

## O pensamento probabilístico à luz da Teoria da Objetivação nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Probabilistic thinking in light of the Theory of Objectification in the Early Years of Elementary School

El pensamiento probabilístico a la luz de la Teoría de la Objetivación en los primeros años de la escuela primaria

Vitória da Silva Farias<sup>1</sup>  

Simone Ferreira da Silva<sup>2</sup>  

### RESUMO

Apesar da exatidão ligada à Matemática, as situações reais da vida são comumente vivenciadas a partir de contextos incertos, sendo necessário fazer estimativas e realizar previsões. É nesse sentido que o desenvolvimento do pensamento probabilístico desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental é tão importante. Portanto, essa pesquisa objetivou investigar o desenvolvimento do pensamento probabilístico com estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental a partir da exploração de um jogo baseado no lançamento de dois dados de seis faces. Esse estudo baseou-se na observação dos meios semióticos destacados pela Teoria da Objetivação, e contou com a participação de três alunos e uma professora. A pesquisa foi dividida em três etapas: explicação e realização das jogadas; criação de estratégias vencedoras do jogo; discussão e considerações. Algumas conclusões foram estabelecidas ao final do estudo como os níveis de previsibilidade no lançamento de dois dados e a descoberta de alguns padrões desse experimento.

**Palavras-chave:** Pensamento probabilístico; Teoria da objetivação; Atividade de ensino-aprendizagem.

### ABSTRACT

Despite the accuracy linked to Mathematics, real life situations are commonly experienced from uncertain contexts, making it necessary to make estimates and make predictions. It is in this sense that the development of probabilistic thinking since the Early Years of Elementary School is so important. Therefore, this research aimed to investigate the development of probabilistic thinking with students in the 4th year of Elementary School through the exploration of a game based on the throwing of two six-sided dice. This study was based on the observation of semiotic means highlighted by the Theory of Objectification, and included the participation of three students and a teacher. The research was divided into three stages: explanation and execution of the moves; creating game-winning strategies; discussion and considerations. Some conclusions were established at the end of the study, such as the levels of predictability in throwing two dice and the discovery of some patterns in this experiment.

**Keywords:** Theory of Objectification; Probabilistic thinking; Teaching and learning activity.

### RESUMEN

A pesar de la precisión ligada a las Matemáticas, las situaciones de la vida real comúnmente se viven desde contextos inciertos, lo que hace necesario realizar estimaciones y predicciones. Es en este sentido que resulta tan importante el desarrollo del pensamiento probabilístico desde los primeros años de la Educación Primaria. Por lo tanto, esta investigación tuvo como objetivo indagar en el desarrollo del pensamiento probabilístico con estudiantes de 4to año de Educación Primaria a través de la exploración de un juego basado en el lanzamiento de dos dados de seis caras. Este estudio se basó en la observación de medios semióticos destacados por la Teoría de la Objetivación, y contó con la participación de tres estudiantes y un profesor. La investigación se dividió en tres etapas: explicación y ejecución de los movimientos; crear estrategias para ganar juegos; discusión y consideraciones. Al final del estudio se establecieron algunas conclusiones, como los niveles de previsibilidad al lanzar dos dados y el descubrimiento de algunos patrones en este experimento.

**Palabras clave:** Pensamiento probabilístico; Teoría de la objetivación; actividad de enseñanza-aprendizaje.

1 Mestra em Ensino das Ciências e Matemática- Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE). Professora dos Anos Finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio na rede municipal do Recife e na rede estadual de Pernambuco, Recife, Pernambuco, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Dona Maria Lacerda, nº 140, bloco A, apartamento 403, Várzea, Recife, Pernambuco, Brasil, CEP: 50741-010. E-mail: vitoria.farias@ufrpe.br.

2 Mestra em Ensino das Ciências e Matemática- Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE). Professora dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental nas redes municipais de Olinda e Recife, Recife, Pernambuco, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Dona Maria Lacerda, nº 166, bloco 6, apartamento 203, Várzea, Recife, Brasil, CEP: 50741-010. E-mail: simone.ferreira@ufrpe.br.

## INTRODUÇÃO

A dicotomia entre a incerteza e a exatidão é um grande obstáculo para a compreensão dos elementos matemáticos em sua totalidade. Esse fato se dá porque ainda existem barreiras que impedem o desenvolvimento do “modo probabilístico de pensar”, sejam elas epistemológicas ou didáticas (Rufino e Silva, 2019). O que chama a atenção é que essas barreiras, na maioria das vezes, são formadas pela cultura criada a partir do determinismo matemático, que se contrapõe ao objeto de estudo da Probabilidade, o acaso.

Apesar da existência dessas barreiras, desenvolver o pensamento probabilístico é essencial para a formação cidadã, pois nos encontramos inseridos em um mundo onde para é necessário fazer escolhas, realizar estimativas e fazer interpretações. Corroborando com Gal (2005), entre as habilidades desenvolvidas com a inserção de uma aprendizagem probabilística baseada em contextos reais, encontra-se: a tomada de decisões, a atribuição de sentidos a partir da aleatoriedade e a compreensão de diferentes níveis de previsibilidade.

Nesse sentido, os documentos norteadores educacionais, como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (Brasil, 2018), abordam a Probabilidade desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, com foco nos conceitos de aleatoriedade e acaso, dois pilares do pensamento probabilístico. Ademais, a BNCC prevê o ensino baseado em um espaço interativo, significativo e aberto à participação ativa, comunicativa e expressiva, com o auxílio de materiais didáticos e tecnologias.

Portanto, a presente pesquisa objetivou investigar o desenvolvimento do pensamento probabilístico com estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental em uma atividade de ensino- aprendizagem (AEA) composta pela aplicação e exploração do jogo dos cavalinhos coloridos, disponibilizado no website GeoGebra, que funciona a partir do lançamento simultâneo de dois dados de seis faces.

