

Análise dos Planos de Estudos Tutorados de Álgebra para o 5º ano do Ensino Fundamental

Analysis of Algebra Tutored Study Plans for the 5th year of Elementary School

Análisis de los Planes de Estudios Tutorados de Álgebra para el 5º año de la Educación Primaria

Ana Lucia do Carmo Narciso¹  

Reginaldo Fernando Carneiro²  

RESUMO

O ensino de álgebra é fundamental para o desenvolvimento dos estudantes e, por isso, precisa ser explorado desde os primeiros anos de escolarização. Tem-se como questão de pesquisa, nesta investigação: Qual é a proposta de trabalho com a álgebra presente nos Planos de Estudos Tutorados (PET) do 5º ano do Ensino Fundamental? Com isso, o objetivo foi identificar quais conteúdos da disciplina são abordados nos PET destinados a esse ano de escolaridade, na modalidade regular de ensino. Para tanto, este estudo embasou-se metodologicamente na análise documental, para tecer considerações relacionadas aos materiais disponibilizados pela Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais (SEE-MG), para o ano de 2020. A partir das observações, verificou-se que as questões exploradas se voltaram para o trabalho com a resolução de problemas, com a introdução das primeiras noções de equação e com o estabelecimento de relações entre as operações, conduzindo ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

Palavras-chave: Álgebra; Plano de Estudos Tutorados; Anos iniciais.

ABSTRACT

The teaching of algebra is fundamental for the development of students and, therefore, needs to be explored from the first years of schooling. The research question in this investigation is: What is the proposed work with algebra present in the Tutored Study Plans (PET) of the 5th year of Elementary School? With this, the objective was to identify which subject contents are covered in the PET intended for this year of schooling, in the regular teaching modality. To this end, this study was methodologically based on documentary analysis, to make considerations related to the materials made available by the Minas Gerais State Department of Education (SEE-MG), for the year 2020. Based on the observations, it was found that the questions explored focused on working with problem solving, with the introduction of the first notions of equation and the establishment of relationships between operations, leading to the development of algebraic thinking.

Keywords: Algebra; Tutored Study Plans; Early years.

RESUMEN

La enseñanza de álgebra es fundamental para el desarrollo de los estudiantes y, por ello, necesita ser explorado desde los primeros años de escolaridad. Se tiene como pregunta, en esta investigación: ¿Cuál es la propuesta de trabajo con el álgebra presente en los Planes de Estudios Tutorados (PET) del 5º año de la Educación Primaria? Con eso, el objetivo fue identificar cuales contenidos de la asignatura son abordados en los PET destinados a ese año de escolaridad, en la modalidad regular de la enseñanza. Para ello, este estudio se embasó metodológicamente en el análisis documental, para indicar consideraciones relacionadas a los materiales disponibles por la Secretaria del Estado de Educación de Minas Gerais (SEE-MG), para el año de 2020. A partir de las observaciones, se verificó que las cuestiones exploradas se volvieron para el trabajo con la resolución de problemas, con la introducción de las primeras nociones de ecuación y con el establecimiento de relaciones entre las operaciones, conduciendo al desarrollo del pensamiento algebraico.

Palabras clave: Álgebra; Planes de Estudios Tutorados; Educación Primaria.

1 Mestra em Educação Matemática pela Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF). Doutoranda no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PPGEM) da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), São Pedro, Juiz de Fora, Minas Gerais, Brasil. Endereço para correspondência: Rua José Lourenço Kelmer, s/n–Campus Universitário, São Pedro, Juiz de Fora, Minas Gerais, Brasil, CEP: 36036-900. E-mail: narcisoaana@gmail.com. .

2 Doutor em Educação pela Universidade Federal de São Carlos (UFSCar). Docente da Faculdade de Educação da Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), São Pedro, Juiz de Fora, Minas Gerais, Brasil. Endereço para correspondência: Rua José Lourenço Kelmer, s/n–Campus Universitário, São Pedro, Juiz de Fora, Minas Gerais, Brasil, CEP: 36036-900. E-mail: reginaldo.carneiro@ufjf.edu.br.

INTRODUÇÃO

Esta pesquisa apresenta reflexões sobre o ensino de álgebra nos anos iniciais, com o aporte teórico dos trabalhos desenvolvidos a partir do movimento *Early Algebra*, que se volta para compreender como o aluno desenvolve seu processo de raciocínio matemático a fim de adquirir a habilidade de reconhecer padrões, compreender as relações existentes entre as operações matemáticas, estabelecer conjecturas, levantar hipóteses e estabelecer generalizações.

O entendimento de como ocorre a abordagem da álgebra no 5º ano do Ensino Fundamental se deu mediante a exploração do acervo de Planos de Estudos Tutorados (PET) disponibilizados pela Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais (SEE-MG) para o ano de 2020, destinados a essa fase de escolarização.

O PET foi elaborado pela SEE-MG e disponibilizado de maneira online para toda a rede de ensino devido à pandemia da Covid-19 que exigiu o isolamento social e, consequentemente, o fechamentos das escolas.

Considerando as medidas de isolamento social recomendadas, a SEE-MG elaborou um documento que orienta a comunidade escolar para o Regime Especial de Atividades Não Presenciais (REANP). Esse documento previa a retomada das aulas em caráter emergencial e estabeleceu ações a serem implementadas como meio para dar continuidade ao ano letivo de 2020 (MINAS GERAIS, 2020).

