

## Os Elementos de Euclides nas obras didáticas da área de Matemática e suas Tecnologias aprovadas no PNLD 2021

The Euclid's Elements in didactic works in the area of Mathematics and its Technologies approved by PNLD 2021

Los Elementos de Euclides en trabajos didácticos del área de Matemáticas y sus Tecnologías aprobados no PNLD 2021

Lucas Queiroz Cordeiro de Moura<sup>1</sup>  

Viviane de Oliveira Santos<sup>2</sup>  

### RESUMO

Este artigo busca verificar como a obra Os Elementos de Euclides está presente nas obras didáticas da área de Matemática e suas Tecnologias aprovadas na edição 2021 do Programa Nacional do Livro Didático e do Material Didático (PNLD 2021). Das dez coleções de livros didáticos aprovadas no PNLD 2021, oito foram utilizadas para este trabalho. Por meio desse estudo de natureza histórica, fundamentado na pesquisa documental, iremos abordar brevemente sobre a História da Matemática no ensino, sobre a obra grega e a importância dela para a Geometria, enfatizando os conceitos básicos encontrados nos Elementos. Para a verificação do uso dos Elementos de Euclides nos livros didáticos, utilizamos critérios divididos nas seguintes categorias: História da Matemática presente na parte teórica (Informação Geral, Informação Adicional, Estratégia Didática e Flash) e História da Matemática presente nas atividades (Informação, Estratégia Didática e Atividade sobre a História da Matemática).

**Palavras-chave:** Geometria; História da Matemática; Ensino de Matemática; Pesquisa documental.

### ABSTRACT

This article seeks to verify how Euclid's Elements is present in didactic works in the area of Mathematics and its Technologies approved in the 2021 edition of the Programa Nacional do Livro Didático e do Material Didático (PNLD 2021). Of the ten textbook collections approved in PNLD 2021, eight were used for this work. Through this study of a historical nature, based on documentary research, we will briefly discuss the History of Mathematics in teaching, the Greek work and its importance for Geometry, emphasizing the basic concepts found in the Elements. To verify the use of Euclid's Elements in textbooks, we used criteria divided into the following categories: History of Mathematics present in the theoretical part (General Information, Additional Information, Didactic Strategy and Flash) and History of Mathematics present in the activities (Information, Strategy Didactics and Activity on the History of Mathematics).

**Keywords:** Geometry; History of Mathematics; Teaching Mathematics; Documentary research.

### RESUMEN

Este artículo busca verificar cómo los Elementos de Euclides están presentes en trabajos didácticos del área de Matemáticas y sus Tecnologías aprobadas en la edición 2021 del Programa Nacional do Livro Didático e do Material Didático (PNLD 2021). De las diez colecciones de libros de texto aprobadas en el PNLD 2021, ocho se utilizaron para este trabajo. A través de este estudio de carácter histórico, basado en una investigación documental, discutiremos brevemente la Historia de las Matemáticas en la enseñanza, la obra griega y su importancia para la Geometría, enfatizando los conceptos básicos que se encuentran en los Elementos. Para verificar el uso de los Elementos de Euclides en los libros de texto, utilizamos criterios divididos en las siguientes categorías: Historia de las Matemáticas presente en la parte teórica (Información General, Información Adicional, Estrategia Didáctica y Flash) e Historia de las Matemáticas presente en las actividades (Información, Didáctica Estratégica y Actividad sobre Historia de las Matemáticas).

**Palabras clave:** Geometría; Historia de la Matemática; Ensino de Matemática; Pesquisa documental.

1 Graduação em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal de Alagoas (Ufal). Mestrando em Ensino de Ciências e Matemática (PPGECIM/Ufal). Maceió, Alagoas, Brasil. E-mail: lucas.moura@im.ufal.br.

2 Doutorado em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (Unesp/Rio Claro). Docente do Instituto de Matemática da Universidade Federal de Alagoas (Ufal). Maceió, Alagoas, Brasil. E-mail: viviane.santos@im.ufal.br

## INTRODUÇÃO

Este artigo tem como enfoque verificar como a obra *Os Elementos* de Euclides está presente nas obras didáticas da área Matemática e suas Tecnologias aprovadas na edição 2021 do Programa Nacional do Livro Didático e do Material Didático (PNLD 2021). A pesquisa é de natureza histórica e pragmática, de abordagem documental<sup>3</sup>.

Segundo Saito (2018), as relações entre História da Matemática e o Ensino de Matemática vêm sendo tratadas com mais ênfase nas últimas décadas. O autor relata que o uso da História da Matemática como abordagem na aprendizagem matemática é visto como um diferente caminho didático e pedagógico. Segundo Moustapha-Côrreia (2020, p. 65):

[...] a história da matemática pode ter um papel decisivo nesses saberes, na medida em que a matemática é entendida como estando em um contínuo processo de transformação, não cabendo considerar a matemática contemporânea como a mais evoluída que a matemática do passado, nem tampouco que é a única culminância possível de um processo histórico linear.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018) afirma que é preciso entender a importância da História da Matemática como um recurso didático no ensino, ela deve ser incluída com o objetivo de despertar a curiosidade e representar um contexto significativo para aprender Matemática. Aliás, é essencial haver esse contexto, não necessariamente voltado ao cotidiano, podendo ser em outras áreas do conhecimento.

A BNCC (Brasil, 2018, p. 272) ainda ressalta que: “[...] a Geometria não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume e nem aplicações numéricas [...]”. Com isso, percebe-se que a Geometria não precisa ser ensinada somente por meio de cálculos aritméticos e algébricos, mas também com seus conceitos primitivos e, possivelmente, usando desenhos ou construções geométricas com base nesses conceitos.

A importância dessa abordagem geométrica reflete muito no estudante. Para Lorenzato (1995), a falta da aprendizagem em Geometria gera um atraso no raciocínio visual, ou seja, no pensar geométrico, gerando dificuldades na compreensão e na resolução de questões de outras áreas do conhecimento, como interpretar áreas, gráficos estatísticos e conceitos de medida.

Uma das formas de entender como os conceitos básicos de Geometria são discutidos nos livros didáticos é por meio dos *Elementos* de Euclides. Sobre esta obra, para Goulart (2020), o conhecimento agrupado por Euclides há mais de dois mil anos é muito importante para o ensino de Matemática, sobretudo para a Geometria, essa obra é de grande valia para a comunidade matemática mesmo com o surgimento das Geometrias não-euclidianas<sup>4</sup>.

Este artigo possui como pergunta norteadora: De que modo a obra *Os Elementos* de Euclides está presente nas obras didáticas da área de Matemática e suas Tecnologias aprovadas na edição 2021 do Programa Nacional do Livro Didático e do Material Didático (PNLD 2021)? Com esta pergunta, surgem as seguintes indagações: Qual a importância dos *Ele-*

---

3 “[...] é aquela em que os dados obtidos são estritamente provenientes de documentos, com o objetivo de extrair informações neles contidas, a fim de compreender um fenômeno [...]” (Kripka; Scheller; Bonotto, 2015, p. 58).

4 “[...] qualquer geometria que não satisfaça o axioma das paralelas é considerada geometria não-euclidiana, por isso, alguns não a chamam de geometria não-euclidiana e sim as geometrias não-euclidianas” (Nascimento, 2013, p. 47).

*mentos* de Euclides no ensino de Geometria?; Como é a Geometria apresentada nas obras didáticas da área Matemática e suas Tecnologias aprovadas na edição PNLD 2021?; Como os conteúdos de Geometria dos livros didáticos da área Matemática e suas Tecnologias aprovados na edição PNLD 2021 estão relacionados com os *Elementos* de Euclides?

