

Uma trajetória histórica dos Poliedros da Pré-história à Antiguidade

A historical trajectory of Polyhedra from Prehistory to Antiquity

Una trayectoria histórica de los Poliedros desde la Prehistoria hasta la Antigüedad

João Nazareno Pantoja Corrêa¹  

Ducival Carvalho Pereira²  

RESUMO

Neste artigo, considerando a relevância da história dos conteúdos matemáticos para o ensino de matemática, buscamos oferecer ao docente de matemática uma literatura que atenda à demanda relacionada ao ensino de poliedros, por meio do desenvolvimento histórico desse conceito. Apresentamos os principais estudiosos que contribuíram para o desenvolvimento dos poliedros, em ordem cronológica, destacando seus perfis biográficos e suas respectivas contribuições, desde a Pré-história até a Antiguidade Clássica. Escolhemos esse recorte temporal por ser o período em que surgiram as primeiras noções geométricas sobre formas espaciais e sólidos, como os poliedros, que mais tarde seriam formalizados e aprofundados por diversos estudiosos. Concluímos que o estudo dos poliedros se desenvolveu significativamente ao longo do tempo, e que compreender a trajetória histórica dos conteúdos matemáticos pode levar a uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos para uma melhor abordagem pedagógica em sala de aula.

Palavras-chave: História; Matemática; Poliedros; Desenvolvimento.

ABSTRACT

In this article, considering the relevance of the history of mathematical content for mathematics teaching, we seek to offer teachers a literature that meets the demand related to the teaching of polyhedra, through the historical development of this concept. We present the main scholars who contributed to the development of polyhedra, in chronological order, highlighting their biographical profiles and their respective contributions, from Prehistory to Classical Antiquity. We chose this time frame because it was the period in which the first geometric notions about spatial forms and solids, such as polyhedra, emerged, which would later be formalized and deepened by several scholars. We conclude that the study of polyhedra has developed significantly over time, and that understanding the historical trajectory of mathematical content can lead to a deeper understanding of mathematical concepts for a better pedagogical approach in the classroom.

Keywords: History; Mathematics; Polyhedra; Development.

RESUMEN

En este artículo, considerando la relevancia de la historia de los contenidos matemáticos para la enseñanza de las matemáticas, buscamos ofrecer a los docentes literatura que atienda la demanda relacionada con la enseñanza de los poliedros, a través del desarrollo histórico de este concepto. Presentamos a los principales estudiosos que contribuyeron al desarrollo de los poliedros, en orden cronológico, destacando sus perfiles biográficos y sus respectivos aportes, desde la Prehistoria hasta la Antigüedad Clásica. Elegimos este marco temporal porque fue el período en el que surgieron las primeras nociones geométricas sobre formas espaciales y sólidos, como los poliedros, que luego serían formalizadas y profundizadas por varios estudiosos. Concluimos que el estudio de los poliedros se ha desarrollado significativamente a lo largo del tiempo, y que comprender la trayectoria histórica del contenido matemático puede conducir a una comprensión más profunda de los conceptos matemáticos para un mejor enfoque pedagógico en el aula.

Palabras clave: Historia; Matemáticas; poliedros; Desarrollo.

1 Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas pela Universidade Federal do Pará (UFPA). Professor da Secretaria de Estado de Educação do Pará (SEDUC-PA), Barcarena, Pará, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Gabriel Furtado, 51, Nazaré, Barcarena, Pará, Brasil, CEP: 68455-000. E-mail: joaonpcorreia@hotmail.com.

2 Doutorado em Matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Professor Adjunto IV da Universidade do Estado do Pará (UEPA), Belém, Pará, Brasil. Endereço para correspondência: Rua Djalma Dutra s/n, Telégrafo, Belém, Pará, Brasil, CEP: 66113-010. E-mail: ducival@uepa.br.

INTRODUÇÃO

O processo de ensino e aprendizagem da Matemática, que abrange não apenas o ensino médio, mas todos os níveis educacionais, revela dificuldades significativas na compreensão de conceitos estudados. Essas dificuldades são particularmente evidentes no ensino de geometria, e mais especificamente no estudo de poliedros, onde muitos alunos do ensino médio apresentam desafios e baixos desempenhos acadêmicos. Uma possível solução para reverter esse cenário é a adoção de novas abordagens pedagógicas que contemplem o conteúdo de maneira mais eficaz (Pantoja Corrêa; Pereira, 2020).

Nesse contexto, a utilização da História da Matemática surge como uma abordagem valiosa, pois possibilita a exploração do desenvolvimento histórico do conceito de poliedros. Essa estratégia não apenas enriquece o aprendizado ao inserir os alunos em um contexto histórico mais amplo, como também evidencia a relevância e a evolução dos conceitos matemáticos ao longo do tempo. Ao integrar a história na prática pedagógica, os educadores podem tornar o estudo dos poliedros mais acessível e significativo, promovendo uma compreensão mais profunda e envolvente. Além disso, essa abordagem permite a reconstrução dos conceitos dentro do contexto em que surgiram, fazendo da história da matemática um ponto de partida para que os alunos ressignifiquem esses conceitos e levantem discussões epistemológicas pertinentes para o ensino e a aprendizagem da matemática (Saito, 2014).

A história dos conteúdos matemáticos no ensino de Matemática é de fundamental importância, uma vez que analisar o desenvolvimento histórico de um conceito nos permite não apenas compreender as ideias do passado, mas também entender como essas ideias se transformaram ao longo do tempo até chegarem à forma que conhecemos atualmente. Este processo histórico é essencial para identificar as influências que moldaram o pensamento matemático, assim como os desafios enfrentados na construção dos conceitos e teorias ao longo do tempo (Brandemberg, 2020). Compreender esse contexto histórico nos oferece uma visão mais rica e profunda sobre a evolução do conhecimento matemático, revelando como as sociedades antigas abordavam questões matemáticas e como essas abordagens influenciaram gerações futuras.