Dentre as medidas citadas no REANP encontrava-se a proposição de uma metodologia de ensino não presencial que articulou as seguintes ferramentas como suportes para a aprendizagem:

- a) Os Planos de Estudos Tutorados (PET) que se tratavam de apostilas que contemplam conteúdos de diversas áreas do conhecimento e se destinam a estudantes da Educação Básica da rede pública de ensino.
- b) O programa “Se liga na Educação” que teve como objetivo a transmissão de teleaulas para alunos e tem como principal finalidade sanar eventuais dúvidas provenientes do estudo dos PET.
- c) O aplicativo “Conexão Escola” que compilou todas as teleaulas exibidas no programa “Se liga na Educação”, os slides trabalhados nas aulas e os Planos de Estudos Tutorados. A ferramenta também conta com um chat onde professores e alunos podem interagir para esclarecer dúvidas relacionadas aos conteúdos estudados.

Dentro dessa proposta de implementação de uma metodologia de ensino integrada que articulava as três ferramentas mencionadas, o professor teve a incumbência de analisar o material disponibilizado, propor tarefas complementares, auxiliar os alunos na resolução dos exercícios presentes nos PET e corrigir as atividades fazendo também sua devolutiva (MINAS GERAIS, 2020).

O aluno, por sua vez, assumiu um papel de autonomia na consolidação de suas aprendizagens sendo necessária a adoção de uma rotina de estudos para que todas as atividades propostas pela SEE-MG sejam desenvolvidas (MINAS GERAIS, 2020).

A partir do exposto, orientamos nossas reflexões a partir da seguinte questão de pesquisa: Qual é a proposta de trabalho com a álgebra presente nos Planos de Estudos Tutorados do 5º ano do Ensino Fundamental? Com isso, nos objetivamos a identificar quais conteúdos da disciplina são abordados nos PET destinados a esse ano de escolaridade, na modalidade regular de ensino.

Daremos início as discussões com a apresentação do referencial teórico que embasa nossas reflexões sobre o ensino de álgebra nos anos iniciais a partir da *Early Algebra*. Na sequência, traremos a metodologia empregada no mapeamento e nas análises dos Planos de Estudos Tutorados voltados para o 5º ano do Ensino Fundamental, seguido das observações que emergiram das tarefas propostas em cada apostila. Por fim, destacaremos os principais resultados obtidos a partir de nossos estudos.

O ENSINO DE ÁLGEBRA E O MOVIMENTO *EARLY ALGEBRA*

O movimento *Early Algebra* foi criado em 1998, nos Estados Unidos da América (EUA), contando com a participação de pesquisadores como Analúcia D. Schliemann, Bárbara M. Brizuela e David W. Carraher, e tinha o objetivo de discutir acerca da inserção do ensino da álgebra nos currículos de matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Nesse sentido, são desenvolvidos materiais didáticos que versam sobre temas como números e símbolos, com enfoque em investigar como se dá a aprendizagem desses conceitos nos primeiros anos da escolarização (PRESTES; GERMANO; FERREIRA, 2014; SILVA; SAVIOLI; PASSOS, 2015).

De acordo com Luna, Souza e Menduni-Bortoloti (2017), a *Early Algebra* teve sua inserção no Brasil no ano de 2012 por meio do documento intitulado “Elementos conceituais e metodológicos para a definição dos direitos de aprendizagem e desenvolvimento do ciclo de alfabetização (1º, 2º e 3º anos) do Ensino Fundamental”, proposto pelo Ministério da Educação (MEC).

Com base nesse documento, ficou prevista a abordagem da álgebra a partir dos anos iniciais do Ensino Fundamental, com foco no desenvolvimento do pensamento algébrico. Com isso, pretende-se que o aluno:

compreenda padrões e relações, a partir de diferentes contextos, devendo estabelecer critérios para agrupar, classificar e ordenar objetos, reconhecer a variabilidade de valores das grandezas e operações e a possibilidade da produção de padrões, assegurando, assim, a alfabetização e o letramento matemático (LUNA; SOUZA; MENDUNI-BORTOLOTTI, 2017, p. 43- 44).

De acordo com Carraher, Schliemann e Schwartz (2017), ensinar *Early Algebra* não é somente introduzir a álgebra (tradicional) nos currículos de matemática dos anos iniciais. É necessário que se atente para uma série de fatores que devem ser explorados nesse ciclo de escolaridade a fim de que o aluno possa ter condições de desenvolver sua capacidade de pensar algebricamente.

Segundo os autores, a *Early Algebra* baseia-se na contextualização dos problemas, introduz de forma gradual a notação formal e relaciona alguns tópicos da matemática ensinada nos anos iniciais. Assim, apresentamos a seguir três tópicos do currículo de matemática

desse ciclo de escolaridade elencados por Carraher, Schliemann e Schwartz (2017) com os quais a *Early Algebra* se relaciona.

Começaremos pelo tópico que se refere ao relacionamento da álgebra com problemas contextualizados. De acordo com Carraher, Schliemann e Schwartz (2017), essa associação tem a ver com o modo como os alunos aprendem. Para os autores, os estudantes atribuem significado para os conteúdos não somente a partir de regras lógicas, mas também por intermédio da intuição, interpretação e de inferências, ao mesmo tempo em que constroem seu raciocínio e elaboram a argumentação de princípios matemáticos. Em suas palavras, “partindo de contextos e situações ricas em problemas, espera-se que, em algum momento, os alunos possam tirar conclusões diretamente de um sistema escrito de equações ou de um gráfico x-y desenhado em um plano” (CARRAHER; SCHLIEMANN; SCHWARTZ, 2017, p. 236, tradução nossa).