Para a realização da pesquisa, efetuamos os seguintes passos metodológicos: apresentamos sobre a vida de Euclides, a sua obra *Os Elementos* e a importância dela para o ensino de Geometria; relatamos o processo de escolhas dos livros didáticos aprovados no PNLD 2021; descrevemos como a Geometria é abordada nos livros; verificamos os conteúdos de Geometria dos livros didáticos selecionados e relacionamos com a obra de Euclides.

Iremos agora apresentar sobre a obra *Os Elementos*, sobre o seu autor Euclides e a importância da obra para o ensino de Geometria.

## OS ELEMETOS DE EUCLIDES E SUA IMPORTÂNCIA NO ENSINO DE GEOMETRIA

Euclides de Alexandria nasceu em IV a.E.C. e morreu no século III a.E.C. Possivelmente, Euclides estudou na Academia de Platão, sendo influenciado por seus seguidores; lecionou na Biblioteca de Alexandria, fundada por Ptolomeu I; e, como professor, ele foi urbano, prestativo e delicado (Berlinski, 2018).

Segundo Garbi (2010), Euclides também escreveu trabalhos, dentre eles, temos: *Falácias* (pseudaria), *Dados*, *Sobre Divisões* (de figuras), *Porismos*, *Superfícies que são Lugares Geométricos*, *Cônicas*, *Fenômenos*, *Óptica* e *Elementos da Música*, e *Os Elementos*, a sua principal obra, a qual este trabalho irá explorar uma parte do conteúdo.

A obra *Os Elementos* de Euclides é um compilado de 13 livros que abordam diversos conteúdos voltados à Matemática. O Livro I refere-se à Geometria Plana; o Livro II aborda Geometria Plana e contém a suposta “álgebra geométrica”<sup>5</sup> dos gregos; nos Livros III e IV constam propriedades de círculos e figuras circunscritas em um círculo; o Livro V apresenta a Teoria das proporções de Eudoxo; o Livro VI são aplicações do livro anterior à Geometria; os Livros VII a IX são estudos dos números inteiros, primos, maior divisor comum e progressões geométricas; no Livro X contém propriedades e classificações das linhas incomensuráveis; e, por fim, dos Livros XI a XIII são abordados a Geometria Espacial, cálculo de volumes e apresentação dos cinco poliedros regulares (Roque, 2012).

A Geometria apresentada na Matemática da Educação Básica e do Ensino Superior é bastante influenciada pelos livros de Euclides, isso acontece aqui no Brasil e em grande parte do mundo (Vilela; Deus, 2014; Goulart, 2020).

Bicudo (2011) afirma que a obra *Os Elementos* de Euclides não é voltada para os que não compreendem Geometria, mas para os que já possuem conhecimento matemático. Além disso, a obra não foi criada com intenção de ser um aparato de ensino para a Educação Básica, porém, é plausível sua utilização como recurso didático, “Sua estrutura e a sistemati-

<sup>5</sup> “Entre o final do século XIX e meados do XX, matemáticos e historiadores, como H. Zeuthen e B. L. van der Waerden, postularam que as proposições do livro II dos *Elementos* seriam, na verdade, propriedades algébricas enunciadas sob uma roupagem geométrica” (Roque, 2012, p. 185).

zação dos conhecimentos seguiram uma lógica cuidadosa para alcançar as validações; além disso, foram subsídios para a Matemática e para as outras ciências” (Goulart; Ferreira; Costa, 2020, p. 201).

Goulart (2020) afirma que a abordagem da obra grega usando uma construção histórica pode acarretar diversos benefícios para o Ensino de Matemática. Porém, essa importância da obra de Euclides no ensino não fica tão visível nos livros didáticos de Matemática.

A seguir, apresentaremos as coleções de livros didáticos que iremos verificar a abordagem do uso dos *Elementos* de Euclides no ensino de Geometria.

## ESCOLHA DOS LIVROS DIDÁTICOS

Na edição do PNLD 2021 foram aprovadas 10 (dez) coleções de livros didáticos no Objeto 2 Obras didáticas por áreas do conhecimento e específicas, da área de Matemática e suas Tecnologias, ver Quadro 1. Tais coleções são direcionadas aos estudantes do Ensino Médio e cada coleção é composta por Livro do Estudante (LE), Manual do Professor (MP), cada um contendo 6 (seis) volumes, e Material Digital do Professor (MDP) com 6 (seis) videotutoriais. As informações dessas coleções, como título, autores, editora etc., podem ser encontradas no Guia Digital PNLD 2021– Obras didáticas por áreas do conhecimento e específicas<sup>6</sup>. A escolha desta edição do PNLD se deu por serem as coleções mais recentes voltadas ao Ensino Médio.

**Quadro 1** – Coleções aprovadas no PNLD, no Objeto 2 Obras Didáticas por áreas do conhecimento e específicas, da área de Matemática e suas Tecnologias

Coleção	Autores
Matemática em contextos	Luiz Roberto Dante; Fernando Viana
Ser protagonista: matemática e suas tecnologias	Katia Stocco Smole; Maria Ignez Diniz
Conexões: matemática e suas tecnologias	Fábio Martins Leonardo
Prisma matemática	José Roberto Bonjorno; José Ruy Giovanni Júnior; Paulo Roberto Câmara de Sousa
Matemática nos dias de hoje	Jefferson dos Santos Cevada; Daniel Romão da Silva; Gabriel Gleich Prado; João Guilherme Boaratti Colpani
Matemática interligada	Thais Marcelle de Andrade
Diálogo: matemática e suas tecnologias	Lilian Aparecida Teixeira
Interação matemática	Luciane Maria Tenuta de Freitas; Rodrigo Morozetti Blanco; Adilson Longen
Quadrante matemática e suas tecnologias	Eduardo Chavante; Diego Prestes
Multiversos Matemática	Joamir Roberto de Souza

**Fonte:** Elaboração baseada em Matemática e suas tecnologias (2021)

Das 10 (dez) coleções aprovadas, 8 (oito) delas foram encontradas, sendo nossas fontes de pesquisa, a qual foi realizada usando o MP, físico e digital. O MP contém uma reprodução do LE com mais partes específicas para o professor. As obras não encontradas foram: Interação matemática, da Editora do Brasil; e Matemática nos dias de hoje, da Editora SEI.

Tendo em vista a influência da Geometria euclidiana na Educação Básica, iremos apresentar de maneira explícita as coleções que abordam sobre Euclides e Os *Elementos*.

<sup>6</sup> Mais informações: [https://pnld.nees.ufal.br/pnld\\_2021\\_didatico/inicio](https://pnld.nees.ufal.br/pnld_2021_didatico/inicio)

## OS ELEMENTOS DE EUCLIDES NOS CONTEÚDOS DE GEOMETRIA DOS LIVROS DIDÁTICOS

Das coleções selecionadas, foram escolhidos somente os volumes<sup>7</sup> das coleções que são referentes ao conteúdo de Geometria, seja plana ou espacial. Ressaltamos que, dependendo da coleção, a parte concernente à Trigonometria encontra-se nos volumes voltados à Geometria e, em algumas coleções, a parte da Trigonometria é vista em outro volume. Em ambos os casos, o conteúdo de Trigonometria também foi analisado.

O caminho teórico-metodológico para estabelecer os critérios com a finalidade de identificar o uso dos *Elementos* de Euclides nos livros didáticos são com base nas categorias determinadas por Bianchi (2006): História da Matemática presente na parte teórica (Informação Geral, Informação Adicional, Estratégia Didática e Flash) e História da Matemática presente nas atividades (Informação, Estratégia Didática e Atividade sobre a História da Matemática).