Neste sentido, o presente artigo se propõe a explorar a trajetória do conhecimento sobre poliedros, começando com as primeiras evidências de sua utilização na Pré-história e seguindo até os avanços significativos registrados na Antiguidade Clássica. Este recorte temporal foi escolhido devido à vasta extensão da linha do tempo que abrange o desenvolvimento desse conhecimento, que se estende desde o período neolítico até as concepções contemporâneas (Corrêa, 2019). A escolha desse período é relevante, pois nos permite observar como diferentes civilizações, em contextos variados, contribuíram para a compreensão dos poliedros e sua importância na matemática e nas ciências.

Ao longo do desenvolvimento histórico do tema, apresentamos uma análise dos principais estudiosos que contribuíram para o entendimento dos poliedros, organizando suas contribuições de forma cronológica e culminando com as considerações finais.

REGISTROS DE ESTUDOS DE POLIEDROS DA PRÉ-HISTÓRIA À ANTIGUIDADE

As circunstâncias que deram origem ao estudo e à construção do conhecimento sobre os poliedros permanecem incertas. Embora, nesse período histórico, os poliedros fossem definidos de forma simples, como sólidos com várias faces, é difícil determinar exatamente quando e como o interesse por esses objetos geométricos começou. No entanto, sabemos que várias civilizações antigas, como os etruscos, egípcios, chineses e babilônios, já conheciam e exploravam certos poliedros em épocas remotas. Esse fato é comprovado por registros arqueológicos, como a descoberta de objetos, gravuras e esculturas que apresentam formas poliedrais.

Essas civilizações neolíticas e da Antiguidade não apenas utilizavam esses sólidos em artefatos e representações artísticas, mas também parecem ter compreendido sua importância matemática e simbólica. A presença de poliedros em suas culturas sugere que essas formas geométricas não eram apenas decorativas, mas poderiam ter desempenhado um papel em rituais religiosos, representações cosmológicas ou até mesmo em práticas científicas rudimentares, como a medição e construção de edificações.

Estudos recentes de fontes bibliográficas reforçam a ideia de que os poliedros tinham uma presença significativa em diversas culturas. Os registros arqueológicos, que incluem desde objetos tridimensionais até representações gravadas em pedras e outros materiais, revelam uma compreensão, ainda que primitiva, dos princípios geométricos que governam essas formas. Isso evidencia que o conhecimento sobre poliedros não surgiu isoladamente em uma única cultura, mas foi um fenômeno compartilhado e desenvolvido em diferentes partes do mundo. Esse legado histórico influenciou gerações futuras, que, mais tarde, formalizaram os conceitos matemáticos que hoje reconhecemos.

De acordo com Hart (1998) e Critchlow (1970), os registros mais antigos de poliedros são encontrados na pré-história, e pertencem aos povos neolíticos da Escócia, os quais construíram em forma de esfera modelos com caras talhadas formando poliedros regulares em pedra, com função desconhecida, que datam de cerca de 2000 a.C.

Os cinco poliedros regulares, também conhecidos como sólidos platônicos, eram conhecidos e utilizados muito antes da era de Platão. No livro *Time Stands Still*, Critchlow apresenta uma evidência convincente de que esses sólidos já eram familiares aos povos neolíticos da Grã-Bretanha, pelo menos mil anos antes de Platão. Sua tese se baseia na descoberta de diversas pedras esféricas preservadas no Ashmolean Museum, em Oxford. Essas pedras, de tamanho adequado para caber na mão, foram esculpidas em formas geométricas precisas, representando o cubo, tetraedro, octaedro, icosaedro e dodecaedro. Além desses, há também exemplos de sólidos semirregulares, como o cubo-octaedro e o icosidodecaedro (Lawlor, 1996).

Figura 1 – Esferas neolíticas semelhantes aos sólidos platônicos



Fonte: Lawlor (1996, p. 96)

O estudo dos poliedros e da geometria espacial tem uma história rica e remonta a civilizações antigas, como as da Mesopotâmia. Povos como babilônicos, assírios, sumérios, caldeus, amoritas e acádios, que habitavam a região entre os rios Tigre e Eufrates, desempenharam um papel fundamental na evolução do pensamento matemático e geométrico. Essa área, hoje localizada no atual Iraque, foi um dos berços das primeiras civilizações organizadas, e seu interesse por questões matemáticas, incluindo o estudo dos poliedros, mostra um desenvolvimento precoce da ciência na antiguidade.

Embora o termo “babilônicos” seja comumente usado para designar as civilizações da Mesopotâmia, ele não é totalmente preciso, uma vez que várias culturas distintas prosperaram nessa região. No entanto, a denominação “babilônica” se consolidou como uma referência geral a esse período, abrangendo aproximadamente de 2000 a 600 a.C. (Boyer, 2010). Durante esse tempo, houve uma notável continuidade no desenvolvimento de conceitos matemáticos, como frações, equações e geometria, refletindo um avanço progressivo nas ciências matemáticas que ecoaria em civilizações posteriores.

Segundo Lawlor (1993), em sua análise da obra de Gordon Plummer, *The Mathematics of the Cosmic Mind*, os hindus também demonstraram conhecimento avançado de poliedros, em particular do icosaedro e do dodecaedro. Esses poliedros foram relacionados à sua mitologia, sugerindo que a matemática, para eles, ia além de um simples exercício intelectual, sendo parte de uma cosmologia integrada. A matemática, neste contexto, estava entrelaçada com crenças espirituais, sendo vista como um reflexo da estrutura do universo.