A proposta metodológica foi inspirada nos elementos da Teoria da Objetivação, como a análise multimodal e os meios semióticos de objetivação, sendo todo processo moldado pelos princípios da ética comunitária, em um espaço colaborativo, envolvendo a participação ativa dos alunos e da professora. Essa teoria tem como foco um projeto educativo que enxerga professor e aluno como um ser culturalmente e historicamente situados, que se esforçam em conjunto a partir de um meio social, político e ético para um objetivo comum.

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### Elementos da Teoria da Objetivação (TO)

Na década de 90, estudos foram iniciados referentes à Teoria da Objetivação, que parte do princípio de que o aprendizado abrange tanto conhecimento estabelecido quanto o potencial de transformação. Na dinâmica da sala de aula, os sujeitos colaboram e trabalham em conjunto para produzir conhecimento, com a história e a cultura servindo como contextos essenciais. Essa abordagem é caracterizada pela dialética e pela constante transformação dos sujeitos e das culturas. Nesse processo, os sujeitos são motivados a considerar novas possibilidades de ação e reflexão (Radford, 2021). Dessa forma, o projeto educativo da TO se baseia nas seguintes premissas:

Vê o objetivo da educação matemática como um esforço político, social, histórico e cultural que visa a criação dialética de sujeitos reflexivos e éticos que se posicionam criticamente em discursos e práticas matemáticas histórica e culturalmente construídas, e que ponderam novas possibilidades de ação e pensamento. (Radford, 2021, p. 38)

Esse projeto resume o compromisso da TO com o entrelaçamento das culturas que se encontra no meio educativo, alterando assim, a forma de enxergar a aprendizagem. Isso significa que diferente da centralidade no estudante proposta por outras teorias, a TO preocupa-se com o esforço conjunto entre professor e aluno, que se coproduzem como sujeitos (ser humano) e como sujeitos da educação, em particular. A aprendizagem ocorre, portanto, na atividade, categoria ontológica organizadora central desta teoria (Radford, 2021).

A aprendizagem consiste em perceber esses sistemas histórico-culturais de pensamento e de ação. Em termos metafóricos, a aprendizagem consiste em tocá-los ou “agarrá-los”, como sugerido por sua etimologia. [...] Aprender é um movimento em frente para tentar compreender algo que está diante de nós. É o complexo encontro com o saber e sua transformação subjetiva em um objeto de consciência (Radford, 2021, p. 110).

Sendo assim, a produção de dados desta pesquisa acontece na atividade de ensino-aprendizagem, que é considerada a unidade metodológica ancorada pela Teoria da Objetivação. O método de análise dos dados será multimodal, compreendendo o desenvolvimento do pensamento do aluno como um processo pelo qual eles generalizam ideias matemáticas por meio de um discurso argumentativo. Esse pensamento pode ser demonstrado por diversas linguagens, não apenas a simbólica formal, mas também a linguagem natural, gestual, pictórica. Não se limita apenas à fala, mas inclui gestos, olhares, tom da voz e ritmicidade do corpo (Radford, 2020). Dessa forma, a TO embasou metodologicamente a presente pesquisa no âmbito de uma atividade de ensino-aprendizagem sobre o pensamento probabilístico.

A partir das análises pelo sistema multimodal, concordamos com Radford (2021) que os meios semióticos de objetivação são ferramentas nas quais os indivíduos utilizam a intencionalidade nos processos de elaboração de significados. Esses meios tornam claras suas intenções e realizam ações com o objetivo de atingir o objeto de suas atividades, sendo peças-chave na produção de significados embutidos nos processos de objetivação.

É necessária a compreensão de que existe uma diferença entre o sujeito e o saber antes do seu encontro. Esse encontro portanto se dá de forma progressiva e a partir das formas histórica do pensamento matemático, o que é portanto denominado por Radford (2021) como processo de objetivação.

Mas, essa teoria também traz consigo um conceito que muitas vezes é diminuído pela forma técnica a qual é tratado o processo educativo. A Ética, ou melhor, a ética comunitária é defendida pela TO e encontra-se inserida no contexto da atividade de ensino-aprendizagem. Essa ética deve ser evidenciada na forma como o professor e os alunos se comprometem com seu esforço conjunto, na maneira como se engajam, respondem, cuidam e se relacionam uns com os outros. De acordo com Radford (2021), essa forma de se relacionar orienta a colaboração e o questionamento matemático entre alunos e professores.

Retornando ao projeto educativo defendido pela TO, salienta-se a importância dessa ética na educação, que se acordo com Moretti e Radford (2021) está ligada a transformação histórico-cultural do indivíduo e na relação com o outro. Daí vêm o contexto que a TO se coloca ao defender a educação matemática como um esforço político, social, histórico e ético.

Sobre os meios semióticos, onde se concentrará o foco para a análise dessa pesquisa, corrobora-se com Moretti e Radford (2021) quando estes são conceitualizados como “objetos, artefatos, termos linguísticos e em geral signos que são usados para comunicar ou tornar visível uma intenção e para realizar uma ação” (p. 81).

Portanto, o que é chamado de meios semióticos de objetivação (MSO) são mediadores dos nossos atos, carregados da história e cultura do ser e de sua atividade cognitiva. Vergel (2015) evidenciou os gestos, movimento e ritmicidade como alguns recurso semióticos que podem ser observados na constituição do pensamento algébrico. Esse estudo se propões em transcender esse olhar de forma que estas sejam nossas lentes para observar, dessa vez, o pensamento probabilístico, que será detalhado no próximo tópico.

## O pensamento probabilístico

O estudo da Probabilidade é caracterizado pelo indeterminismo, e como Matemática enquanto ciência e disciplina escolar é comumente associada à exatidão, a dificuldade de sua compreensão está intimamente ligada ao próprio campo a qual ela pertence. Fonseca e Martins (2011) ressaltam a importância de distinguir entre fenômenos matemáticos determinísticos e probabilísticos. Segundo Morgado et al. (2006), um fenômeno é classificado como determinístico se, quando repetido sob as mesmas condições, sempre produz o mesmo resultado. Em contraste, um fenômeno é considerado aleatório ou de natureza probabilística se seus resultados variam a cada repetição.

