singularidade e como cidadã, ou seja, como enraizada e participante de uma comunidade e de uma sociedade, solo de sua existência e nutrição; à Matemática, como ciência do mundo ocidental, portanto, visa os seus modos de proceder e de ser constituída e produzida, bem como à análise crítica e reflexiva do que diz e faz no âmbito da ciência e da tecnologia do mundo todo, presente em diferentes culturas; do que diz da vida do ser humano; de como está presente em outras culturas, tendo em vista não tomá-la como onisciente e universalmente válida para toda e qualquer questão da realidade mundana, porém tão somente como um modo de lidar e tratar com essa realidade.

No movimento fenomenológico e interpretativo, retomando o viés que trouxemos do aprender-ensinar, Martin Heidegger (1987) sustenta o apelo pelo aprender autêntico como pensar (questionar reflexivo do ser), em que todas as pessoas estão em possibilidade de ser no mundo com os outros. Na esteira desse modo de pensar, Freire (1997) nos coloca no exercício crítico de compromisso mútuo como uma atitude assumida pela pessoa, em que aprender e ensinar remonta ao engajamento do educador em seu tempo com os outros, especialmente com seus alunos. Em ambos, é no professor que se encontra a mola propulsora para que o compromisso com a transformação social seja possível, pela atitude formativa da pessoa que aprende para ensinar. É a postura do educador que abre possibilidades para o encontro de aberturas para que a Matemática, no caso de nosso estudo, seja mobilizada para educar as pessoas.

Convém enfatizar que a aproximação entre os dois autores, trazida nesse artigo é meramente formal, e o fazemos pois, em ambos há uma abordagem ontológica, de modo que, embora as duas perspectivas, heideggeriana e freiriana, possam parecer muito diferentes em suas intencionalidades e concepções estruturantes, não as consideramos antagônicas ou excludentes, quando as visamos pelo viés de compromisso que os dois assumem frente ao seu tempo, e que se voltam a discutir em suas obras a essencialidade do outro (mundo e pessoas). Ambas nos auxiliaram a legitimar a utilização da expressão aprender-ensinar entrelaçadas. De Heidegger, a atitude existencial do pensar reflexivo e em Freire destacamos a atitude crítica de engajamento político.

Assim, a expressão aprender-ensinar se legitima na possibilidade de pensar a forma/ação na experiência vivenciada entre professores, tendo como impulsionador o movimento de aprender-ensinar. Ambos, forma/ação e aprender-ensinar, correlacionados na medida em que abrem possibilidades aos professores de se assumir na condição de pessoas envolvidas crítica e reflexivamente ao formarem-se entre pares.

De modo sintético, compreendemos aprender-ensinar Matemática com o hífen, como o entrelaçamento de ambos como um compromisso assumido consigo e com o outro, de cuidado ao formar-se e formar, numa perspectiva crítica e reflexiva, tendo em vista a Matemática enquanto possibilidade formativa de pessoas.

Referências

ALVES, I. A. de S.; RAMINHO, E. G.; SÍVERES, L.; JÚNIOR, I. J. das N.; 11ª Carta aos professores do século XXI: tecendo o perfil de educador transdisciplinar. In: SILVA, J. A. A.; LUCENA, J. I. A. de.; SÍVERES, L. (Orgs.). **Diálogos com Paulo Freire: reflexão e ação** [recurso eletrônico]. Caxias do Sul, RS: Educs, 2021, p. 95- 116.

<https://www.ucs.br/educs/arquivo/ebook/dialogos-com-paulo-freire-reflexao-e-acao/> Acesso em: 2 out. 2022.

BICUDO, M. A. V. A formação de professores: um olhar fenomenológico. In: BICUDO, M. A. V. (org.). **Formação de Professores? Da incerteza à compreensão**. 1. ed. Bauru: EDUSC, 2003. p.19-46.

BICUDO, M. A. V. Concepção de forma/ação de professores e possibilidades investigativas. **REMATEC: Revista de Matemática, Ensino e Cultura**, Ano 15, n. 36, p. 95-107, 2020.

BICUDO, M. A. V. Filosofia da educação matemática: sua importância na formação de professores de matemática. In: SILVA, R. S. R. (org.). **Processos formativos em Educação Matemática. Perspectivas filosóficas e pragmáticas** [recurso eletrônico]. Porto Alegre: Editora Fi, 2018. p. 29-46. Disponível em: https://3c290742-53df-4d6f-b12f-6b135a606bc7.filesusr.com/ugd/48d206_53eae0c3c1764fc5b4f58a7a07e6a281.pdf. Acesso em: 2 out. 2022.

FRANCO, M. A. S. Práticas pedagógicas de ensinar-aprender: por entre resistências e resignações. **Educ. Pesqui.**, São Paulo, v. 41, n. 3, p. 601-614, jul./set. 2015.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1996.

FREIRE, P. **Professora sim, tia não**. São Paulo: Editora Olho d'Água, 1997.

HEIDEGGER, M. **QUE É UMA COISA?** Doutrina de Kant dos princípios transcendentais. Tradução Carlos Morujão. Lisboa: Edições 70, 1987.

HEIDEGGER, M. **Ser e Tempo**. Tradução de Márcia Sá Cavalcante Schuback. 13. ed. Rio de Janeiro: Vozes, 2005.

KAHLMAYER-MERTENS. R. S. HEIDEGGER EDUCADOR: ACERCA DO APRENDER E DO ENSINAR. APRENDER. **Cad. de Filosofia e Psic. da Educação**. Vitória da Conquista, Ano III, n. 4, p. 161-171, 2005.

MARÇAL, V. E. R. **O esquema de ação e a constituição do sujeito epistêmico:** contribuições da epistemologia genética à teoria do conhecimento. 2009. 111 f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Filosofia e Ciências, 2009. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/91757>. Acesso em: 03 out. 2020.

MARTINI, R. M. F. Paulo Freire e Heidegger: o essencial é deixar aprender. **Educação Unisinos** [en linea]. 2005, v.1, n. 9, p. 5-13, 2005. Disponível em: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=449644419002>. Acesso em: 8 out. 2022.

MATEMÁTICA. In: DICIO, Dicionário Online de Português, 2022. Disponível em: <https://www.dicio.com.br/matematica/> . Acesso em: 13 out. 2022.

MATEMÁTICA. In: MICHAELIS moderno dicionário da língua portuguesa. São Paulo: Melhoramentos, 2022. Disponível em: <https://michaelis.uol.com.br/moderno-portugues/busca/portugues-brasileiro/matem%C3%A1tica/> . Acesso em: 13 out. 2022.

MIARKA, R.; BICUDO, M. A. V. Formação do Professor de Matemática e suas Concepções de Mundo e de Conhecimento. **Ciência & Educação**, Bauru. v.16, n. 3, p. 557-565, nov. 2010.

PAES, L. C. E. A experiência de ensinar e aprender (sendo) no Ser. **Cadernos da EMARF, Fenomenologia e Direito**, Rio de Janeiro, v. 9, n.1, p. 129-153 abr./set. 2016.

SANTANA, R. J. **Etimologia para ensinar e aprender matemática**. 1ª. ed. São Paulo: Independently published, 2020.