Bianchi (2006, p. 48-49) detalha as categorias presentes na parte teórica como:

A categoria **Informação Geral** traz a HM sob várias formas. Informam sobre acontecimentos, datas, biografias de matemáticos, etc. Podem aparecer no início ou no interior do conteúdo, sendo importante ressaltar que o assunto em questão será ainda abordado no decorrer da explanação do tópico.

As menções históricas contidas na categoria **Informação Adicional** estão presentes geralmente no final dos capítulos, em forma de apêndices e nenhum trabalho embasado nestas informações é proposto. Às vezes colaboram com o entendimento do conteúdo.

Já na **Estratégia Didática** são utilizadas as menções históricas como um recurso para o entendimento do conteúdo matemático a ser desenvolvido no Livro Didático e este objeto histórico pode encorajar o estudante a pensar a respeito do conteúdo discutido. Por exemplo, relacionar a circunferência com seu diâmetro utilizando um barbante. Com a História da Matemática neste contexto verificamos progressos no entendimento do conteúdo abordado.

O **Flash** de inserção de HM aparece de forma sutil e não é mencionada qualquer nota sobre esta presença. Em meio a problemas e textos, insere-se discretamente alguma informação histórica. São pequenas citações que podem estar dentro de uma frase, uma vaga citação sobre uma data ou a menção sobre “Matemáticos”, por exemplo. É parte do que Vianna denominou como Uso imbricado, porém esta denominação foi definida para quando a presença da HM se mistura ao conteúdo, impedindo a separação desta menção histórica da própria parte teórica. Aqui tem esta característica e também o caráter de um breve contexto apenas, uma “leve” informação (Bianchi, 2006, p. 48-49).

Bianchi (2006, p. 49) continua com o detalhamento das categorias da História da Matemática presente nas atividades.

**Informação:** Atividade em questão matemática na qual apresenta uma informação sobre a História da Matemática e em seguida uma tarefa com objetivos da aprendizagem da Matemática.

**Estratégia Didática:** Forma de inserir uma menção histórica na atividade e aproveitá-la para adquirir um conhecimento matemático, ajudando o estudante a deduzir o conceito em questão.

<sup>7</sup> Cada volume estamos denominando de livro.

**Atividade sobre a História da Matemática:** Atividade ou exercício em que se questiona o conteúdo de História da Matemática abordado anteriormente. Geralmente vem em seguida de um texto que trata deste assunto. (Bianchi, 2006, p. 49).

Vale ressaltar que é possível ter situações nos livros didáticos que se enquadrem em mais de uma categoria, isso também foi previsto por Bianchi (2006).

### Matemática em contextos

A coleção da Editora Ática possui um volume intitulado Geometria plana e Geometria espacial (Dante; Viana, 2020a). O livro é dividido em 2 (dois) capítulos: um denominado Regiões planas e áreas, e o outro Geometria espacial. Além disso, possui um volume intitulado Trigonometria e sistemas lineares (Dante; Viana, 2020b). O livro está dividido em 2 (dois) capítulos: Trigonometria; e Matrizes e sistemas lineares.

No primeiro capítulo de Dante e Viana (2020a), são abordados regiões planas e área, cálculo aproximado de medidas de área e ladrilhamento. Neste capítulo, não há referência a Euclides ou à Geometria euclidiana.

No segundo capítulo deste mesmo volume, são abordados os conceitos de ponto, reta, plano e espaço que “[...] nunca foram definidos porque são intuitivos, estão em nossa mente de maneira natural e os distinguimos espontaneamente: tanto a reta como o plano são conjuntos de infinitos pontos” (Dante; Viana, 2020a, p. 67). Apesar de tratar com conceitos primitivos da Geometria, não apresenta menção aos *Elementos* de Euclides. Em uma seção do capítulo, denominada Leitura e compreensão, ao final do conteúdo, que discorre sobre os Poliedros arquimedianos<sup>8</sup>, retrata brevemente sobre a obra de Euclides, “[...] uma coleção de 13 livros que abrangiam de maneira sistematizada a Matemática conhecida na época” (Dante; Viana, 2020a, p. 81).

Desta forma, percebe-se que a obra *Os Elementos* de Euclides aparece como uma espécie de subtópico para outro assunto, apesar de ser elemento secundário em um texto. Logo, é caracterizado na categoria Informação Adicional presente na parte teórica.

O volume designado à Trigonometria e sistemas lineares (Dante; Viana, 2020b) não possui, de maneira explícita, relação com Euclides e sua obra grega.

### Ser protagonista: matemática e suas tecnologias

A coleção da Editora SM possui um volume intitulado como Geometria plana e espacial (Smole; Diniz, 2020a). O livro está dividido em 2 (duas) unidades e no total contém 5 (cinco) capítulos. Na primeira unidade tem 2 (dois) capítulos: Geometria euclidiana e Geometria das transformações. Na segunda unidade, de Geometria espacial, tem 3 (três) capítulos: Sólidos geométricos: poliedros; Sólidos geométricos: corpos redondos; e Geometria métrica espacial.

---

<sup>8</sup> “Os poliedros arquimedianos são poliedros convexos cujas faces são polígonos regulares de mais de um tipo, e todos os seus vértices são congruentes, ou seja, existe o mesmo arranjo de polígonos em torno de cada vértice, exceto pela rotação” (Neves, 2017, p. 42).

O volume intitulado como Grandezas e medidas e Trigonometria (Smole; Diniz, 2020b) é dividido em 3 (três unidades) e no total contém 6 (seis) capítulos. Na primeira unidade, de Grandezas e áreas, tem 2 (dois) capítulos: Grandezas e medidas; e Áreas de figuras planas. Na segunda unidade, de Trigonometria no triângulo, tem 2 (dois) capítulos: Relações trigonométricas no triângulo retângulo; e Relações trigonométricas em um triângulo qualquer. Na terceira unidade, de Trigonometria: arcos e funções; tem 2 (dois) capítulos: Arcos de circunferência e ciclo trigonométrico; e Funções trigonométricas.

De acordo com Smole e Diniz (2020a), a Geometria plana é a que foi vista no Ensino Fundamental, porém de uma forma resumida, buscando estender o conhecimento analisando figuras e suas respectivas propriedades por intermédio de transformações ou simetrias, cooperando para o entendimento espacial. Ainda segundo as autoras, os estudos abordados neste livro possuem o intuito de visualizar um objeto espacial por meio de desenhos ou de partes traçadas no plano, essa habilidade tem sua finalidade em leitura de mapas e de manuais explicativos de aparelhos e em situações do cotidiano.

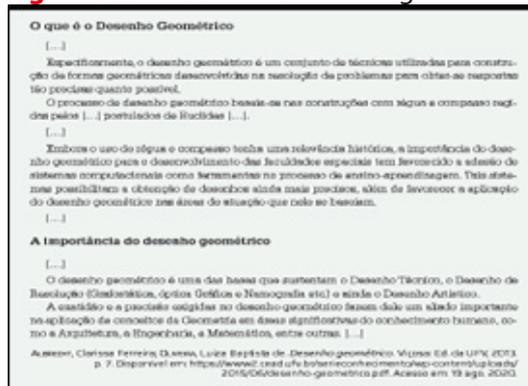
O capítulo intitulado Geometria euclidiana é introduzido com uma breve história sobre a obra *Os Elementos* de Euclides, sendo um compilado de 13 livros e que “Além de Geometria, ela contém teoria dos números e álgebra elementar (geométrica)” (Smole; Diniz, 2020a, p. 16). Como podemos observar na Figura 1, essa informação se encontra no início do capítulo, com a finalidade de instruir sobre fatos históricos, logo essa ideia está inserida na categoria Informação Geral presente na parte teórica.

