Rematec
Revista Matemática, Ensino e Cultura

e-ISSN: 2675-1909 | ISSN: 1980-3141
N. 48, e2024004
10.37084/REMATEC.1980-3141.2024.n48.e2024004.id591

Construção e Desconstrução Geométrica: gestos intelectuais fundamentais para a aprendizagem da geometria

Geometric Construction and Deconstruction: intellectual gestures which are fundamental to the learning of geometry

Construcción y Deconstrucción Geométrica: gestos intelectuales fundamentales para el aprendizaje de la geometría

Adalberto Cans[1]

Méricles Thadeu Moretti[2]

RESUMO

Este trabalho é pertinente ao domínio da Educação Matemática, pois aborda a Geometria imersa em um novo cenário teórico de aprendizagem. Tem por objetivo trazer reflexões que possam contribuir para consolidar o ensino das construções e desconstruções geométricas como requisito auxiliar básico à aprendizagem da Geometria. Este trabalho fundamenta-se na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. Metodologicamente alinha-se a uma pesquisa qualitativa-bibliográfica tecendo uma reflexão, majoritariamente, sobre trabalhos de pesquisadores como Elenice de S. L. Zuin e Raymond Duval, contemplando ainda obras de outros autores. Por fim, a pesquisa mostra suscintamente as mudanças na trajetória das construções geométricas na educação brasileira, realça o valor heurístico da desconstrução geométrica e induz que a prática desses gestos intelectuais pode mitigar danos cognitivos no conhecimento geométrico do sujeito. Atitude que pode favorecer o aprendizado da Geometria com consequente redução do custo cognitivo à compreensão da Matemática.
Palavras-chave: Aprendizagem da Matemática; Educação Matemática; Teoria dos Registros de Representação Semiótica; Teoria Cognitiva.

ABSTRACT

This work is pertinent to the domain of Mathematics Education, as it addresses Geometry immersed in a new theoretical learning scenario. It aims to bring reflections that can contribute to consolidating the teaching of geometric constructions and deconstructions as basic auxiliary requirement for learning Geometry. This work is based on Raymond Duval's Theory of Registers of Semiotic Representation. Methodologically, is aligned with a qualitative-bibliographical research, reflecting mainly on works by research such as Elenice de S. L. Zuin and Raymond Duval, also including works by other authors. Finally, the research briefly shows the changes in the trajectory of geometric constructions in Brazilian education system, highlighting the heuristic value of geometric deconstruction and inferring that the practice of these intellectual gestures can mitigate damage in the geometric knowledge of the learner. Attitude that can favor the learning of Geometry with a consequent reduction in the cognitive timing for understanding Mathematics.
Keywords: Mathematics Learning; Mathematics Education; Theory of Register of Semiotic Representation; Cognitive Theory.

RESUMEN

Este trabajo es pertinente al campo de la Educación Matemática, pues aborda la Geometría inmersa en nuevo escenario de aprendizaje teórico. Pretende traer reflexiones que puedan contribuir a consolidar la enseñanza de las construcciones y deconstrucciones geométricas como requisito auxiliar básico para el aprendizaje de la Geometría. Este trabajo se basa en la Teoría de los Registros de Representación Semiótica de Raymond Duval. Metodológicamente, se alinea con la investigación cualitativa-bibliográfica, reflexionando principalmente sobre trabajos de investigadores como Elenice de S. L. Zuin y Raymond Duval, incluyendo también trabajos de otros autores. Finalmente, la investigación muestra sucintamente los cambios en la trayectoria de las construcciones geométricas en la educación brasileña, destaca el valor heurístico de la deconstrucción geométrica e infiere que la práctica de estos gestos intelectuales puede mitigar el daño cognitivo en el saber geométrico del sujeto. Actitud que puede favorecer aprendizaje de la Geometría con la consiguiente reducción del tiempo cognitivo para la comprensión de

1 Mestre em Matemática pela Universidade Federal de Rondônia (UNIR). Doutorando do Programa de Pós-graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina (PPGECT/UFSC), Florianópolis, Santa Catarina, Brasil.Endereço: Rua Jabuticabeira do Sul, 350, Ribeirão da Ilha, Florianópolis, SC, Brasil, CEP: 88.064-076. E-mail: adalbertocns12@gmail.com.

2 Doutor em Didática da Matemática pela Universidade de Estrasburgo (UNISTRA). Professor permanente do Programa de Pós-graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina (PPGECT/UFSC), Florianópolis, Santa Catarina, Brasil. Endereço: Campus Universitário, Centro de Ciências Físicas e Matemática, Trindade, Florianópolis, SC, Brasil, CEP: 88.040-900. E-mail: mthmoretti@gmail.com.

las Matemáticas.
Palabras clave: Aprendizaje de la Matemática; Educación Matemática; Teoría de los Registros de Representación Semiótica; Teoría Cognitiva.

INTRODUÇÃO

Examina-se neste artigo a Construção e a Desconstrução geométrica como condições cognitivas potenciais para a aprendizagem da Geometria. Mas, efetivamente, a que estamos nos referindo? Tomando como ponto de partida essa indagação, apresenta-se a seguir alguns conceitos que nortearam todo este trabalho.

A Construção geométrica é um método que explora as definições e propriedades dos objetos de conhecimento da Geometria euclidiana, para construí-los, obedecendo a uma sequência lógica de atividades possíveis de serem executadas com uso de instrumentos de desenho, que podem ser analógicos ou digitais – régua, compasso, transferidor, esquadro ou um *software* (CANS; MORETTI, 2023). Desse ato, se produz um tipo especial de representação semiótica para a Matemática – as figuras geométricas. De fato, "pois com um desenho à mão livre não poderíamos nem distinguir uma reta de uma curva, nem verdadeiramente considerar as relações entre grandezas!" (DUVAL, 2011, p. 84).

Estas são construções de grande valia para a Geometria, posto que só as figuras geométricas possibilitam as transformações geométricas no plano, competências cognitivas importantes para esse ramo da Matemática, a exemplo das isometrias e homotetias.

Em contraponto, a Desconstrução geométrica definida por Duval (2022), tema relativamente novo na Educação Matemática, pode ou não ser realizada com o uso de instrumentos e assemelha-se a um processo de "desmanche" intencional das formas geométricas. Este pode ocorrer por dois tipos de operações figurais:

(1) Desconstrução dimensional, onde a forma originalmente na dimensão nD (n = 3, 2 ou 1), pode ser percebida decomposta em unidades dimensionais nD e (n-1)D, (n-2)D, ..., 0D, por exemplo: um polígono (1D) pode ser decomposto em lados que são segmentos (1D) e vértices que são pontos (0D); ou

(2) Reconfiguração intermediária ou heurística, que permite a decomposição e a reorganização das formas, em unidades figurais de mesma dimensão da figura original, por rearranjos como: justaposição, sobreposição, adição de traços, subdivisão etc. Estas decomposições visam, especialmente, propiciar a heurística de problemas de Geometria.

Para Duval (2022, p. 24) "Esta desconstrução dimensional das formas é o pré-requisito para uma compreensão efetiva de toda enunciação de propriedades geométricas e, portanto, para sua mobilização efetiva pelos alunos na resolução de problemas".

Convém observar neste trabalho que os dois procedimentos descritos incorrem em operações semiocognitivas, dado que trabalham objetos conceituais da Geometria – ponto, reta, curva, polígonos, círculos etc., através de suas representações semióticas, associadas a gestos intelectuais (tratamentos, conversões, mudança de dimensão entre outros), alinhando-se às características mais produtivas de conhecimento da Geometria: imaginação criativa, raciocínio visual e o pensamento lógico-dedutivo; requisitos fundamentais a qualquer área de conhecimento.

Ademais, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) é nesse ramo da Matemática que “o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive” (BRASIL, 1998, p. 51). Referência que torna relevante toda discussão acadêmica que visa melhorar a aprendizagem da Geometria.

Assim sendo, essa discussão pode contribuir para que o ensino das construções e desconstruções geométricas seja utilizado como um requisito auxiliar básico à aprendizagem da Geometria.

Para essa argumentação estruturou-se um breve recorte da trajetória das construções geométricas no Brasil buscando subsídios na literatura científica e, para apoio as desconstruções geométricas, trazemos à baila os estudos do pesquisador francês Raymond Duval, em seguida são apresentadas considerações que aproximam essas duas operações semiocognitivas e finalmente delineia-se uma conclusão.