A Base Nacional Curricular Comum (BNCC) (Brasil, 2018) defende que o ensino seja moldado pelos contextos reais da vida, e que a aprendizagem conduza o aluno ao desenvolvimento de habilidades por meio de uma postura ativa dentro de seus processos cognitivos e sociais. Especificamente para o ensino de Probabilidade nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, as práticas escolares devem permitir a compreensão do campo da incerteza, desenvolvendo a noção de aleatoriedade e a capacidade de entender o que significa um evento certo, provável e impossível, destacando o uso das tecnologias. Essas habilidades destacadas pela BNCC (Brasil, 2018) são consideradas altamente relevantes por Bryant e Nunes (2012), dada a complexidade da Probabilidade. Observe o quadro abaixo.

**Quadro 1** - Objetos de conhecimento e habilidades propostos para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental

Ano	Objeto de conhecimento	Habilidades
1º ano	Noção de acaso	(EF01MA20) Classificar eventos envolvendo o acaso, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano.
2º ano	Análise da ideia de aleatório em situações do cotidiano	(EF02MA21) Classificar resultados de eventos cotidianos aleatórios como “pouco prováveis”, “muito prováveis”, “improváveis” e “impossíveis”.
3º ano	Análise da ideia de acaso em situações do cotidiano: espaço amostral.	(EF03MA25) Identificar, em eventos familiares aleatórios, todos os resultados possíveis, estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência.
4º ano	Análise de chances de eventos aleatórios.	(EF04MA26) Identificar, entre eventos aleatórios cotidianos, aqueles que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis, sem utilizar frações.
5º ano	Espaço amostral: análise de chances de eventos aleatórios.	(EF05MA22) Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não.

Fonte: Brasil (2018)

É possível observar a partir do quadro acima que os dois conceitos que sustentam o desenvolvimento do pensamento probabilístico é aleatoriedade e acaso, trabalhados desde o primeiro ano dessa etapa de ensino. Esses conceitos podem ser ditos como os pilares do pensamento probabilístico, como afirmam Borovcnik (2016) e Pfannkuch et al. (2016).

Sobre o acaso, este é definido por Viali (2008, p.144) como “um conjunto de forças, em geral, não determinadas ou controladas, que exercem individual ou coletivamente o papel preponderante na ocorrência de diferentes resultados de um experimento ou fenômeno”. Essa autora afirma que a compreensão desse conceito é o primeiro passo para mergulhar no mundo da incerteza.

Para a presente pesquisa, foi considerada a habilidade “Identificar, entre eventos aleatórios cotidianos, aqueles que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo característica de resultados mais prováveis, sem utilizar frações” (Brasil, 2018, p. 293). Associado a esse fato, objetivou-se desenvolver o pensamento probabilístico, relacionado à forma como é atribuído sentido à informação probabilística (Jolliffe, 2005).

Segundo Jolliffe (2005), existe um caminho a ser trilhado para que os alunos solucionem problemas no âmbito da Probabilidade e sejam capazes de compreender o raciocínio probabilístico, possibilitando a criação de estratégias justificáveis. Para a autora, a sala de aula deve ser um ambiente dinâmico e possibilitador, sendo um espaço para investigação e participação ativa dos alunos com o acompanhamento do professor.

Nunes et al. (2014) fazem algumas considerações sobre o processo de ensino e de aprendizagem de Probabilidade, afirmando ser necessária a consideração sobre “o conhecimento prévio das crianças sobre justiça, aleatoriedade e acaso- conceitos que são adquiridos em uma idade muito jovem e que lançam as bases para o pensamento probabilístico” (p. 2).

O pensamento probabilístico surge da capacidade de formular, refinar e validar uma situação que envolve a incerteza e o acaso. Porém, de acordo com Santos (2010), o desenvolvimento desse tipo de pensamento discorre sobretudo das “ações didáticas que necessitam

ser realizadas com os alunos, nas escolas, uma vez que pouca ou nenhuma experiência probabilística é experienciada e/ou observada por eles, sem que haja intervenção” (p.11).

Em pesquisas como a de Silva (2021), foi constatado a necessidade da ampliação de políticas de formação continuada de professores no Brasil que possibilite a abordagem da Probabilidade de forma a diminuir as fragilidades apresentadas no processo de ensino e aprendizagem desse tema na Educação Básica.

Moura e Samá (2016) comprovaram, a partir de sua pesquisa com um jogo que envolvia elementos probabilísticos, a necessidade de promover atividades que fomentem a discussão e reflexão dos alunos frente a problemas de Probabilidade. A orientação, organização e planejamento do ambiente educacional têm a potencialidade de auxiliar no desenvolvimento do pensamento probabilístico, essencial para fazer previsões e tomar decisões em contextos reais da vida.

Para colaborar com as interações dos alunos no meio didático e o desenvolvimento do pensamento probabilístico, pode-se utilizar o jogo como recurso lúdico e didático. Segundo Campos e Novais (2010), ao dispor um jogo didático, utilizam-se materiais ou situações com o objetivo de trabalhar conteúdos específicos ou habilidades intelectuais.