**Figura 1** – Breve história sobre os *Elementos* de Euclides



**Fonte:** Smole e Diniz (2020a, p. 16)

Em outro momento, encontramos como Informação Adicional presente na parte teórica sobre a régua, o compasso e o quanto são essenciais para os desenhos geométricos. É apresentado que o processo de desenho geométrico é baseado nas construções com régua e compasso com base nos postulados de Euclides, ver a Figura 2. Porém, o acaba não desenvolve tais postulados nem os utilizando para problemas envolvendo desenhos geométricos.

**Figura 2** – Texto sobre desenho geométrico

**Fonte:** Smole e Diniz (2020a, p. 32)

No capítulo Geometria das transformações, na explicação sobre duas retas paralelas interceptadas por uma transversal, o livro trata como “[...] um resultado conhecido da geometria euclidiana” (Smole; Diniz, 2020a, p. 38). Esse é um postulado importante para a Geometria euclidiana. A ideia surge como Estratégia Didática presente na parte teórica, pois a parte histórica surge para entender conceitos de ângulos.

No segundo capítulo do volume Grandezas e medidas e Trigonometria (Smole; Diniz, 2020b) é abordado sobre ladrilhamentos no plano euclidiano, utilizando polígonos regulares. Por ser designada a Euclides, é categorizada como Flash presente na parte teórica, mas não há relação com a obra grega.

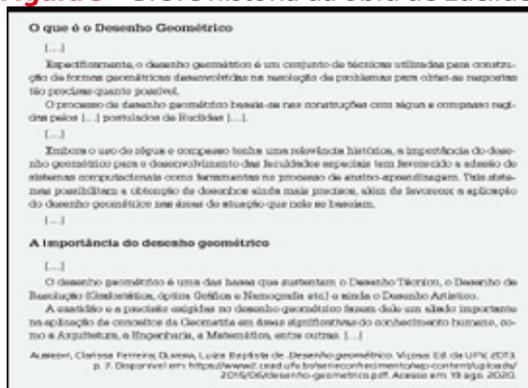
### Conexões: matemática e suas tecnologias

A coleção da Editora Moderna possui um volume Geometria plana e espacial (Leonardo, 2020a). O livro está dividido em 4 (quatro) capítulos: Superfícies poligonais, círculo e áreas; Introdução à Geometria espacial; Poliedros; e Corpos redondos. Além disso, possui um volume intitulado Trigonometria (Leonardo, 2020b). O livro está dividido em 4 (quatro) capítulos: A semelhança de triângulos; Trigonometria no triângulo retângulo; Ciclo trigonométrico e trigonometria em um triângulo qualquer; e Funções trigonométricas.

Sobre o volume de Geometria plana e espacial, no primeiro capítulo, o livro trata sobre os polígonos regulares, áreas de algumas superfícies planas, e sobre círculo e circunferência. O terceiro capítulo aborda sobre sólidos geométricos, poliedros, prismas e pirâmides. O quarto capítulo aborda sobre corpos redondos como cilindro, cone e esfera.

No início do segundo capítulo deste mesmo volume, é relacionada Geometria euclidiana com aerodinâmica de um avião e relatado sobre Euclides e sua obra, como podemos observar na Figura 3. A ideia surge como Informação Geral presente na parte teórica.

**Figura 3** – Breve história da obra de Euclides

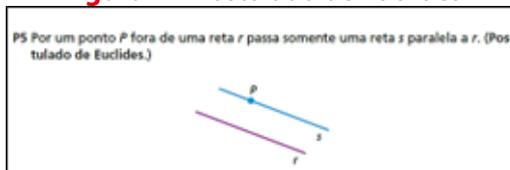


**Fonte:** Leonardo (2020a, p. 44)

Diferente dos livros analisados anteriormente, nesse livro vemos detalhes das noções primitivas abordadas por Euclides sobre os conceitos de ponto, reta e plano, que são noções aceitas sem definições. Além dessas noções primitivas, o livro apresenta postulados e teoremas e ressalta a importância sobre sistema dedutivo que é abordado nos *Elementos*.

Com a ideia de Estratégia Didática presente na parte teórica, segundo o livro, os postulados servem como base para o desenvolvimento da Geometria, com as noções primitivas anteriormente mencionadas. O livro apresenta alguns postulados e denomina como Postulado de Euclides: “Por um ponto P fora de uma reta r passa somente uma reta s paralela a r” (Leonardo, 2020a, p. 45), porém o livro não detalha sobre esse postulado das retas paralelas, ver Figura 4.

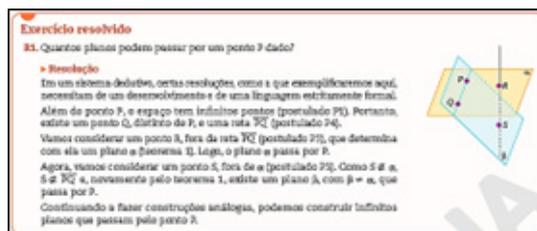
**Figura 4** – Postulado de Euclides



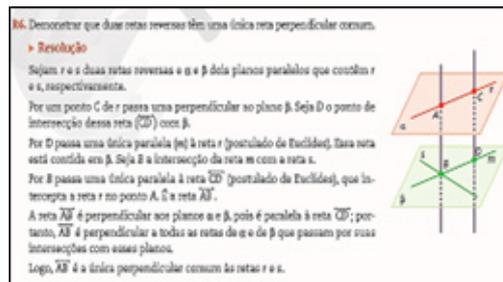
**Fonte:** Leonardo (2020a, p. 46)

Nos exercícios propostos, alguns problemas estão relacionados com esses conceitos iniciais de Geometria, na categoria Atividade sobre a História da Matemática presente nas atividades. Em uma questão encontrada nos exercícios resolvidos, para a demonstração, foi necessário o que o livro chama de Postulado de Euclides, tais problemas são encontrados nas Figuras 5 e 6.

**Figura 5** – Exercício Resolvido 1 que utiliza os postulados dos *Elementos* de Euclides.



**Fonte:** Leonardo (2020a, p. 47)

**Figura 6** – Exercício Resolvido 6 que utiliza os postulados dos *Elementos* de Euclides.

**Fonte:** Leonardo (2020a, p. 54)

Este volume é de suma importância para a Geometria e a obra de Euclides. A parte da contextualização histórica sobre seus conceitos serve para informar e desenvolver o aprendizado e, nos exercícios resolvidos, alguns problemas demonstram problemas geométricos, servindo também para o desenvolvimento do conteúdo para entender as ideias de Geometria. Porém, os exercícios propostos não são abordados nessa mesma vertente.

O volume designado à Trigonometria (Leonardo, 2020b) não possui, de maneira explícita, relação com Euclides e sua obra grega.

### Prisma matemática

A coleção da Editora FTD possui um volume intitulado como Geometria (Bonjorno; Giovanni Júnior; Sousa, 2020a). O livro possui 4 (quatro) capítulos: Áreas; Geometria espacial de posição; Poliedros; e Corpos redondos, que possibilitam ao estudante averiguar diversas situações na Matemática ou em outras ocasiões. Além disso, a coleção possui um volume intitulado Geometria e Trigonometria (Bonjorno; Giovanni Júnior; Sousa, 2020b). O livro possui 4 (quatro) capítulos: Proporcionalidade e semelhança; Trigonometria no triângulo; Razões trigonométricas nas circunferências; e Funções trigonométricas.

Segundo os autores, a coleção tem a finalidade de ampliar os conteúdos vistos sobre os conceitos de Geometria plana e espacial, os problemas envolvem área e volume relacionados a situações do dia a dia e estratégias para soluções de problemas. Destaca-se o desenvolvimento do raciocínio lógico e pensamento computacional nos problemas, a começar pelo uso de aplicativos gratuitos, como planilhas eletrônicas e o *GeoGebra*.