Como ver-se-á, a pesquisa bibliográfica revela a concordância de pesquisadores e normas legais, no sentido de que as operações de construção e desconstrução geométrica podem ser trabalhadas vinculadas a Geometria, especialmente no Ensino Fundamental – Anos Finais, estando estas duas operações cognitivas revestidas da possibilidade de minimizar dificuldades e colaborar na melhoria do processo de aprendizagem da Geometria. Sendo esta, a causa que guia-nos na escrita deste texto. Um sinótico aceno na direção da nossa tese de doutoramento, que está em desenvolvimento no Programa de Pós-graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina (PPGECT/UFSC).

BREVE RECORTE DAS CONSTRUÇÕES GEOMÉTRICAS NO BRASIL

Nesta Seção descreve-se concisamente a oscilação do ensino das construções geométricas da Geometria euclidiana no Brasil, desde meados do século XX d.C. até os dias atuais. O objetivo pontual é demonstrar a “resiliência” curricular desse saber na educação nacional, ora com prestígio de disciplina escolar independente, ora reduzido a simples parcela de outras, mas novamente reconhecido no Brasil, sublinhando o fato de que esse conteúdo nunca deixou de assistir à aprendizagem da Geometria e consequentemente da Matemática.

Para Wagner (2007) as construções geométricas já apareciam na Geometria grega no século V a.C., época dos pitagóricos. Mas é na Geometria Euclidiana, assim adjetivada, após a famosa obra “Os Elementos[3]” do matemático grego Euclides de Alexandria, dos séculos IV e III a.C., que elas vão se irradiar (MUNIZ NETO, 2014). O tratado “Os Elementos” é um dos clássicos que mais influenciou a ciência em geral, nele pode-se observar que as construções geométricas estão integradas à teoria da Geometria (ZUIN, 2001).

Nos anos de 1942 e 1946 o ministro da Educação e da Saúde Pública, Gustavo Capanema, publica as leis Orgânicas de Ensino que ficaram conhecidas no Brasil por Reforma

3 Obra clássica da Matemática grega, composta por 13 volumes, que mais influenciou o pensamento ocidental, desde os tempos antigos até o século XIX do mundo contemporâneo (BOYER, 2012).

Capanema. Essas Leis estruturam o ensino em dois ciclos. O primeiro, denominado Ginasial, com 4 anos de duração; e o segundo, o Secundário, separado em Clássico ou Científico ambos de formação geral com 3 anos de duração (BRASIL, 1942, 1946). Nessas Leis "maior valorização foi dada às construções geométricas. O estudo do Desenho com régua e compasso já se iniciava na 1ª série ginasial, estando presente em todas as séries dos cursos ginasial e científico" (ZUIN, 2001, p. 78).

De acordo com esta pesquisadora faz-se necessário entender que o Desenho Geométrico (DG), enquanto disciplina independente no Brasil, se confundia com o ensino das construções com régua e compasso da Geometria euclidiana,

> Às construções geométricas com régua e compasso, a partir do momento que se tornam um saber escolar autônomo nos documentos oficiais e mesmo no título dos compêndios didáticos, aparecem com mais de uma designação: Desenho, Desenho Linear Geométrico, Desenho Linear e Desenho Geométrico (ZUIN, 2001, p. 62).

Observe-se a Portaria n. 966 de 1951, constate-se que "o Desenho Geométrico tem uma finalidade mais instrutiva do que mesmo educativa, visando a aquisição de conhecimentos indispensáveis para o estudo da Matemática, do qual deve-se tornar um auxiliar imediato [...]" (BRASIL, 1951). Ou seja, ao iniciar a segunda metade do século XX, além de valorizadas, tornar-se auxiliar da matemática mostra que o vínculo inicial entre as construções geométricas e a Geometria era uma tendência.

Porém em 1961, sob a influência do Movimento da Matemática Moderna (MMM)[4] em todo mundo, foi sancionada a 1ª Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB n. 4024/61) (BRASIL, 1961). Para esse momento da história, os pesquisadores Zuin (2001) e Barrantes e Blanco (2004) são uníssonos ao afirmar que a Geometria passou para um segundo plano nos currículos, nos manuais didáticos e inclusive para os professores, que diminuíram a abordagem de seus temas, não dirigindo mais a atenção necessária ao seu desenvolvimento. Nesta Lei, a Geometria torna-se uma disciplina complementar obrigatória em duas das quatro opções de currículo do curso Ginasial e em apenas uma das quatro opções do segundo ciclo. Portanto, com a desobrigatoriedade a Geometria, visivelmente, perde espaço ao ficar de fora de duas das quatro opções de currículos do curso Ginasial, e da maioria dos currículos do segundo Ciclo, desprestígio que também levaria consequências ao DG.

Todavia, a derrocada do DG na educação brasileira ocorre pela LDB n. 5692/71, de 11 de agosto de 1971, na qual o DG perdeu a obrigatoriedade, passando a figurar apenas no rol de disciplinas da parte diversificada dos currículos. Este é um ponto fundamental, pois cada instituição de ensino estava livre para trabalhar ou não essa disciplina.

Por outro lado, o artigo 7º desta Lei torna obrigatório a inclusão de outras disciplinas, entre elas a Educação Artística nos currículos de 1º e 2º graus (BRASIL, 1971).

Pode-se garantir, em acordo com Nascimento (1994) e Zuin (2001), que após o ano de 1971 o papel do Desenho não ficou bem definido, sendo visto ora como uma disciplina independente, ora como parte da Educação Artística. Indefinição que também é evidencia-

4 MMM – Reforma no ensino de Matemática que enfatizava a teoria dos conjuntos e a conceituação em detrimento da manipulação e das aplicações, que posteriormente acabou caindo em descrédito (LIMA, 1999).

da no Parecer n. 395/80 do Conselho Estadual de Educação do estado de São Paulo, "[...] não é bem exato que o Desenho tenha sido retirado do ensino de 1º e 2º graus, pois Desenho, parte das artes plásticas, pode ser ministrado dentro da matéria obrigatória Educação Artística" (CEE-SP, 1980).

De toda forma, o ensino das construções geométricas resiste sendo, praticamente, a única modalidade de desenho que se manteve em algumas poucas escolas nos 25 anos posteriores a homologação da Lei n. 5692/71 (ZUIN, 2001).

Mais adiante, em 20 de dezembro de 1996, com a publicação do aparato legal que atualmente estrutura o ensino no Brasil, a LDB n. 9394/96, ergue-se uma nova reforma educacional (BRASIL, 1996).

Consoante Schwartzman, Bomeny e Costa (2000, p. 21) esta lei não foi "o resultado de um grande debate nacional, e sim da adoção de um substitutivo de última hora apresentado pelo então senador Darcy Ribeiro, que havia estado nas trincheiras da escola pública nos anos 1950 a 1960, mas que buscava então olhar para a educação com outros olhos". A pouca discussão afetava, principalmente, as especificações curriculares, suscitando imediatamente uma nova orientação.

Nesse sentido, preocupados com a padronização da educação em todo território brasileiro, são expedidos pelo Ministério da Educação (MEC) os Parâmetros Curriculares Nacionais (Mazzante, 2005). Embora os PCNs não tenham caráter obrigatório, as suas diretrizes disciplinares apontam, claramente, a preocupação com o retorno do ensino de Geometria Euclidiana, assim como das construções geométricas dentro da componente curricular matemática (BRASIL, 1997, 1998, 2000). Fato também evidenciado por Zuin (2001, p. 99-100),

> Percebemos uma preocupação com o desenvolvimento do pensamento geométrico do aluno, aliado aos traçados geométricos, os quais possibilitam visualizar de uma forma concreta a teoria. A importância da construção do conhecimento de geometria, através das construções geométricas, é reforçada, em diversos trechos dos PCN de Matemática, [...].

Mesmo como um documento facultativo, os PCNs servem de referência às indefinições curriculares instauradas pela nova LDB, e, pragmaticamente, influenciam a formação dos currículos, tanto para o projeto pedagógico das escolas quanto para os professores em sala de aula.

Contudo, em 20 de dezembro de 2017 e 04 de dezembro de 2018, respectivamente, é homologada a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), para a Educação Infantil e Ensino Fundamental, e para o Ensino Médio.

A base é um documento normativo, portanto obrigatório, que já era previsto no Artigo 26 da LDB n. 9394/1996, e estabelece conhecimentos, competências e habilidades que se espera que todos os estudantes desenvolvam ao longo da escolaridade básica no Brasil (BRASIL, 2017a, 2018).