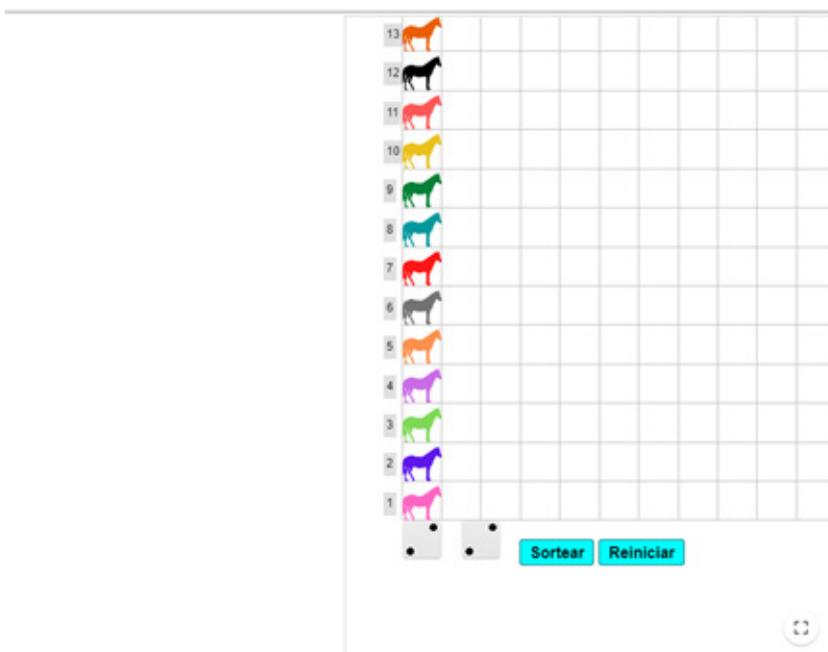
Dessa forma, o jogo escolhido deve promover a sintonia necessária entre aprender e brincar, o que deve ser planejado didaticamente pelo professor. Além disso, ainda segundo Campos e Novais (2010), é importante considerar alguns aspectos no desenvolvimento do pensamento probabilístico a partir de problemáticas surgidas em um jogo, tais como a compreensão do procedimento probabilístico, a verbalização do pensar e a representação das ideias de forma matemática.

## PERCURSO METODOLÓGICO

A presente pesquisa é do tipo qualitativa e contou com a participação de uma professora e três estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental, com 9 anos de idade. Todo processo ocorreu em um laboratório de Matemática de uma escola privada de Recife-PE, onde os alunos estudam, com a devida autorização de seus responsáveis, da gestão escolar e da professora regente do horário.

Para preservar suas identidades, utilizamos nomes fictícios para os alunos: Mônica, Magali e Cebolinha. Durante a aplicação foram necessários os seguintes materiais: computador com acesso à internet, oito dados, folhas, lápis, celular e webcam. O jogo escolhido foi “corrida dos cavalinhos coloridos”, disponibilizado no site GeoGebra, que consiste no lançamento de dois dados honestos de seis faces. Esses dados são lançados virtualmente ao clicar no botão “sortear” que se encontra na interface do jogo. O resultado da soma dos pontos dos dois dados corresponde ao número do cavalinho que irá avançar a casa. Ganha quem chegar primeiro à décima casa.

**Figura 1** - Interface do jogo dos cavalinhos coloridos no GeoGebra.



**Fonte:** Acervo da pesquisa

Para coletar os dados referentes à pesquisa, utilizamos a videogravação com dois dispositivos para filmagem, os registros dos papéis utilizados pelos alunos e um diário de bordo onde foram anotados os principais acontecimentos. Toda a pesquisa foi dividida em três etapas, cada uma subdividida em alguns momentos.

Na **primeira etapa**, a professora recebeu os alunos, demonstrou o jogo a partir da tela do computador, esclareceu as regras e simulou algumas jogadas. Após os alunos entenderem todas as regras do jogo, iniciou-se a realização do jogo. Foram realizadas três rodadas ao todo, e sempre no intervalo das rodadas, a professora questionava se os alunos queriam ou não mudar suas apostas (número do cavalinho escolhido).

A **segunda etapa** foi o momento de pensar, discutir e dialogar sobre a existência de uma estratégia que atribua uma maior possibilidade de ganhar o jogo. Para isso, cada estudante poderia pegar uma folha para realizar anotações de qualquer forma, sendo livres para escolher o melhor registro (desenho, frase, números, entre outros). Nessa etapa, os estudantes poderiam interagir e eram, a cada ação, questionados pela professora. Ou seja, além de registrar suas ideias, deveriam tentar explicar o significado e debater com seus colegas.

Após explorarem diversas ideias e terminarem seus registros, a **terceira etapa** foi de escuta e debate. A professora perguntou aos estudantes qual a conclusão a que chegaram e a discussão se formou a partir da demonstração de seus registros e de algumas falas. Após isso, a professora e os alunos tentaram unir as ideias para chegar a uma mesma conclusão e encontrar a melhor estratégia vencedora da corrida dos cavalinhos.

A análise da atividade de ensino-aprendizagem é de natureza multimodal, utilizando como base o papel dos signos, da linguagem, dos artefatos e do corpo, incluindo gestos, posturas, ritmicidade, olhares, ações e percepções.

## ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

As jogadas que deram início à atividade de ensino-aprendizagem demonstraram pontos importantes à medida que foram se desenvolvendo. No quadro abaixo, destacamos as escolhas dos alunos a cada rodada (composta por 10 jogadas) e o cavalinho vencedor de cada uma delas.

**Quadro 2** - Escolha e realização das jogadas da Corrida dos cavalinhos coloridos.

Jogadores/Rodada	Rodada 1	Rodada 2	Rodada 3
<b>Mônica</b> 	Eu quero o 2 porque é azul e é par	Eu quero o 6	Eu quero o 10
<b>Magali</b> 	Eu vou apostar no 8, a cor é bonita.	8	8
<b>Cebolinha</b> 	Vou querer o 6	Eu vou no 3	Eu quero 6
<b>Cavalinho vencedor</b>	8	5	7

Fonte: Autoral

Na primeira jogada, as escolhas de Mônica e Magali foram designadas pela cor correspondente ao cavalinho e, no caso de Mônica, pelo fato do número ser par. Cebolinha escolheu o cavalinho de número 6 e, colocando a mão na cabeça e olhando fixamente para a tela do computador, afirmou que justificaria sua escolha posteriormente. À medida que fazem suas escolhas para a primeira jogada, Magali questionou por que havia cavalinhos com os números 1 e 13, já que no jogo eram utilizados dois dados. Essa observação de Magali já demonstra indícios da ideia da impossibilidade de alguns acontecimentos diante da situação proposta, o lançamento de dois dados.