O segundo tópico versa sobre a introdução gradual da notação formal. Os conteúdos algébricos como, por exemplo, as expressões, devem ser introduzidos de forma cautelosa para que não ocorra o que os autores chamam de “formalização prematura” (CARRAHER; SCHLIEMANN; SCHWARTZ, 2017, p. 236, tradução nossa). Sendo assim, é necessário que os professores abordem os termos, as técnicas e as representações algébricas gradualmente, dando espaço para que os alunos verbalizem suas interpretações e tenham, dessa forma, seus entendimentos ajustados com a proposta de educação algébrica que está sendo desenvolvida (CARRAHER; SCHLIEMANN; SCHWARTZ, 2017).

Por último, Carraher, Schliemann e Schwartz (2017) afirmam que a *Early Algebra* relaciona tópicos dos currículos de matemática dos anos iniciais e está presente seja em problemas, em tópicos que versam sobre as quatro operações e nos cálculos de razão e proporção, ou em sistemas de representação como gráficos e tabelas. Assim, o papel do professor é fazer com que o caráter algébrico presente nos conteúdos de matemática dos anos iniciais transpareça aos olhos dos alunos e faça sentido para eles.

Da análise desses três pontos elencados por Carraher, Schliemann e Schwartz (2017), pode-se concluir que a abordagem da álgebra nos anos iniciais visa estimular o desenvolvimento da capacidade do aluno de pensar algebricamente, preparando-o para a consolidação de aprendizagens que exigem um maior nível de abstração em anos posteriores em que a disciplina é apresentada com maior formalidade e rigor.

Frente a esse objetivo, destaca-se a necessidade de estabelecer o que a *Early Algebra* compreende como “pensar algebricamente”, e para isso, trazemos o trabalho de Silva, Savioli e Passos (2015) que apresentam as seguintes características como sendo traços marcantes do pensamento algébrico:

1. O pensamento algébrico manifesta-se em qualquer ciclo de escolaridade por não demandar a utilização de uma linguagem simbólica e;
2. Envolve aspectos como o estabelecimento de relações e de regularidades, envolve processos de generalização e de compreensão de propriedades matemáticas e, utiliza notações diferentes para a representação matemática de um mesmo problema.

Corroborando com esses autores, Kaput (2007) estabelece a seguinte relação entre o pensamento algébrico e as vertentes de álgebra existentes na literatura:

Quadro 1: Relação de aspectos do pensamento algébrico e vertentes da álgebra

Aspectos
A Álgebra como representação sistemática de generalizações e regularidades.
A Álgebra como raciocínio guiado sintaticamente sobre generalizações representadas por sistemas simbólicos.
Vertentes
Estudo de estruturas e sistemas provenientes de cálculos e relações, abrangendo os que surgem na aritmética e no raciocínio quantitativo.
Estudo de funções, relações e variações.
Aplicação de linguagens de modelagem, dentro e fora da matemática.

Fonte: adaptado de Kaput (2007, p. 11).

Kaput (2007) considera que a generalização e a manifestação dela em termos de símbolos, que deve ocorrer cada vez mais de maneira sistemática ao longo dos anos escolares, é um ponto central do pensamento algébrico. Além desse fator, o autor também aponta “a ação guiada sintaticamente sobre símbolos dentro de sistemas simbólicos organizados”, como um aspecto importante do pensamento algébrico (KAPUT, 2007, p. 10, tradução nossa).

A respeito das vertentes apresentadas no Quadro 1, Kaput (2007) afirma que a primeira delas compreende a álgebra como uma aritmética generalizada e é vista por diversos pesquisadores em Educação Matemática como sendo um dos pilares da aprendizagem algébrica. Sendo assim, ela inclui a generalização das operações aritméticas e suas propriedades, assim como a ideia de que uma determinada expressão pode ser substituída por outra equivalente. Além disso, também se manifesta nessa vertente a expressão de estratégias de resolução de problemas.

Todas essas manifestações de atividade algébrica se relacionam com a passagem da aritmética para a álgebra e dizem respeito ao papel central da generalização e da expressão das mesmas de maneira sistemática (KAPUT, 2007).

A segunda vertente trazida por Kaput (2007) envolve generalizações relacionadas à ideia de função. A expressão da generalização pode ser compreendida como a descrição da “variação sistemática de instâncias em algum domínio” (KAPUT, 2007, p. 13, tradução nossa). Geralmente, essa vertente é adotada para dar início às atividades que relacionam padronizações, que em certos casos podem ser necessárias para algumas formas de generalização matemática. De acordo com o autor, essa segunda linha tem limites amplos uma vez que as ideias matemáticas associadas a função podem ser bastante abrangentes.

A terceira e última vertente trazida por Kaput (2007), versa sobre a modelagem de uma atividade algébrica e pode ser de três tipos: o primeiro que se relaciona especificamente com números e quantidades em que determinados problemas aritméticos são resolvidos a partir de uma organização simbólica. De acordo com autor, esse tipo de modelagem assume geralmente a forma de uma equação, e demanda o uso de símbolos para que uma solução seja gerada; o segundo, que lança mão da generalização e do estabelecimento de padrões matemáticos, como por exemplo, os padrões geométricos que relacionam uma ou

mais variáveis para representar uma dada função e; o terceiro que envolve a generalização de soluções de problemas aritméticos, que não demandam de procedimentos algébricos para sua resolução. “Nesse tipo de modelagem de generalização, a introdução de variáveis que expressam a generalidade da situação geralmente assume a forma de parâmetros” (KAPUT, 2007, p. 14, tradução nossa).