Destaque-se nessa norma o enfoque dado a Geometria, que perpassa, como unidade temática, todos os anos do Ensino Fundamental na área de Matemática, bem como, o retorno legal das construções geométricas, com uso de instrumentos, vinculadas a teoria da

Geometria Plana em vários pontos do texto, a exemplo da competência 5 que propõe: "Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados" (BRASIL, 2017a, p. 265).

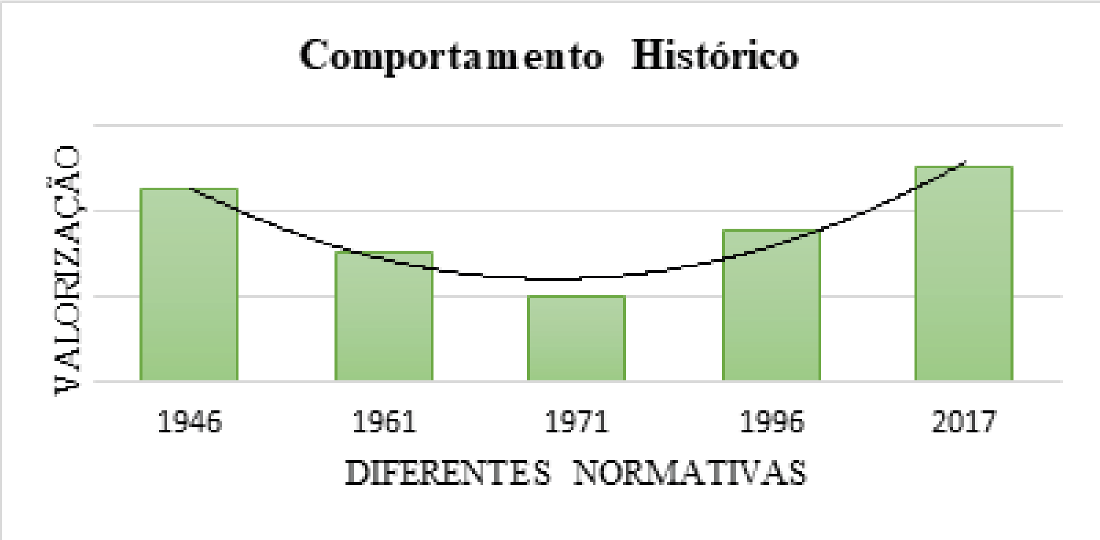
Um processo que utiliza ferramentas matemáticas, digitais ou não, para solucionar problemas de diversas áreas de conhecimento validando estratégias na teoria da Geometria, parece-nos ser, inegavelmente, as construções geométricas.

Pode-se observar também, e a própria redação da BNCC confirma ter como uma finalidade a continuidade, consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no Ensino Fundamental (BRASIL, 2018, p. 464), que a Geometria e as construções geométricas, estão comtempladas na área Matemática e suas Tecnologias nos três anos do novo Ensino Médio, notadamente, nas competências específicas e respectivas habilidades: (EM13MAT103 e 05), (EM13MAT201), (EM13MAT307, 08, 09, 13 e 14), (EM13MAT504, 05, 06 e 09), ver (BRASIL, 2018, p. 545).

Na contemporaneidade, a BNCC para a etapa do Ensino Médio, em face de implementação da Lei n. 13415/2017[5], sofre muitas críticas exigindo uma melhor análise, assim sendo não dilataremos esse tema neste trabalho.

A seguir, com base no que foi investigado, apresenta-se na Figura 1 uma ilustração do ir e vir das construções geométricas nos documentos normativos da educação básica brasileira.

Figura 1 – Ilustração do ir e vir das construções geométricas na educação brasileira



Fonte: Elaboração pelos autores

A partir de um olhar perceptivo sobre a Figura 1, associado ao que se discorreu nessa Seção, foi possível perceber que a construção geométrica sempre permeou o processo de ensino da Matemática no Brasil, independente das políticas educacionais vigentes, o que nos permite intuir o quão importante ela tem se mostrado para auxiliar a compreensão e a aprendizagem da Geometria.

5 Lei n. 13415/2017, que altera a LDB nº. 9394/1996 e estabelece que o currículo do Ensino Médio será composto pela Base Nacional Comum Curricular e por Itinerários Formativos (BRASIL, 2018, p. 468).

Por que ensinar construção geométrica beneficia o aprendizado da geometria?

A reposta a esta questão reflete bem uma fração da relevância deste trabalho. Infere-se que as construções geométricas diminuem a abstração no estudo da Geometria, à medida que fornece-lhe uma maneira eficaz de transfigurar objetos ideais em representações semióticas típicas — as figuras geométricas, constituindo-se em ferramenta didática importante para a sua compreensão.

O próprio Duval (2011) afirma ser as figuras geométricas, as representações produzidas para que possamos "ver" que parecem mais naturais na Matemática, o que lhes confere um poder cognitivo singular.

Em particular, essas construções são mais importantes ainda se vistas pelo prisma do sujeito que aprende. Ao praticá-las e validá-las na teoria da Geometria, o aluno irá: conectar ideias abstratas e dispares, por exemplo, construir circunferências para obter retas paralelas ou perpendiculares; e compreender os passos que transformam imagens ideais em imagens figurais — as figuras geométricas, tipo especial de representação semiótica para os objetos conceituais da Geometria (CANS; MORETTI, 2023). Esse processo cognitivo, lógico, dedutivo é agudamente enriquecedor, e pode ser útil em qualquer área de conhecimento.

Outrossim, o estudo histórico-epistemológico das construções geométricas na Geometria nos permite inferir a sua importância no desenvolvimento da Matemática. Conforme afirma Wagner (2009, p. i),

> As construções geométricas continuam até hoje a ter grande importância na compreensão da Matemática elementar. Seus problemas desafiam o raciocínio e exigem sólido conhecimento dos teoremas de geometria e das propriedades das figuras e não é exagero dizer que não há nada melhor para aprender geometria do que praticar as construções geométricas.

Esta defesa enfática de Wagner também é acompanhada e encorpada por outros autores. Oliveira (2005, p. 1) afirma que "o Desenho Geométrico irá proporcionar essa capacidade e promover o entendimento de outros conhecimentos, em todos os campos de atividade humana. Essa disciplina também ajudará a desenvolver o raciocínio lógico, o pensamento divergente, a organização e a criatividade". Mesmo discordando de Oliveira, pois não entendemos o Desenho Geométrico (construções geométricas) como disciplina fora da Geometria, endossamos a sua assertiva.

De acordo com Villa e Santos (2012, p. 16) "A disciplina de Desenho Geométrico precisa voltar a fazer parte do currículo escolar como matéria obrigatória, porque a prática das construções geométricas ilustra, explica e motiva o estudante na aprendizagem dos abstrusos conceitos matemáticos". Concordamos com estes autores embora, novamente, divergimos também no que se refere ao DG pensado como disciplina autônoma. Estes autores ainda concluem que: o ensino do DG no ciclo fundamental, é base indispensável para que os alunos adquiram embasamento para o entendimento e a compreensão dos conteúdos matemáticos do Ensino Médio, ou seja, Geometria Espacial e Geometria Analítica Plana (VILLA; SANTOS, 2012).

Temos ainda em Zuin (2001, p. 173-174) "A resolução de problemas, como uma tendência muito presente atualmente, no ensino da Matemática, seria muito beneficiada com os conhecimentos básicos da geometria euclidiana e das construções geométricas". Assim sendo, mostra-se recorrente na literatura científica que o ensino das construções geométricas muito favorece à aprendizagem da Geometria.

Em outro giro, discorremos brevemente na próxima Seção sobre a desconstrução geométrica, a segunda peça que possibilita melhorar o delicado quebra-cabeça que é o ensino e a aprendizagem da Geometria.

APORTE TEÓRICO À DESCONSTRUÇÃO GEOMÉTRICA EM DUVAL

Os estudos do pesquisador francês Raymond Duval foram introduzidos no Brasil a partir da década de 90 do século passado e, desde então, expande-se a sua aceitação. Uma teoria assim como qualquer ciência, não é definitiva, ela se completa e se renova no tempo, neste momento as suas pesquisas ainda estão a nível da academia. Sendo assim, os educadores matemáticos têm uma oportunidade coadjuvante nos substantivos: compreensão, adaptação, consolidação e difusão, obviamente cientes da complexidade e dos seus limites (CANS; MORETTI, 2023). Isto parece ser a que se referiu o educador matemático Luís Radford ao afirmar:

> Pelo menos, em princípio, "comparar" e "contrastar" teorias são sempre possíveis: dados duas teorias da educação matemática t e t', é possível buscar as suas semelhanças e/ou diferenças. Em contraste, para "coordenar", "integrar localmente" ou "sintetizar" teorias parece ser uma tarefa mais delicada (RADFORD, 2008, p. 319, tradução nossa).