Além disso, historiadores como Eves (2004) e Kline (1992) sugerem que as civilizações egípcia e babilônica já conheciam outros sólidos geométricos, como o cubo, o tetraedro e o octaedro. Esse conhecimento provavelmente se espalhou para a Grécia Antiga através de estudiosos viajantes, como Tales de Mileto e Pitágoras, que foram importantes canais de transmissão cultural. Tales, em particular, teria viajado ao Egito, onde aprendeu princípios de geometria, trazendo esse conhecimento para o mundo grego. Pitágoras, por sua vez, é conhecido por fundar uma escola que misturava matemática, filosofia e espiritualidade, na qual os sólidos geométricos eram vistos como representações fundamentais da realidade.

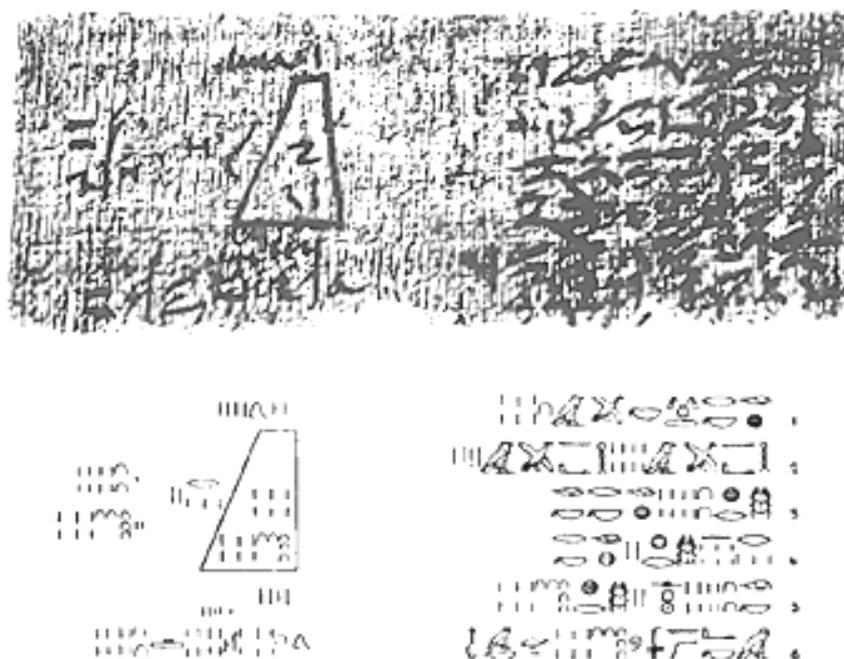
Um dos principais vestígios da matemática antiga encontra-se nos papiros egípcios, documentos que revelam muito sobre o pensamento geométrico da época. Os papiros de Moscou e Rhind são os mais relevantes nesse contexto, sendo que o Papiro de Moscou contém 25 problemas matemáticos, dos quais vários envolvem questões de geometria. Esse

documento, datado de cerca de 1850 a.C., é escrito em hierático, uma forma sacerdotal de escrita egípcia, e tem dimensões impressionantes: cerca de 8 centímetros de largura e 5 metros de comprimento. Um dos problemas mais notáveis incluídos nesse papiro é o cálculo do volume de um tronco de pirâmide de base quadrada, algo surpreendentemente sofisticado para a época (Boyer, 2010).

O Papiro de Rhind, por sua vez, escrito por volta de 1650 a.C., é um compêndio matemático que trata de diversos temas, incluindo aritmética e geometria. Esses textos antigos mostram que os egípcios tinham um entendimento prático da geometria, aplicando-a para resolver problemas do cotidiano, como medir terras, construir pirâmides e calcular volumes.

Os papiros mencionados, especialmente o de Moscou, trazem registros valiosos sobre a matemática no Antigo Egito e indicam uma tradição matemática muito desenvolvida para a época. Dos 110 problemas existentes no Papiro de Rhind, 26 são puramente geométricos, abordando desde questões simples, como o cálculo de áreas, até problemas mais complexos, que envolvem volumes tridimensionais (EVES, 2004). Isso evidencia o profundo interesse e a habilidade dessas civilizações em trabalhar com figuras geométricas, um conhecimento que, ao que tudo indica, influenciou culturas posteriores, como a grega.

Figura 2 – Imagem do papiro de Moscou



Fonte: Cromwell (1997, p. 22)

O papiro de Rhind, é o mais extenso papiro sobre matemática existente, com aproximadamente 0,30 metros de altura e 5 metros de comprimento, e possui esse nome por ter sido comprado em 1858 por um antiquário de nome Henry Rhind, porém este mesmo papiro também é chamado de Papiro de Ahmes, nome do escriba que por volta de 1650 a. C. o teria copiado. Neste papiro existem problemas que são relacionados as faces de uma pirâmide e o seus respectivo declive, os quais segundo Katz (2010) eram essenciais para construção das pirâmides, como observado nos valores concretos obtidos nestes problemas que se aproximam aos valores dos declives das pirâmides de Gizé.

Figura 3 – Imagem do papiro de Rhind



Fonte: Eves (2004)

Não podemos responder com precisão como os egípcios descobriram suas fórmulas e procedimentos algorítmicos, pois os papiros que chegaram até nós não se preocupam em explicar essas questões. Esses documentos não oferecem justificativas ou motivações para validar os métodos descritos. Sua função principal era transmitir o conhecimento de técnicas e as regras de cálculo a serem seguidas em situações específicas. Os egípcios não possuíam um sistema de notação que permitisse expressar formulações gerais dos resultados matemáticos. Eles não utilizavam sinais para adição, subtração, multiplicação ou divisão, nem símbolos para igualdade, raiz quadrada, zero, ponto decimal ou índices. Além disso, não tinham uma forma de representar frações comuns como as conhecemos hoje, e sua abordagem matemática era voltada principalmente para a prática e a resolução de problemas imediatos, sem uma formalização mais abstrata (Cromwell, 1997).