Após a realização da primeira jogada e a vitória do cavalinho de número 8, algumas emoções foram observadas a partir dos gestos, expressões faciais e ritmicidade dos alunos, incluindo foco, felicidade, surpresa, decepção e dúvida. À medida que os dados eram lançados e os cavalinhos avançavam nas casas, Cebolinha sorria quando seu cavalinho avançava, Mônica ficava séria e abaixava a cabeça quando seu cavalinho ficava para trás, e Magali levantava as sobrancelhas em sinal de objeção quando o cavalinho que estava na frente não venciam mais nenhuma rodada (ver figura 2).

**Figura 2-** Reações dos alunos a partir das jogadas da primeira rodada

**Fonte:** Acervo da pesquisa

Na segunda jogada, Cebolinha e Mônica mudaram suas apostas, escolhendo os números 3 e 6, respectivamente. Enquanto isso, Magali, com uma expressão de felicidade, permaneceu sua aposta no número 8. Na segunda jogada, o cavalinho de número 5 venceu. Ao se prepararem para a terceira jogada, um debate se iniciou. Cebolinha perguntou “E se eles tiveram a Probabilidade de dar algum dos números?”. As meninas olham com ar de dúvida e então, Cebolinha perguntou “O que tem nesses cavalinhos?” Imediatamente, e não muito segura de sua resposta, Magali disse: “Vírus”.

Na terceira e última jogada, Mônica mudou sua aposta para o cavalinho de número 10 e Cebolinha volta para a aposta da primeira jogada, o cavalinho de número 6. Magali manteve sua aposta no cavalinho 8 e, ao final, o cavalinho 7 foi o vencedor.

Para iniciar a segunda etapa, a professora pediu para cada aluno escolher dois dados concretos dispostos sobre a mesa e jogar e lança-los algumas vezes. Entre os números que saíram estavam 8, 9 e 5. Mônica então questionou: “Como assim?”. A partir disso, cada um pegou uma folha em branco para fazer anotações e ajudar na descoberta de uma estratégia vencedora.

**Figura 3 -** Jogadas realizadas com os dados concretos

**Fonte:** Acervo da pesquisa

Enquanto Mônica, Magali e Cebolinha pensavam e tentavam transcrever suas ideias para o papel, surgiram algumas questões. Com o trabalho conjunto da professora, desenvolveu-se a ideia de impossibilidade e alguns níveis de previsibilidade foram estabelecidos, como pode ser observado no seguinte diálogo:

**Professora:** Vamos pensar assim, será que tem mais chance de um cavali-  
nho ganhar do que outro? Por exemplo, porque você perguntou naquela  
hora “ôh tia, porque tem o número 1?” (*referindo-se à primeira rodada*)

**Magali:** Porque não tem como sair 1? (*perguntou ainda duvidosa de sua  
justificativa*)

**Professora:** Por que?

**Cebolinha:** São dois dados.

**Professora:** O mínimo deve ser quanto?

**Todos:** 2!

**Cebolinha:** E porque tem o 13 se só pode ser 12?

**Professora:** Então no máximo 12 e no mínimo...

**Todos:** 2! (*respondem com firmeza*)

No momento inicial, os alunos paravam, olhavam para a interface do jogo disposta na tela do computador, manipulam os dados concretos e faziam alguns desenhos no papel. Cebolinha, primeiramente, desenhou a planificação de dois cubos, remetendo ao dado do jogo. Nesse momento, Magali escrevia os números de 1 (um) a 13 (treze), um abaixo do outro e ao lado de cada um deles o símbolo da igualdade (=). Paralelamente, Mônica desenhou, na parte superior da folha, todas as faces de um dado, direcionando o lápis para o seu registro e, em alguns momentos, olhando para a tela do computador. Então, outro diálogo foi iniciado, agora agora discutindo a ideia de qual daqueles números tem uma chance baixa de ganhar o jogo.

**Professora:** Vamos pensar no 3 (*referindo-se soma a partir do lançamento  
de dois dados*)

**Magali:** dois e um, um e dois (*no mesmo momento, Mônica repete essa fala  
confirmando*)

**Professora:** estou vendo duas possibilidades.

**Mônica:** o doze, o doze!

**Professora:** Porque o doze?

**Mônica e Magali:** porque só tem seis e seis. (*respondem simultaneamente*)

**Professora:** Então, já entendemos que o 1 e o 13 é impossível, que o 2 e o  
12 só tem uma possibilidade.

**Mônica:** AH! (*emite um som de surpresa*), então o três e o onze provavel-  
mente devem ter a mesma possibilidade (*Magali concorda e Cebolinha  
encara com um olhar de dúvida*)

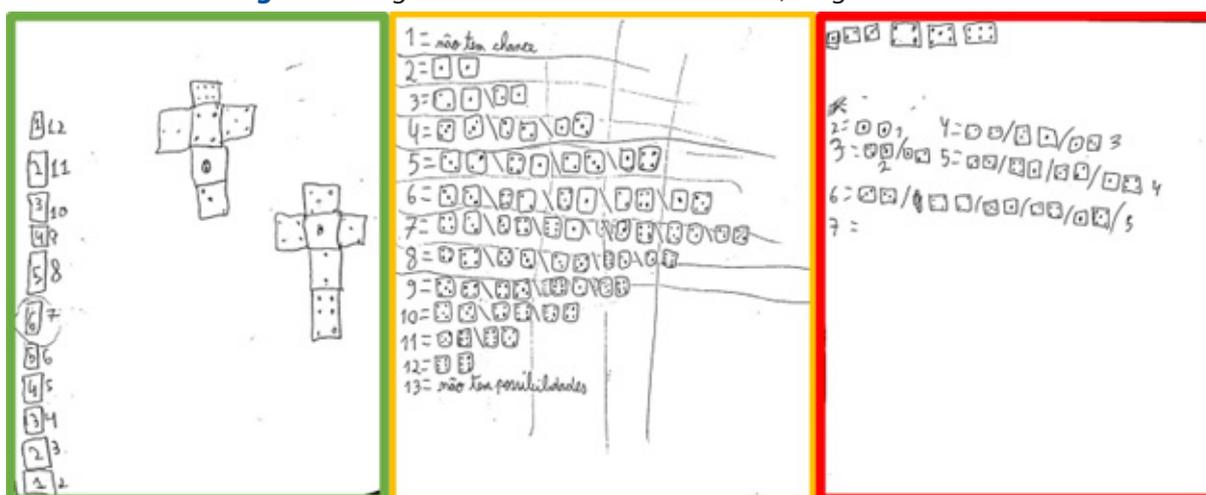
**Figura 4** - Reações de Magali e Mônica nas descobertas de estratégia do jogo