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) de Duval, fornece subsídios para análise e entendimento dos processos de ensino e aprendizagem da Matemática. Segundo Nóbriga, Costa e Gonçalves (2022, p. 72, grifo nosso) essa "Teoria se apoia na *mobilização de diferentes registros de representação*[6] para a compreensão dos conceitos da matemática".

Nessa teoria de aprendizagem semiocognitiva, a desconstrução geométrica é para Duval (2022) um pré-requisito na compreensão efetiva da Geometria, especialmente, na solução de problemas que além do registro discursivo (os enunciados) contemplam o registro figural (as figuras geométricas). Diante disso, vamos inicialmente abordar alguns pontos importantes dessa teoria.

De fato, "Diferentes sistemas semióticos podem estar envolvidos em problemas matemáticos que apresentam figuras geométricas, mas necessariamente, dois deles são intrínsecos, a linguagem natural e a figural" (SOUZA, 2018, p. 57).

Porém, Duval (1995) revela não ser possível para a aprendizagem, seguir atalhos e desviar do trânsito entre esses registros, já que os próprios vão permitir a elaboração dos objetos matemáticos em nossas mentes. Esse trânsito corresponde a transformação de uma representação dada em um registro inicial para um segundo registro e vice-versa (operação

6 Um registro de representação semiótica é um sistema simbólico criativo que permite três atividades cognitivas: ***a formação*** de uma representação identificável que respeite algumas regras do sistema semiótico a que pertence; ***o tratamento*** – transformações operacionais internas da representação; e ***a conversão***, que é a transformação de uma representação de um registro inicial em outra representação de outro registro, mantendo a totalidade ou uma parte do conteúdo da representação inicial (DUVAL,1993, 1995, 1996).

denominada conversão). Essas variações precisam ser coordenadas pelo sujeito que nesse processo, aprende (DUVAL, 1995).

Mais ainda, “Em matemática uma representação só é interessante à medida que ela pode se transformar em outra representação” (DUVAL, 2011, p. 88). Ou seja, o trabalho com essa pluralidade de linguagens (registros) leva a situações ricas para conceituação dos objetos estudados e a consequente apreensão de conhecimento.

Com relação à aprendizagem da Geometria há uma referência explicita ao desenvolvimento do olha na TRRS de Duval. Dessa forma, na busca por solução de problemas de Geometria, Duval (1995), indica a necessidade de se conhecer outras formas de “ver” relacionadas a duas operações cognitivas: as apreensões figurais em Geometria; e a habilidade de transitar entre os olhares icônicos e não-icônicos de uma figura geométrica, apresentadas mais adiante.

O “ver” em Geometria é, em seu cerne cognitivo, uma operação heurística complexa, que enxerga na figura além do explícito e do que ela sugere mostrar, que antevê todas as possíveis modificações. Ou seja, uma figura estampada em um problema está lá para ser descortinada, até que sejam atendidas as hipóteses do enunciado que a atividade Matemática exige ver.

Mas, por que outras formas de “ver”? Porque, segundo Duval (2012), a princípio a figura mostra objetos que se destacam e inibe outros, independentemente do enunciado, assim como os objetos nomeados no enunciado das hipóteses não são, necessariamente, aqueles que aparecem espontaneamente na figura.

Nesse cenário o “ver” torna-se mecanismo de raciocínio, essencial a construção da aprendizagem em Geometria. Para a autora Costa (2000, p. 180),

> [...] parece que é imprescindível que os processos cognitivos que o acompanham devam ser clarificados e tornados explícitos, para que se possa não só diminuir os problemas de aprendizagem que normalmente o acompanham como também identificar os modos de pensamento visual com que os alunos lidam.

Já para Duval “É comum admitir que as figuras formam um importante suporte intuitivo para as atividades em geometria: deixam ver muito mais do que os enunciados dizem, permitem explorar, antecipar ... Permitem, na resolução de um problema [...] o que Peirce descreveu como Abdução[7]” (DUVAL, 2004, p. 161, tradução nossa).

Um contributo significativo para a ação de “ver cognitivamente” é constituído pelos tipos de olhares em Duval, principalmente, para os alunos do Ensino Fundamental. Buscando uma rápida referência à esses olhares os sintetizamos no Quadro 1.

7 Abdução–Tipo de raciocínio que culmina na assimilação temporária de uma hipótese explicativa, que detém os procedimentos contextuais; ou seja, a abdução é a operação lógica que pode introduzir novas ideias.

Quadro 1 – Maneiras de olhar uma figura geométrica

1 OLHAR ICÔNICO
1.1 Botanista – aquele que permite reconhecer o contorno de formas, diferenciar por semelhança um triângulo de um quadrilátero ou um círculo de uma figura oval. É um "olhar qualitativo".
1.2 Agrimensor – aquele que faz medidas no terreno e consegue passar essas medidas para o papel ou para o monitor. As atividades que exigem este tipo de olhar são aquelas que passam de uma escala de grandeza a outra.
2 OLHAR NÃO ICÔNICO
2.1 Construtor – aquele que se forma no uso de instrumentos de desenho. Verdadeiramente o aluno pode tomar consciência que uma operação geométrica não é apenas uma característica perceptiva, mais uma verdade justificada na teoria da geometria.
2.2 Inventor – aquele que, para resolver um problema, adiciona traços na figura dada, opera sobre a figura e a modifica para descobrir um procedimento que resolva o problema.

Fonte: Elaboração pelos autores a partir de Duval (2022)

Podemos perceber que a organização do Quadro 1, possui uma orientação que vai de olhar simples do botanista a um olhar mais elaborado, o olhar do inventor. Compreender o olhar em Geometria é aprender a fazer os olhares deste percurso, o passo inicial é a aprendizagem do olhar icônico, para os anos iniciais do Ensino Fundamental, sem perder de vista o olhar não icônico para a continuidade (MORETTI, 2013, 2015).

Para acesso a solução de problemas que subordinam uma figura geométrica em complemento ao enunciado discursivo, é necessário compreender: o enunciado textual; construir e/ou interpretar figuras geométricas; e intuir possibilidades de tratamentos para as hipóteses propostas na atividade. Estas necessidades básicas, mas não simples, são operações semiocognitivas de aprendizagem. Segundo Moretti (2015, p. 599) "Um caminho frutífero para compreendermos o modo como acontece a aprendizagem da geometria é a partir da ideia das *apreensões*", desenvolvidas por Duval (1995, p. 173–183).

Já para Duval (1994), o êxito nessa atividade inicia pelo domínio e distinção das quatro apreensões basilares de uma figura, elencadas no Quadro 2.

Quadro 2 – Apreensões figurais para aprendizagem da Geometria

Apreensões	DESCRIÇÃO
Discursiva	Permite interpretar o enunciado que acompanha uma figura e carrega a hipótese que mobiliza uma rede de definições, propriedades e teoremas.
Perceptiva	Permite identificar "num primeiro golpe de vista" uma forma ou um objeto, em geral, bidimensional ou tridimensional e subsidiar as outras apreensões.
Operatória	Permite realizar modificações ou transformações possíveis em uma figura de partida, obtendo-se variadas subfiguras. Reorganizações perceptivas diferentes da figura inicial.
Sequencial	Permite a construção de figuras geométricas subordinadas as suas definições e teoremas, a mercê de uma ordem e das restrições técnicas dos instrumentos utilizados.

Fonte: Elaboração pelos autores a partir de Duval (1994)

Segundo Moretti (2013, p. 291), pode-se depreender do trabalho concebido por Duval que "não há uma hierarquia entre estas apreensões, mas uma subordinação de uma a outra, dependendo do tipo de problema. Em geral, nas atividades propostas para o ensino fundamental, é a apreensão perceptiva que subordina as demais".

De acordo com Duval (2012, p. 136, grifo nosso),

> A figura desenhada num problema de matemática, é objeto de três apreensões, ***a perceptiva*** das formas, que é a mais imediata, ***a discursiva*** dos elementos figurais e do texto envolvido no problema que indicam instruções e ***a operatória***, que envolve os aspectos heurísticos do pensamento para resolver o problema em si.