Inicialmente, abordaremos o volume denominado como Geometria (Bonjorno; Giovanni Júnior; Sousa, 2020a).

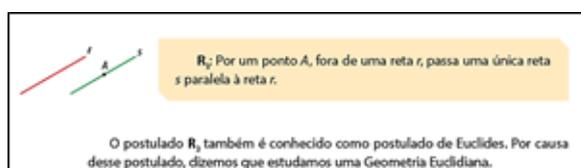
No primeiro capítulo, são abordados: área de polígonos; área do círculo e de suas partes; polígonos regulares; área e perímetro de um polígono regular; e razão entre áreas de polígonos semelhantes. Nos terceiro e quarto capítulos, tem-se sobre: poliedros; prismas; pirâmides; cilindro; cone; esfera; e projeções cartográficas. Nos capítulos não é apresentado sobre o tema.

Sobre Euclides e os *Elementos*, no segundo capítulo, ponto, reta e plano são tratados como “noções primitivas”. Após isso, são definidos postulados, definições e teoremas, no entanto, não há menção direta à obra grega. Segundo Bonjorno, Giovanni Júnior e Sousa (2020a, p. 47), postulados ou axiomas são “[...] proposições (afirmações matemáticas) aceitas sem necessidade de demonstração”, definições são “[...] proposições feitas a partir de noções

primitivas, de definições anteriores ou de resultados já demonstrados”, e teoremas são “[...] proposições enunciadas com base em postulados, definições e em resultados já demonstrados”. As definições não são demonstradas e os teoremas só possuem validade se forem demonstrados com base na argumentação lógica. Essas ideias apresentadas no livro é basicamente como é regido nos *Elementos* de Euclides, destacando a argumentação lógica para todo o processo dos teoremas, portanto é categorizada como Estratégia Didática presente na parte teórica.

O livro aborda postulados sobre pontos, retas e planos que irão servir como estudo na Geometria espacial. Dentre os postulados na reta, temos o intitulado como Postulado de Euclides e a informação de que, por meio dele, estudamos a Geometria euclidiana, ver a Figura 7.

**Figura 7** – Postulado na reta denominado como Postulado de Euclides



**Fonte:** Bonjorno, Giovanni Júnior e Sousa (2020a, p. 48)

No livro também contém sobre geometrias em que esse postulado não é considerado como verdadeiro, “Por exemplo, a que tem como modelo uma esfera. Pensando em uma relação com o globo terrestre, os meridianos seriam algumas das retas nesse modelo de geometria” (Bonjorno; Giovanni Júnior; Sousa, 2020a, p. 48). Essa parte pode ser caracterizada como Estratégia Didática e Flash presentes na parte teórica, pois discorre como desenvolvimento do conteúdo e é utilizada sem aprofundamento.

No volume designado à Geometria e Trigonometria (Bonjorno; Giovanni Júnior; Sousa, 2020b), no primeiro capítulo, ao iniciar o conteúdo de relações métricas no triângulo retângulo, a Geometria euclidiana é mencionada como um assunto já visto no Ensino Fundamental, referente à soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer ser igual a  $180^\circ$ . Em outro momento, no segundo capítulo, na parte introdutória da Trigonometria no triângulo, é mencionado sobre a Geometria plana euclidiana para argumentar que a Trigonometria vista será embasada em suas ideias. Ambas as situações relatadas acima podem ser categorizadas como Flash presente na parte teórica.

### Matemática interligada

A coleção da Editora Scipione possui um volume intitulado Geometria espacial e plana (Andrade, 2020a). O livro está dividido em 3 (três) capítulos: Geometria de posição; Poliedros; e Corpos redondos. Além disso, a coleção possui um volume intitulado como Trigonometria, fenômenos periódicos e programação (Andrade, 2020b). O livro está dividido em 4 (quatro) capítulos: Trigonometria no triângulo; Funções trigonométricas; Relações, equações e transformações trigonométricas; e Introdução à lógica de programação.

Para a autora, a base dos conteúdos de Geometria ocorre com a apresentação dos conceitos de ponto, reta, plano e um agrupamento de definições e postulados, para o estudante desenvolver a capacidade de argumentação, generalização e abstração. Para os con-

teúdos de Geometria espacial, tem-se o propósito de associar com situações corriqueiras do dia a dia.

Inicialmente, abordaremos apenas sobre o volume designado à Geometria espacial e plana (Andrade, 2020a).

Nos capítulos em que não encontramos uma abordagem diretamente relacionada a Euclides, encontra-se o conteúdo de Geometria espacial e é estudado sobre poliedros convexos e não convexos, áreas de figuras planas, prismas, pirâmides e tronco de pirâmides; no terceiro capítulo, é estudado sobre cilindros, cone, esfera e projeções cartográficas.

No primeiro capítulo, na introdução, há uma contextualização histórica que permeia os *Elementos* de Euclides, abordando que a obra grega é composta por 13 livros de caráter axiomático, que se denomina hoje como Geometria euclidiana, baseando em axiomas (ou postulados). O capítulo mostra que além da Geometria, Euclides explora outros conteúdos em sua obra, destacando o quanto a obra é importante para a História da Matemática, como pode-se observar na Figura 8. A abordagem sobre Euclides e sua obra no livro didático é categorizada como Informação Geral presente na parte teórica, pois relata sobre acontecimentos.

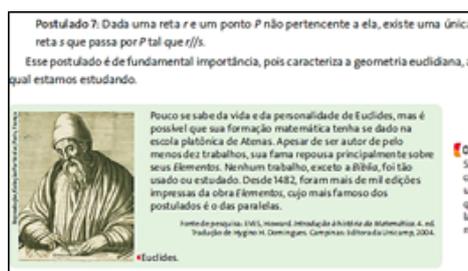
**Figura 8** – Apresentação sobre os conteúdos abordados nos *Elementos* de Euclides



**Fonte:** Andrade (2020a, p. 13)

Como em alguns dos outros livros didáticos, percebemos na Figura 9, a abordagem de noções primitivas e postulados, com um breve comentário ao Postulado de Euclides, voltado às retas paralelas. O livro destaca a importância desse postulado para a Geometria euclidiana, os textos apresentam informações a respeito de Euclides e dos *Elementos*, possuindo um caráter de Informação Adicional presente na parte teórica, pois colabora para o desenvolvimento do conteúdo e são menções históricas para o desenvolver do conteúdo matemático.

**Figura 9** – Postulado das paralelas



**Fonte:** Andrade (2020a, p. 18)

No volume designado à Trigonometria, fenômenos periódicos e programação (Andrade, 2020b), não há relação explícita com os *Elementos* de Euclides.

### Diálogo: matemática e suas tecnologias

A coleção da Editora Moderna, diferente de outros livros que possuem apenas um volume voltado à Geometria, essa coleção possui 2 (dois) volumes intitulados: Geometria plana (Teixeira, 2020a); e Geometria espacial (Teixeira, 2020b).

Para a autora, o objetivo do volume Geometria plana é expandir o conhecimento dos estudantes em Geometria plana. Os conteúdos são abordados de forma precisa e simples, enfatizando o protagonismo do estudante na aprendizagem e buscando uma visão anexada da Matemática em outras situações. O objetivo também é abordar as noções intercaladas aos elementos do plano, cálculo de áreas de figuras geométricas planas, e identificar relações trigonométricas no triângulo e circunferência. Aborda também estratégias de modelagem matemática para soluções de determinados problemas usando a linguagem de programação.