Todos esses aspectos e vertentes, buscam exprimir as conexões existentes entre a álgebra e a matemática como um todo e são essas ligações que atribuem a álgebra um papel de importância nos currículos de matemática do Ensino Fundamental (KAPUT, 2007).

Feitas essas considerações a respeito do movimento *Early Algebra* e das questões relativas ao ensino de álgebra nos anos iniciais do Ensino Fundamental, prosseguiremos com a apresentação da metodologia empregada neste estudo.

METODOLOGIA DA PESQUISA

Nesta pesquisa, empregamos a Análise Documental compreendida por Calado e Ferreira (2005), como sendo uma metodologia de pesquisa científica que consiste em mapear, recolher, sistematizar e analisar dados constantes em um dado documento, com vista a trazer luz para uma determinada questão investigativa, conferindo-lhe algum significado relevante.

Nesse processo, é possível estabelecer duas etapas de ação: uma primeira, que consiste no processo de exploração do acervo de materiais e em uma posterior coleta dos documentos que integrarão o *corpus* da pesquisa e, uma segunda, que diz respeito ao exame das fontes coletadas a fim de tecer análises (CALADO; FERREIRA, 2005).

Seguindo a abordagem metodológica de Calado e Ferreira (2005), dividimos nosso estudo em duas etapas: a primeira que consistiu no mapeamento dos materiais destinados ao 5º ano do Ensino Fundamental, disponibilizados pela Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais para o ano de 2020, o qual nos retornou um total de 20 apostilas. A disposição dos PET, de acordo com a modalidade de ensino, pode ser verificada no Quadro 2 apresentado a seguir:

Quadro 2: Planos de Estudos Tutorados destinados ao 5º ano

Materiais destinados ao 5º ano	
Modalidade	7
Modalidade	3
Modalidade	7
Modalidade	3
Total	20

Fonte: Elaborado pelos autores

A segunda fase da análise documental, descrita por Calado e Ferreira (2005) é apresentada na seção a seguir. Para tanto, ressaltamos que as modalidades especial, especial indígena e integral não foram analisadas por extrapolarem nosso objetivo apresentado no início das discussões, neste texto. Desse modo, foram examinados e discutidos somente os

sete Planos de Estudos Tutorados que compuseram a modalidade de ensino regular. Ao fazê-lo, constatamos que apenas o volume III continha conteúdos relacionados álgebra.

ANÁLISE DOS PLANOS DE ESTUDOS TUTORADOS

Tendo em vista que os PET foram desenvolvidos a partir de orientações curriculares constantes na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e no Currículo Referência de Minas Gerais (CRMG), inicialmente foi realizada uma consulta a esses documentos a fim de identificar os conteúdos referentes a álgebra previstos para o 5º ano do Ensino Fundamental. Com base nessa investigação foram destacados os seguintes tópicos: Propriedades da igualdade e noção de equivalência; Grandezas diretamente proporcionais Problemas envolvendo a partição de um todo em duas partes proporcionais (BRASIL, 2017; BRASIL, 2018).

A partir dessa orientação curricular, demos início à leitura dos PET em busca de tais conteúdos. Pudemos perceber que as apostilas referentes aos volumes I, II, IV, V, VI e VII não abordavam nenhum conteúdo relacionado a álgebra, restando para análise apenas o PET do volume III.

Os dados discutidos a seguir se organizaram a partir da seguinte estrutura: inicialmente, fizemos a explanação dos conteúdos matemáticos previstos para o PET volume III e, em seguida, destacamos os conteúdos relacionado à álgebra. Em um segundo momento, trouxemos as orientações presentes em cada semana de atividade e finalizamos com a apresentação das tarefas propostas, bem como sua discussão, tendo como base pesquisas de diferentes autores que discutem sobre os tópicos ministrados.

PET-5º ano, volume III

Os conteúdos algébricos previstos para o Plano de Estudo Tutorado- volume III, do 5º ano, são divididos nas semanas 3 e 4 da seguinte maneira:

Semana 3: Adição e subtração com números naturais; relação de igualdade e noção de equivalência;

Semana 4: Resolução de problemas; multiplicação e divisão com números naturais; divisão e multiplicação: operações inversas; arredondamento e resultado aproximado; relacionar os conhecimentos adquiridos com o cotidiano;

As análises que emergiram da exploração desse material podem ser verificadas a seguir.

Os conteúdos a serem ministrados semana a semana são: Semana 1–Operações com números racionais; Semana 2–Multiplicação e divisão com números racionais; Semana 3–Propriedades da igualdade e noção de equivalência e; Semana 4–Divisão e multiplicação: operações inversas. Os conteúdos relacionados à álgebra estão presentes nas duas últimas semanas.