É relevante destacar que na resolução de problemas que contemplam texto e figura geométrica, o aluno que se subordina apenas as apreensões discursiva e perceptiva poderá "travar", especialmente, se o problema exigir um mínimo de inventividade, onde será preciso "ver" elementos não explícitos na representação figural. Isto ocorre porque "a forma perceptiva, se destaca em relação a discursiva, pois existe uma tendência de olhar para o aspecto visual do problema proposto" (MORETTI; BRANDT, 2015, p. 605).

Ou ainda, a apreensão discursiva subordinada a apreensão perceptiva pode abrir ou fechar a porta de entrada a resolução de um problema, não sendo suficiente à descoberta da solução. Essa demanda heurística é atribuída então a apreensão operatória.

Validando a desconstrução dimensional

Por uma análise cognitiva rápida das características da apreensão operatória: *modificações ou transformações da figura original em subfiguras de mesma dimensão ou não*, percebe-se que dela emerge a desconstrução geométrica. Assim, a TRRS sugere para essa etapa pragmática da aprendizagem da Geometria, como ferramenta imprescindível a heurística de problemas de Geometria, a desconstrução geométrica das formas, que subdivide-se como detalha o Quadro 3.

Quadro 3 – Modos de aplicação da apreensão operatória de figuras

DESCONSTRUÇÃO GEOMÉTRICA DAS FORMAS	
Reconfiguração Intermediária	**Desconstrução Dimensional**
Modificação que decompõe uma figura da dimensão nD, em subfiguras, unidades figurais que ainda se mantêm na mesma dimensão nD.	Modificação que decompõe, perceptivamente, uma figura da dimensão nD, em uma soma de figuras de dimensões 3D, 2D, 1D e 0D, com n = 3, 2 ou 1.

Fonte: Elaboração pelos autores

Destas duas operações permitidas pela apreensão operatória a primeira depende diretamente da percepção, e pode ser realizada por manipulação sobre objetos materiais: dobraduras, *tangram* etc. (DUVAL, 2011). No entanto, ambas são essencialmente criativas, engenhosas e operam decomposições nas figuras geométricas, que as credenciam como verdadeiras "incubadoras" dos tratamentos figurais que levarão o sujeito cognoscente a resolução do problema. Na prática, a apreensão operatória trata das modificações e transformações geométricas possíveis em uma figura (DUVAL, 2012). Nos Quadros 4 e 5, mostram-se algumas dessas operações heurísticas possíveis sobre figuras.

Quadro 4 – Tipos de tratamentos figurais para a reconfiguração intermediária

Reconfiguração Intermediária de Formas		
Tipo de modificação figural Possibilidades	**Operação heurística (Reconfiguração)**	**Dificuldades de visibilidade**
Modificação Mereológica	*reorganização (subfiguras) *imersão, adição de traço	- formas convexas e não-convexas
Modificação Ótica	*superposição *homotetia (amplia/reduz) *justaposição	- recobrimento parcial - orientação do centro e a razão > 1 ou razão < 1
Modificação de posição (Isometrias)	*rotação *translação	Dependência do referencial

Fonte: Elaboração baseada em Duval (2012, p. 127)

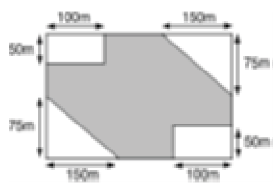
Quadro 5 – Tipos de tratamentos figurais para a desconstrução dimensional

Reconfiguração Intermediária de Formas		
Tipo de modificação figural Possibilidades	**Tipos de figuras Geométricas**	**Operação heurística (Composição perceptiva de dimensões)**
Tridimensionais (ou 3D) Figuras espaciais	*poliedros, sólidos redondos, curvas 3D etc. Por exemplo: prismas, cilindros, cones etc.	3D + 2D + 1D + 0D
Bidimensionais (ou 2D) Figuras planas	*são as superfícies planas. Em geral, as regiões triangulares, quadradas, retangulares, circulares etc.	2D + 1D + 0D
Unidimensionais (ou 1D) Figuras lineares	*são retas, linhas poligonais e curvas abertas ou fechadas. Como: lados, arcos, triângulo quadrado, circunferência etc	1D + 0D
Adimensionais (ou 0D)	*pontos: vértices, interseção	

Fonte: Elaboração pelos autores

A conscientização dessas operações figurais (operações heurísticas) permite entrar na maneira "cognitiva de ver" em Geometria. Ou como se refere Duval (2011, p. 85) "São essas operações figurais que permitem transformar qualquer figura em outra, com a finalidade de fazer aparecer uma solução ou de produzir um contraexemplo ou ainda de modelar uma situação". O Quadro 6 traz um exemplo da desconstrução geométrica de formas.

Quadro 6 – Pelo menos três maneira de ver uma figura geométrica

EXEMPLO	**Desconstrução Geométrica de Formas**		
Figura Configuração global	**Reconfiguração Intermediária** Unidades figurais 2D (olhar não icônico)		**Desconstrução Dimensional**
2D	Superposição 2D	Justaposição 2D	Composições 2D e 1D
	2 regiões poligonais (1 retângulo e 1 decágono)[8]	5 regiões poligonais (2 retângulos, 2 triângulos retângulos e 1 decágono)	5 superfícies poligonais, (2D) 5 polígonos que delimitam as superfícies, (1D) 10 retas suportes ou 18 segmentos, (1D) E 14 vértices, (0D)

Fonte: Elaboração pelos autores a partir de Duval (2011, p. 87)

A figura inserida no Quadro 6 é de um problema proposto no exame vestibular da (FAAP-SP, 2018)[9], que requer o cálculo da medida da área da região sombreada, que representa uma praça, inscrita em um terreno retangular de lados medindo 300 m e 500 m de comprimento. Este problema foi escolhido por conjugar muito dos pontos dessa discussão, que é conduzida sob a égide da TRRS de Duval. Senão vejamos.

Eis uma solução:

A heurística de sua solução exige de início: o olhar não icônico do inventor, a apreensão perceptiva e a apreensão operatória, para "ver" e realizar uma reconfiguração intermediaria, por justaposição — transformando os dois triângulos retângulos em um retângulo de (150 x 75) m^2 que designamos por [i], e, em seguida, os dois retângulos em um quadrado de (100 x 100) m^2 designado por [ii].

Em seguida reconfigurar a figura por superposição, para visualizar a necessidade de subtrair a área do terreno (delimitado pelo retângulo maior), que designamos por [iii], das áreas das reorganizações que acabamos de fazer e que foram designadas por [i] e [ii].

Uma nova leitura do enunciado (apreensão discursiva) se faz necessário, pois, só no enunciado do problema se descobre as medidas dos lados do terreno (300 x 500) m^2.

Por fim, precisamos cognitivamente operar uma desconstrução dimensional 2D para 1D, em todas as regiões retangulares já designadas por [i], [ii] e [iii], identificando-se os lados (base e altura), para o cálculo final da área da praça.

Ora, Área (praça) = Área [iii] – Área [i] – Área [ii], que após tratamentos aritméticos adequados, tem-se: Área (praça) = (500x300) – (150x75) – (100x100).

Logo, a Área da praça mede 128.750 m^2.

Provavelmente, seja esse o ver raciocinado ao qual Duval (2011, p. 87) se refere como: "Ver geometricamente uma figura é operar uma desconstrução dimensional das formas que

8 Pode-se constatar que pelas leis de fechamento ou de continuidade da Gestalt Duval considera o triângulo, o quadrado, o retângulo etc., como regiões poligonais (2D), posto que estes contornos fechados são classificados como superfícies de dimensão 2. Vide Figura 1, em Duval (2004, p. 169).

9 FAAP – Fundação Armando Alvares Penteado. Universidade privada de São Paulo – Brasil, desde 1947.

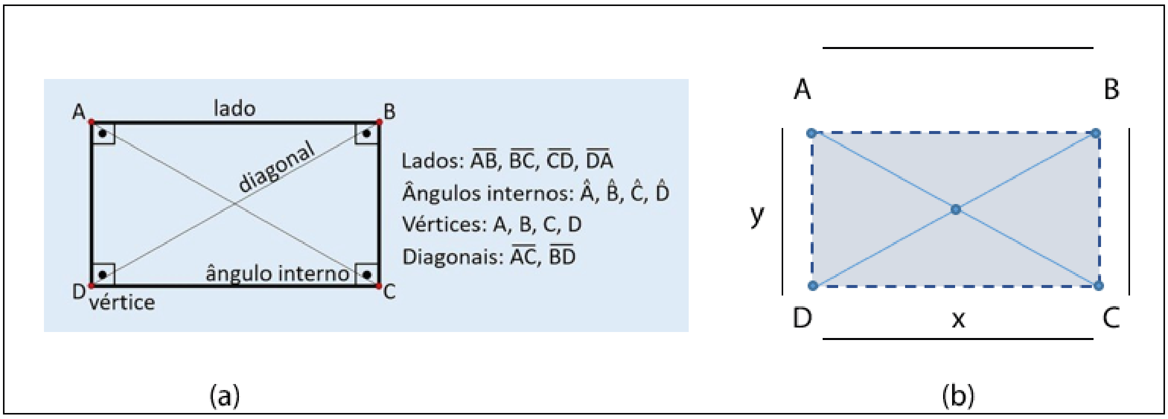
reconhecemos imediatamente em outras formas que não enxergamos à primeira vista, e isso sem que nada mude na figura afixada no monitor ou construída no papel".