**Fonte:** Acervo da pesquisa

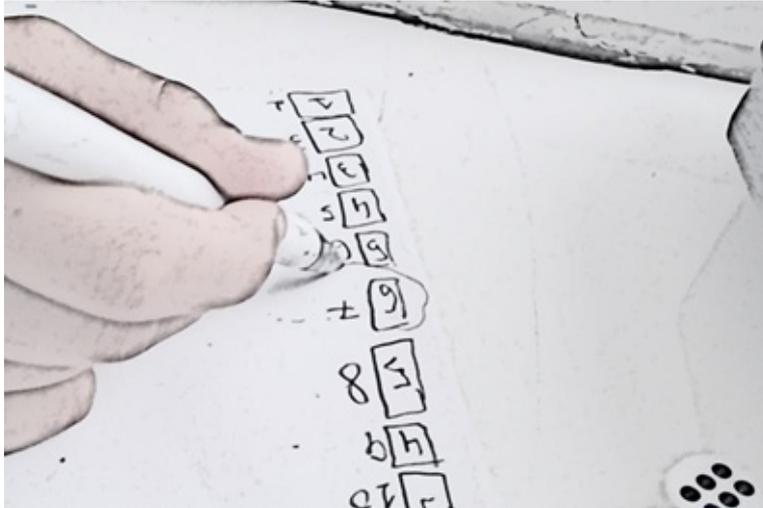
Então, a partir das conversas, os registros semióticos escritos avançaram. Cebolinha seguiu os seguintes passos: **1.** escolher um número entre 2 e 12; **2.** jogar os dois dados concretos; **3.** observar e contar as possibilidades de somas para os números escolhidos; **4.** realizar anotações. Já Magali optou por desenvolver suas ideias dessa forma: **1.** anotar os números dos cavalinhos; **2.** desenhar as faces dos dados correspondentes às somas (número do cavalinho); **3.** observar e contar as possibilidades; **4.** tentar determinar um padrão. Mônica não terminou seus registros de forma escrita, preferiu verbalizar suas informações em momentos que julgou oportunos. No início, ela seguiu os seguintes passos: **1.** desenhar as faces de um dado; **2.** transformar essas faces em numerais e buscar quais somas resultam naqueles números; **3.** tentar encontrar um padrão.

**Figura 5** - Registros semióticos de Cebolinha, Magali e Mônica



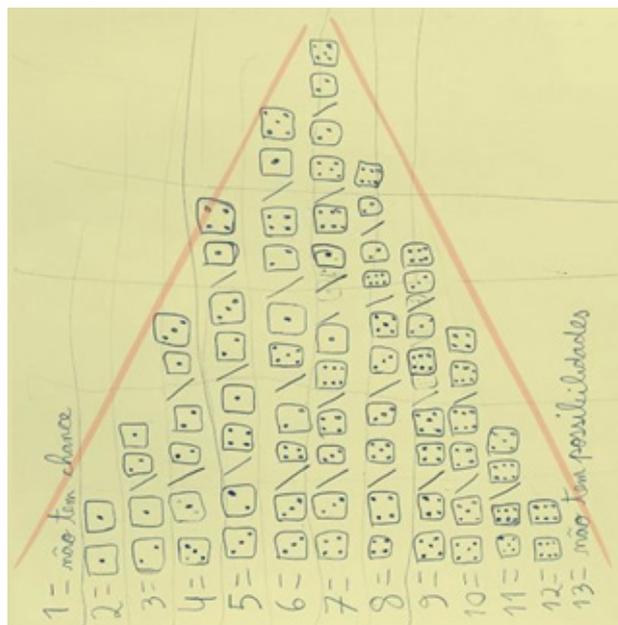
**Fonte:** Autoral

À medida que os registros foram sendo finalizados, na tentativa de encontrar um padrão para o desenho, outras ideias começaram a surgir. Apesar das falas de Mônica indicarem a percepção dessa lógica, Cebolinha explicou da seguinte forma: “O dois e o doze tem possibilidade iguais, o onze e o três, o dez e o quatro, o nove e o cinco, o oito e o seis, e o sete é o único que tem mais possibilidades de ganhar. É como se fosse uma pirâmide, só que o 7 está no topo”.

**Figura 6** - Explicação do registro semiótico escrito de Cebolinha

Fonte: Acervo da pesquisa

Nota-se que essa foi a mesma descoberta de Mônica no momento inicial das discussões, apesar de seu registro escrito não seguir essa direção. Mônica era uma aluna que, durante toda pesquisa, preferiu focar na observação da tela do jogo e verbalizar suas ideias. Após Cebolinha demonstrar suas conclusões, Magali mostrou o que registrou no papel, mas preferiu mostrar seu papel horizontalmente, apesar de ter escrito o tempo todo com o papel na forma vertical. A intenção de Magali era mostrar que, ao empilhar todas possibilidades, realmente se formava a pirâmide enfatizada por Cebolinha. Dessa forma, depois de ter feito um pequeno risco de lápis formando, na verdade, uma curva, formalizou-se um padrão para compreender todas possibilidades e estratégias do jogo. O risco de Magali foi destacado pela linha vermelha na figura abaixo, observe.