De acordo com Boyer (2010), os estudiosos babilônios e egípcios continuaram a desenvolver e registrar seus conhecimentos em papiros e tábuas de escrita cuneiforme, feitas com objetos em forma de cunha. No entanto, à medida que o tempo avançava, a liderança intelectual começou a se deslocar dos vales do Nilo, Tigre e Eufrates para as margens do Mediterrâneo. Foi nesse contexto que a civilização grega emergiu como a principal força intelectual e cultural, dominando não apenas a região mediterrânea, mas também influenciando outros grandes vales fluviais da época. Esse processo envolveu o contato e a troca de conhecimentos com diversas outras culturas.

Esses avanços, tanto na Mesopotâmia quanto no Egito, contribuíram para o desenvolvimento da matemática no mundo antigo, fornecendo uma base sobre a qual culturas como a grega e a hindu expandiriam seus próprios estudos. Embora esses povos antigos possuíssem uma visão da matemática que estava intimamente ligada à religião e à cosmologia, suas contribuições práticas e teóricas ainda são amplamente reconhecidas e estudadas até hoje. O estudo de poliedros, em particular, permaneceu um campo de interesse que atravessou gerações e civilizações, culminando no trabalho de grandes matemáticos gregos como Euclides, cujos tratados sobre sólidos regulares se tornaram a base para o estudo da geometria sólida no Ocidente.

ESTUDOS DOS POLIEDROS NA ANTIGUIDADE E SEUS CONTRIBUIDORES

Os etruscos foram precursores dos gregos no conhecimento de alguns poliedros regulares, como demonstrado pela descoberta arqueológica de um dodecaedro etrusco datado de 500 a.C., encontrado nas proximidades de Pádua, na Itália, e que era utilizado em jogos. Da mesma forma, os egípcios também empregavam dados poliédricos em seus jogos, embora na forma de icosaedros. Os etruscos, habitantes da antiga província da Etrúria, localizada onde hoje é a Toscana, desempenharam um papel significativo no desenvolvimento do conhecimento geométrico da época.

Figura 4 – Dodecaedro etrusco



Fonte: Darvas (2018, p. 139)

Os poliedros tiveram uma presença marcante na matemática e filosofia da Grécia Antiga, influenciando profundamente o pensamento geométrico e cosmológico daquela civilização. Acredita-se que o conhecimento sobre poliedros e outros conceitos de geometria tenha chegado à Grécia principalmente por meio das viagens de estudiosos, como Tales de Mileto, nascido na colônia grega de Mileto, situada na Jônia, região que hoje corresponde à Turquia. Tales, que viveu aproximadamente entre 624 e 548 a.C., é considerado um dos primeiros filósofos a unir observações práticas com o pensamento matemático abstrato. As suas contribuições não apenas lançaram as bases para a geometria, como também influenciaram diretamente a geração posterior de pensadores, entre eles Pitágoras.

Pitágoras, nascido na ilha jônica de Samos, por volta de 586 a.C., e que viveu até cerca de 500 a.C., é outro nome fundamental nesse contexto. Embora existam relatos que sugerem que ele tenha sido discípulo de Tales, a grande diferença de idade entre os dois torna essa hipótese improvável. Mesmo assim, as similaridades nos estudos de ambos, especialmente sobre os poliedros, são notáveis. Uma explicação plausível para essa coincidência é o fato de Pitágoras também ter viajado extensivamente para o Egito e Babilônia, e possivelmente até a Índia, onde absorveu vastos conhecimentos matemáticos, filosóficos e religiosos que moldaram seu pensamento (Boyer, 2010, p. 33).

Essas viagens de Pitágoras foram fundamentais para o desenvolvimento de suas teorias. No Egito, por exemplo, ele teria tido contato com os métodos geométricos utilizados pelos sacerdotes egípcios, que aplicavam esses conhecimentos tanto em construções monumentais quanto em questões de medição de terras e agricultura. Na Babilônia, o contato com os astrônomos e matemáticos locais pode ter aprofundado seu interesse em números e

formas geométricas, conhecimentos que ele sistematizaria ao retornar à Grécia. Além disso, as influências da Índia podem ter ampliado sua visão cosmológica e a interconexão entre matemática e espiritualidade, característica tão marcante de sua filosofia.

De volta à Grécia, por volta de 540 a.C., Pitágoras estabeleceu-se em Crotona, uma cidade da Magna Grécia (atual costa sudeste da Itália), onde fundou uma sociedade secreta conhecida como os Pitagóricos. A sociedade era uma comunidade que vivia em um sistema de comunhão de bens e conhecimento, onde todas as descobertas e criações científicas não eram atribuídas individualmente, mas coletivamente. Contudo, muitas dessas inovações foram creditadas ao próprio Pitágoras, devido à sua posição de mestre e fundador da escola (Boyer, 2010, p. 33). O grupo dos pitagóricos é conhecido por sua abordagem filosófica e mística à matemática, na qual números e figuras geométricas eram vistos como representações fundamentais da ordem do cosmos.

Os pitagóricos já conheciam e estudavam alguns dos poliedros regulares, como o tetraedro, o cubo e o dodecaedro. Este último, em particular, era venerado pela comunidade, sendo muitas vezes associado a conceitos espirituais elevados. A matemática, para os pitagóricos, não era apenas um estudo abstrato, mas uma prática com implicações cósmicas e espirituais. Eles dividiam a matemática em quatro áreas principais: geometria, aritmética, astronomia e música, todas consideradas interligadas e essenciais para a compreensão da harmonia do universo. Nunca a matemática havia desempenhado um papel tão central na vida religiosa e espiritual de um grupo, e os pitagóricos viam as leis matemáticas como uma manifestação da ordem divina.