As habilidades presentes na BNCC que deveriam ser desenvolvidas são:

- (EF05MA10)–Concluir, por meio de investigações, que a relação de igualdade existente entre dois membros permanece ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir cada um desses membros por um mesmo número, para construir a noção de equivalência.
- (EF05MA11A)–Resolver problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido.
- (EF05MA11B)–Elaborar problemas cuja conversão em sentença matemática seja uma igualdade com uma operação em que um dos termos é desconhecido.
- Para dar início as atividades da semana 3, são dadas as seguintes orientações:

Figura 1: Orientações para as atividades da Semana 3

ORIENTAÇÕES AOS PAIS E RESPONSÁVEIS	DICAS PARA O ESTUDANTE	QUER SABER MAIS?
<p>Senhores Pais,</p> <p>Os objetivos da atividade de hoje são investigar a equivalência (igualdade, proporção) em adição e subtração, como também utilizar informações existentes para descobrir um valor desconhecido.</p>	<p>OI CRIANÇA,</p> <p>Hoje vamos resolver alguns problemas de adição e subtração onde teremos um dos termos desconhecidos. Vamos colocar a cabecinha para funcionar.</p>	<p>Adições e subtrações equivalentes são aquelas que possuem resultados iguais.</p> <p>Assista ao vídeo para mais informações.</p> <p>https://www.youtube.com/watch?v=Q004kX-vfFsA. Acesso em: 20 de jun. de 2020.</p>

Fonte: SEE-MG (2020).

O quadro de orientações para a realização das tarefas da Semana 3, traz na terceira coluna um *link* de um vídeo que versa sobre equivalência nas operações de adição e subtração. No entanto, verificamos que este não redireciona para uma página com o conteúdo, possivelmente devido a um erro de digitação no mesmo.

Observamos ainda que não são oferecidos textos de suporte com explicações referentes ao conteúdos abordados e, constatamos que talvez essa organização reforce a importância de que o aluno utilize todas as ferramentas pedagógicas previstas no REANP de maneira articulada, para que consiga direcionar seus estudos de maneira eficaz caso não conte com uma pessoa que tenha as habilidades necessárias para conduzir as tarefas propostas nos PET.

Também destacamos que na apostila analisada são apresentadas duas atividades para trabalhar com os conteúdos referentes à adição e subtração com números naturais, relação de igualdade e noção de equivalência. As duas tarefas serão apresentadas na Figura 2, a seguir:

Figura 2: Atividades 1 e 2–PET do 5º ano, semana 3, vol. III

1 – Ache o termo desconhecido trocando os desenhos pelo número necessário:

 + 50 = 72	80 +  = 160
 + 15 = 40	50 +  = 90
 + 80 = 120	100 +  = 150
 - 13 = 54	20 -  = 12
 - 11 = 82	70 -  = 14
 - 44 = 56	130 -  = 84

2 – Resolva

Em um sítio foram colhidas 532 mexericas em um dia, sendo 297 colhidas apenas no período da manhã. Quantas mexericas foram colhidas no período da tarde?

A professora tinha uma caixa com 23 lápis. Ela comprou mais lápis, ficando com o total de 100 lápis. Quantos lápis a professora comprou?

Fonte: SEE-MG (2020).

A questão 1 visa abordar a noção de equivalência a partir da resolução da equação do tipo “”. Assim, o aluno deve identificar o valor que deve ser escrito no lado direito da igualdade, para que após o procedimento de adição ou subtração, essa quantidade seja equivalente ao número que se encontra a esquerda.

De acordo com Freire (2011), o trabalho envolvendo relações entre quantidades tem início nos anos iniciais a partir do contato do aluno com as propriedades das operações matemáticas e do estabelecimento de relações entre as diferentes operações. É recomendado que nessa fase da escolarização os alunos expressem sua compreensão em linguagem natural e, em níveis de ensino mais avançados, utilizem a simbologia matemática.

Assim, em concordância com o proposto pela autora, na atividade em questão é possível descobrir o valor representado pela figura, a partir do estabelecimento de relações entre os dois valores numéricos apresentados em cada item.

O entendimento de como funciona uma equação, do significado de cada quantidade e a elaboração de estratégias de resolução que relacionem os valores conhecidos do problema são importantes para que o aluno associe a ideia de equação com a ideia de equivalência.

Foi possível observar uma tentativa de introduzir a noção de equação, que pode ser compreendida como um dos pontos que constitui a capacidade de pensar algebricamente, uma vez que propõe a inserção gradual de símbolos que, em anos posteriores, serão substituídos por incógnitas.

Essa perspectiva de ensinar álgebra sem a necessidade de haver a aplicação de uma notação matemática formal, alinha-se com a proposta da *Early Algebra* e com o que Silva, Savioli e Passos (2015) definem como um dos aspectos chave do desenvolvimento do pensamento algébrico.

Os autores (2015) orientam sua compreensão do que vem a ser a capacidade de pensar algebricamente com base em dois aspectos centrais. O primeiro deles postula que pode haver a manifestação desse tipo de pensamento em qualquer ano de escolaridade, pois a notação simbólica não é considerada um pré-requisito para a manifestação das ideias matemáticas construídas. Já a segunda característica, diz respeito a capacidade de que sejam estabelecidas relações entre quantidades em diferentes contextos, a observação de padrões e regularidades, a compreensão das propriedades das operações e o uso de diferentes formas de representação do raciocínio dentro de uma mesma situação problema.

Carraher, Schliemann e Schwartz (2017) afirmam que a *Early Algebra* baseia-se na exploração de problemas contextualizados como ferramenta para a introdução gradual da notação matemática. Para os autores, o ensino da álgebra por meio da resolução de problemas é pertinente tendo em vista que os alunos aprendem a partir da interpretação, da elaboração de hipóteses e da justificação de seu raciocínio.