**Figura 7** - Registro do padrão encontrado no registro de Magali.

Fonte: Acervo da pesquisa

A descoberta dos alunos remete a uma distribuição normal, onde a média aritmética, a mediana e a moda dos elementos do espaço amostral (nesse caso, a soma da pontuação a partir do lançamento de dois dados) coincidem. Nesse caso, todas essas medidas estatísti-

cas são 7 (sete). Assim, quando dispostas graficamente, formam uma curva conhecida como curva normal. O quadro abaixo mostra todos os possíveis resultados a partir do lançamento simultâneo de dois dados de seis faces e a soma de suas pontuações. Como pode ser observado, o número 7 é a soma que mais tem a possibilidade de sair nesse experimento, podendo ocorrer 6 vezes (1 + 6, 5 + 2, 4 + 3, 3 + 4, 2 + 5, 6 + 1).

**Quadro 3** - Possíveis resultados da soma a partir do lançamento simultâneo de dois dados de seis faces

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Fonte: Autoral

Notavelmente, os alunos não reconhecem propriedades que definem o padrão encontrado, e muito menos compreendem que o que eles chamaram de “pirâmide”, em termos matemáticos formais, é uma curva normal. Essa formalidade ainda não é compatível com sua etapa de ensino.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

De acordo com as análises multimodais realizadas a partir da aplicação da atividade de ensino-aprendizagem proposta, (expressões faciais, os gestos, o uso dos sistemas semióticos concreto e icônico, a fala, a ritmicidade) foi possível refletir e investigar o pensamento probabilístico de alunos do 4º ano do Ensino Fundamental. A aplicação da atividade se sucedeu a partir da aplicação de um jogo digital que, promoveu a interação dinâmica e fluida entre os alunos e a professora, conduzindo ao encontro com o saber probabilístico de forma analítico- dedutiva.

Portanto, todas as discussões e interações entre Mônica, Magali e Cebolinha e sua professora resultaram nas seguintes conclusões que auxiliam na criação de estratégias para vencer o jogo: os cavalinhos de números 1 e 13 não tem nenhuma possibilidade de ganhar nenhuma jogada; o cavalinho de número 7 possui a maior chance, entre todos outros, de ganhar o jogo, mas, só ganhou em apenas uma única rodada entre as três realizadas, isso, porque, o número de rodadas foi baixo, caso esse número fosse aumentado, o cavalinho 7 sairia na maioria das vezes (ideia da Probabilidade frequentista); os números dos extremos possuem as mesmas chances de sair, ou seja, 2 e 12 possuem uma chance, 3 e 11 possuem duas chances, 4 e 10 possuem três chances, 5 e 9 possuem quatro chances, 6 e 8 possuem cinco chances, e o 7 possui seis chances, se destacando como o mais provável vencedor.

A partir da habilidade destacada na BNCC (Brasil, 2018) para a realização dessa pesquisa, as conclusões demonstraram que o processo de elaboração de estratégias dos alunos, a partir das trocas entre eles e a professora, resultaram no desenvolvimento do pensamento probabilístico em vista das estimativas feitas a partir da análise das possibilidades do jogo utilizado. Além disso, todo o processo foi ético e envolveu a ajuda mútua entre os alunos e

a orientação da professora, sendo esta sempre com objetivo de uma aprendizagem ativa, dinâmica e participativa.

Salienta-se que os elementos de uma ética educativa foram respeitados durante todo o processo, assim como as bases do compromisso da Teoria da Objetivação, visto que, professora e alunos se engajaram juntos, em um esforço ético e social. Outrossim, outros aspectos da Teoria da Objetivação poderiam ser observados nesse processo, porém, nosso objetivo foi pautado na análise a partir dos meios semióticos.

Por conseguinte, foi evidenciado também à abordagem probabilística por meio de jogos, o que deixa evidente que existem aspectos dentro do jogar que contribuem positivamente para os processos de ensino e de aprendizagem. É nesse sentido que encerramos essas considerações deixando clara uma necessidade já evidenciada em outras pesquisas: a formação continuada de professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental que abordem a natureza probabilística. Essa revelância se justifica pela dificuldade que pode ser encontrada na própria raiz da Probabilidade quando é necessário adentrar de um mundo da incerteza para ter a compreensão desse campo, enquanto somos o tempo todo conduzidos por técnicas e exatidões dentro dos contextos educativos matemáticos.

## REFERÊNCIAS

BOROVNIK, Manfred. Pensamento probabilístico e alfabetização em probabilidade em contexto do risco. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 18, n. 3, p.1491-1516, 2016. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/31495>. Acesso em: 01 fev. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF, 2018. Disponível em: [https://www.gov.br/mec/pt-br/escola-em-tempo-integral/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal.pdf](https://www.gov.br/mec/pt-br/escola-em-tempo-integral/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal.pdf). Acesso em: 20 dez. 2023.

BRYANT, Peter; NUNES, Terezinha. **Children's understanding of probability: a literature review**. Nuffield Foundation. 2012, 86p. Disponível em: [https://www.nuffieldfoundation.org/sites/default/files/files/NUFFIELD\\_FOUNDATION\\_CUoP\\_SUMMARY\\_REPORT.pdf](https://www.nuffieldfoundation.org/sites/default/files/files/NUFFIELD_FOUNDATION_CUoP_SUMMARY_REPORT.pdf). Acesso em: 01 fev. 2024.

CAMPOS, Sandra; NOVAIS, Eliane. Jogos e brincadeiras para ensinar e aprender Probabilidade e Estatística nas séries iniciais do ensino fundamental. **Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática**. Bahia, 2010.

FONSECA, Jairo; MARTINS, Gilberto. **Curso de Estatística**. 6. Ed. São Paulo: ATLAS S.A., 2011. 320 p. Disponível em: [https://www.academia.edu/40386416/Curso\\_de\\_Estatistica\\_Jairo\\_Fonseca\\_e\\_Gilberto\\_Martins\\_6ed](https://www.academia.edu/40386416/Curso_de_Estatistica_Jairo_Fonseca_e_Gilberto_Martins_6ed). Acesso em 04 nov. 2023.