O volume voltado à Geometria plana é distribuído em 12 (doze) capítulos, a saber: O Teorema de Tales e a semelhança de triângulos; As relações métricas e a trigonometria no triângulo retângulo; Trigonometria em um triângulo qualquer; Trigonometria na circunferência; Funções trigonométricas; Função do tipo trigonométrica; Fórmulas de transformação, relações e equações trigonométricas; Ladrilhamento; Área do quadrado, do retângulo, do paralelogramo e do losango; Área do triângulo e de polígonos regulares; Área e as vagas de estacionamento destinadas a idosos; e Área do círculo.

O volume Geometria Espacial é composto por 13 (treze) capítulos que são: Geometria espacial de posição; Projeções ortogonais no plano e distância no espaço; Poliedros; Prismas; Prismas na natureza; Pirâmides; O volume da Grande Pirâmide de Gizé; Cilindro; Volume interno de um motor; Cone; Esfera; Uma aplicação de volume; e Projeções cartográficas.

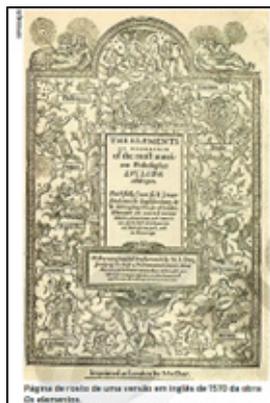
Com aspectos semelhantes de aprendizagem do volume já mencionado, este volume tem o seu enfoque em prismas e corpos redondos, com cálculos de áreas de superfícies e volumes, ademais, aplicações no uso da Cartografia.

No volume destinado à Geometria plana (Teixeira, 2020a), não há referência explícita com os *Elementos* de Euclides.

No capítulo Geometria espacial de posição de Teixeira (2020b), é elaborada uma contextualização histórica que nos permite conhecer um pouco sobre a obra grega, inclusive, é mostrada a página de rosto de uma versão do livro *Os Elementos* em inglês de 1570, como podemos observar na Figura 10. O livro usa como referência Eves (2004), o qual afirma que Euclides foi um excelente organizador de resultados matemáticos evidenciando os *Elementos*<sup>9</sup>. Além disso, as noções de ponto, plano e espaço são intituladas de noções primitivas. Tal informação é categorizada como Informação Geral presente na parte teórica, pois é a parte inicial sobre o conteúdo que será visto.

9 Roque (2012) relata que é bastante complexo identificar quais teoremas foram descobertos ou quais são de autoria de Euclides.

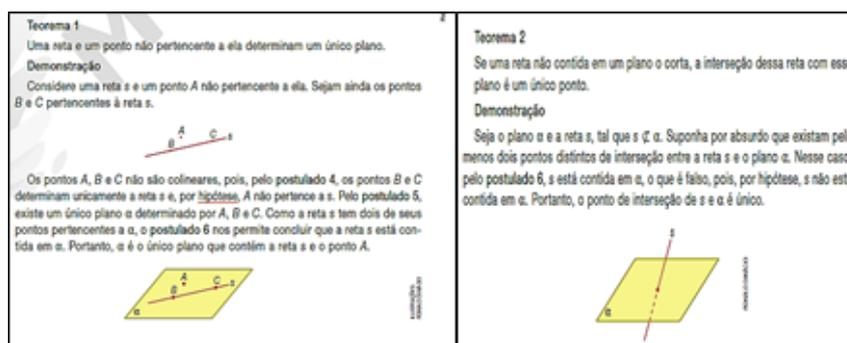
**Figura 10** – Página de rosto de uma versão em inglês de 1570 dos *Elementos*.



**Fonte:** Teixeira (2020b, p. 12)

No decorrer do conteúdo, são apresentados 7 (sete) postulados e, com os conceitos primitivos e usando o método dedutivo, a demonstração de 2 (dois) teoremas. Com isso, notamos que todo o desenvolvimento histórico tem como finalidade a Estratégia Didática presente na parte teórica para contribuir para o conteúdo, como pode-se observar na Figura 11.

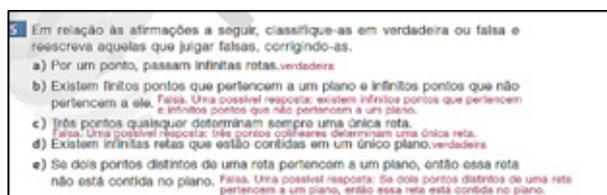
**Figura 11** – Apresentação de dois teoremas.



**Fonte:** Teixeira (2020b, p. 16-17)

Nos exercícios propostos do livro, sobre os postulados, aparecem apenas para assinalar verdadeiro ou falso, ver Figura 12. Apesar da apresentação de teoremas com base nos postulados, os exercícios não abordam essas ideias para desenhos geométricos.

**Figura 12** – Exercício proposto no livro sobre as noções comuns de Geometria



**Fonte:** Teixeira (2020b, p. 17)

Da mesma forma que as coleções anteriores, há menções sobre o que já conhecemos como o Postulado das paralelas ou Postulado de Euclides. No livro, é chamado também de Postulado 7 e nos diz que “Sendo A um ponto não pertencente à reta  $s$ , existe apenas uma reta  $r$  que passa por A e é paralela a  $s$ ” (Teixeira, 2020b, p. 18), destacando a relevância desse postulado para a Geometria euclidiana. Apesar de não ser nítido, tal problema é categorizado como Atividade sobre a História da Matemática presente nas atividades, pois é questionado o conteúdo sobre História da Matemática visto anteriormente.

## Quadrante matemática e suas tecnologias

A coleção da editora SM possui um volume intitulado Geometria plana e espacial (Chavante; Prestes, 2020a). O livro está dividido em 4 (quatro) capítulos: Figuras planas; Geometria espacial de posição; Poliedros; e Corpos redondos. Além disso, a coleção possui um volume intitulado Trigonometria e sequências (Chavante; Prestes, 2020b). O livro está dividido em 4 (quatro) capítulos: Relações métricas e trigonométricas; Trigonometria na circunferência; Funções trigonométricas; e Sequências e progressões.

Para os autores, a Geometria plana no Ensino Fundamental é vista de uma forma mais aprofundada utilizando as ideias de polígonos em algumas formas de ladrilhamentos no plano e a ideia de transformações isométricas de figuras planas. A Geometria espacial inicialmente é trabalhada com os conceitos de ponto, reta e plano, visando explorar os principais conceitos e postulados de forma intuitiva, assim são usados objetos do dia a dia para compreender poliedros e corpos redondos.

No capítulo de Geometria espacial de posição, apesar de abordar o que chama de “conceitos básicos”, como as ideias de ponto, reta e plano, não há contextualização histórica referente aos *Elementos* de Euclides. No capítulo, o livro aborda de forma breve o Postulado das paralelas ou o Postulado de Euclides, porém, não há um aprofundamento histórico relacionado ao conceito, tal parte destacada é categorizada como Flash presente na parte teórica, pois é vista apenas de maneira sutil. Sobre os exercícios abordados no livro, pouco se utiliza das noções primitivas e não encontramos problemas voltados para desenhos geométricos usando tais conceitos.

No volume de Trigonometria e sequências (Chavante; Prestes, 2020b) não foi identificada relação explícita com os *Elementos* de Euclides.