Esse legado pitagórico teria uma profunda influência sobre Platão, outro grande filósofo e matemático grego. Platão, nascido em Atenas por volta de 427 a.C. e falecido em 347 a.C., foi uma figura crucial na história dos poliedros. Ele fundou a Academia, uma das primeiras instituições de ensino superior no Ocidente, e onde se acreditava que, segundo relatos de historiadores como Katz (2010), Boyer (2010) e Eves (2004), havia uma inscrição na entrada que dizia: “Que ninguém que ignore a geometria entre aqui”. Essa frase simboliza a importância que Platão atribuía à geometria como uma chave não apenas para o conhecimento racional, mas também para a elevação espiritual e filosófica.

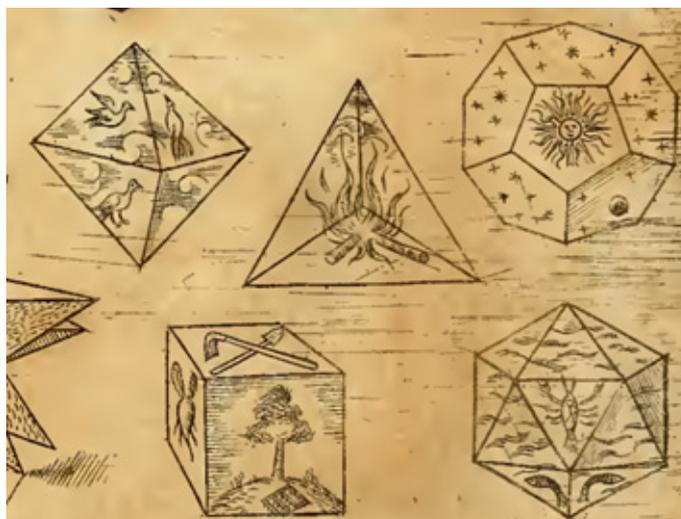
Platão considerava a geometria uma disciplina sagrada, capaz de revelar as estruturas fundamentais da realidade. Sua visão matemática não derivava de seu mestre Sócrates, mas provavelmente de seu contato com Arquitas de Tarento, um matemático e filósofo pitagórico que ele visitou em 388 a.C. durante uma viagem à Sicília. Nesse momento, Platão pode ter se familiarizado com os sólidos regulares e com a ideia de que esses sólidos podiam ser associados aos quatro elementos da natureza, conforme a teoria de Empédocles.

Platão levou essa associação adiante, ligando os quatro elementos – água, terra, fogo e ar – aos quatro poliedros regulares conhecidos: o icosaedro, o cubo, o tetraedro e o octaedro, respectivamente. Ele acreditava que “as propriedades físicas da matéria eram consequência das propriedades geométricas de suas partículas constituintes” (Tomei, 2003, p. 79). Essa ideia revolucionária unia matemática e filosofia natural, sugerindo que o mundo físico era governado por leis geométricas.

Talvez devido à reverência que os pitagóricos tinham pelo dodecaedro, Platão o considerou como o quinto sólido necessário para completar sua visão cosmológica. Ele associou o dodecaedro ao cosmos, simbolizando o universo como um todo, uma concepção que influenciaria o pensamento científico e filosófico por muitos séculos (Boyer, 2010). Essa cosmologia geométrica foi mais tarde incorporada ao neoplatonismo e continuou a influenciar a filosofia da ciência, culminando na obra de Kepler, que também se inspirou na relação entre os poliedros e o cosmos.

Em resumo, o estudo dos poliedros na Grécia Antiga foi um elo entre matemática, filosofia e espiritualidade. Tales e Pitágoras trouxeram para a Grécia conhecimentos que absorveram de outras civilizações, e Pitágoras desenvolveu uma filosofia onde a matemática era vista como uma chave para o entendimento do universo. Platão, por sua vez, levou essa tradição a novos patamares, associando os poliedros aos elementos fundamentais da natureza e ao cosmos. A partir de então, a geometria sólida tornou-se um campo de estudo fundamental que continuou a fascinar e inspirar matemáticos e filósofos ao longo dos séculos.

Figura 5 – Associação dos sólidos platônicos e os elementos



Fonte: Kepler (1619, p. 58)

As ideias de Platão sobre os cinco poliedros regulares estão registradas em sua obra intitulada *Timeu*, na qual ele utiliza esses sólidos para explicar diversos fenômenos científicos. Por essa razão, esses poliedros passaram a ser conhecidos como “Corpos Cósmicos” ou “Sólidos de Platão”, e posteriormente como Poliedros de Platão. Embora a obra de Platão seja considerada a mais antiga evidência da associação dos poliedros regulares com os quatro elementos da natureza, acredita-se que muitas dessas ideias tenham sido influenciadas pelos pitagóricos, as quais Platão apenas assimilou, como já mencionamos. Há relatos, ainda, de que Teeteto, amigo de Platão, foi o primeiro a escrever especificamente sobre os cinco poliedros regulares e que foi ele quem primeiro explorou o octaedro e o icosaedro. Vale lembrar que os pitagóricos já conheciam o cubo, o tetraedro e o dodecaedro (Eves, 2004).

Teeteto de Atenas é amplamente reconhecido como um dos matemáticos mais importantes da época de Platão. Acredita-se que ele tenha vivido entre 417 e 369 a.C. e que tenha lecionado na Academia de Platão. De acordo com Heath (1921), Teeteto conduziu um estudo teórico detalhado sobre as relações entre os cinco poliedros regulares, dando especial destaque ao octaedro e ao icosaedro. É provável que Teeteto tenha contribuído para

os cálculos encontrados na obra Elementos de Euclides de Alexandria, da qual falaremos adiante, especialmente no que diz respeito aos cinco poliedros regulares.

Após o declínio dos estados gregos e sua incorporação ao Império Macedônio, sob o governo de Filipe II em 338 a.C., a Grécia passou a integrar um novo contexto político. Dois anos depois, após a morte de Filipe, seu filho, Alexandre, o Grande, subiu ao trono e se destacou como um dos maiores conquistadores da antiguidade. Durante seu reinado, Alexandre expandiu os domínios macedônios e fundou a cidade de Alexandria em 332 a.C., no Egito, graças à localização estratégica da região.