GAL, Iddo. Towards "Probability Literacy" for All Citizens: Building Blocks and Instructional Dilemmas. In: JONES, G. A. **Exploring Probability in School**. New York: Springer, p. 39- 64, 2005. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/227065116\\_Towards\\_Probability\\_Literacy\\_for\\_all\\_Citizens\\_Building\\_Blocks\\_and\\_Instructional\\_Dilemmas](https://www.researchgate.net/publication/227065116_Towards_Probability_Literacy_for_all_Citizens_Building_Blocks_and_Instructional_Dilemmas). Acesso em: 05 fev. 2024.

JOLLIFFE, Flavia. Assessing Probabilistic Thinking and Reasoning. In: JONES, G. A. **Exploring Probability in School**. New York: Springer, p. 325-364, 2005. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/225268462\\_Assessing\\_Probabilistic\\_Thinking\\_and\\_Reasoning](https://www.researchgate.net/publication/225268462_Assessing_Probabilistic_Thinking_and_Reasoning). Acesso em: 05 fev. 2024.

MORETTI, Vanessa; RADFORD, Luis. **Pensamento Algébrico nos Anos Iniciais: Diálogos e complementaridades entre a teoria da objetivação e a teoria histórico-cultural/ organização**. [?]. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2021, 316 p.

MORGADO, Augusto.; CARVALHO, João Bosco; CARVALHO, Paulo; FERNANDEZ, Pedro. **Análise Combinatória e Probabilidade**. [S. l.: s. n.], 2006.

MOURA, Gabriela; SAMÁ, Suzi. Ilusão da equiprobabilidade, aleatoriedade e convergência nos processos cognitivos envolvidos no raciocínio probabilístico. **VIDYA**, Santa Maria, v. 36, n. 2, p. 523-538, 2016. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/1818>. Acesso em: 21 dez. 2023.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter; EVANS, Deborah; GOTTARDIS, Laura; TERLEKTSI, Emmanouela. The cognitive demands of understanding the sample space. **ZDM-International Journal on Mathematics Education**, v.46, p. 93-103, nov. 2014. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/271632573\\_The\\_cognitive\\_demands\\_of\\_understanding\\_the\\_sample\\_space](https://www.researchgate.net/publication/271632573_The_cognitive_demands_of_understanding_the_sample_space). Acesso em: 20 fev. 2024.

PFANNKUCH, Maxine; STEPHANIE, Budgett; FEWSTER, Rachel; FITCH, Marie; PATTENWISE, Simeon; WILD, Chris; ZIEDNS, ILZE. Probability modeling and thinking: what can we learn from practice? **Statistics Education Research Journal**, v.15, n.2, p 11-37, nov. 2016. Disponível em: <https://iase-web.org/ojs/SERJ/article/view/238>. Acesso em: 20 fev. 2024.

RADFORD, Luis. **Un Recorrido A Través de La Teoría de La Objetivación**. In: GOBARA, S. T.; RADFORD, L. **Teoria da Objetivação: Fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática**. São Paulo: Editora livraria da física, 2020.

RADFORD, Luis. **O Ensino-Aprendizagem da Álgebra na Teoria da Objetivação**. In MORETTI, V. D.; RADFORD, L. (Eds.) **Pensamento algébrico nos anos iniciais: Diálogos e complementaridades entre a teoria da objetivação e a teoria histórico-cultural** (pp. 171-195). São Paulo: Livraria da Física. 2021.

RUFINO, Maria Aparecida; SILVA, José Roberto. Aprendizagem Significativa de Probabilidade: um olhar sobre a compreensão dos professores do ensino fundamental. **REVISTA DYNAMIS**, BLUMENAU, v. 25, n. 3, p. 115- 137, 2019. Disponível em: <https://ojsrevista.furb.br/ojs/index.php/dynamis/article/view/8524>. Acesso em: 15 nov. 2023.

SANTOS, Jaqueline. **O movimento do pensamento probabilístico mediado pelo processo de comunicação com alunos do 7º ano do ensino fundamental**. 2010. 197f. Dissertação (Mestrado em Educação)- Universidade de São Francisco, Itatiba, 2010. Disponível em: <https://www.usf.edu.br/galeria/getImage/385/435269848186970.pdf>. Acesso em: 3 fev. 2024.

SILVA, Rita **Justiça em jogos: compreensões de estudantes (crianças e adultos) e professores à luz de demandas cognitivas da probabilidade**. 2021. 212f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica)–Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2021. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/41317>. Acesso em: 3 fev. 2024.

VERGEL, Rodolfo. Generalización de patrones y formas de pensamento algebraico temprano. **PNA**, v.9, n.3, 193-215, 2015. Disponível em: <https://revistaseug.ugr.es/index.php/pna/article/view/6220>. Acesso em: 1 mar. 2024.

VIALI, Lorí. Algumas Considerações sobre a Origem da Teoria da Probabilidade. **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 8, n. 16, p. 143-153, 2008. Disponível em: <https://www.rbhm.org.br/index.php/RBHM/article/view/177>. Acesso em: 20 nov. 2023.

### Histórico

Recebido: 04 de julho de 2024.

Aceito: 08 de outubro de 2024.

Publicado: 26 de dezembro de 2024.

### Como citar – ABNT

FARIAS, Vitória da Silva; SILVA, Simone Ferreira da. O pensamento probabilístico à luz da Teoria da Objetivação nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC**, Belém/PA, n. 50, e2024002, 2024. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2024.n50.e2024002.id683>

### Como citar – APA

Farias, V. da S., & Silva, S. F. da (2024). O pensamento probabilístico à luz da Teoria da Objetivação nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. *Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC*, (50), e2024002. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2024.n50.e2024002.id683>

### Número temático organizado por

Juliana Martins  

Jadilson Ramos de Almeida  