## Multiversos Matemática

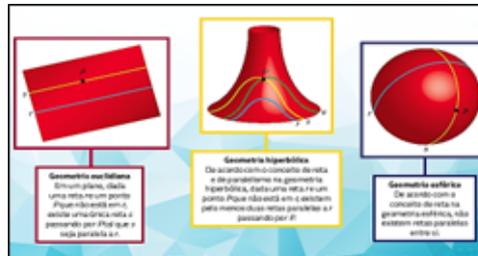
Na última coleção, da Editora FTD, encontramos um volume intitulado Geometria (Souza, 2020a), com 3 (três) unidades: Figuras geométricas planas, perímetro e área; Geometria espacial de posição; e Figuras geométricas espaciais, área de superfície e volume. Além disso, a coleção possui um volume intitulado como Sequências e trigonometria (Souza, 2020b). O livro é composto por 3 (três) unidades: Sequências e noções de linguagem de programação; Relações métricas e trigonométricas no triângulo; e Trigonometria na circunferência e funções trigonométricas.

Para o autor, conhecer as peculiaridades e propriedades de figuras plana e espaciais, e o cálculo de perímetros, áreas e volumes relacionadas a situações do cotidiano são indispensáveis para o desenvolvimento do pensamento geométrico e do raciocínio lógico, para despertar curiosidade em conhecimentos historicamente construídos, e para cooperar com a formação de um cidadão crítico, reflexivo e atuante.

No segundo capítulo do volume de Geometria, como parte introdutória, é abordada uma breve contextualização histórica sobre Euclides, nele é ressaltado a importância dos *Elementos* na Geometria, e são apresentados seus postulados e teoremas que sintetizam conhecimentos matemáticos da época, ver Figura 13. Ainda nessa parte histórica, o autor

apresenta que, por um longo período, os conceitos encontrados nos *Elementos* foi o único entendimento de estrutura geométrica válido. Com isso, esta parte introdutória é categorizada como Informação Geral presente na parte teórica, pois relata sobre a vida e obra de Euclides.

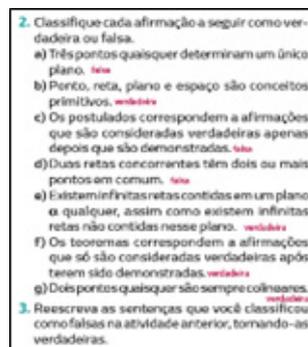
**Figura 13** – Breve história de Euclides e os *Elementos*



**Fonte:** Souza (2020a, p. 56)

Além disso, o autor destaca quais livros dos *Elementos* de Euclides abordam os conceitos de Geometria Plana e Espacial, que a obra possui 465 proposições e 13 livros, dentre eles, os livros I, II, III, IV, VI, XI e XII, que são voltados para a Geometria. Apesar de toda essa contextualização abordada como caráter de Estratégia Didática na parte teórica, nos exercícios propostos, apenas dois problemas partem dos conceitos de Euclides, que são exercícios caracterizados como Atividade sobre a História da Matemática presentes presentes nas atividades, ver Figura 14.

**Figura 14** – Problemas envolvendo os conceitos de Euclides



**Fonte:** Souza (2020a, p. 62)

No volume intitulado Sequências e trigonometria (Souza, 2020b) não foi encontrada conexão explícita com os *Elementos* de Euclides.

Dos critérios estabelecidos, observamos que nos livros didáticos, menções voltadas para o entendimento do conteúdo, ou seja, a parte teórica, aparecem com mais frequência. Para a História da Matemática nas atividades, pouco é visto, e não possui aprofundamento em relação à história. Os exercícios propostos abordam problemas com métodos mais intuitivos, os livros carecem de construções/desenhos geométricos com base na obra de Euclides.

Além disso, vale destacar que a maioria dos livros aborda os postulados encontrados nos *Elementos*, no total são cinco, que são:

- (1) Fique postulado traçar uma reta a partir de todo ponto até todo ponto.
- (2) Também prolongar uma reta limitada, continuamente, sobre uma reta.
- (3) E, como todo centro e distância, descrever um círculo.

(4) E serem iguais entre si todos os ângulos retos.

(5) E, caso uma reta, caindo sobre duas retas, faça os ângulos interiores e do mesmo lado menores do que dois retos, sendo prolongadas as duas. Ilimitadamente, encontram-se no lado no qual estão os menores que dois retos (Euclides, 2009, p. 98).

Dos 5 (cinco) postulados encontrados nos livros didáticos, vale destacar o Postulado de Euclides ou Postulado das Paralelas, que é o Postulado V encontrado nos *Elementos* de Euclides. De acordo com Mlodinow (2005), matemáticos o consideravam bastante complexo para ser um postulado, com isso, umas das ideias foi demonstrá-lo como um teorema, mas com as diversas tentativas ao longo da história o postulado não foi refutado, e tais tentativas acarretaram a descoberta das geometrias não-euclidianas.

Para finalizar, organizamos no Quadro 2 as categorias contempladas em cada Coleção selecionada para a pesquisa.

**Quadro 2** – Categorias contempladas nas coleções

Coleções	Categorias segundo Bianchi (2006)						
	História da Matemática presente na parte teórica				História da Matemática presente nas atividades		
	Informação Geral	Informação Adicional	Estratégia Didática	Flash	Informação	Estratégia Didática	Atividade Sobre a História da Matemática
Matemática em contextos		X					
Ser protagonista	X	X	X	X			
Conexões	X		X				X
Prisma matemática			X	X			
Matemática interligada	X	X					
Diálogo	X		X				X
Quadrante matemática e suas tecnologias				X			
Multiversos Matemática	X		X				X

**Fonte:** Elaboração pelos autores

Percebe-se, nos volumes das coleções voltadas à Geometria, que a categoria História da Matemática presente na parte teórica predomina em relação à categoria História da Matemática presente nas atividades. Observando as coleções, é notória a importância da obra grega na introdução dos conteúdos para o ensino de Geometria, porém a ausência de uma contextualização para as atividades precisa ser revista. Os problemas encontrados não possuem embasamento nem informações históricas sobre Euclides e sua obra.

Goulart (2020, p. 38) afirma que “O rigor demonstrativo no contexto escolar pode ser pedagogicamente trabalhado e estruturado, talvez não diretamente, mas a partir de um caminho que permita ao estudante chegar nessa formalidade em algum momento.” Com essa ideia da autora, é viável a utilização das ideias para o entendimento dos conteúdos em questão.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o objetivo de verificar a presença dos *Elementos* de Euclides nas obras didáticas da área de Matemática e suas Tecnologias aprovadas no PNLD 2021, percebemos que apesar

da influência da obra referente aos conceitos de introdução à Geometria nos livros didáticos (de maneira direta ou não), com base nos critérios estabelecidos, os livros não apresentam problemas e/ou resoluções de construções geométricas com base nos postulados, noções comuns e definição dos *Elementos* de Euclides.

Em relação a Euclides e sua obra, notamos que a conduta dos livros didáticos na parte teórica é de informar para despertar o interesse dos estudantes e despertar curiosidade dada a importância da obra para o ensino de Geometria. Para a História da Matemática presente nas atividades, poucos são os livros que abordam e os que abordam são de maneira intuitiva.

A discussão proposta neste artigo é de que a utilização da História da Matemática como um recurso didático também pode beneficiar professores e estudantes em relação à contextualização, à motivação, à compreensão dos processos de descoberta e à investigação para a resolução de problemas voltados para a Geometria.

## REFERÊNCIAS

ANDRADE, Thais Marcelle de. **Matemática interligada: geometria espacial e plana**. 1. ed. São Paulo: Editora Scipione, 2020a.

ANDRADE, Thais Marcelle de. **Matemática interligada: trigonometria, fenômenos periódicos e programação**. 1. ed. São Paulo: Editora Scipione, 2020b.

BERLINSKI, David. **Os Elementos de Euclides: uma história da geometria e do poder das ideias**. Tradução Cláudio Carina. 1. ed. Rio de Janeiro: Editora Zahar, 2018.

BIANCHI, Maria Isabel Zanutto. **Uma reflexão sobre a presença da história da matemática nos livros didáticos**. 2006. 116 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/91102>. Acesso em: 20 nov. 2024.