De acordo com esses autores (2017), a *Early Algebra* se faz presente em contextos de aprendizagens matemáticas que lançam mão de problemas, que abordam as quatro operações ou que relacionam as ideias de razão, proporção e equivalência.

No caso da atividade 2, são propostos dois problemas para trabalhar com a noção de equivalência a partir das operações de adição e subtração.

Para resolver as situações-problema mostradas na questão 2, é necessário observar como os dois valores conhecidos se relacionam. Assim, para resolver as questões o aluno pode basear-se na resolução da atividade anterior e utilizar o seguinte raciocínio: “ $____ + 297 = 532$ ” e “ $23 + ____ = 100$ ” ou ainda realizar as subtrações sem se atentar a essa estrutura.

Nesse contexto em que a maioria dos alunos têm que resolver todas as atividades sem a mediação do professor, explicações sobre o conteúdo poderiam contribuir para discutir as ideias de equação, equivalência, relação entre quantidades e sinal de igualdade e, sobretudo, guiar o aluno na escolha de qual raciocínio usar para resolver as questões propostas.

Além disso, ficou reforçada a necessidade de que o aluno associasse a resolução das atividades do PET com as teleaulas transmitidas pelo programa “Se liga na Educação” através da TV e da internet ou fizesse uso do aplicativo “Conexão Escola”, para contactar o professor e acessar outros materiais de apoio, caso não pudesse contar com o auxílio de alguma pessoa que pudesse orientá-lo no desenvolvimento das tarefas.

Diante dessas duas atividades, ficam os seguintes questionamentos: “A maneira como os conteúdos foram abordados é suficiente para que o aluno consolide aprendizagens relacionadas aos tópicos apresentados? ”, “Como a comunidade escolar irá se preparar

para suprir eventuais defasagens que possam surgir como decorrência do Ensino Remoto Emergencial?”.

Dando continuidade as atividades do Plano de Estudo Tutorado do 5º ano–volume III, são apresentadas as orientações para o desenvolvimento das tarefas propostas para a quarta semana, conforme é ilustrado pela Figura 3.

Figura 3: Orientações para as atividades da Semana 4

ORIENTAÇÕES AOS PAIS E RESPONSÁVEIS	DICAS PARA O ESTUDANTE	QUER SABER MAIS?
<p>Senhores Pais,</p> <p>Os objetivos da atividade de hoje são investigar a equivalência (igualdade, proporção) em multiplicação e divisão, como também utilizar informações existentes para descobrir um valor desconhecido.</p>	<p>OI CRIANÇA,</p> <p>Hoje vamos resolver alguns problemas de multiplicação e divisão onde teremos um dos termos desconhecidos. Vamos colocar a cabecinha para funcionar.</p>	<p>Uma igualdade é equivalente a outra quando possuem o mesmo resultado. Quando multiplicamos ou dividimos os membros da igualdade por um mesmo valor, o resultado permanece igual.</p> <p>Uma igualdade não se altera ao multiplicar ou dividir seus membros por um mesmo número.</p> <p>https://novaescola.org.br/plano-de-aula/1319/investigando-equivalencia-em-multiplicacoes-e-divisoes. Acesso em: 20/06/2020.</p>

Fonte: SEE-MG (2020).

O *link* apresentado na terceira coluna do quadro de orientações redireciona para a *homepage* de um site, e não especificamente para um artigo que explique o assunto. Reiteramos que tal circunstância poderia gerar dificuldades para a localização do material proposto. Ao realizarmos uma busca pelo título do trabalho mencionado no *link*, é apresentado um plano de aula que não conta com exercícios resolvidos ou textos explicativos.

Na sequência são apresentadas três questões com o intuito de discutir conteúdos relacionados a resolução de problemas, a multiplicação e a divisão com números naturais, operações inversas da divisão e da multiplicação, arredondamento e resultado aproximado e associação de conhecimentos adquiridos no cotidiano. As atividades são mostradas abaixo.

Figura 4: Atividades 1, 2 e 3- PET do 5º ano, Semana 4**1–** Observe as Multiplicações com mesmo resultado

$2 \times 120 = 240$	$4 \times 60 = 240$
----------------------	---------------------

Descubra junto com a sua família. Como posso fazer outra multiplicação e ter este mesmo resultado?

Agora é com você, complete as operações para que tenham o mesmo resultado.

$$3 \times 206 = \underline{\hspace{2cm}} \qquad 8 \times 48 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\underline{\hspace{2cm}} \times \underline{\hspace{2cm}} = 618 \qquad \underline{\hspace{2cm}} \times \underline{\hspace{2cm}} = 384$$

2– Observe as divisões com mesmo resultado

$124 : 4 = 31$	$496 : 16 = 31$
----------------	-----------------

O que você acha que foi feito para as duas divisões darem o mesmo resultado?

Pense e resolva as outras divisões

$$180 : 9 = \underline{\hspace{2cm}} \qquad \underline{\hspace{2cm}} : \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$72 : 4 = \underline{\hspace{2cm}} \qquad \underline{\hspace{2cm}} : \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$170 : 5 = \underline{\hspace{2cm}} \qquad \underline{\hspace{2cm}} : \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

3– Resolva.

Paulinha fez uma grande festa em seu aniversário. Convidou 25 amigos seus e seus pais convidaram 5 vezes mais pessoas do que Paulinha. Os amigos de Paulinha comeram juntos 500 salgadinhos e os convidados de seus pais comeram 2.500 salgadinhos.