Após a morte de Alexandre, o Egito ficou sob o comando de Ptolomeu, um de seus generais, que tinha o objetivo de transformar Alexandria em um centro de excelência intelectual. Para isso, ele construiu a Universidade de Alexandria, que abriu suas portas por volta de 300 a.C. com uma vasta biblioteca, contendo mais de 600.000 rolos de papiro. Assim, Alexandria tornou-se a metrópole intelectual do mundo grego por quase um milênio (Eves, 2004, p. 166-167).

Nesse contexto, destacamos Euclides, que foi escolhido para ser o chefe do departamento de matemática da Universidade de Alexandria, devido à crescente demanda por atividades intelectuais na instituição. Sobre a origem de Euclides, pouco se sabe, mas é possível que ele tenha recebido sua formação matemática na Academia de Platão, em Atenas. Ele ficou conhecido como Euclides de Alexandria por ser o fundador da escola de matemática na capital egípcia. Além de sua vasta produção intelectual em áreas como óptica, astronomia, música e mecânica, sua maior obra é Os Elementos, que exerceu uma profunda influência no desenvolvimento do pensamento científico, tanto na antiguidade quanto nos tempos modernos.

Figura 6 – Uma página da obra Elementos de Euclides



Fonte: Eves (2004)

Ao abordarmos Os Elementos de Euclides, é essencial destacar que essa obra monumental é o resultado da síntese de todo o conhecimento acumulado ao longo de milhares de anos por diferentes civilizações, como os povos da Mesopotâmia e do Egito. Esses saberes foram assimilados e, mais tarde, aperfeiçoados pelos gregos. Portanto, grande parte dos

Elementos é provavelmente uma compilação e sistematização feita por Euclides com base em trabalhos anteriores.

O imenso mérito de Euclides de Alexandria está em seguir rigorosamente os princípios do método científico ao selecionar proposições e organizá-las em uma sequência lógica. A obra é composta por suposições básicas, seguidas de inúmeras demonstrações e provas, que culminam em um sistema matemático coerente e estruturado.

Os Elementos são divididos em treze livros, sendo os três últimos (Livros XI, XII e XIII) dedicados à geometria espacial, com especial ênfase nos poliedros. O Livro XIII, em particular, trata de forma sistemática dos sólidos platônicos, sendo inteiramente dedicado aos poliedros regulares. Muitos dos cálculos presentes neste livro, como já mencionado, são atribuídos a Teeteto (Boyer, 2010, p. 81).

O Livro XIII contém dezoito proposições sobre as propriedades dos sólidos regulares, todas elas demonstradas. A proposição final, a dezoito, encerra tanto o Livro XIII quanto toda a obra Os Elementos. Nela, Euclides afirma que não existem outros poliedros regulares além dos cinco já demonstrados, destacando assim a singularidade dos poliedros platônicos.

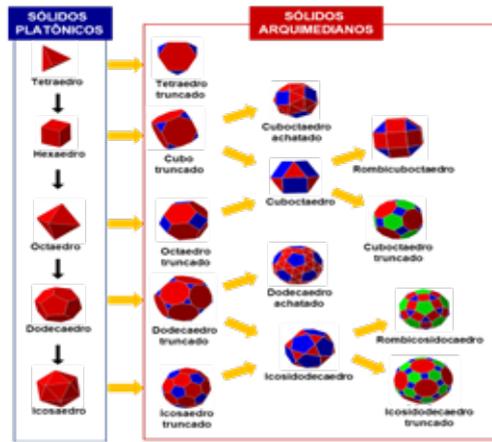
De acordo com Boyer (2010, p. 81), esse fato levou alguns historiadores a sugerirem que o objetivo central de Os Elementos seria provar a existência de apenas cinco poliedros regulares. No entanto, essa interpretação é considerada exagerada, pois grande parte da obra não está relacionada diretamente aos poliedros regulares.

Eves (2004, p. 175), por sua vez, comenta que, embora seja frequentemente sugerido que Os Elementos tenham sido escritos com o intuito de exaltar os cinco poliedros regulares, é um erro afirmar que os livros anteriores foram apenas um prelúdio para discutir esses sólidos. Ele defende que a finalidade da obra seria, na verdade, uma introdução abrangente à matemática geral.

Alexandria gozou de um longo período de paz, de cerca de 300 anos, interrompido apenas brevemente quando o Egito foi anexado ao Império Romano. Com a conquista de Siracusa em 212 a.C., todas as cidades gregas foram incorporadas ao domínio romano, transformando a Grécia em uma província do império. Na cidade de Siracusa, viveu Arquimedes, considerado um dos maiores matemáticos de todos os tempos. Ele nasceu por volta de 287 a.C. e foi morto em 212 a.C. durante a ocupação romana de sua cidade. De acordo com Eves (2004), existem registros que indicam que Arquimedes passou pelo Egito, possivelmente estudando na Universidade de Alexandria, onde teve contato com seus amigos Cônon e Dositeo, sucessores de Euclides, e também com Eratóstenes, bibliotecário da universidade. Foi ali que Arquimedes provavelmente aprofundou seu conhecimento sobre Os Elementos.

Arquimedes realizou muitos estudos, entre eles o estudo dos poliedros. Ele expandiu o conceito de poliedros regulares, mantendo a condição de que suas faces fossem formadas por polígonos regulares, mas permitindo que esses polígonos não fossem necessariamente congruentes entre si. Enquanto nos poliedros platônicos todas as faces eram iguais, os poliedros descobertos por Arquimedes podiam ter diferentes tipos de faces. Esses sólidos ficaram conhecidos como poliedros arquimedianos ou semirregulares (Cromwell, 1997, p. 92).