Vale enfatizar que desconstruir em Geometria tem um sentido cognitivo, assemelha-se a quebra dos "obstáculos epistemológicos", princípio implícito a obra epistemológica de Bachelard. Segundo o qual, para apreender o "real" "é preciso ter a coragem de colocá-lo no seu ponto de oscilação, no qual se mesclam o espírito de refinamento e o espírito geométrico" (BACHELARD, 2004, p. 14). Em outras palavras, só pela constante desconstrução e reconstrução do "real" a ciência progride, somente esse ato dá origem as novas ideias (CANS; MORETTI, 2023).

Deduzimos ser a desconstrução dimensional uma operação emblemática na TRRS. Com efeito, "É nessa maneira, violenta e irrealista, de ver que se fundamenta o enunciado *das propriedades nas definições e nos teoremas*" (DUVAL, 2011, p. 88, grifo nosso).

Considere, como exemplo, a região retangular *ABCD*, Figura 2, para analisar a afirmativa anterior de Duval e mostrar o seu alcance às definições, propriedade e teoremas na Geometria.

Figura 2 – Desconstruindo ama região retangular para acessar definição, propriedades e teoremas



Fonte: Elaboração pelos autores

Definição

"Uma região retangular é a superfície plana (2D), quadrilátera (quatro lados 1D), que possui quatro ângulos retos (2D)".

Note que, uma apreensão discursiva que leve a compreensão dessa definição exige o olhar não icônico do inventor, que incita apreensões perceptiva e operatória e uma desconstrução dimensional da região retangular, ou seja, a figura bidimensional 2(a) precisa ser percebida como uma composição de uma superfície (2D) e de segmentos unidimensionais, pelo menos, para visualizar, quantificar e qualificar os lados, que são segmentos (1D) na figura 2(b).

Propriedades

i. Uma região retangular possui lados opostos paralelos;
ii. Uma região retangular possui lados opostos congruentes;

Observe-se que, estas afirmações precisam cognitivamente ser percebidas na região retangular desconstruída, pois se reportam a unidades figurais unidimensionais, que são os lados, segmentos (1D) na figura 2(b).

iii. Uma região retangular possui duas diagonais que são congruentes;

iv. Em uma região retangular as diagonais se interceptam no ponto médio de cada uma.

Aqui as apreensões perceptivas e operatórias trabalham juntas para que se perceba os vértices (0D) e adicione-se os traços (1D), diagonais $AC \equiv BD$. Depois sobre unidades figurais (1D), para que se visualize o ponto (0D) de interseção entre as diagonais *AC* e *BD*. Ou seja, o acesso a essas propriedades exige que cognitivamente se perceba elementos da região retangular (2D) na forma decomposta (1D) e (0D).

Teorema de Pitágoras

"O quadrado da medida de uma diagonal da região retangular é igual à soma dos quadrados das medidas dos lados, que formam um triângulo retângulo com essa diagonal".

Note-se que, o teorema se refere a região retangular desconstruído em elementos 1D (diagonais e lados). Por exemplo, na região retangular *ABCD* da Figura 2(a), *BD* é diagonal, o lado *CD* mede x e o lado *BC* mede y. Então, $BD^2 = x^2 + y^2$.

Novamente a desconstrução dimensional é requerida, pois todo cálculo se dá sobre unidades figurais unidimensionais, ou seja, a diagonal *BD* e os lados *CD* e *BC* da região retangular, que são segmentos (1D) na Figura 2(b).

Em suma, o exemplo se aproxima do afirmado em Duval (2011, p. 90), "A desconstrução dimensional é onipresente em toda definição, em todo raciocínio como em toda explicação em relação às figuras em geometria". E ainda que, "A operação essencial relativa às figuras geométricas não é, portanto, construí-las, mas desconstruir dimensionalmente todas aquelas que são construídas instrumentalmente ou com um *software*" (DUVAL, 2011, p. 89).

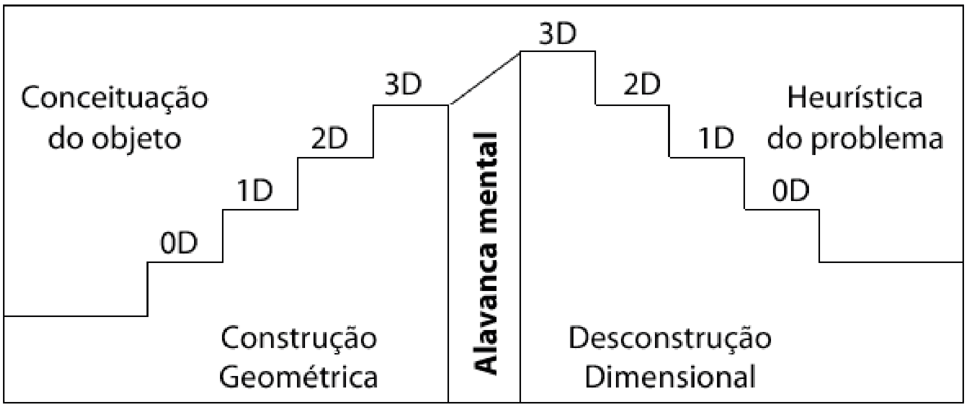
Dada a licença, enxergamos essa última afirmativa de Duval por outro prisma, onde entendemos a construção geométrica como subsídio natural a desconstrução, especialmente, à desconstrução dimensional. Justificando, depreende-se do texto, principalmente da Subseção *Por que ensinar construç*ão *geom*étrica beneficia o aprendizado da geo*metria?* Que as construções geométricas são fundamentais para o aprendizado da Geometria, não só por engendrar a formação das representações que "materializam" os seus objetos de estudo, mas também por ampliar a possibilidade de apreensão do conceito de tais objetos.

Por outro lado, as desconstruções geométricas são operações cognitivas que permitem outras formas de "ver" em Matemática. Entretanto, não há disruptura entre esses dois processos, pelo contrário, eles são nitidamente complementares no aprendizado da Geometria. Enquanto a construção nos proporciona a oportunidade de obter as primeiras representações das figuras geométricas, a desconstrução geométrica favorece a visualização heurística dessas figuras e às decompõe, emergindo daí outras formas de "ver" que propiciam a descoberta de soluções para os problemas propostos.

Portanto, entende-se a construção geométrica funcionando como uma "alavanca mental" inicial para o aluno, auxiliando-o diante de problemas que carreguem imagens figurais onde ele tenha que operar uma desconstrução dimensional, visto que para realização das primeiras, ele transita, de forma crescente, mesmo que inconsciente, nas dimensões 0D, 1D, 2D e 3D, partindo das partes para o todo.

Alguns pontos dessa argumentação podem ser melhor compreendidos no esquematizado na Figura 3, que explicita essa relação.

Figura 3 – Construção geométrica e desconstrução dimensional – mapa mental



Fonte: Elaboração pelos autores

Ao construir uma figura geométrica, na busca da conceituação desse objeto, o aluno parte de elementos na dimensão 0D, os pontos, e vai idealizar e produzir unidades figurais de dimensão imediatamente superior 1D, 2D ou 3D, até a finalização da figura pretendida. Mesmo que desconstruir pareça mais fácil, a memória dos saltos dimensionais da construção, que denominamos de alavanca mental, aguçará a intuição do aluno, quanto a desconstrução necessária a descoberta de uma solução para o problema.