BICUDO, Irineu. Beppo Levi e os Elementos de Euclides. In: **Seminário Nacional de História da Matemática**, IX, Aracajú. Anais, Revista Brasileira de História da Matemática. p. 139-154, 2011. Disponível em: <https://www.rbhm.org.br/index.php/RBHM/article/view/119>. Acesso em: 20 nov. 2024.

BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; SOUSA, Paulo Roberto Câmara de. **Prisma matemática: geometria: ensino médio: área do conhecimento: matemática e suas tecnologias**. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020a.

BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; SOUSA, Paulo Roberto Câmara de. **Prisma matemática: geometria e trigonometria: ensino médio: área do conhecimento: matemática e suas tecnologias**. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020b.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

CHAVANTE, Eduardo; PRESTES, Diego. **Quadrante matemática e suas tecnologias: geometria plana e espacial**. 1. ed. São Paulo: Editora SM, 2020a.

CHAVANTE, Eduardo; PRESTES, Diego. **Quadrante matemática e suas tecnologias: trigonometria e seqüências**. 1. ed. São Paulo: Editora SM, 2020b.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Matemática em contextos: geometria plana e geometria espacial**. 1. ed. São Paulo: Editora Ática, 2020a.

DANTE, Luiz Roberto; VIANA, Fernando. **Matemática em contextos: trigonometria e sistemas lineares**. 1. ed. São Paulo: Editora Ática, 2020b.

EUCLIDES. **Os elementos**. Tradução e introdução de Irineu Bicudo. São Paulo: Editora UNESP, 2009.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas: Ed. da Unicamp, 2004.

GARBI, Gilberto Geraldo. **A rainha das ciências: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da matemática**. 5. ed. revisada e ampliada. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2010.

GOULART, Thais Maria Barbosa. **Os “Elementos” de Euclides visitam o ensino fundamental: análise de tarefas matemáticas pautadas na história da matemática e desenvolvidas no software GeoGebra**. 2020. 199 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2020. Disponível em: <https://www.repositorio.ufop.br/items/d4e8123b-255e-48cc-bda5-3025e54057b1>. Acesso em: 20 nov. 2024.

GOULART, Thais Maria Barbosa M. B.; FERREIRA, Ana Cristina; COSTA, Jorge Luís. Elementos, de Euclides, e o altar do Falcão como fontes de inspiração para o ensino de geometria no ensino fundamental. **Vidya**. Santa Maria, v. 40. P. 199-216, 2020. <https://doi.org/10.37781/vidya.v42i2.4248>

KRIPKA, Rosana Maria Luvezute; SCHELLER, Morgana; BONOTTO, Danusa De Lara. La investigación documental sobre la investigación cualitativa: conceptos y caracterización. **Revista de Investigaciones UNAD**, Colombia, CO, v. 14, n. 2, p. 55–73, 2015. <https://doi.org/10.22490/25391887.1455>.

LEONARDO, Fabio Martins de. **Conexões: matemática e suas tecnologias: geometria plana e espacial**. 1. ed. São Paulo: Editora Moderna, 2020a.

LEONARDO, Fabio Martins de. **Conexões: matemática e suas tecnologias: trigonometria**. 1. ed. São Paulo: Editora Moderna, 2020b.

LORENZATO, Sergio. Por que não ensinar Geometria? **Educação Matemática em Revista**. Florianópolis (SC), SBEM, vol. 4, 1995, p. 3-13. Disponível em: <https://www.sbemrasil.org.br/periodicos/index.php/emr/article/view/1311>. Acesso em: 20 nov. 2024.

MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS. **Guia Digital PNLD 2021: obras didáticas por áreas do conhecimento específicas. Matemática e suas tecnologias**. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Disponível em:

[https://pnld.nees.ufal.br/pnld\\_2021\\_didatico/componente-curricular/pnld-2021-obj2-matematica-e-suas-tecnologias](https://pnld.nees.ufal.br/pnld_2021_didatico/componente-curricular/pnld-2021-obj2-matematica-e-suas-tecnologias). Acesso em: 20 nov. 2024.

MLODINOW, Leonard. **A janela de Euclides**. São Paulo: Geração Editorial, 2005.

MOUSTAPHA-CORRÊA, Bruna. **Rumo a uma postura problematizadora na formação de professores de matemática: articulando práticas históricas e práticas de sala de aula**. 2020. 363 p. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. 2020. Disponível em: <https://pemat.im.ufrj.br/index.php/en/producao-cientifica/teses/2020/69-rumo-a-uma-postura-problematizadora-na-formacao-de-professores-de-matematica-articulando-praticas-historicas-e-praticas-de-sala-de-aula>. Acesso em: 20 nov. 2024.

NASCIMENTO, Anna Karla Silva do. **Geometrias não-euclidianas como anomalias: implicações para o ensino de geometria e medidas**. 2013. 115 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática)–Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2013. Disponível em: [https://www.oasisbr.ibict.br/vufind/Record/UFRN\\_c03beb8a0a8366268b7efa7f4dd01ce3](https://www.oasisbr.ibict.br/vufind/Record/UFRN_c03beb8a0a8366268b7efa7f4dd01ce3). Acesso em: 20 nov. 2024.

NEVES, José Ribamar de Souza. **Poliedros arquimedianos**. 2017. 99 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Departamento de Matemática, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2017. Disponível em: <http://www.tede2.ufrpe.br:8080/tede/bitstream/tede2/7893/2/Jose%20Ribamar%20de%20Souza%20Neves.pdf>. Acesso em: 20 nov. 2024.

ROQUE, Tatiana. **História da matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SAITO, Fumikazu. A pesquisa histórica e filosófica na educação matemática. **Revista Eventos Pedagógicos**, 9(2), 604–618, 2018. <https://doi.org/10.30681/repr.v9i2.10087>.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. **Ser protagonista: matemática e suas tecnologias: geometria plana e espacial: ensino médio**. 1. ed. São Paulo: Editora SM, 2020a.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. **Ser protagonista: matemática e suas tecnologias: grandezas e medidas e trigonometria: ensino médio**. 1. ed. São Paulo: Editora SM, 2020b.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Multiversos Matemática: Geometria: Ensino Médio**. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020a.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Multiversos Matemática: Sequências e trigonometria: Ensino Médio**. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020b.

TEIXEIRA, Lilian Aparecida. **Diálogo: matemática e suas tecnologias: geometria plana**. 1. ed. São Paulo: Editora Moderna, 2020a.

TEIXEIRA, Lilian Aparecida. **Diálogo: matemática e suas tecnologias: geometria espacial**. 1. ed. São Paulo: Editora Moderna, 2020b.

VILELA, D. S.; DEUS, K. A. Matemática, adjetivo: a demonstração pela ótica da cultura. **Horizontes**, 32(2), 2014. <https://doi.org/10.24933/horizontes.v32i2.176>.

### Histórico

Recebido: 03 de março de 2024.

Aceito: 22 de novembro de 2024.

Publicado: 12 de dezembro de 2024.

### Como citar – ABNT

MOURA, Lucas Queiroz Cordeiro de; SANTOS, Viviane de Oliveira. Os Elementos de Euclides nas obras didáticas da área de Matemática e suas Tecnologias aprovadas no PNLD 2021. *Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC*, Belém/PA, n. 47, e2024045, 2024. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2024.n47.e2024045.id608>

### Como citar – APA

Moura, L. Q. C. de., & Santos, V. de O. (2024). Os Elementos de Euclides nas obras didáticas da área de Matemática e suas Tecnologias aprovadas no PNLD 2021. *Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC*, (47), e2024045. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2024.n47.e2024045.id608>