Figura 7 – Transformação dos sólidos platônicos para arquimedianos



Fonte: Elaborado a partir de Hart, 1998.

Os sólidos arquimedianos totalizam treze e são obtidos a partir dos sólidos platônicos por meio de uma série de cortes, conhecidos como truncaturas. Infelizmente, os livros de Arquimedes que tratavam desses sólidos se perderam ao longo do tempo. Foi somente mais tarde, com Johannes Kepler (1571-1630), que o estudo desses sólidos foi retomado. Em sua obra *Harmonices Mundi*, publicada em 1619, Kepler apresentou as nomenclaturas e ilustrações dos sólidos arquimedianos, resgatando e aprofundando o conhecimento sobre eles, os quais estão presentes nos livros II e V, o segundo livro “Sobre a Congruência das Figuras Harmônicas”, já o quinto livro é chamado “Sobre a harmonia mais perfeita dos movimentos celestiais, e sobre a origem das mesmas excentricidades, semidiâmetros e tempos periódicos” (Corrêa; Brandemberg, 2023)

Figura 8 – Sólidos arquimedianos em *Harmonices Mundi*



Fonte: Kepler (1619, p. 62-64)

A queda do Império Romano do Ocidente, em 476 d.C., marca o fim da Antiguidade e o início da Idade Média, um período frequentemente caracterizado por estagnação no campo do conhecimento científico. Durante mais de mil anos, o estudo dos poliedros e de muitos outros aspectos da matemática e das ciências foi amplamente negligenciado. Esse longo intervalo de desinteresse e esquecimento científico é muitas vezes associado à falta de apoio intelectual e ao foco da sociedade medieval em questões teológicas e espirituais, relegando o desenvolvimento científico a um segundo plano (Saito, 2015).

Nesse período, muitos dos textos antigos que tratavam de matemática, geometria e outras ciências foram preservados, não pela Europa ocidental, mas pelo mundo árabe. Enquanto o Ocidente vivia esse marasmo intelectual, estudiosos islâmicos traduziam e comentavam as grandes obras da Antiguidade, incluindo os tratados de Euclides e Arquimedes. Essas traduções desempenhariam um papel crucial na preservação e eventual transmissão do conhecimento clássico para a Europa.

Somente durante o Renascimento, por volta do século XV, que esse conhecimento começou a ser redescoberto e valorizado novamente. A Renascença trouxe uma revitalização do interesse pela Antiguidade clássica, uma explosão intelectual e artística impulsionada pelo desejo de explorar todas as áreas do pensamento humano. O estudo das ciências naturais e da matemática, incluindo o estudo dos poliedros, voltou à tona.

A Península Itálica, que se tornou o centro do Renascimento, recebeu uma grande influência da sociedade bizantina, especialmente após a queda de Constantinopla em 1453. Com a migração de eruditos bizantinos para a Europa Ocidental, especialmente para a Itália, chegou também um vasto tesouro de manuscritos e conhecimentos da Antiguidade. Esses eruditos trouxeram consigo uma rica diversidade de ideias e uma profunda conexão com a tradição clássica grega e romana, incentivando a tradução e o estudo de obras importantes de filósofos e matemáticos antigos.

Além das traduções, muitos desses textos haviam sido preservados e transmitidos ao Ocidente por estudiosos árabes, que também tinham feito suas próprias contribuições ao desenvolvimento da matemática. Autores como Sócrates, Pitágoras, Platão e Euclides voltaram a ser amplamente lidos, suas ideias analisadas e, muitas vezes, reformuladas para se adequarem às novas correntes de pensamento do Renascimento.

Esse ressurgimento intelectual não só impulsionou o avanço da matemática e das ciências, como também abriu caminho para uma nova era de descobertas, onde o rigor matemático dos gregos antigos, como o estudo dos poliedros e das formas geométricas, foi resgatado e aperfeiçoado. O Renascimento tornou-se, assim, um período de redescoberta e transformação, no qual as contribuições da Antiguidade clássica foram integradas a uma nova visão do mundo, marcando o início da ciência moderna.

Nesse contexto, os estudos de poliedros, praticamente esquecidos por séculos, voltaram a ter relevância, especialmente com a tradução das obras de Euclides e Arquimedes, ajudando a lançar as bases para o surgimento da geometria moderna e da matemática que conhecemos hoje.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A discussão sobre o estudo dos poliedros revela uma rica tapeçaria de conhecimento que se estende por milênios, destacando a evolução do pensamento matemático desde as civilizações antigas até o Renascimento. Desde as primeiras representações poliedrais encontradas em culturas neolíticas até os sólidos geométricos complexos explorados por matemáticos como Euclides e Arquimedes, o interesse por essas formas não é apenas um reflexo da curiosidade humana, mas também uma manifestação de significados profundos e conexões culturais.

As civilizações da Mesopotâmia, Egito e Grécia desempenharam papéis cruciais na sistematização do conhecimento geométrico, que foi construído sobre as bases deixadas por seus predecessores. O legado dos poliedros, que foram utilizados não apenas como elementos decorativos, mas também como símbolos em rituais e na representação do cosmos, demonstra que a matemática e a arte estão intrinsecamente ligadas. Com a contribuição dos pitagóricos e a obra seminal de Euclides, os poliedros regulares adquiriram uma nova dimensão, solidificando sua importância na matemática ocidental.

A transição para a Idade Média trouxe um período de estagnação em que o estudo dos poliedros foi eclipsado, mas a redescoberta durante o Renascimento, impulsionada por pensadores influentes, trouxe novas perspectivas e uma revitalização do interesse matemático. O trabalho de Johannes Kepler, que reexplorou os sólidos arquimedianos, ilustra a continuidade e a transformação do conhecimento ao longo do tempo.