Voltando a indigitada afirmativa de Duval (2011, p. 89), estamos de acordo que, a luz da desconstrução dimensional, há a possibilidade de se construir uma relação de correspondência entre o que se enuncia, define, teoriza e as figuras geométricas desconstruídas, é como se pela primeira vez tivéssemos ferramentas de compreensão da Geometria que clarificassem algumas de suas dificuldades. Sendo assim, entendemos ser esta operação advinda da TRRS um avanço na aprendizagem da Geometria por alargar o seu arcabouço de apreensão.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Analisando o desenho histórico, Seção: *Breve recorte das construções geométricas no Brasil*, que encapsula o final do segundo e o início do terceiro milênio d.C., depreende-se que a construção geométrica resistiu, ora como disciplina autônoma outrora como parte integrante de Artes ou da Matemática às diferentes variantes das políticas educacionais que emergiram no período.

A Subseção: *Por que ensinar construção geométrica beneficia o aprendizado da geometria?* Vai mais além, ela resgata o vínculo original entre as construções geométricas e a teoria da Geometria, como também reforça que a Geometria se beneficia das construções geométricas ao "materializar" os seus objetos de estudo. "Exorcizando" de vez a ideia de estudar-se esses temas separadamente. Um alinhamento claro às habilidades necessárias prescritas na BNCC para o Ensino Fundamental (BRASIL, 2017a).

Conforme ficou demonstrado a construção geométrica constitui a primeira forma de ver em Geometria, no entanto, essa forma sozinha não é suficiente, a aprendizagem da Geometria requer outras formas de "ver", com um apelo muito mais heurístico para fazer aparecer formas que não estão explícitas nas figuras geométricas. É o que se extrai de forma transparente das desconstruções geométricas, conforme o aporte teórico comentado na Seção: *Aporte te*órico à *desconstrução geométrica em Duval.*

Por fim, mas de extrema importância, considera-se a Subseção: *Validando a desconstrução dimensional*, uma aproximação da prática da desconstrução geométrica que aparece subdividida em duas formas de decomposição das figuras geométricas: a reconfiguração intermediária ou heurística e a desconstrução dimensional. Sendo esta última, segundo a TRRS de Duval, a forma que mais contribui para o mecanismo cognitivo da visualização em Matemática, gesto intelectual principal para a aprendizagem da Geometria.

RUDIMENTOS CONCLUSIVOS

Neste artigo, propusemo-nos a trazer reflexões que pudessem contribuir para consolidar o ensino das construções e desconstruções geométricas como requisito auxiliar básico à aprendizagem da Geometria Euclidiana. Visto que a Geometria se constitui hoje, em ramo e tema de grande interesse, respectivamente, para a Matemática e para a Educação Matemática.

Em relação as construções geométricas o objetivo nos parece alcançado, tanto pela convergência dos autores referenciados quanto pelo o que sugere o conteúdo dos documentos legais, especialmente, a BNCC para o Ensino Fundamental. Além da possibilidade de subsidiar as desconstruções geométricas, posto que, guarda memória de saltos dimensionais quando da construção das partes para o todo.

No outro extremo do diâmetro, quando trazemos à baila a desconstrução geométrica imersa na TRRS de Duval, esta mostrou-se ser uma metodologia didática espetacular na heurística de problemas de Geometria. É como se mais uma peça do complexo quebra-cabeças, aprendizagem da Geometria, se encaixasse perfeitamente.

Finalmente, na condição do que trouxe o referencial teórico pesquisado a TRRS e argumentações complementares, consideramos a possibilidade de contribuir na melhoria da aprendizagem da geometria pelo exercício conjunto dessas duas operações cognitivas: construção e desconstrução geométrica. Entretanto, ainda sentimos falta do olhar com intencionalidade didática do professor para essas operações.

Obviamente que toda essa epifania não poderia estar em espaço-tempo melhor para trazermos essa reflexão, abrindo a discussão. É a academia o *lócus* capacitado a confirmar, complementar ou refutar a hipótese discutida. Para continuidade dessa pesquisa, apontamos a necessidade, a partir dessa argumentação, da elaboração de expediente didático-metodológico que possa experimentar, analisar e, se possível, objetivar tudo que foi discutido neste artigo.

REFERÊNCIAS

BACHELARD, Gaston. **Ensaio sobre o conhecimento aproximado**. Rio de Janeiro: Ed. Contraponto, 2004.

BARRANTES, Manuel; BLANCO, Lorenzo. J. Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para Maestro sobre la geometría Escolar. **Enseñanza de las Ciencias**, Universitat Autònoma de Barcelona–UAB, v. 22, n. 2, p. 241-250, 2004.

Disponível em: https://ensciencias.uab.cat/issue/view/v22-n2. Acesso em: 02 abr. 2023.

CANS, Adalberto; MORETTI, M. T. Desconstrução Geométrica Gesto Intelectual Essencial ao Ensino e à Aprendizagem da Geometria. *In*: MORETTI, Méricles T.; SABEL, Eduardo (org.). **Florilégio de pesquisas que envolvem a teoria semiocognitiva de aprendizagem matemática de Raymond Duval – Parte 2**. Cap. 6. Florianópolis: REVEMAT/UFSC, 2023.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**, revista por Uta C. Merzback; tradução Helena Castro. 3 ed., São Paulo: Ed. Edgar Blücher, 2012**.**

BRASIL. **Decreto-lei n. 4.244**, de 09/04/1942. Dispõe sobre a lei orgânica do ensino secundário, 1942. Disponível em: https://www2.camara.leg.br/legin/fed/declei/1940-1949/decreto-lei-4244-9-abril-1942-414155-publicacaooriginal-1-pe.html.

Acesso em: 01. Mar. 2023.

BRASIL. **Decreto-lei n. 8.529**, de 02/01/1946. Dispõe sobre a lei orgânica do ensino primário, 1946. Disponível em: https://www2.camara.leg.br/legin/fed/declei/1940-1949/decreto-lei-8530-2-janeiro-1946-458443-publicacaooriginal-1-pe.html.

Acesso em: 21 fev. 2023.

BRASIL. **Portaria Ministerial n. 966**, de 02/10/1951. Dispõe sobre os programas das diversas disciplinas de ensino secundário, 1951. Disponível em: https://www.jusbrasil.com.br/diarios/2375333/pg-65-secao-1-diario-oficial-da-uniao-dou de-22-02-1952. Acesso em: 22 jan. 2023.

BRASIL. Congresso Nacional. **LEI n. 4.024/61**, de 20/12/1961. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Brasília, LDB, 1961. Disponível em: https://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1960-1969/lei-4024-20-dezembro-1961.

Acesso em: 14 fev. 2023.

BRASIL. Congresso Nacional. **LEI n. 5.692/71**, de 11/08/1971. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Brasília, LDB, 1971. Disponível em: https://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1970-1979/lei-5692-11-agosto-1971.

Acesso em: 14 fev. 2023.

BRASIL. Congresso Nacional. **LEI n. 9.394/96**, de 20/12/1996. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Brasília, LDB, 1996. Disponível em: https://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1996/lei-9394-20-dezembro-1996.

Acesso em: 16 fev. 2023.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática – 1º e 2º ciclos. Brasília: MEC/SEF, 142p., 1997. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf. Acesso em: 24 fev. 2023.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática – 3º e 4º ciclos. Brasília: MEC/SEF, 148p., 1998. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf. Acesso em: 25 fev. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Ensino Médio, Matemática. Brasília: MEC/SEMT, 2000. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf. Acesso em: 24 fev. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2017a. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br. Acesso em: 09 fev. 2023.

BRASIL. Congresso Nacional. **LEI n. 13.415**, de 16/02/2017. Reforma do Ensino Médio.2017b. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2017/lei/l13415.htm. Acesso em: 08 fev. 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. Parecer n. 15/2018 CNE/CP, de 04/12/2018, institui a **Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio**. Brasília: MEC/CNE, 2018. Disponível em: https://normativasconselhos.mec.gov.br/normativa/view/CNE_PAR_CNECPN152018.pdf?query=PLENA. Acesso em: 25 fev. 2023.

CARVALHO, João Pitombeira et al. Os debates em torno das reformas do ensino de matemática: 1930-1942. **Zetetiké**. Revista do Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática. Campinas: UNICAMP, v. 4, n. 5, p. 49-54, jan./jun. 1996. Disponível em: https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/issue/view/1238. Acesso em: 15 mar. 2023.

COSTA, Evandro. **Analisando Algumas Potencialidades Pedagógicas da História da Matemática no Ensino e Aprendizagem da Disciplina Desenho Geométrico por meio da Teoria Fundamentada**. Dissertação (Mestrado em Educação). Departamento de Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, 2013.