- Quantos foram os convidados dos pais de Paulinha?
- Sabendo que todos os convidados comeram a mesma quantidade de salgadinhos, qual foi a quantidade de salgadinho que cada convidado comeu?
- O que podemos afirmar sobre a quantidade de salgadinhos comida pelos dois grupos de convidados?

Fonte: SEE-MG (2020).

Na atividade 1 é abordada a noção de equivalência a partir da operação de multiplicação. Assim, em um primeiro momento são apresentados dois cálculos de multiplicação com mesmo resultado, e é pedido para que o aluno pense em outras combinações de números, que quando multiplicados levem aos valores apresentados nos dois exemplos. Em seguida, são apresentadas multiplicações com resultados equivalentes para que opere com os valores mostrados.

A atividade 2 é introduzida por um exemplo que mostra dois cálculos de divisão que apresentam o mesmo resultado. A ideia aqui, é trabalhar com a noção de proporcionalidade através de operações de divisão.

Em seguida, o aluno é convidado a refletir sobre o porquê de divisões com números diferentes apresentarem o mesmo resultado, e são colocadas seis divisões para que o aluno resolva.

Apesar de o exercício não contar com um enunciado que especifique que as operações que possuem todos os espaços em branco devem apresentar os mesmos resultados das operações com valores conhecidos, infere-se que esse deva ser o raciocínio empregado devido ao exemplo inicial apresentado na questão.

A terceira questão traz uma situação problema que o aluno deve responder usando operações de multiplicação e divisão. Assim, para resolver os itens a, b e c deve ser empregado o seguinte raciocínio:

- a) “ Se Paulinha convidou 25 amigos e seus pais convidaram 5 vezes mais pessoas, o cálculo a ser feito é: $25 \times 5 = 125$ ’;
- b) “ Se os amigos de Paulinha comeram 500 salgadinhos e os convidados de seus pais comeram 2.500 salgadinhos, foram comidos um total de $500 + 2.500 = 3.000$ ’ salgados. Como todos comeram a mesma quantidade e a festa teve a participação de 125 convidados dos pais + 25 amigos de Paulinha = totalizando 150 pessoas’, o cálculo que representa o que cada um comeu pode ser dado por $3.000 : 150 = 20$ ’;
- c) “ O grupo dos convidados dos pais de Paulinha comeu uma quantidade maior de salgados, porque ele contava com um número maior de pessoas, sendo a quantidade consumida representada por $2500 : 125 = 20$ ’. O grupo representado pelos amigos de Paulinha consumiu menos salgados, porque tinha menos pessoas. Então a quantidade de salgados por convidado é representada por: $500 : 25 = 20$ ’.

De acordo com Silva *et al.* (2015), nos anos iniciais o aluno deve desenvolver seu pensamento matemático a partir do entendimento das noções de multiplicação e divisão, mesmo que nesse ciclo de escolaridade ainda não sejam introduzidos os algoritmos de resolução de tais operações.

As atividades explicitadas propõem o desenvolvimento dessas noções, mas as orientações vagas podem dificultar a compreensão das relações existentes entre os valores que estão sendo operados e seus resultados. Assim, de certo modo acaba sendo esperado que o aluno chegue a essas conclusões sozinho, o que pode não acontecer sem algum tipo de mediação pedagógica.

Novamente são realizadas tentativas de propor investigações matemáticas, a partir da exploração noção de equivalência nas operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. No entanto, com base nos trabalhos de Ghelli, Santos e Oliveira (2015) e Freire (2011), é possível compreender que as atividades propostas apresentam pouco potencial para serem caracterizadas como tarefas de investigação, pois não estimulam o envolvimento do aluno e não conduzem aos processos de elaboração de hipóteses, experimentação, testagem e validação destas.

Finalizaremos as reflexões acerca do ensino de álgebra no 5º ano do Ensino Fundamental com as considerações fomentadas com o decorrer deste estudo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa, buscamos evidenciar a proposta de trabalho com álgebra nos anos iniciais, a partir das pesquisas desenvolvidas no âmbito do movimento *Early Algebra*. Com o intuito de identificar como se dá abordagem da disciplina no 5º ano do ensino Fundamental, mapeamos e analisamos os Planos de Ensino Tutorados destinados a esse ano de escolaridade, na modalidade regular de ensino, e tivemos como suporte a seguinte questão de pesquisa: Qual é a proposta de trabalho com a álgebra presente nos Planos de Estudos Tutorados do 5º ano do Ensino Fundamental?

Ao buscar meios de trazer respostas para o questionamento apresentado acima, foram examinados sete volumes de apostilas e foi verificado que apenas o volume III apresentava conteúdos algébricos.

De modo geral, foi possível constatar que ausência de explicações mais claras acerca dos conteúdos desperta a percepção de que as três ferramentas construídas no âmbito do Regime Especial de Atividades Não Presenciais (REANP) deveriam ser utilizadas de maneira articulada, tanto para facilitar o acesso as teleaulas ofertadas pelo programa “Se liga na Educação”, quanto para um contato direto com o professor e com materiais didáticos de apoio através do aplicativo “Conexão Escola”, caso o aluno não pudesse contar com o auxílio de alguma outra pessoa durante o desenvolvimento das atividades propostas nos PET.

As cinco questões exploradas se voltaram para o trabalho com a resolução de problemas, com a introdução das primeiras noções de equação e com o estabelecimento de relações entre as operações, com o intuito de estimular o desenvolvimento do pensamento algébrico.