Em conclusão, o estudo dos poliedros não apenas documenta a evolução do pensamento matemático, mas também evidencia a interconexão entre diferentes culturas e épocas, mostrando que a matemática é um patrimônio comum da humanidade. Essa rica história nos convida a reconhecer a beleza e a complexidade das formas geométricas que permeiam nosso mundo, refletindo uma busca contínua por compreensão e significado. Assim, os poliedros permanecem não apenas como objetos de estudo, mas como testemunhos de uma jornada intelectual que continua a inspirar e fascinar.

A análise do estudo dos poliedros ao longo da história revela não apenas a evolução do conhecimento matemático, mas também a interconexão entre as contribuições de diferentes civilizações e pensadores ao longo do tempo. Desde as primeiras representações poliedrais em culturas neolíticas até os avanços significativos alcançados na Grécia antiga e sua redescoberta durante o Renascimento, fica evidente que a matemática é um campo dinâmico, em constante transformação. Os poliedros, em particular, servem como um exemplo emblemático dessa evolução, refletindo a busca incessante da humanidade por compreensão e significado em suas interações com o mundo.

A trajetória do estudo dos poliedros destaca a importância do esforço e da dedicação de grandes mentes que, ao longo da história, contribuíram para o desenvolvimento do conhecimento matemático. Essas contribuições não surgiram de maneira isolada, mas foram o resultado de um processo contínuo de assimilação, interpretação e aprimoramento de ideias, que culminaram em um corpo de conhecimento cada vez mais sofisticado. Portanto, a concepção histórica dos conteúdos matemáticos nos permite não apenas apreciar a beleza intrínseca dos poliedros, mas também compreender melhor a evolução das ideias matemáticas.

Assim, a reflexão sobre essa trajetória histórica pode enriquecer a abordagem pedagógica em sala de aula. Ao ensinar matemática, especialmente conceitos geométricos como os poliedros, é fundamental contextualizar esses conhecimentos dentro de sua rica herança histórica. Isso pode proporcionar aos alunos uma compreensão mais profunda e significativa, incentivando um engajamento maior com a matéria. Em última análise, o estudo dos poliedros nos convida a reconhecer que o conhecimento matemático é uma construção coletiva, que continua a evoluir e se expandir, e que nossa compreensão dele pode

ser constantemente enriquecida pela apreciação de sua história e do esforço daqueles que nos precederam.

REFERÊNCIAS

BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo. Edgar Blucher LTDA. 2010.

CORRÊA, J. N. P. **O Ensino de Poliedros por Atividades**. 2019. 354f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade do Estado do Pará, PA, Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Belém, 2019.

CORRÊA, J. N. P.; BRANDEMBERG, J. C. Um recorte do Harmonices Mundi de Johannes Kepler: Potencialidades para o ensino de poliedros. **Anais - Seminário Nacional de História da Matemática**, [s. l.], v. 15, 2023. Disponível em: <https://snhm.com.br/anais/article/view/68>. Acesso em: 23 out. 2024.

CRITCHLOW, K. **Order in Space: a design source book**, Viking, 1970.

CROMWELL, P. R. **Polyhedra**. Cambridge University Press, pp. 79-86, New York, 1997.

DARVAS, G. **Symmetry Cultural-historical and ontological aspects of science–arts relations: The natural and man-made world in an interdisciplinary approach**. Trad. David Robert Evans. Die Deutsche Bibliothek. Berlim. 2007.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas. Editora UNICAMP. 2004.

HART, G.W. **Neolithic Carved Stone Polyhedra**. Disponível em: <<http://www.georgehart.com/virtual-polyhedra/neolithic.html>>. Acesso em: set. 2024.

HEATH, T. **The Thirteen Books of Euclid's Elements** – Books X-XIII and Appendix. vol. XIII, Universidade de Oxford, 1921.

KATZ, V.J. **História da Matemática**. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian. 2010.

KEPLER, J. **Harmonices Mundi Libri V**, 1619.

KLINE, M. **El Pensamiento Matemático de la Antigüedad a Nuestros Días**. Alianza Universidad, 1992. Madrid. Vol.1. Caps. 3.5, 4.9.

LAWLOR, R. **Geometría Sagrada. Filosofía y Práctica**. Debate, 1993. Madrid. Cap.10.

PANTOJA CORRÊA, J. N.; PEREIRA, D. C. Um Estudo sobre o Ensino de Poliedros por Atividades. **REMATEC**, Belém, v. 15, n. 35, p. 228–244, 2020. DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2020.n15.p228-244.id295. Disponível em: <https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/104>. Acesso em: 22 out. 2024.

SAITO, F. Instrumentos Matemáticos dos Séculos XVI e XVII na articulação entre História, Ensino e Aprendizagem de Matemática. **REMATEC**, Belém, v. 9, n. 16, p. 25–47, 2014. Disponível em: <https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/320>. Acesso em: 22 out. 2024.

SAITO, F. **História da matemática e suas (re)construções contextuais**. São Paulo, SP: Editora Livraria da Física, 2015.

TOMEI, C. **Euclides: a conquista do espaço**. (Imortais da Ciência). 1ª ed. São Paulo, SP: Odysseus Editora, 2003.

Histórico

Recebido: 25 de abril de 2024.

Aceito: 30 de julho de 2024.

Publicado: 26 de outubro de 2024.

Como citar – ABNT

CORRÊA, João Nazareno Pantoja; PEREIRA, Ducival Carvalho. Uma trajetória histórica dos Poliedros da Pré-história à Antiguidade. *Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC*, Belém/PA, n. 47, e2024039, 2024. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2024.n47.e2024039.id686>

Como citar – APA

Corrêa, J. N. P., & Pereira, D. C. (2024). Uma trajetória histórica dos Poliedros da Pré-história à Antiguidade. *Revista de Matemática, Ensino e Cultura – REMATEC*, (47), e2024039. <https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2024.n47.e2024039.id686>