COSTA, Conceição. **Visualização, veículo para a educação em geometria**. 2000. Disponível em: http://www.spce.org.pt/sem/CC.pdf. Acesso em: 04 mar. 2023.

DUVAL, Raymond. Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Annales de Didactique et de Sciences cognitives. **IREM de Strasbourg**, n. 5, p. 37-65, 1993.

DUVAL, Raymond. Les differents fonctionnements d'une figure dans une démarche geometrique. **Répères**. Pont-à-Mousson, Topiques éditions, n. 17, p. 121-138, 1994.

DUVAL, Raymond. **Sémiosis et pensée humaine**: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Berne: Peter Lang, 1995.

DUVAL, Raymond. Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques? **RDM**, v. 16, n. 3, 1996.

DUVAL, Raymond. **Semiosis y Pensamiento Humano:** registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Trad. de: RESTREPO, Myriam V., Cali/Colômbia: Programa Editorial Universidad del Valle, 1 ed., 2004a.

DUVAL, Raymond. **Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registos de representações semióticas**. Organização de: Tânia M. M. Campos; Tradução de: Marlene A. Dias. 1 ed., São Paulo: PROEM, 2011.

DUVAL, Raymond. Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. Tradução de: Méricles T. Moretti. **REVEMAT**, v. 7, n. 1, p. 118-138, UFSC/MTM/PPGECT, Florianópolis. 2012. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/issue/view/1856. Acesso em: 28 dez. 2022.

DUVAL, Raymond. As condições cognitivas da aprendizagem da geometria: desenvolvimento da visualização, diferenciação dos raciocínios e coordenação de seus funcionamentos. Tradução de: Cleide R. M. Arinos; José L. M. de Freitas; e Méricles T. Moretti; **REVEMAT**, v. 17, p. 01-52, jan./dez, UFSC/MTM/PPGECT, Florianópolis. 2022. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/issue/view/3332.

Acesso em: 21 dez. 2022.

LIMA, Elon Lages. Conceituação, manipulação e aplicações: as três componentes do ensino da Matemática; **Revista do Professor de Matemática RPM 41**, São Paulo: SBM, v. 41, 1999. Disponível em: https://www.rpm.org.br/cdrpm/41/1.htm. Acesso em: 08 jan. 2023.

MACHADO, Maria C. G. **Rui Barbosa: Pensamento e ação**: uma análise do projeto modernizador para a sociedade brasileira com base na questão educacional – Campinas: Autores Associados; Rio de Janeiro: Fundação Casa de Rui Barbosa. 2002.

MACHADO, Rosilene. **Entre vida e morte: cenas de um ensino de desenho**. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica). Universidade Federal de Santa Catarina, Centro de Ciências da Educação. Florianópolis, 2012.

MAZZANTE, Fernanda P. O currículo escolar nas leis 5692/71 e 9394/96: questões teóricas e de história. **Revista História da Educação**, ASPHE/FaE/UFPel, Pelotas, v. 9, n. 18, p. 71-81, jul./dez. 2005. Disponível em: https://seer.ufrgs.br/index.php/asphe/article/view/29127. Acesso em: 19 mar. 2023.

MIORIM, Maria Ângela. **Introdução à história da educação matemática**. São Paulo: Ed. Atual, 1998.

MORETTI, M. T. Semiosfera do olhar: um espaço possível para a aprendizagem da geometria. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 15, n. 2, p. 289-303, 2013. Disponível em: http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/568. Acesso em: 04 jan. 2023.

MORETTI, M. T.; BRANDT, C. F. Construção de um desenho metodológico de análise semiótica e cognitiva de problemas de geometria que envolvem figuras. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 17, n. 3, p. 597-616, 2015. Disponível em: http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/viewFile/25673. Acesso em: 05 mar. 2023.

MUNIZ NETO, Antonio Caminha. **Tópicos de Matemática Elementar**: geometria euclidiana plana, 1 ed., Rio de Janeiro: Ed. SBM, 2014.

NASCIMENTO, Roberto A. **O ensino do desenho na educação brasileira: apogeu e decadência de uma disciplina escolar**. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista, Marília, 1994.

NÓBRIGA, Jorge C. C.; COSTA, David A.; GONÇALVES, Rita de C. P. Processos de Leitura e Escrita na formação inicial do professor que ensina Matemática. **Boletim Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (GEPEM)**, Rio de Janeiro, n. 81, p. 70-89, 2022. Disponível em: https://periodicos.ufrrj.br/index.php/gepem/article/view/475.

Acesso em: 30 de mar. 2023.

OLIVEIRA, Clézio L. de. **Importância do Desenho Geométrico**. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Católica de Brasília. Brasília, 2005. Disponível em: http://www.matematica.ucb.br/sites/000/68/00000002.pdf. Acesso: 18 fev. 2023.

PUTNOKI, José Carlos. Que se devolvam a Euclides a régua e compasso. **Revista do Professor de Matemática RPM 13**, São Paulo: SBM, v. 13, p. 13-17, 2º sem. 1988. Disponível em: https://rpm.org.br/cdrpm/13/3.htm. Acesso em: 29 dez. 2022.

RADFORD, Luís. Connecting theories in mathematics education: challenges and possibilities. **ZDM Mathematics Education**, v. 40, n. 2, p. 317-327, 2008. Disponível em: https://link.springer.com/article/10.1007/s11858-008-0090-3#citeas. Acesso em: 02 Abr. 2023.

SÃO PAULO-Estado. Conselho Estadual de Educação. **Parecer nº. 395/80**, de 12/03/1980. Acréscimo da disciplina desenho no currículo de 1º e 2º grau. 1980. Disponível em: https://normativasconselhos.mec.gov.br/normativa/pdf/CEE SP_PAR_395_2242_1978.pdf. Acesso em: 17 de fev. 2023.

SCHWARTZMAN, Simon; BOMENY, Helena M. Bousquet; COSTA, Vanda M. Ribeiro. **Tempos de Capanema**. 2 ed., São Paulo: Paz e Terra/ Fundação Getúlio Vargas, 2000.

SECO, Ana Paula; AMARAL, Tania Conceição Iglesias do. Marquês de Pombal e a reforma educacional brasileira. **HISTEDBR**: Historia, Sociedade e Educação no Brasil. Campinas: UNICAMP, 2006. Disponível em: https://www.histedbr.fe.unicamp.br/navegando/artigos. Acesso em: 21 jan. 2023.

SILVA, Clovis Pereira da. **A Matemática no Brasil**. Uma história de seu desenvolvimento. Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, 1998.

SOUZA, Roberta N. Sodré de. **Desconstrução Dimensional das Formas: gesto intelectual necessário à aprendizagem de geometria**. Tese (doutorado) – Universidade Federal de

Santa Cataria, Centro de Ciências da Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Florianópolis, 2018.

VALENTE, Wagner Rodrigues. **Uma história da matemática escolar no Brasil (1730-1930)**. São Paulo: Anna Blume, 1999.

VILLA, Airton D; SANTOS, Solange M. G. dos. A Resolução de Problemas Matemáticos, Utilizando como Ferramenta o Ensino do Desenho Geométrico: a importância da desenho geométrico no 8º e 9º anos da Educação básica. **O Professor PDE e os Desafios da Escola Pública Paranaense**, v. 1, 2012.

WAGNER, Eduardo. **Construções Geométricas**. 6 ed., Rio de Janeiro: Ed. SBM, 2007.

WAGNER, Eduardo. Uma Introdução às Construções geométricas. **In Apostila n. 8/OBMEP, 2009**. Disponível em: http://www.obmep.org.br/docs/Apostila8.pdf.

Acesso em: 18 fev. 2023.

ZUIN, Elenice. **Da régua e do compasso: as construções geométricas como um saber escolar no Brasil**. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2001.

Histórico

Recebido: 11 de outubro de 2023.
Aceito: 12 de janeiro de 2024.
Publicado: 09 de fevereiro de 2024.

Como citar – ABNT

CANS, Adalberto; MORETTI, Méricles T. Construção e Desconstrução Geométrica: gestos intelectuais fundamentais para a aprendizagem da geometria. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC**, Belém/PA, n. 48, e2024004, 2024.
https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2024.n48.e2024004.id591

Como citar – APA

CANS, A.; MORETTI, M. T. (2024). Construção e Desconstrução Geométrica: gestos intelectuais fundamentais para a aprendizagem da geometria. ***Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC***, (48), e2024004.
https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2024.n48.e2024004.id591

Número temático organizado por

Saddo Ag Almouloud
José Messildo Viana Nunes
Afonso Henriques