As análises apresentadas, nesta pesquisa, conduzem à alguns questionamentos pertinentes a aprendizagem algébrica e matemática, de modo geral, como por exemplo: Qual suporte foi dado para que os alunos tivessem acesso aos Planos de Estudos Tutorados e às demais ferramentas ofertadas pelo REANP? Como os professores tiveram acesso às atividades realizadas pelos estudantes e qual estratégia utilizaram para aferir as aprendizagens consolidadas? Que tipo de suporte foi dado ao professor para que pudesse desempenhar seu papel na mediação do processo de construção de conhecimentos de maneira efetiva? Como a comunidade escolar se organizou para atravessar o momento pandêmico e conter a evasão escolar? Quais lacunas foram deixadas na aprendizagem dos alunos como decorrência da pandemia?

De certa forma, todas essas interrogações conduzem a reflexões a respeito dos desafios enfrentados por professores, alunos, famílias e escolas diante de todas as incertezas trazidas pela pandemia da Covid-19, e podem servir de base para o desenvolvimento de novas pesquisas que se debruçam sobre a análise do processo de ensino e aprendizagem durante esse período.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC):** educação é a base. Brasília, DF: MEC/ CONSED/UNDIME, 2017.

BRASIL. União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação (Undime/MG). Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais (SEE/MG). **Currículo Referência de Minas Gerais**. Belo Horizonte, p. 1-918, 2018

CALADO, Sílvia Dos Santos; FERREIRA, Sílvia Cristina Dos Reis. **Análise de Documentos:** método de recolha e análise de dados. 2004/2005. Disponível em: <www.educ.fc.ul.pt> Acesso em: 04 ago. 2020.

CARRAHER, David W.; SCHLIEMANN, Analúcia D.; SCHWARTZ, Judah L.. Early Algebra Is Not the Same as Algebra Early. In: KAPUT, James J.; CARRAHER, David W.; BLANTON, Maria L. (ed.). **Algebra in the Early Grades**. Nova York: Taylor & Francis Group, 2017. p. 5-18.

FREIRE, Raquel Santiago. **Desenvolvimento de conceitos algébricos por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental**. 2011. Tese (Doutorado em Educação)–Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2011.

GHELLI, Kelma Gomes Mendonça; SANTOS, Anderson Oramisio; OLIVEIRA, Guilherme Saramago de. Investigações Matemáticas: fundamentos teóricos para aprendizagem matemática nas séries iniciais do ensino fundamental. In: ENCONTRO DE PESQUISA E EDUCAÇÃO, 8., 2015, Uberaba. **Anais [...]**. Uberaba: Uniube, 2015. p. 1-19.

KAPUT, James J.. *What Is Algebra? What Is Algebraic Reasoning?* In: KAPUT, James J.; CARRAHER, David W.; BLANTON, Maria L. (ed.). **Algebra in the Early Grades**. Nova York: Taylor & Francis Group, 2007. p. 5-17.

LUNA, Ana Virginia de Almeida; SOUZA, Elizabeth Gomes; MENDUNI-BORTOLOTTI, Roberta D'Angela. Um zoom nas produções discursivas em tarefas de Early Algebra de crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Espaço Plural**, Marechal Cândido Rondon, v. 36, n. 18, p. 41-72, jan/jun. 2017.

MINAS GERAIS. Governo do Estado de Minas Gerais. Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais. **Estude em casa**. 2020. Disponível em: <<https://estudeemcasa.educacao.mg.gov.br/pets>>. Acesso em: 01 ago. 2020.

PRESTES, Diego Barboza; GERMANO, Mara Aparecida Pedrini; FERREIRA, Márcia Praisler Pereira. Tarefas da early algebra realizadas por estudantes do Ensino Fundamental I. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2014, Campo Mourão. **Anais [...]**. Campo Mourão: Sbem-Paraná, 2014. Disponível em: <http://sbemparana.com.br/arquivos/anais/epremxii/index.htm>. Acesso em: 31 mar. 2020.

SILVA, Daniele Peres da; SAVIOLI, Angela Marta Pereira das Dores; PASSOS, Marinez Meneghello. Caracterizações do pensamento algébrico manifestadas por estudantes em uma tarefa da Early Algebra. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência & Tecnologia**, Curitiba, v. 8, n. 3, p. 104-135, set. 2015.

SILVA, João Alberto da; JELINEK, Karin Ritter; BECK, Vinicius Carvalho; MIRANDA, Pamela; FONSECA, Willian. Estratégias e procedimentos de crianças do ciclo de alfabetização frente à situações-problema que envolvem multiplicação e divisão. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 17, n. 4, p. 740-766, 2015.

Histórico

Recebido: 21 de novembro de 2023.

Aceito: 26 de maio de 2024.

Publicado: 29 de maio de 2024.

Como citar – ABNT

NARCISO, Ana Lucia do Carmo; CARNEIRO, Reginaldo Fernando. Análise dos Planos de Estudos Tutorados de Álgebra para o 5º ano do Ensino Fundamental. *Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC*, Belém/PA, n. 47, e2024015, 2024. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2024.n47.e2024015.id573>

Como citar – APA

NARCISO, A. L. C., & CARNEIRO, R. F. (2024). Análise dos Planos de Estudos Tutorados de Álgebra para o 5º ano do Ensino Fundamental. *Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC*, (47), e2024015. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2024.n47.e2024015.id573>